

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»

Институт педагогики и психологии детства

Кафедра теории и методики обучения естествознанию, математике
и информатике в период детства

**Развитие математического мышления у детей младшего школьного
возраста**

Выпускная квалификационная работа

Квалификационная работа
допущена к защите
Зав. кафедрой Л.В. Воронина

_____ дата

_____ подпись

Исполнитель:

Истомина Татьяна Валерьевна,
обучающийся группы ПП-41

_____ подпись

Научный руководитель:

Ручкина Валентина Павловна,
Кандидат педагогических наук,
доцент

_____ подпись

Екатеринбург 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ.....	6
1.1 Понятие о мышлении и его виды.....	6
1.2 Пути развития мышления.....	11
1.3 Особенности математического мышления.....	16
1.4 Своеобразие математического мышления в младшем школьном возрасте	19
ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РАБОТА ПО ПОВЫШЕНИЮ УРОВНЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ.....	25
2.1 Технология определения динамики развития математического мышления в младшем школьном возрасте.....	25
2.2 Определение начального уровня сформированности математического мышления у третьеклассников.....	35
2.3 Условия развития математического мышления у младших школьников на уроках математики.....	42
2.4 Проверка уровня сформированности математического мышления у младших школьников.....	53
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	64
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	65
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	69
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	73

ВВЕДЕНИЕ

Развитию математического мышления в начальной школе принадлежит особая роль. Этот факт связан с тем, что важной задачей системы обучения в нашей стране является воспитание развитого свободно мыслящего, творчески относящегося к жизни человека.

Вопрос формирования мышления обсуждается в работах, как ученых-математиков, так и представителей психолого-педагогических наук.

Например, Ю.М. Колягин считает, что математика в сравнении с другими школьными предметами, влияние на развитие мышления больше [20, с.25]. Л.С. Выготский мышление выдвигает в центр психического развития ребенка по отношению к другим психическим функциям, влияющие на интеллектуализацию и приобретение произвольного характера [4, с.236]. Р.С. Немов раскрыл внутренние связи, закономерности и существенные свойства мышления [26, с.273]. Н. Бурбаки выявил «структурный» подход к определению предмета и метода современной математики [3, с.99]. А.А. Радугин определил тесную взаимосвязь мышления с языком [31, с.250]. «Концепция» Ж. Пиаже помогла оценить вклад в развитие интеллекта, рассматривая процесс его становления в ходе индивидуального развития ребенка [29, с.164]. Р.А. Атаханов рассмотрел вопросы становления и диагностики уровней развития математического мышления в соответствии с концепцией основных типов мышления [1, с.38].

Особую значимость проблема развития математического мышления приобретает в связи с расширяющимися исследованиями особенностей функционирования и формирования мышления.

Цель: выявить условия развития математического мышления младших школьников в учебно-воспитательном процессе.

Речь в работе пойдет о той части деятельности, объектом которой выступает учебный процесс в начальных классах.

Объектом исследования является процесс развития математического мышления младших школьников в учебном процессе.

Предмет исследования: совокупность педагогических условий, влияющих на развитие математического мышления у детей младшего школьного возраста.

В соответствии с проблемой объектом, предметом, целью определены следующие *задачи*:

1. Провести анализ психолого-педагогической литературы о формировании мышления.
2. Изучить особенности проявления математического мышления в младшем школьном возрасте.
3. Выявить совокупность условий, обеспечивающих развитие математического мышления у детей младшего школьного возраста и апробировать их в опытно-поисковой деятельности.
4. Разработать технологию по определению сформированности математического мышления.

Для осуществления намеченной цели и решения задач на определенных этапах работы использованы следующие *методы*:

На первом этапе метод – изучение и анализ литературы.

На втором этапе работы использовали методы:

- Педагогические наблюдения.
- Изучение практических работ детей.
- Обработка материала.

Работа направлена на повышение эффективности процесса математического мышления у детей младшего школьного возраста. Процесс развития математического мышления у младших школьников будет эффективнее, если будут реализованы следующие условия:

- 1) Создание ситуаций успеха для учащихся в процессе усвоения математического материала.

2) Осознанное применение младшими школьниками в процессе обучения мыслительных операций: анализ, синтез, сравнение, обобщение и другое.

3) Целенаправленное формирование мышления теоретического типа у детей младшего школьного возраста.

4) Создание проблемных ситуаций на уроках математики.

5) Целенаправленная работа по развитию математической речи учащихся.

Материалы работы могут быть полезны учителям начальных классов на уроках математики.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, 2 глав, 7 параграфов, заключения, списка литературы.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

1.1. Понятие мышления и его виды

Никакое слово не употребляется нами так часто как мышление. На самом деле, люди так часто и в таком различном смысле используют это слово, поэтому становится не просто правильно определить, что мы под ним понимаем.

Цель данной главы: познакомиться с разными взглядами ученых, педагогов, психологов на основы развития мышления. Этому может помочь анализ трудов педагогов-психологов, в которых используется термин «мышление».

Р.С. Немов [26, с.274] описывает мышление, как высший познавательный процесс; это движение идей, которое раскрывает суть вещей; это особого рода теоретическая и практическая деятельность, представляющая систему, входящих в ее состав действий и операций ориентировочно-исследовательского, преобразовательного и познавательного характера.

А.А. Радугин [31,с.250] говорит о том, что мышление – это, первоочередное осознание и понимание общих свойств и закономерностей, которые прямо, непосредственно («наглядно») не даны человеку в его опыте. Эти закономерности и свойства надо осмыслить, то есть вывести или вычлениить. Следовательно, можно сделать вывод, что мышление – это психологический процесс с открытием новых знаний, решением проблем, основанных на переработке полученной информации. Автор говорит, что мышление тесно связано с языком, так как общение – первый важный признак мышления, и выделяет такие виды мышления, как теоретическое понятийное (абстрактное), образно-теоретическое, наглядно-действенное или наглядно-образное.

По Е.А. Климову [18, с.128] мышление – множество процессов, действий, состояний, которые направлены на решение разнообразных задач (практических или теоретических) и обеспечивающих это решение (нахождение ответа). Мобилизация мышления как функциональной системы осуществляется отчасти сознательно, отчасти благодаря привычкам, навыкам и иным автоматизмам, формирующим нервную систему в ходе предшествующего развития, воспитания, образования, самообразования человека.

В своей книге Джон Дьюи [14, с.149] пишет о процессе рефлексивного мышления, который представляет собой воспитательную ценность и имеет четыре значения.

Кратко опишем каждое из значений.

Первое: в обширном значении мышление выражает все в прямом смысле. Мечтание, беспрепятственный поток случайного и разрушенного материала, стремящийся через наш ум во время отдыха – это все в таком неопределенном смысле является мышлением.

Рефлексивное мышление схоже с этим случайным потоком мыслей в уме тем, что так же имеет в составе последовательность предметов мысли.

Рефлексия подразумевает не простой ряд идей, а логическую систему, такую, что каждая идея определяет последующую как свое следствие и одновременно основывалась на предыдущей.

Второе значение: если понятие «мышление» используется в глубоком смысле, оно обычно ограничено не данными вещами, а именно тем, чего мы не можем увидеть, обонять, слышать и осязать.

Придуманые истории, изобретаемые учениками, представляют собой разные ступени внутренней последовательности, одни разрознены, другие – ясны.

Если они взаимосвязаны, то стимулируют рефлексивное мышление: они появляются по общей части в умах, обладающих логической способностью.

Третье значение: в теснейшем смысле мысль значит уверенность, хранящуюся на каком-нибудь, то есть действительном или предполагаемом знании, которое выходит за грани того, что непосредственно дано.

Четвертое значение: мысли, ведущие к уверенности, обладают особым значением, которое ведет к рефлексивному мышлению, к добросовестному исследованию природы, условий и вида уверенности.

Л.М. Крыжановская [24, с.10] отмечает, что мышление это процесс отражения, осознания связи, различий и отношений между предметами и явлениями окружающей действительности и внутреннего мира человека; это особая форма психической деятельности личности.

Л.М. Крыжановская описывает мышление, отправной точкой которого является личность. Подобно психическим процессам (ощущению, памяти, восприятию, воображению) процесс мышления можно ощущать, воспринимать, наблюдать и произвольно управлять им.

Обобщая все выше сказанное, мы понимаем мышление как психологический процесс познания, ведущий от единичного к общему и от общего к отдельному, связанное с открытием нового знания, с решением задач, с творческим преобразованием действительности, который можно ощущать, воспринимать, наблюдать и произвольно управлять им.

Рассмотрим основные виды мышления.

Теоретическое понятийное мышление – это такое мышление, используя которое при решении задач, человек может обращаться к понятиям, выполнять действия в уме, непосредственно не имея опыта, получаемого при помощи органов чувств. Он обсуждает и занимается поиском решения задач с начала и до конца в уме, с использованием готовых знаний, которые получили другие люди, выраженные в понятийной форме, суждениях, умозаключениях.

Теоретическое образное мышление – это такое мышление, используя которое человек решая задачи обращается к образам. Они напрямую выводятся из памяти, воссоздаются с помощью творческого воображения. [26, с.276]

Рассмотренные виды мышления – теоретическое понятийное и теоретическое образное – в действительности могут сосуществовать, то есть дополнять друг друга.

Наглядно-образное мышление состоит в том, что мыслительный процесс в нем связан с восприятием окружающей действительности. Мысля наглядно-образно, человек связан с действительностью, а необходимые для мышления образы представлены в его памяти (кратковременной и оперативной).

Наглядно-действенное мышление. Его особенность состоит в том, что процесс мышления олицетворяет собой практическую преобразовательную деятельность, которую человек осуществляет с реальными предметами.

Итак, основные виды мышления разделяются на теоретическое понятийное и теоретическое образное, практическое наглядно-образное и практическое наглядно-действенное.

Б.М. Теплов мышление делит на теоретическое и практическое, но разница между ними заключается в том, что «они по-разному связаны с практикой. Работа практического мышления в основном направлена на разрешение частных конкретных задач, тогда как работа теоретического мышления направлена в основном на определение общих закономерностей». [34, с.222]

По мнению Б.М. Теплова мышление подразделяется на такие виды: теоретическое словесно-логическое и теоретическое образное, практическое наглядно-образное и практическое наглядно-действенное.

В.Ф. Гегель различал эмпирическое и теоретическое мышление, называя их рассудком и разумом. [8, с.147]

Рассудочное (эмпирическое) мышление, по В.Ф. Гегелю, отличается «абстрактной всеобщностью» своего содержания, фиксируемое отчлененные от самого предмета ряд его свойств, их абстрагирования и получения «общего». Фиксируемое в понятии «общее» в следствии становится формально всеобщим.

Разумное (теоретическое) мышление, воплощаемое на основе принципов диалектики, изучает объект в его движении, развитии, как совокупность его

различных сторон, определений и их проявлений в процессе функционирования. Разумное (теоретическое) мышление и его продукт, являются результатом содержательного обобщения, ведущего к раскрытию внутренних связей, выявлению сущности объекта.

С.Л. Рубинштейн одним из первых психологов определил и характеризовал базовые признаки эмпирического и теоретического мышления совместно с обобщением. Автор рассматривал анализ и синтез как важнейшие элементы мышления, абстракцию и обобщение – образованными от них. [32, с.81] Ограничение анализа и синтеза сравнением приводит к выделению одинакового и общего, позволяющего осуществлять эмпирическое обобщение. Пусть через анализ и абстракцию можно привести к выделению существенно общего, которое связано с изменением начальных данных, и это есть теоретическое обобщение.

В.В. Давыдов мышление, осуществляемое на основе эмпирических понятий, раскрывает как рассудочно-эмпирическое. [12, с.90] Направление мыслей в этом случае проходит в кругу эмпирических понятий, которые отражают в собственном содержании формально общее («абстрактно всеобщее»).

Теоретический тип мышления В.В. Давыдов рассматривает как мысленная замена объектов предметной действительности, при которой проходит отражение их важных свойств и закономерностей, фиксируемых в содержательном понятии.

В свою очередь, теоретическое мышление В.В. Давыдов подразделяет по специфичности мыслительного действия на содержательный анализ, содержательное планирование, содержательную рефлексия.

Итак, В.Ф. Гегель и В. В. Давыдов, С.Л. Рубинштейн в своих трудах осветили проблему эмпиричности и теоретичности знания, различая их названия: типами мышления.

Проанализировав содержание основных видов мышления, мы видим, что все виды мышления у человека могут существовать одновременно, могут быть

воспроизведены в одной деятельности. Преобладание вида мышления зависит от характера и конечных целей.

1.2. Пути развития мышления

Цель этой главы: выявить, как развивается мышление.

Вывод, что мышление развивается, психологи сделали в ходе наблюдения и использования в практике приемов развития мышления.

Ж. Пиаже – известный психолог современности выдвинул теорию развития интеллекта в детском возрасте, получившую название «операциональной» [29, с.47]. Автор выделил в развитии операционального интеллекта несколько стадий:

1. Стадия сенсомоторного интеллекта, которая охватывает несколько стадий жизни ребенка от рождения до двух лет. Эта стадия характеризуется тем, что у детей развивается способность воспринимать и изучать окружающие предметы в их довольно устойчивых свойствах и признаках.

2. Стадия операционального мышления, в которой описано становление детей в возрасте от двух до семи лет. Эта стадия характеризуется тем, что у детей формируется речь, появляется активный процесс манипуляций с предметами, формируются наглядные представления.

3. Стадия конкретных операций с предметами. Она описывает развитие детей в возрасте от семи – восьми лет до одиннадцати – двенадцати лет. Умственные операции на этой стадии становятся обратимыми.

4. Стадия формальных операций. Она достигается детьми в среднем возрасте: от одиннадцати – двенадцати лет до четырнадцати – пятнадцати. Эта стадия определяет способность ребенка выполнять операции в уме, используя логические рассуждения и понятия.

В современное время теория формирования и развития интеллектуальных операций П.Я. Гальпериным получила широкое применение [6, с.54]. П.Я. Гальперин определил этапы интериоризации внешних действий, условия,

которые обеспечивают более полный и эффективный перевод во внутренние действия с заданными свойствами заранее.

Процесс развития умственных действий, по П.Я. Гальперину, осуществляется следующим образом:

1. Ознакомление составом будущего действия в практическом плане, а также с требованиями (образцами).

2. Выполнение заданного действия во внешней форме в практическом плане с реальными предметами или их знаменателями.

3. Выполнение действия без непосредственной опоры на внешние предметы или их знаменатели. Перенесения действия из внешнего плана в план громкой речи.

4. Перенесение громко речевого действия во внутренний план. Свободное проговаривание действия целиком «про себя».

5. Выполнение действия в плане внутренней речи с соответствующими его преобразованиями и сокращениями, с уходом действия, его процесса и деталей выполнения из сферы сознательного контроля и переходом на уровень интеллектуальных умений и навыков.

Важное место в исследованиях, которые посвящены развитию мышления, принадлежит изучению процесса формирования понятий.

Л.С. Выготский и Л.С. Сахаров ученые-психологи нашей страны, исследовавшие этот процесс. [4, с.37]. Ученые образование понятий у детей через ряд стадий.

1. Образование неоформленного, неупорядоченного множества отдельных предметов, их синкретического сцепления, обозначаемого одним словом. Стадия эта имеет разделение на три этапа: первый этап – определения и выбора предметов наугад, второй этап – выбора на основании расположения и, третий этап – приведения к единичному значению.

2. Образование предметов-комплексов на основе некоторых объективных признаков. Комплексы этого рода имеют четыре вида:

1) ассоциативный (любая внешне замеченная связь берется как достаточное основание для отношения предметов к одному классу),

2) коллекционный (взаимное дополнение предметов на основе частного функционального признака),

3) цепной (переход в объединении от одного к другому так, что одни предметы объединяются на основании одних, а другие – совершенно на основании других признаков, причем все они входят в одну и ту же группу),

4) псевдопонятие (внешне – понятие, внутренне – комплекс).

3. Образование настоящих понятий. Раскрываются умения детей выделять, абстрагировать элементы с последующей интеграцией целостного понятия, не имея зависимости от предметов, которым они принадлежали. Данная ступень имеет следующие стадии: стадия потенциальных понятий (выделение группы предметов по общему одному признаку), стадия истинных понятий (абстрагирование ряда необходимых и достаточных признаков с последующим определением понятия, а затем синтеза и включения в соответствующее определение).

Синкретическое мышление и мышление в понятиях-комплексах соответствуют раннему, дошкольному и младшему школьному возрасту детей. К мышлению в настоящих понятиях дети приходят лишь ближе к подростковому возрасту, это происходит благодаря влиянию обучения теоретическим основам разных наук. Факты, полученные Л.С. Выготским и Л.С. Сахаровым, в этом плане вполне согласуются с данными Пиаже, так как подростковый возраст у него так же связан с переходом детей к стадии формальных операций, предполагающий умение оперировать настоящими понятиями.

В.В. Давыдов описал путь развития мышления рассудочно-эмпирического до теоретического (анализ, планирование, рефлексия). Рассмотрим его подробнее.

Мышление, осуществляемое на основе эмпирических понятий, образует рассудочно-эмпирический тип мышления [11, с.90]. Направление

мысли в данном случае находится в кругу эмпирических понятий, содержащее формально общее («абстрактно общее»). Задача этого типа мышления, как говорит В.В. Давыдов, «..состоит в классификации предметов, в построении твердой системы «определителей». Этот путь мышления предполагает два пути: путь «снизу вверх» и путь «снизу вниз». На первом из них строится абстракция (понятие) формально общего, который по сути своей не может выразить в мысленной форме специфически конкретного содержания предмета. На пути «сверху вниз» происходит насыщение этой абстракции наглядными образами соответствующего предмета. Она становится «богатой» и содержательной, но не как мысленное построение. А как сочетание иллюстрирующих ее описаний и конкретных примеров» [11, с.91].

Рассудочно-эмпирическое мышление характеризует сравнение, основной ролью которого является расчленение целого и дифференциация частей объекта, с последующим выделением некоторого «общего» и становления класса объектов, которые являются носителем этого общего. Сравнение всегда будет оторвано от движения, изменения, от динамичности форм существования самого объекта мысли в мире действительности, независимо от того, насколько сложным и трудоемким оно было. Оно помогает извлечь общие схожие признаки, а после, абстрагируясь от лишних признаков, свойственным всем анализируемым объектам в отдельности, сделать их предметом дальнейшего изучения.

Рассудочно-эмпирическое мышление, движимое сравнением, абстрагированием и обобщением, конкретизацией и классификацией и опирающееся на образуемые ими эмпирические представления (или эмпирические понятия), находит свое продолжение в суждениях и умозаключениях, «оформляемых» в виде словесных выражений разной степени сложности.

Теоретический тип мышления обозначает мыслительное преобразование объектов предметной деятельности, при котором наблюдается отражение их важных свойств и закономерностей, фиксируемые содержательным понятием.

Образование содержательного понятия определено через специфичность мыслительного действия содержательного анализа.

Содержательный анализ состоит в том, что человек замечая закономерную связь между изучаемыми объектами, начинает определять то внутреннее отношение, являющееся и основой, и условием существования объекта [11, с.199]. Осуществление содержательного анализа сопряжено с выполнением ряда преобразующих объект действий, которые должны натолкнуть на выявление указанного существенного отношения.

Полученная в ходе анализа генетическая основа изучаемого (целого) является основой для выведения всеобщей формы существования целого и его конкретных проявлений.

Выделенные анализом существенные отношения используют для решения систем задач, являющихся носителями данного содержания. В некоторых условиях знание о существенном отношении недостаточно для решения задачи. При этом начинает появляться необходимость в конструировании системы действий и определения их оптимальной последовательности. Эти действия соответствуют существенным условиям задачи и помогают найти ее решение. Это содержательное планирование.

Для фиксации особенности содержательного планирования и установления его сформированности предоставляют задания, выполняя которые необходимо использование ряда ранее усвоенных действий и определения их порядка. Похожее задание может включать в себя ряд усложняющихся постепенно (по последовательности и количеству действий) задач. Об умении осуществлять содержательное планирование говорит быстрота и правильность решения задач.

Как известно, «Содержательная рефлексия связана с поиском и рассмотрением человеком существенных оснований собственных действий» [11, с.199]. В пределах фиксированного содержательного материала, мысли, наличие умения, осуществления рефлексии влечет за собой выделение важных связей в самом объекте, использование существенных для построения системы

действий по решению задач, а уже после и понимание того, что необходимо осуществление контроля по известным отношениям.

Вместе с тем, очевидно, что реализация содержательной рефлексии возможна при сформированности самоконтроля, а для его формирования важно провести рефлексию определенного уровня развития. Сформированность рефлексии способствует возможности оценивать соответствует ли выполняемые действия внутренним, существенным условиям бытия изучаемого объекта. Поэтому умение осуществления рефлексии является высоким уровнем теоретического мышления, которое объединяет и включает в себя необходимые компоненты анализа и планирования.

Итак, мы рассмотрели естественные пути индивидуального развития мышления.

1.3. Особенности математического мышления

Во время обучения в школе предмет изучения это – упорядоченное содержание учебного предмета [1, с.11]. Мышление, совершенствуя данный материал, завершает получение, например такого своего продукта, как понятие. Такой продукт мышления может быть составным элементом последующего его акта, приводящего к его новому продукту. Разнообразие содержания мышления влияет на особенности выполнения мыслительных действий.

В результате сформировываются некоторые умения выполнять мыслительные действия на общественном, историческом, лингвистическом, математическом, экономическом материале. Назвав их условно, например, «общественно-политическим», «историческим», «математическим» мышлением [2, с.110].

Математическое мышление в своем начале имеет некую предметно-содержательную реальность, которая подлежит мысленному изменению и преобразованию, а результат это новое математическое знание или решение математической задачи. Проявляется оно в ходе работы с математическим

материалом и во время оперирования математическими закономерностями и отношениями. Становление математического мышления связано с особенностями движения мысли, начиная с анализа конкретного математического содержания.

Многие ученые-математики, представители психолого-педагогических наук, например, Дж. Икрамов [16, с.123], Е.А. Коварская [19, с.160], Ю.М. Колягин [21, с.29], Г. Фройденталь [38, с. 208], считают, что математическое мышление оказывает большое влияние на психическое развитие человека, чем на другие виды мышления.

Определение сути математического мышления отчетливо выразил Дж. Икрамов, «Под математическим мышлением, в основе которого лежат математические понятия и суждения, понимается совокупность взаимосвязанных логических операций; оперирование как свернутыми, так и развернутыми структурами; знаковыми системами математического языка, а также способность к пространственным представлениям, запоминанию и воображению» [17, с.8] и именно в математике, «...в силу ее специфических особенностей, содержатся большие потенциальные возможности для развития логического мышления (рассуждать, анализировать, абстрагировать, обобщать, применять и т. д.)» [15, с.5].

В ряде работ А.Д. Семушина [33, с. 54], И.Ф. Тесленко [35, с.126] выражено положение, что математическое мышление является логическим мышлением и что оно складывается в процессе и в результате обучения детей оперированию понятий, высказыванию суждений, математическому доказательству предложений и использованию соответствующих символов и знаков и т. д.

А.И. Маркушевич математическое мышление характеризует рядом умений: это умение абстрагироваться от маловажных деталей и выделение сути вопроса, умение определять математический характер отношений (отношений порядка, принадлежности, количества, меры, пространственного расположения) [24, с.14].

Р.А. Атаханов математическим мышлением называет такой вид мышления, который осуществляется на материале, формализуемом при помощи математических способов ориентации в количественных отношениях действительного мира. [1, с.16]

Проблема математического мышления рассматривалась в трудах В.В. Давыдова и Л.К. Максимова. Они считают, что особенности формирования и становления математического мышления зависят от характера, содержания и организации обучения математики в школе. Сложившаяся в течение продолжительного времени система обучения в школе (всем учебным дисциплинам и в том числе математике) создает соответствующие предпосылки для становления определенного условия развития мышления обучающегося. Умение осуществлять мыслительные действия формируется в процессе обучения в школе и зависит прежде всего, от содержательных характеристик учебных программ и средств его реализации, в частности, и от особенностей содержания обучения математике [11, с.99]. Это обстоятельство является фактором формирования и становления особенностей мышления, проявляющегося на математическом материале, то есть математического мышления.

Можно выделить несколько подходов к оценке особенностей формирования и становления математического мышления:

1) Математическое мышление как продукт традиционного обучения, приводящее в зависимости от воздействия тех или иных факторов к формированию эмпирического, или теоретического мышления;

2) Математическое мышление как продукт специально организованного обучения, ориентированного на формирование учебной деятельности учащихся и приводящего к становлению теоретического мышления.

Проявление данного типа мышления, предметным содержанием которого становятся математические объекты, является собственно математическим мышлением.

Краткий обзор взглядов на особенности математического мышления показывает, что, во-первых, соотношение математического мышления с формированием логического мышления, отбором учебного материала, обучение мыслительным действиям отражают исследовательскую проблему, нежели понимание математического мышления вообще. Во-вторых, объяснение математического мышления пока не разработано, оно чаще является рабочим инструментом, поясняющим некоторое многофакторное явление.

1.4. Своеобразие развития математического мышления в младшем школьном возрасте

Цели этого параграфа: проследить закономерности развития математического мышления.

Мыслительная деятельность и ее особенности у ребенка младшего школьного возраста во многом похожа на особенности мышления дошкольника, сходство заключается в том, что мышление развивается от наглядно-действенного к образному мышлению, затем к образно-схематическому, которое представляет собой промежуточное звено между образным и логическим мышлением. На основе схематизированного образного мышления формируется логическое мышление [7, с.49].

У младшего школьника явно выражен конкретно-образный характер мышления. Это можно проследить во время решения мыслительных задач, когда обучающиеся опираются на реальные предметы или на их изображения. Выводы и обобщения ученики делают, основываясь на конкретные факты. Это все проявляется так же в период усвоения учебного материала.

Процесс обучения позволяет быстро развить абстрактное мышление, особенно на уроках математики, на которых обучающийся переходит к умственным операциям с числом от действия с конкретными предметами.

Современный уровень развития общества и сами сведения, которые ребенок почерпнул из разнообразных источников информации, вызывают

потребность уже у самых младших школьников раскрывать причины и сущность связей, отношений между предметами (явлениями), объяснять их, то есть мыслить отвлеченно.

Ученые рассматривали вопрос об умственных возможностях младшего школьника. В результате нескольких исследований было выявлено, что умственные возможности детей обширнее, чем предполагалось ранее, и при создании особых условий, то есть при определенной методической организации обучения, обучающийся может усвоить абстрактный теоретический материал. Основываясь на исследования В.В. Давыдова, введено усвоение элементов алгебры для установления отношений между величинами [10, с.44]. Эти отношения моделируются, выражаются в как бы очищенной от наслоений предметной форме и становятся ориентированной основой действий. Именно так ученики пробуют выражать сначала отношения между предметами, отличающимися различной тяжестью, объемом, длиной в графических отрезках, усваивают понятия «больше» и «меньше», а затем переходят к абстрактным символам, $a > b$, $a < b$ и т. д. Младший школьник начинает действовать с этими отношениями.

В условиях реализации новых программ главную роль занимают формирования научных понятий. Предметные понятия развиваются от выделения функциональных признаков к перечислению ряда существенных и несущественных, но явно имеющих выделяющиеся свойства и, наконец, переходит к выделению существенных свойств у группы предметов. В процессе усвоения понятий совершенствуются все мыслительные операции: анализ – от практически действенного, чувственного к умственному, от элементарного к углубленному; синтез – от практически действенного к чувственному, от элементарного к широкому и сложному.

В сравнение также есть свои особенности. Сравнивая обучающиеся с легкостью выделяют сначала различия и труднее выделяют сходства. Затем постепенно выделяется и сравнивается сходство, причем сначала яркие,

броские признаки, в том числе и существенные. Процесс сравнения требует систематического и длительного обучения учащихся [7, с 66].

Абстракция младшего школьника имеет отличительные черты, которые заключаются в том, что за значительные принимаются яркие внешние признаки. Дети легче абстрагируют свойства предметов, чем связи и отношения.

Обобщение в начальной школе определяется осознанием только некоторых признаков, так как обучающийся не может еще проникнуть в сущность предмета.

На основании развития мыслительных операций так же развиваются формы мышления. Сначала обучающийся, анализируя отдельные случаи или решая какие-то задачи, не продвигается от индукции до обобщения, потому что система отвлеченных умозаключений ребенку еще не дана.

Далее ребенок при взаимодействуя с предметом в результате лично накопленного опыта начинает делать правильные индуктивные умозаключения, но еще не перенося их на аналогичные факты. И в конце, умозаключение совершается ребенком на основе знания общетеоретических понятий.

Дедуктивное умозаключение дается детям младшего школьного возраста гораздо труднее, чем индуктивное. Можно выделить несколько этапов в развитии умения делать дедуктивный вывод.

Сначала частное связывается с общим, не отражающим существенных связей. Далее, усвоив общие выводы, дети начинают объяснять на их основе частные случаи, которые непосредственно наблюдают. И наконец, усвоив выводы, они легко могут объяснить самые различные факты, в том числе и те, которые в их опыте ранее не встречались [7, с.67].

Индуктивные и дедуктивные умозаключения постепенно свертываются и ряд суждений протекает у учеников в умственном плане.

В младшем школьном возрасте дети осознают собственные мыслительные операции это ведет к осуществлению самоконтроля в процессе познания.

В процессе обучения развиваются и качества ума: гибкость, самостоятельность, критичность и другие.

Вопросы формирования мышления обучающихся в процессе изучения математики обсуждаются в работах и других ученых.

Л.С. Выготский считает, что развитию мышления в младшем школьном возрасте принадлежит особая роль [4, с.88].

С началом обучения мышление ставится в центр психического развития ребенка и становится определяющим в системе других психических функций, которые под его влиянием интеллектуализируются и приобретают произвольный характер.

По мнению И.В. Дубровиной мышление детей младшего школьного возраста находится на переломном этапе развития. В это время совершается переход от наглядно-образного к словесно-логическому, понятийному мышлению, это означает двойственный характер мыслительной деятельности ребенка: конкретное мышление, связанное с реальной действительностью и непосредственным наблюдением, уже подчиняется логическим принципам, однако отвлеченные, формально-логические рассуждения детям еще недоступны [13, с.70].

На момент поступления в школу у ребенка 6 – 7 лет уже должно сформироваться наглядно-действенное мышление, являющееся необходимым базисным образованием для развития мышления наглядно-образного, составляющего основу успешного обучения в начальной школе. Так же, у детей данного возраста должны быть элементы логического мышления. Таким образом, на этом возрастном этапе у детей развиваются разные типы мышления, способствующие успешному овладению учебной программой.

Дети, имеющие высокий уровень развития наглядно-действенного мышления отлично справляются с любыми видами продуктивной деятельности, в которых требуется умение работать по наглядному образцу, соотносить размеры и формы предметов, чтобы решить поставленную задачу.

Для наглядно-образного мышления характерно умение решать задачу, в первую очередь в плане представления и только потом на конкретной предметной основе.

Логическое мышление требует наличия у ребенка способности к выполнению основных логических операций: обобщения, анализа, сравнения, классификации [13, с. 71].

Однако практика показывает, что такое разделение мышления на несколько видов является искусственным и может использоваться только в целях специальной диагностики уровня психического развития, так как для решения любого вида задач нужны все виды мышления, развести которые зачастую невозможно.

Наиболее в распространенном положении, которое поддерживают многие методисты математики, говорится, что математика, в сравнении с другими учебными предметами, влияет на развитие мышления обучающихся. Такая особенность математики как учебного предмета проявляется в том, что наряду с усвоением системы математических знаний и овладения математическими умениями и навыками, специальной задачей обучения становится работа по формированию мышления детей [17, с.5], [19, с.168], [21, с.25], [40, с68].

Путь формирования математического мышления обучающихся состоит в вооружении их способами осуществления мыслительных действий на математическом материале. Эти способы тесно связаны с приемами мышления (анализ, синтез, абстрагирование и т. д.) [20, с.110], [29, с.104] и ярко проявляются при обучении математике.

Наряду с этим математическое мышление удовлетворяет требованиям научного мышления, характеризующими признаками которого являются такие известные качества мышления как гибкость, оригинальность, целенаправленность, критичность, широта (обобщенность) ума и т. д. [22, с.144]

Мысль о том, что развитию математического мышления способствуют «задачи, допускающие обобщение», утверждается в статьях С.А. Головешко [9,

с.83], Ю.М. Калягина [21, с.47]. С точки зрения ряда авторов, фактором, влияющим на развитие, является осуществление глубокого анализа изучаемого материала.

Итак, мы согласны, что формирование мышления человека, в том числе математического, является составляющим его психического развития. В психологии психическое развитие рассматривается как процесс присвоения индивидом исторически сложившегося общественного опыта человека. Присвоение этого опыта происходит в форме воспроизведения им способов получения знаний и особенностей движения в них как особой деятельности. Такая деятельность осуществляется совместно с другими, под руководством взрослых. Это – процесс обучения. В процессе обучения математике в школе создаются определенные предпосылки становления математического мышления. Методы начального обучения неразрывны с его содержанием, освоение которого младшими школьниками связано с развитием у них определенного типа сознания и мышления, каждый из которых опирается на соответствующие виды знания (обобщения, абстракция, понятия). В процессе современного начального обучения и воспитания необходимо формировать у младших школьников теоретическое сознание и мышление, которое опирается на усвоение ими теоретических знаний. Осуществляется путем их содержательного обобщения.

ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ РАБОТА ПО ПОВЫШЕНИЮ УРОВНЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

2.1 Технология определения динамики развития математического мышления в учебном процессе

Математическое мышление есть вид мышления, осуществляемый на материале, формализуемом при помощи математических способов ориентации в количественных отношениях действительного мира. [1, с.16]

Закономерности мышления проявляются на конкретном предметном материале, характер которого определяет вид мышления. Посредством математического мышления мысленно изменяется и преобразовывается как предметная действительность, связи и отношения внутри которой переводятся на системы математического языка, так и определенная система связей и отношений, приводящая к выявлению некоторой закономерности или получению другого продукта. Такая возможность обеспечивается существованием социально выработанных математических способов ориентации в действительности. Эти способы позволяют фиксировать продукт преобразования, соотносить его с ранее полученными продуктами мышления и создавать, таким образом, некоторый материал, служащий основой функционирования мышления.

Содержанию математического мышления придается определенная форма, соответствующая закономерностям мышления в общем, то есть тип мышления определяет понятийную форму и категориальную систему, которая представляется содержанием мышления. Отсюда можно сделать вывод, что математическое мышление имеет проявления в уровнях развития мышления:

1) Эмпирический уровень – когда мышление основывается на сравнении, основной ролью которого является проявление выделения некоторого «общего» расчленении целого и дифференциации частей и создания класса объектов, носителей этого общего. Это позволяет увидеть общие сходные признаки, а объекту анализа в отдельности, сделать их предметом дальнейшего изучения.

2) Теоретический уровень – это когда мышление имеет в своем содержании такое мысленное преобразование объектов предметной действительности, при котором происходит отражение их существенных свойств и закономерностей.

И в этом же направлении заключается его развитие.

Исследование математического мышления конкретизируется через особенности проявления основных компонентов теоретического мышления – рефлексии, анализа и планирования, которые являются показателями развития математического мышления в нашей работе.

Итак, тот или иной показатель уровня развития математического мышления будет проявляться как аналитический (завершающийся выполнением общего способа решения одного класса задач), планирующий (проявляющееся в умении построения последовательности действий по решению задач) и рефлексивный (по умению обосновывать и контролировать правильность примененных действий).

Изучение мышления детей школьного возраста имеет большое значение. Перед психолого-педагогическими науками стоит задача: повысить качество обучения в школе. Это значит, нужно повысить качество знаний, умений и навыков, приобретаемых учениками в результате усвоения учебного материала. Для этого важно осуществлять совершенствование содержания обучения и методов преподавания. Эта работа влечет учет особенностей мышления школьников, так как содержание учебного материала может осваиваться достаточно полноценно, и методы преподавания будут вполне эффективными лишь тогда, если, с одной стороны, они соответствуют возрастным возможностям мышления детей и, с другой стороны, создают условия для расширения и углубления этих возможностей.

Участие в исследованиях младших школьников обуславливалось следующим образом:

1) В этот возрастной период ребенок впервые начинает приступать к систематическому усвоению математических знаний и сталкиваться с понятиями.

2) В семь – девять лет решение задач происходит в относительно развернутой форме.

На этой основе нами были подобраны в виде математических упражнений особые методики, позволяющие диагностировать сформированность математического мышления.

Методические принципы исследования заключаются в принятии двух положений:

1) Методики, разработанные на математическом материале, фиксирующие наличие анализа, планирования и рефлексии.

2) Выявленные у испытуемых возможности выполнения указанных мыслительных действий должны проявиться и при решении задач другого содержания.

Ориентация на предметное математическое содержание мышления служит основой для выделения математического мышления. Математическое знание служит материалом мысли, обуславливается общим, выделенным анализом. Если это общее только нечто одинаковое и схожее, то мы говорим об эмпирическом содержании. Если это общее – существенное, то говорим о содержании теоретического характера. Выход из эмпирического типа математического мышления, есть качественный переход: в подлинном математическом мышлении преобразовании материала мысли направлено на поиск и вычленение существенного и дальнейшее оперирование им, которое находит свое выражение в выполнении мыслительных действий анализа, планирования и рефлексии.

Таким образом, выделяя «в чистом виде» математические отношения, мы придаем заранее predetermined форму. Все многообразие содержания, заключенное в эту форму, составляет материал математического мышления. Оно реализуется системой мыслительных действий, отображающей заданную форму и воспроизводящей новое в ней. Поэтому при оценке математического мышления должна иметь место оценка содержания знания и описания механизмов выполнения мыслительных действий. Такой подход к исследованию

особенностей математического мышления будет представлять собой единство двух аспектов – содержательного и операционного.

Как известно, содержательный анализ приводит к вычленению существенного отношения в объекте. Значит, содержательный анализ математического материала выражается в выявлении учащимися того существенного отношения, которое является исходным для решения предложенного класса задач. Реализация этого предложения при выборе методик допускает использование различных способов – от задания, включающего ряд задач, построенных по единому принципу, до задания, включающего лишь одну задачу.

С помощью методик исследования планирования и рефлексии, построенных на математическом материале, можно выявить механизмы осуществления соответствующих мыслительных действий, но целесообразно учитывать при подборе соответствующих методик и их блоков ряд предложений, основные из которых сформулированы ниже:

1. Каждая конкретная методика должна быть направлена на определение уровня мыслительных действий в соответствии с задачами исследования.

2. Каждый блок заданий, предназначенный для определения уровня развития математического мышления, должен состоять из конкретных методик, построенных на математическом материале.

3. Использование каждого блока заданий в целом должно приводить к разведению учащихся, у которых определяется уровень развития мышления.

4. Для каждого блока заданий должен быть определен возрастной диапазон его использования и указаны средства истолкования результатов выполнения, как отдельных заданий, так и всего блока в целом.

5. Отбор заданий из числа известных методик для решения исследовательских задач осуществлять, исходя из следующих соображений:

- задание должно удовлетворять перечисленным выше требованиям.

- отдельные задания, с достаточной надежностью показывающие наличие необходимого психологического параметра, могут быть приняты как исходные.

- вновь отбираемые задания должны по своим результатам коррелировать с результатами, полученными при работе с исходными заданиями.

Таким образом, для определения уровней развития математического мышления учеников 3 класса нами использовались различные методики. Выбор их для индивидуального обследования детей обусловлен:

- ❖ Пригодностью той или иной методики для выявления уровня развития математического мышления младших школьников.

- ❖ Разработанностью критериев оценки получаемых результатов, по которым диагностируется уровень развития математического мышления третьеклассников.

- ❖ Информативностью, экономичностью во времени проведения, простотой использования и материального обеспечения исследования.

Итак, чтобы определить начальный уровень сформированности математического мышления каждого ребенка мы решили использовать следующие методики:

- Гончаров В.С., Максимов Л.К. «Единицы», «Сложение», «Четные числа», «Деление».

- Зак А.З. «Арифметические задачи».

- Амонов Н.А. «Кто старше?»

- Максимов Л.К. «Девять задач».

Методики исследования содержательного анализа.

Методики исследования особенностей проявлений и уровней развития содержательного анализа на математическом материале должны быть ориентированы на выявление существенного отношения в предлагаемом материале. Такие методики уже были разработаны рядом исследователей (Гончаров В.С., Максимов Л.К.), с их помощью можно констатировать наличие аналитического уровня развития математического мышления.

В данных методиках предложен комплекс задач, построенный по некоторому общему принципу, а испытуемый после решения одной – двух первых задач должен найти принцип их решения и применить его при решении следующих задач, это указывает на наличие признака содержательного анализа. Если испытуемый не может увидеть данный принцип, то можно утверждать о проявлении эмпирического подхода к решению задач.

К подобным методикам относится методика «Единицы».

В ней предлагаются ряды натуральных чисел начиная с единицы и требуется, не меняя их расположения в ряду, расставить между ними скобки и знаки арифметических действий так, чтобы в результате в каждом ряду получилось по единице:

1. $1\ 2\ 3 = 1$
2. $1\ 2\ 3\ 4 = 1$
3. $1\ 2\ 3\ 4\ 5 = 1$
4. $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6 = 1$
5. $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 = 1$
6. $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 = 1$ и т.д.

Выполнение схожих заданий возможно, если испытуемые имеют способность планировать выполнение «пробующих» действий, могут производить контроль и оценку применительно к условиям, в которых задана достигаемая цель; фиксируют и отделяют способы преобразования от конкретных условий, вычлениают в них базовые принципы решения; выполняют контроль и оценку принципов решения задач применительно к новым условиям действий.

Иначе, для того, чтобы правильно выполнить задание «Единицы» необходима сформированность планирования и рефлексии определенного уровня, создающая платформу для выполнения содержательного анализа, соответствующего возможностям рассматриваемой методики.

Такую методику следует считать адекватной возрасту учащихся третьего класса.

Уровень развития математического мышления определяется по шкале:

9-12 баллов – высокий (аналитический)

6-8 баллов – средний (доаналитический)

3-5 баллов ниже среднего (эмпирический)

По этому же принципу составлена серия методик математического содержания на выявление анализа: «Сложение», «Четные числа» и другие.

Данная группа методик представляет собой постепенно усложняющиеся по содержанию математические задания, допускающие как возможность независимого эмпирического решения отдельных задач, так и нахождение общего способа их решения после выполнения первых задач.

Методика «Сложение»: необходимо представить число 3 в виде суммы двух разных чисел, число 6 в виде суммы трех разных чисел и т.д.

$$3 = \dots + \dots$$

$$6 = \dots + \dots + \dots$$

$$10 = \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$15 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$28 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$36 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

Методика «Четные числа»: необходимо число 6 представить в виде суммы двух разных четных чисел, число 12 в виде суммы трех разных чисел и т.д.

$$6 = \dots + \dots$$

$$12 = \dots + \dots + \dots$$

$$20 = \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$30 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$56 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$72 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

Уровень развития математического мышления определяется по 12-бальной шкале:

12 баллов – высокий (аналитический уровень)

6-8 баллов – средний (доаналитический уровень).

3-5 баллов – ниже среднего (эмпирический уровень).

Если при выполнении задания испытуемый видит принципы построения примеров, то его ответы оцениваются в 2 балла.

Если ученик не видит принципа построения примеров, но примеры составляет верно, то 1 балл.

Методика «Деление» требует выполнить действие деления.

На 4

$$17 : 4 =$$

$$19 : 4 =$$

$$21 : 4 =$$

$$23 : 4 =$$

$$25 : 4 =$$

$$27 : 4 =$$

На 8

$$33 : 8 =$$

$$39 : 8 =$$

$$41 : 8 =$$

$$47 : 8 =$$

$$49 : 8 =$$

$$55 : 8 =$$

Второй вариант заданий на выявление содержательного анализа включает задачи, для решения которых необходимо сразу выявить отношения, лежащие в основе способа решения.

Методика «Задачи» (Зак А.З.)

1. Федя выше, чем Коля. Коля выше, чем Вася. Кто выше всех?
2. Двт сильнее, чем Вшп. Гшд сильнее, чем Двт. Кто сильнее всех?
3. Мнк атее, чем Нрк. Нрк атее, чем Дрш. Кто атее всех?
4. Оля веселее, чем Маша и легче, чем Катя. Катя веселее, чем Оля. Маша тяжелее, чем Катя. Кто веселее всех и кто самый тяжелый?

Методики исследования планирования.

Методики исследования планирования строятся из заданий, для решения которых надо выполнить определенную систему действий, соподчиненных в соответствии с требованиями задачи. Быстрое и правильное решение предложенных заданий показывает наличие умения осуществлять содержательное планирование.

Методика «Арифметические задачи» (Зак А.З.)

1. Ребята прыгали в длину. Гриша прыгнул 83 см дальше, чем Витя. Вова прыгнул на 4 см ближе Вити, который, как и Боря прыгнул на 6 м 21 см. Узнайте, кто из ребят прыгнул дальше всех?

2. На одной планете девочки обладали способностью считать снежинки. Однажды в снегопад они произвели подсчет, и оказалось, что Маша заметила на $(84 : 12 + 24 * 3 + 20900)$ снежинок меньше, чем Оля. А Галя заметила на $(408 + 97 * 100 - 15 : 3 + 3990)$ снежинок больше, чем Рита. У кого из девочек замеченное число снежинок оказалось больше?

Уровень развития математического планирования определяется по 6-бальной шкале.

- Если при решении задач ученик сумел спланировать свои мыслительные действия, не прибегая к вычислениям, то за правильно решенную задачу – 3 балла.

- Если при решении задачи ученик планировал мыслительные действия, но подкреплял их подсчетами – 2 балла.

- Если ученик при решении задачи не планировал мыслительных действий, а сразу перешел к вычислениям – 1 балл.

1-2 балла – ниже среднего (эмпирический уровень).

3-4 балла – средний (доаналитический уровень).

5-6 баллов – высокий (аналитический уровень).

Амонов Н.А. методика «Кто старше?»

1. Наташа моложе Иры на 2 года 6 месяцев и старше Тани на 2 года 6 месяцев. На сколько лет самая старшая сестра старше самой младшей сестры?

2. Света старше Тани на 2 года 6 месяцев и моложе Зины на 2 года 6 месяцев. Если, Рая моложе Тани на 2 года 6 месяцев и старше Нади на 2 года 6 месяцев, то, на сколько лет самая старшая сестра старше самой младшей сестры?

Уровень развития математического планирования определяется по 4-бальной шкале.

- Если при решении задач ученик видит принцип их построения, то ответ оценивается в 2 балла.

• Если ученик не видит принципа построения задач, но решает их верно – 1 балл.

2 балла – ниже среднего (эмпирический уровень).

4 балла – высокий (аналитический уровень).

Особенностью решения данных заданий заключается в том, что первые задачи в каждом варианте являются более простыми и подготовительными к решению вторых задач.

Методики исследования рефлексии.

Задание математического содержания на выявление сформированности рефлексии по способу осуществления классификации задач было предложено Максимовым Л.К.

Методика «Девять задач»: решить задачи, классифицировать их по существенным признакам в самостоятельные группы.

- | | | |
|---|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. а) $5 + 0 = 5$ | 2. а) $4 + 3 = 7$ | 3. а) $0 + 8 = 8$ |
| б) $H + П = H$ | б) $B + K = Ш$ | б) $Д + М = М$ |
| в) $СТ + ВГ = \dots$
(СТ, ВГ, РТ) | в) $ДЛ + НА = \dots$
(ДЛ, ТИ, МА) | в) $ЛИ + НА = \dots$
(ЛИ, НА, РА) |
| 4. а) $B + B = E$ | 5. а) $B + P = E$ | 6. а) $E + П = E$ |
| б) $РГ + РГ = ЖК$ | б) $O + Z = W$ | б) $ЖК + РГ = ЖК$ |
| в) $? + ? = \dots$
(!, ?) | в) $ДЛ + МН = \dots$
(ДЛ, МН, РУ) | в) $O + Y = \dots$
(Y, O, Ы) |
| 7. а) $K + Л = Л$ | 8. а) $4 + 4 = 8$ | 9. а) $A + E = 5$ |
| б) $НО + ТУ = ТУ$ | б) $C + C = M$ | б) $E + Ч = H$ |
| в) $тон + дон = \dots$
(тон, дон, рос) | в) $ТУ + ТУ = \dots$
(ТУ, НА,) | в) $ПМ + РИ = \dots$
(ПМ, СТ, РИ) |

Этот вариант задания состоит из девяти заданий задач по три примера на сложение в каждом, решение которых требует выполнение содержательного анализа. Затем, после правильно решения всех задач, учащимся предлагается классифицировать задачи по главному, с их точки зрения, признаку. Последнее

обстоятельство позволяет установить наличие или отсутствие рефлексии при решении.

Уровень развития математической рефлексии определяется по 17-балльной шкале.

- Если ученик правильно решает предложенную задачу – 1 балл.
- Если ученик видит принцип классификации задач, за каждую группу –

2 балла.

4-8 баллов – ниже среднего (эмпирический уровень).

9-13 баллов – средний (доаналитический уровень).

14-17 баллов – высокий (аналитический уровень).

2.2 Определение начального уровня сформированности математического мышления у третьеклассников

Констатирующий этап работы был проведен с целью получения исходного материала, который помог построить программу педагогических действий.

В данном исследовании участвовали учащиеся 3 класса МАОУ «Гимназия №47».

Для проведения диагностики учащимся предложены задания из методик исследования содержательного анализа «Единицы», «Сложение», «Четные числа».

Методика «Единицы».

Задание: не меняя расположения чисел в ряду, расставить между ними скобки и знаки арифметических действий так, чтобы в результате в каждом ряду получилось по единице:

1) $1\ 2\ 3 = 1$

2) $1\ 2\ 3\ 4 = 1$ и т.д. (см. Приложение 2)

Методика «Сложение».

Задание: представить число в виде суммы разных чисел.

$3 = \dots + \dots$

$6 = \dots + \dots + \dots$ и т.д. (см. Приложение 2)

Методика «Четные числа».

Задание: необходимо число 6 в виде суммы двух разных чисел, число 12 в виде суммы трех разных четных чисел и т.д.

$6 = \dots + \dots$

$12 = \dots + \dots + \dots$ и т.д. (см. Приложение 2)

Анализ особенностей выполнения заданий на выявление уровня сформированности содержательного анализа показывает, что при выполнении заданий «Единицы», «Сложение», «Четные числа» испытуемых можно разделить на две группы: 1) доминирует формальное расчленение и происходит попеременное взаимное вытеснение содержательного анализа и формального расчленения; 2) действие анализа отсутствует полностью.

Данные, полученные в исследовании, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях сформированности содержательного анализа (в процентах)

Методика	«Единицы»				«Сложение»			«Четные числа»		
	Н	НС	С	В	НС	С	В	НС	С	В
Показатель уровня										
Группа испытуемых	12%	20%	52%	16%	8%	68%	24%	16%	64%	20%

Показатель уровня:

Н – низкий,

НС – ниже среднего,

С – средний,

В – высокий.

Анализ индивидуальных данных показывает, что испытуемые могут проявлять разные уровни математического развития при выполнении заданий из

разных методик. Данные приведены в таблице 2. Уровень развития математического мышления определяется по 12-бальной шкале:

9-12 баллов – высокий (аналитический уровень (А.У.))

6-8 баллов – средний (доаналитический уровень (ДА.У.))

3-5 баллов ниже среднего (эмпирический уровень (Э.У.))

Таблица 2

Показатели количества баллов, набранных при выполнении заданий, для определения уровня сформированности содержательного анализа по трем методикам

Испытуемый	Методика «Единицы»	Уровень	Методика «Сложение»	Уровень	Методика «Четные числа»	Уровень
1	3 балла	Э.У.	6 баллов	Д.У.	5 баллов	Э.У.
2	10 баллов	А.У.	12 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.
3	6 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
4	2 балла	ДЭ.У.	3 балла	Э.У.	3 балла	Э.У.
5	8 баллов	Д.У.	9 баллов	А.У.	10 баллов	А.У.
6	5 баллов	Э.У.	6 баллов	Д.У.	6 баллов	Д.У.
7	6 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
8	1 балл	ДЭ.У.	6 баллов	Д.У.	5 баллов	Э.У.
9	7 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.
10	9 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.	10 баллов	А.У.
11	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.
12	4 балла	Э.У.	6 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
13	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
14	11 баллов	А.У.	12 баллов	А.У.	12 баллов	А.У.
15	7 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.
16	8 баллов	Д.У.	10 баллов	А.У.	8 баллов	Д.У.
17	5 баллов	Э.У.	7 баллов	Д.У.	6 баллов	Д.У.
18	6 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.	6 баллов	Д.У.
19	11 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.

Продолжение таблицы 2

20	6 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
21	4 балла	Э.У.	6 баллов	Д.У.	6 баллов	Д.У.
22	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.
23	7 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.
24	7 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
25	2 балла	ДЭ.У.	4 балла	Э.У.	4 балла	Э.У.

Представим результаты исследования в виде диаграммы Рис.1 (см. Приложение 1)

Так же использовались задания из методик исследования планирования:

«Арифметические задачи» Зака А.З.

Задание: решить задачи.

1. Ребята прыгали в длину. Гриша прыгнул 83 см дальше, чем Витя. Вова прыгнул на 4 см ближе Вити, который, как и Боря прыгнул на 6 м 21 см. Узнайте, кто из ребят прыгнул дальше всех?

2. На одной планете девочки обладали способностью считать снежинки. Однажды в снегопад они произвели подсчет, и оказалось, что Маша заметила на $(84 : 12 + 24 * 3 + 20900)$ снежинок меньше, чем Оля. А Галя заметила на $(408 + 97 * 100 - 15 : 3 + 3990)$ снежинок больше, чем Рита. У кого из девочек замеченное число снежинок оказалось больше?

«Кто старше?» Амонова Н.А.

1. Наташа моложе Иры на 2 года 6 месяцев и старше Тани на 2 года 6 месяцев. На сколько лет самая старшая сестра старше самой младшей сестры?

2. Света старше Тани на 2 года 6 месяцев и моложе Зины на 2 года 6 месяцев. Если, Рая моложе Тани на 2 года 6 месяцев и старше Нади на 2 года 6 месяцев, то, на сколько лет самая старшая сестра старше самой младшей сестры?

Анализируя решение задач на выявление уровня планирования учащихся можно разделить на три группы: учащиеся, не сумевшие решить предложенное задание, учащиеся, планирующие мыслительные действия и подкрепляющие их

подсчетами при выполнении задания. Уровень развития математического планирования при решении учащиеся, не планирующие мыслительных действий, а сразу переходящих к вычислениям.

Данные приведены в таблице 3.

Таблица 3

Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях планирования (в процентах)

Методика	«Арифметические задачи»			«Кто старше?»	
Показатель уровня	ниже средн	средн	высок	ниже средн	средн
Группа испытуемых	28%	60%	12%	32%	68%

Уровень планирования при решении математических задач по методике Зака А.З. определяется по 6-бальной шкале:

1-2 балла – ниже среднего (эмпирический уровень).

3-4 балла – средний (доаналитический уровень).

5-6 баллов – высокий (аналитический уровень).

Уровень развития планирования по методике Амонова Н.А. «Кто старше?» определяется по 4-бальной шкале.

1-2 балла – ниже среднего (эмпирический уровень).

3-4 балла – высокий (аналитический уровень).

Таблица 4

Показатели количества баллов, набранных при выполнении заданий методик исследования планирования по двум методикам.

Испытуемый	Методика «Арифметические задачи»	Уровень	Методика «Кто старше?»	Уровень
1	1 балл	Э.У.	1 балл	Э.У.
2	6 баллов	А.У.	4 балла	А.У.

Продолжение таблицы 4

3	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
4	2 балла	Э.У.	1 балл	Э.У.
5	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
6	3 балла	Д.У.	2 балла	Э.У.
7	4 балла	Д.У.	4 балла	А.У.
8	1 балла	Э.У.	1 балл	Э.У.
9	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
10	4 балла	Д.У.	4 балла	А.У.
11	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
12	2 балла	Э.У.	1 балл	Э.У.
13	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
14	5 баллов	А.У.	4 балла	А.У.
15	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
16	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
17	2 балла	Э.У.	2 балла	Э.У.
18	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
19	5 баллов	А.У.	4 балла	А.У.
20	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
21	2 балла	Э.У.	1 балл	Э.У.
22	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
23	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
24	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
25	1 балл	Э.У.	1 балл	Э.У.

Представим результаты исследования в виде диаграммы Рис. 2 (см. Приложение 1)

Задания из методики для исследования математической рефлексии:

«Девять задач» Максимов Л.К.

Задание: решить задачи; классифицировать их по существенным признакам в самостоятельные группы.

1. а) $5 + 0 = 5$

2. а) $4 + 3 = 7$

3. а) $0 + 8 = 8$

б) $H + П = H$

б) $B + K = Ш$

б) $Д + М = М$

в) $СТ + ВГ = \dots$

в) $ДЛ + НА = \dots$

в) $ЛИ + НА = \dots$

(СТ, ВГ, РТ)

(ДЛ, ТИ, МА)

(ЛИ, НА, РА)

и т.д. (см. Приложение 2)

Выявление сформированности рефлексии по способу осуществления классификации задач было проведено по методике «Девять задач». Испытуемым необходимо было решить задачи, классифицировать их по существенным признакам в самостоятельные группы. Анализ выполнения задания показал, что группа учащихся не справилась с заданием и произвели решение некоторых задач, но не умеют классифицировать в группы по существенным признакам.

Данные приведены в таблице 5.

Таблица 5

Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях сформированности математической рефлексии (в процентах)

Методика	«Девять задач»	
	низк	ниже средн
Показатель уровня		
Группа испытуемых	36%	64%

Уровень развития математической рефлексии определяется по 17-бальной шкале.

4-8 баллов – ниже среднего (эмпирический уровень).

9-13 баллов – средний (доаналитический уровень).

14-17 баллов – высокий (аналитический уровень).

Таблица 6

Индивидуальные показатели количества баллов, набранных при выполнении задания, по определению уровня сформированности математической рефлексии по методике «Девять задач»

Испытуемый	Методика «Девять задач»	Уровни
1	3 балла	ДЭ.У.
2	7 баллов	Э.У.
3	8 баллов	Э.У.
4	3 балла	ДЭ.У.
5	5 баллов	Э.У.
6	5 баллов	Э.У.
7	6 баллов	Э.У.
8	2 балла	ДЭ.У.
9	5 баллов	Э.У.
10	7 баллов	Э.У.
11	8 баллов	Э.У.
12	2 балла	ДЭ.У.
13	6 баллов	Э.У.
14	8 баллов	Э.У.
15	4 баллов	Э.У.
16	7 баллов	Э.У.
17	3 балла	ДЭ.У.
18	6 баллов	Э.У.
19	8 баллов	Э.У.
20	3 балла	ДЭ.У.
21	2 балла	ДЭ.У.
22	6 баллов	Э.У.
23	3 балла	ДЭ.У.
24	8 баллов	Э.У.
25	2 балла	ДЭ.У.

Представим в виде диаграммы результаты исследования Рис. 3 (см. Приложение 1)

Проанализировав работы третьеклассников, мы пришли к выводу, что в классе большинство детей, при выполнении заданий, нуждается в помощи учителя, а некоторые третьеклассники не могут справиться с предложенными упражнениями.

Переходя к формирующему этапу работы необходимо учесть результаты проведенных исследований.

2.3 Условия развития математического мышления у младших школьников на уроках математики

«Основной характеристикой формирующего эксперимента является не простое констатирование особенностей тех или иных эмпирических форм психики, а их активное моделирование и воспроизведение в особых условиях, что позволяет раскрыть их сущность» [12, с.4].

В нашей работе формирующий эксперимент заключается в том, чтобы повлиять на переход функционирования с более низкого уровня математического развития на более высокий.

Таким образом, перед нами не стоит задача сформировать у испытуемых некоторую способность. *Цель нашей работы – выделить условия, необходимые для функционирования данного психологического образования на некотором уровне.*

Одним из важных условий работы учителя является способность использовать разнообразные приемы конструирования ситуации успешного обучения детей.

Ситуацию успеха для ученика можно создавать на различных уроках, моделируя ситуации выбора, используя карточки с дифференцированными заданиями, творческие работы и т.д.

Получают удовольствие сильные и слабые обучающиеся, предлагая ситуацию выбора на уроке, решая самостоятельную работу. Задания разной степени трудности предполагаются при изучении тем: умножение и деление многозначных чисел. Например, для того, чтобы проверить сформированность умений выполнения деления на трехзначное число можно предложить три варианта заданий. 1 вариант – самый трудный, 2 – менее сложный, 3 – самый легкий. Каждый ученик может выбирать для себя наиболее оптимальный вариант. Работа оценивается одинаково. Оценка не зависит от того, какой вариант был выбран учеником. Ниже приведен пример подобных заданий.

1 вариант.	2 вариант.	3 вариант.
231693 : 231	12492 : 347	11455 : 145
643926 : 214	92876 : 217	14378 : 182
585040 : 284	56224 : 112	11232 : 156

Составляя контрольные работы по математике, также важно разработать несколько вариантов заданий разного уровня трудности. Тем, кто сталкивается с затруднениями в выполнении заданий, в помощь даются карточки консультанты с планом решения задач или их краткими записями.

Ниже приведены примеры заданий с карточками-консультантами.

Задание. С овощной базы в три магазина отправили фрукты. В первый магазин – 60 ящиков с фруктами, во второй – на 20 ящиков меньше, чем в первый, в третий – в 2 раза больше, чем во второй магазин. Сколько всего ящиков с фруктами отправили в три магазина?

Образцы карточек-консультантов:

1 карточка.

1 м. – 60 ящ.

2 м. – ?, на 20 ящ. меньше, чем в 1 м.

3 м. – ?, в 2 раза больше, чем во 2 м.

2 карточка.

1. Сколько ящиков с фруктами отправили во второй магазин?

2. Сколько ящиков с фруктами отправили в третий магазин?

3. Сколько ящиков с фруктами отправили в первый, второй и третий магазины вместе?

Решающим условием для развития математического мышления является систематическое и последовательное введение в учебный материал теоретических знаний, подлинных понятий вместо эмпирических знаний, общих представлений о познаваемых объектах. Усвоение теоретических знаний и общих способов действий, которые опираются на них, влечет за собой организацию особой учебной деятельности, специфической чертой которой является выяснение самими учениками под руководством учителя условий происхождения и возникновения понятий.

Усваивая теоретические знания в специальных созданных условиях учебной деятельности, ученики получают возможность мыслить содержательно, понимая суть дела, то есть приобретая теоретическое отношение к действительности.

Хотелось бы остановиться на примерах при изучении темы «Единицы длины».

В третьем классе дети продолжают знакомство с единицами измерения длины и соотношения между ними. Если раньше они узнали четыре таких единицы см., дм., м., км. и установили между ними отношения, то в третьем классе в процессе решения упражнений происходит знакомство с миллиметром, как единицей измерения длины маленьких размеров, и квадратным дециметром, единицей измерения площади. В этом случае необходимо, чтобы дети установили соотношения между мм. и см., мм. и дм., дм. и м. и т.д.

Изучение материала по измерению площади строится по тому же принципу, что и при изучении измерения длины отрезка. В процессе освоения каждой темы выделяются этапы:

✓ Сравнение объектов по величине с помощью практических действий, не связанных с измерениями (установление соотношения между объектами на глаз, сравнение наложением ит.д.);

✓ Столкновение с ситуациями, когда сравнение непосредственными действиями затруднено, введение и использование для сравнения объектов произвольно выбранных мерок;

✓ Знакомство с общепринятыми для измерения данных объектов мерками, измерение объектов с их помощью, использование измерительных приборов там, где это необходимо;

Работа с геометрическим материалом на уроках имеет большое значение для развития математического мышления у детей младшего школьного возраста.

На уроках математики дети постоянно сталкиваются с различными геометрическими фигурами. Большое их разнообразие объясняется не стремлением нагрузить сознание и память учащихся, а стремлением сформировать целостную систему признаков, которая позволит для каждого нового объекта найти надлежащее ему место в этой системе.

Необходимо включать в уроки математики задачи на развитие теоретического типа мышления.

Например, ряд задач объективно одного класса, то есть построенных на основе единого для всех задач исходного отношения объектов в их условиях.

Задачи «буквы – цифры», которые необходимо решать в предметно-действенной форме.

Задание: разложить карточки с цифрами, так же, как размещены карточки с буквами.

Н	Н	()
---	---	----

Карточки: 5, (), 5.

--	--	--

Далее можно предложить решение таких задач:

За один ход расставить карточки с буквами так же, как расставлены цифры на образце: (Г), (Г), () расставить так же, как (), (7), (7). При этом напомнить, что

в свободную клетку можно перемещать любую карточку, то есть, расположенную как в соседней клетке, так и через одну.

После решения таких задач предлагаем для решения следующие задачи:

- Расставить карточки с буквами (С), (С), (Т), () так, чтобы одинаковые буквы занимали такие же места, как одинаковые цифры (), (2), (4), (4) за три хода.
- Расставить карточки с буквами (), (Р), (М), (М) так, чтобы одинаковые буквы занимали такие же места, как одинаковые цифры (1), (1), (3), () за три хода.
- Расставить карточки с буквами (П), (П), (П), (К), () так, чтобы одинаковые буквы занимали такие же места, как одинаковые цифры (), (7), (8), (8), (8) за три хода.
- Расставить карточки с буквами (), (Н), (Д), (Д), (Д) так, чтобы одинаковые буквы занимали такие же места, как одинаковые цифры (6), (6), (6), (5), () за три хода.
- Расставить карточки с буквами (В), (В), (В), (В), (Л), () так, чтобы одинаковые буквы занимали такие же места, как одинаковые цифры (), (5), (9), (9), (9), (9) за три хода.
- Расставить карточки с буквами (), (Б), (Ш), (Ш), (Ш), (Ш) так, чтобы одинаковые буквы занимали такие же места, как одинаковые цифры (4), (4), (4), (4), (7), () за три хода.

При решении задач в наглядно-образной форме у детей происходит переход от эмпирической ориентации к теоретической. Итак, мы считаем, что необходимо систематически включать при планировании уроков математики такой вид деятельность – как решение задач, способствующих развитию теоретического типа математического мышления.

Следующим условием, необходимым для успешного развития школьников, является осознанное применение младшими школьниками в процессе обучения мыслительных операций: анализ, синтез, сравнение, обобщение.

Рассмотрим это условие на примере обучения детей младшего школьного возраста приему классификации. Для выполнения этого приема надо владеть навыками выделения разных признаков объектов, сравнения по этим признакам,

обобщения. Следовательно, на этапе подготовки приему классификации важно включать следующие виды упражнений:

1. Задания, в которых требуется дать название группе объектов, выделив их общее свойство.

2. Задания, в которых по названию группы нужно подобрать объекты, в нее входящие.

3. Задания, в которых нужно найти и добавить несколько объектов, подходящих для данной группы.

4. Задания, в которых требуется определить объект, не подходящий в данную группу («лишний»).

В каждом из этих видов заданий классификация может происходить за счет изменения самых объектов, увеличения числа объектов в группе, появления нескольких вариантов решения. Также в заданиях можно использовать реальные предметы, геометрические фигуры и их модели, знаково-символические объекты (числа, ряды чисел, выражения и другое).

Приведем примеры некоторых заданий, расположив их по степени усложнения.

Задания первого вида:

1. Как назвать одним словом ромашку, колокольчик, василек?

2. Запиши числа от 5 до 14. Подчеркни первые пять записанных чисел.

Объясни, какие числа подчеркнул, не называя их.

3. Какую надпись ты сделаешь на коробочке, в которой лежат фигуры, изображенные на рисунках 1, 2, 3.



Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3

Задания второго вида, обратные по отношению к заданиям первого вида:

1. Выложи на парту картинки с изображением цветов (животных, школьных принадлежностей и т.д.).

2. Положи в ряд 3 круга (фигуры синего цвета, геометрические фигуры).

3. Запиши все числа, большие 4, но меньшие 10 (или однозначные числа, большие 4).

Задания третьего вида:

1. На полочке стоят игрушки: зайчик, белочка, медвежонок. Какая игрушка больше подходит к ним: пингвин или лисичка? Почему?

2. Добавь фигуру, подходящую к изображенной на рис. 1 (рис. 2, рис. 3), группе фигур.

3. Дополни несколько примеров так, чтобы они были похожи: $5+1$, $9+1$, $7+1$, $4+1$.

Задания четвертого вида:

1. Найди, кто заблудился и пришел из другой сказки: дед, Колобок, зайчик, баба, мышка, лисичка, волк.

2. Какая величина «лишняя» в данном ряду: 25 дм, 17 м, 6 л, 3 см.

Во время знакомства обучающихся я с приемом классификации важно строить работу так, чтобы обратить внимание на важные условия, которые должны учесть при разбиении множества на попарно непересекающиеся подмножества или классы: во-первых, любые два подмножества не должны пересекаться, во-вторых, объединяя все подмножества, должны получить данное множество, в-третьих, все подмножества непустые.

На данном этапе обучения можно использовать разные виды упражнений:

1. Задания на определение, по какому основанию объекты уже разбиты на группы.

2. Задания на разбиение на группы по заданному учителем основанию.

3. Задания на нахождение основания и разбиение на группы.

4. Комбинированные задания, состоящие из заданий нескольких видов.

Усложнение заданий может происходить за счет изменения объектов, увеличения числа групп, появления нескольких возможных вариантов разбиения.

Приведем примеры некоторых заданий, разложив их по степени усложнения.

Задания первого вида:

1. Мальчик разложил свои игрушки в две коробки. В одну он положил самолет, паровоз, машинки, кубики, а в другую – медвежонка, собачку, обезьянку и солдатиков. Объясни, почему он так разделил игрушки.

2. Определи, по какому признаку числа разделили на группы:

а) 5, 9, 6, 1 и 12, 95, 42, 60;

б) 22, 66, 44, 77 и 56, 39, 28, 73;

в) 15, 65, 45, 85 и 27, 57, 97, 47;

г) 62, 35, 80, 17, 44 и 34, 70, 61, 52 и 33, 24, 60, 51.

Задания второго вида:

1. Карточки со словами: слагаемое, минус, вычитаемое, плюс, уменьшить, сумма, разность, уменьшаемое, увеличить, расставить так: в первый столбик – слева, относящиеся к действию сложения, во второй – к действию вычитания.

2. Запиши примеры в три столбика так, чтобы в каждом были примеры с одинаковыми ответами: 7×8 , $24 : 4$, $97 - 13$, $28 - 22$, 14×6 , $100 - 44$, 1×6 , $23 + 33$, $168 : 2$.

Задания третьего вида:

1. Раздели на две группы:

а) 5 м, 30 см, 12 кг, 84 дм, 6 г.

(Можно разделить на две группы: числа, выражающие результат измерения длины и массы).

б) $1 + 7$, $4 + 5$, $5 + 3$, $7 + 2$, $2 + 6$, $3 + 6$.

(Можно разделить на две группы, выделив: во-первых, примеры с одинаковыми ответами; во-вторых, одинаковые примеры по структуре (примеры, в которых к большему прибавляют меньшее число и наоборот).

Задания четвертого вида:

1. Один ученик числа 3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 20 расположил в две группы так: числа, делящиеся на 3 (3, 6, 9, 12), и числа, делящиеся на 5 (5, 10, 15, 20). Правильно ли он сделал? Как бы ты предложил разделить эти числа на группы? Убрав какое число из условия, можно было бы расположить числа по группам так, как предлагает этот ученик?

(Ученик сделал неправильно, так как число 15 попадает и в первую, и во вторую группу. Следовательно, исключив его из условия, можно оставить предложенные учеником названия групп. Если рассматривать все числа данного задания, то их можно разделить, во-первых, на числа, делящиеся на три и не делящиеся на пять, во-вторых, на четные и нечетные, в-третьих, на однозначные и двузначные).

2. Какой ряд чисел отличается от других? Как его изменить, чтобы можно было выделить две группы по два ряда в каждой?

а) 2, 4, 6, 8, 10

в) 11, 9, 7, 5, 3

б) 1, 4, 7, 10, 13

г) 0, 3, 6, 9, 12

Ряд «в» отличается от других тем, что числа идут в порядке убывания. Если числа записать в порядке возрастания, то ряды чисел можно разделить на группы по тому, на сколько единиц увеличиваются числа.

3. По какому основанию эти уравнения можно разделить только на две группы?

$$X + 7 = 30$$

$$34 - Y = 11$$

$$12 + A = 45$$

$$B - 9 = 24$$

$$50 - X = 11$$

$$Y - 15 = 8$$

Реши уравнения и скажи, по какому еще основанию можно было разделить эти уравнения на две группы. Составь по одному уравнению, подходящему в каждую группу, выбрав любой способ деления этих уравнений на группы.

Можно использовать такие задания на классификацию для закрепления знаний, умений и навыков учащихся, а в некоторых случаях и для ознакомления с новым материалом.

Одним из важнейших положений используемых учителем, является введение в образовательный процесс элементов проблемного обучения.

Последовательность заданий строится так, что ученики должны прийти к новому знанию в результате самостоятельной практической деятельности – наблюдения, сравнения, анализа, обобщения. Затем начинается коллективное обсуждение вариантов выполнения заданий.

Одно из важных условий развития математического мышления это – развитие речи учащихся. От успешного решения этой задачи зависит формирование у учащихся умений объяснять учебный материал, а в конечном итоге зависит развитие математических способностей.

В работе по развитию речи есть требования – содержательность, логичность, последовательность, ясность и точность.

Работа над звуковой стороной речи формирует правильное произношение и выразительное чтение математических терминов и выразительное чтение любого предложенного задания.

Предлагаются такие задания:

1. Прочитайте слова, соблюдая ударения: километр, миллиметр, выражение, вычислить, сложить, наименование и т.д.

2. Прочитайте: прибавить к числу 95, вычесть из числа 89, к числу 139 прибавить 234 и т.д.

Словарная работа на уроках математики сводится к пониманию и умению объяснять значение математических терминов, усвоению их правильного написания и формированию умений составлять содержательное связное высказывание. С этой целью полезно предлагать следующие упражнения:

1. Объясните значение слов и выражений: уменьшаемое, сложение, разрядное число и т.д.

2. Запишите слова, вставив пропущенные буквы: нум...рация, выч...таемое, ед...ница, кил...грамм и т.д.

3. Прочитайте предложения, вставив пропущенные слова: От ... слагаемых ... не изменится; Чтобы к числу прибавить сумму, можно к числу прибавить ...слагаемое, а потом к полученному результату ... второе слагаемое и т.д.

Для развития связной математической речи в 3 классе полезны упражнения следующего вида:

1. Составьте текст, используя набор карточек со словами: чтобы, на, произведение, двух чисел, это, умножить, число, на, множитель, можно, умножить, первый, число, на второй, число, и, полученное, умножить, множитель;

2. Прочитайте данные предложения в таком порядке, чтобы получилось связное объяснение:

Значит, $48 : 4 = 12$. Это число 12. Разделить 48 на 4 значит найти число, которое при умножении на 4 дает 48.

3. Закончите объяснение «Чтобы разделить число 12 на произведение 3×2 , можно 12 разделить на 3 и...»

Развитие математической речи – работа трудная и кропотливая, так как здесь приходится много заниматься с каждым учеником индивидуально.

Итак, процесс развития математического мышления у младших школьников будет эффективнее, если будут реализованы следующие условия:

1) Создание ситуаций успеха для учащихся в процессе усвоения математического материала.

2) Осознанное применение младшими школьниками в процессе обучения мыслительных операций: анализ, синтез, сравнение, обобщение и другое.

3) Целенаправленное формирование мышления теоретического типа у детей младшего школьного возраста.

4) Создание проблемных ситуаций на уроках математики.

5) Целенаправленная работа по развитию математической речи учащихся.

2.4 Проверка уровня сформированности математического мышления у младших школьников

Контрольный этап работы был проведен на базе МАОУ «Гимназия №47».

Целью которого, было выявить и сравнить уровень сформированности математического мышления на момент окончания начальной школы. И сделать соответствующие выводы о влиянии проделанной работы на развитие мыслительных процессов младших школьников.

Для исследования содержательного анализа использовались методики «Единицы», «Сложение», «Четные числа».

В этих методиках предлагается система задач, построенных по некоторому общему принципу, а испытуемый после решения одной – двух первых задач находит принцип их решения и применяет его при решении последующих задач, что и является признаком содержательного анализа. Если испытуемому не удастся обнаружить этот принцип, то можно утверждать о проявлении эмпирического подхода к решению задач.

Методика «Единицы».

К подобным методикам относится методика «Единицы».

В методике предлагаются ряды натуральных чисел, начиная с единицы и требуется, не меняя их расположения в ряду, расставить между ними скобки и знаки арифметических действий так, чтобы в результате в каждом ряду получилось по единице:

1. $1\ 2\ 3 = 1$

2. $1\ 2\ 3\ 4 = 1$ и т.д. (см. Приложение 2)

3. Методика «Сложение»: необходимо представить число 3 в виде суммы двух разных чисел, число 6 в виде суммы трех разных чисел и т.д.

$$3 = \dots + \dots$$

$$6 = \dots + \dots + \dots \text{ и т.д. (см. Приложение 2)}$$

Методика «Четные числа»: необходимо число 6 представить в виде суммы двух разных четных чисел, число 12 в виде суммы трех разных чисел и т.д.

$$6 = \dots + \dots$$

$$12 = \dots + \dots + \dots \text{ и т.д. (см. Приложение 2)}$$

Уровень развития математического мышления определяется по 12-бальной шкале:

12 баллов – высокий (аналитический уровень)

6-8 баллов – средний (доаналитический уровень).

3-5 баллов – ниже среднего (эмпирический уровень).

Если при выполнении задания испытуемый видит принципы построения примеров, то его ответы оцениваются в 2 балла.

Если ученик не видит принципа построения примеров, но примеры составляет верно, то 1 балл.

Таблица 7

Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях сформированности содержательного анализа (в процентах)

Методика	«Единицы»				«Сложение»			«Четные числа»		
	Н	НС	С	В	НС	С	В	НС	С	В
Показатель уровня										
Группа испытуемых	0%	28%	44%	28%	0%	56%	44%	4%	68%	28%

Показатель уровня:

Н – низкий,

НС – ниже среднего,

С – средний,

В – высокий.

Представим результаты исследования в виде диаграммы Рис. 4 (см. Приложение 1)

Проанализировав данные диаграммы, можно сделать вывод о том, что у обучающихся в большей степени развито умение производить содержательный анализ.

При проведении констатирующего этапа обучающиеся поделились на четыре группы: с низким, ниже среднего, средним и высоким уровнем развития содержательного анализа. Во время контрольного этапа обучающиеся поделились на три группы: со средним, ниже среднего и высоким уровнем развития мышления.

Например испытуемые № 4, 8, 25 во время констатирующего этапа не видели связи между примерами, и выполняли задания с помощью учителя. Во время же контрольного этапа эти учащиеся выполняли задание самостоятельно, хотя не сумели установить связь между парами примеров. Вторая группа обучающихся, например, испытуемые № 1, 6, 21 во время констатирующего этапа решали примеры, но не устанавливали между ними связей. При проведении контрольного этапа, решая первые 3 – 4 примера устанавливали связь между ними, а затем решая остальные пример, не придерживались этой связи.

Анализ индивидуальных данных математического развития при выполнении заданий из разных методик. Данные приведены в таблице 8. Уровень развития математического мышления определяется по 12-бальной шкале;

9-12 баллов – высокий (аналитический уровень (А.У.))

6-8 баллов – средний (доаналитический уровень(Д.У.)).

3-5 баллов – ниже среднего (эмпирический уровень(Э.У.)).

Таблица 8

Показатели количества баллов, набранных при выполнении заданий, для определения уровня сформированности содержательного анализа по трем методикам

Испытуемый	Методика «Единицы»	Уровень	Методика «Сложение»	Уровень	Методика «Четные числа»	Уровень
1	4 балла	Э.У.	7 баллов	Д.У.	5 баллов	Э.У.
2	9 баллов	А.У.	12 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.
3	8 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
4	3 балла	ДЭ.У.	6 баллов	Д.У.	6 баллов	Э.У.
5	7 баллов	Д.У.	10 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.
6	3 балла	Э.У.	7 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
7	6 баллов	Д.У.	9 баллов	А.У.	8 баллов	Д.У.
8	5 баллов	Э.У.	8 баллов	Д.У.	7 баллов	Э.У.

9	7 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.
10	10 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.
11	9 баллов	А.У.	10 баллов	А.У.	8 баллов	Д.У.
12	6 баллов	Д.У.	6 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
13	9 баллов	А.У.	8 баллов	Д.У.	9 баллов	А.У.
14	12 баллов	А.У.	12 баллов	А.У.	12 баллов	А.У.
15	7 баллов	Д.У.	9 баллов	А.У.	8 баллов	Д.У.
16	9 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.	9 баллов	А.У.
17	5 баллов	Э.У.	9 баллов	А.У.	6 баллов	Д.У.
18	8 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.	6 баллов	Д.У.
19	11 баллов	А.У.	11 баллов	А.У.	12 баллов	А.У.
20	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
21	5 баллов	Э.У.	8 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.
22	8 баллов	Д.У.	9 баллов	А.У.	8 баллов	Д.У.
23	7 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	9 баллов	А.У.
24	7 баллов	Д.У.	8 баллов	Д.У.	7 баллов	Д.У.
25	4 балла	Э.У.	7 баллов	Д.У.	6 баллов	Д.У.

Для исследования уровня сформированности планирования детям были предложены задачи. «Арифметические задачи» (Зак А.З.) (см. Приложение 1)

Уровень развития математического планирования определяется по 6-бальной шкале.

- Если при решении задач ученик сумел спланировать свои мыслительные действия, не прибегая к вычислениям, то за правильно решенную задачу – 3 балла.

- Если при решении задачи ученик планировал мыслительные действия, но подкреплял их подсчетами – 2 балла.

- Если ученик при решении задачи не планировал мыслительных действий, а сразу переходил к вычислениям – 1 балл.

1-2 балла – ниже среднего (эмпирический уровень).

3-4 балла – средний (доаналитический уровень).

5-6 баллов – высокий (аналитический уровень).

«Кто старше?» Амонов Н.А. (см. «Приложение № 1»).

Уровень развития планирования определяется по 4-бальной шкале.

- Если при решении задач ученик видит принцип их построения, то ответ оценивается в 2 балла.

- Если ученик не видит принципа построения задач, но решает их верно – 1 балл.

2 балла – ниже среднего (эмпирический уровень).

4 балла – высокий (аналитический уровень).

Данные приведены в таблице 9.

Таблица 9

Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях планирования (в процентах)

Методика	«Арифметические задачи»			«Кто старше?»	
	ниже средн	средн	высок	ниже средн	высок
Группа испытуемых	12%	64%	24%	16%	84%

Уровень планирования при решении математических задач по методике Зака А.З. определяется по 6-бальной шкале:

1-2 балла – ниже среднего (эмпирический уровень).

3-4 балла – средний (доаналитический уровень).

5-6 баллов – высокий (аналитический уровень).

Уровень развития планирования по методике Амонова Н.А. «Кто старше?» определяется по 4-бальной шкале.

1-2 балла – ниже среднего (эмпирический уровень).

3-4 балла – высокий (аналитический уровень).

Таблица 10

Индивидуальные показатели количества баллов, набранных при выполнении заданий методик исследования планирования по двум методикам

Испытуемый	Методика «Арифметические задачи»	Уровень	Методика «Кто старше?»	Уровень
1	2 балла	Э.У.	2 балла	Э.У.
2	6 баллов	А.У.	4 балла	А.У.
3	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
4	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
5	5 баллов	А.У.	4 балла	А.У.
6	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
7	4 балла	Д.У.	4 балла	А.У.
8	2 балла	Э.У.	3 балла	А.У.
9	4 балла	Д.У.	4 балла	А.У.
10	4 балла	Д.У.	4 балла	А.У.
11	5 баллов	А.У.	3 балла	А.У.
12	3 балла	Д.У.	2 балла	Э.У.
13	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
14	5 баллов	А.У.	4 балла	А.У.
15	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
16	5 баллов	А.У.	3 балла	А.У.
17	3 балла	Д.У.	3 балла	Э.У.
18	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
19	5 баллов	А.У.	4 балла	А.У.
20	3 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
21	3 балла	Д.У.	2 балла	Э.У.
22	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
23	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
24	4 балла	Д.У.	3 балла	А.У.
25	2 балла	Э.У.	2 балла	Э.У.

Представим в виде диаграмм результаты исследования Рис. 5 (см. Приложение 1)

Проанализировав данные диаграммы, можно сделать вывод о том, что к концу 3 класса у обучающихся возросло умение планировать.

При определении уровня сформированности во время констатирующего этапа учащиеся поделились на три группы:

- обучающиеся, не сумевшие выполнить задание;
- обучающиеся, решившие одну задачу с помощью вычислений;
- обучающиеся, которые выполнили задания, не устанавливая связи между ними.

Во время контрольного этапа третьеклассники разделились так же на три группы, но показатели эмпирического уровня понизились, а аналитического уровня – возросли.

Для исследования уровня сформированности математической рефлексии у младших школьников была использована методика «Девять задач» Максимова Л.К.

Задание: решить задачи; классифицировать их по существенным признакам в самостоятельные группы.

1. а) $5 + 0 = 5$

2. а) $4 + 3 = 7$

3. а) $0 + 8 = 8$

б) $H + П = H$

б) $B + K = Ш$

б) $Д + М = М$

в) $СТ + ВГ = \dots$

в) $ДЛ + НА = \dots$

в) $ЛИ + НА = \dots$

(СТ, ВГ, РТ)

(ДЛ, ТИ, МА)

(ЛИ, НА, РА)

и т. д (см. Приложение 1).

Уровень развития математической рефлексии определяется по 17-бальной шкале.

4-8 баллов – ниже среднего (эмпирический уровень).

9-13 баллов – средний (доаналитический уровень).

14-17 баллов – высокий (аналитический уровень).

- Если ученик правильно решает предложенную задачу – 1 балл.

- Если ученик видит принцип классификации задач, за каждую группу – 2 балла.

Таблица 11

Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях сформированности математической рефлексии (в процентах)

Методика	«Девять задач»	
	ниже средн	средн
Показатель уровня		
Группа испытуемых	52%	48%

Уровень развития математической рефлексии определяется по 17-бальной шкале.

4-8 баллов – ниже среднего (эмпирический уровень).

9-13 баллов – средний (доаналитический уровень).

14-17 баллов – высокий (аналитический уровень).

Таблица 12

Индивидуальные показатели количества баллов, набранных при выполнении задания, по определению уровня сформированности математической рефлексии по методике «Девять задач»

Испытуемый	Методика «Девять задач»	Уровни
1	7 баллов	Э.У.
2	9 баллов	Д.У.
3	11 баллов	Д.У.
4	8 баллов	Э.У.
5	8 баллов	Э.У.
6	9 баллов	Д.У.
7	11 баллов	Д.У.
8	7 баллов	Э.У.
9	8 баллов	Э.У.
10	12 баллов	Д.У.

11	10 баллов	Д.У.
12	5 баллов	Э.У.
13	12 баллов	Д.У.
14	13 баллов	Д.У.
15	8 баллов	Э.У.
16	10 баллов	Д.У.
17	6 баллов	Э.У.
18	9 баллов	Д.У.
19	8 баллов	Э.У.
20	8 баллов	Э.У.
21	7 баллов	Э.У.
22	11 баллов	Д.У.
23	7 баллов	Э.У.
24	13 баллов	Д.У.
25	4 балла	Э.У.

Представим в виде диаграммы результаты исследования Рис. 6 (см. Приложение 1)

Проанализировав данные диаграммы можно сделать вывод: к концу 3 класса у детей выше уровень сформированности математической рефлексии.

При определении уровня сформированности рефлексии во время констатирующего этапа обучающихся можно поделить на 2 группы:

- обучающиеся, не сумевшие решить предложенные задачи;
- обучающиеся, решившие часть задач, но не сумевшие произвести классификацию по существенным признакам.

На контрольном этапе все обучающиеся пытались выполнить задание, но большинство не сумели выделить принцип классификации задач, и не смогли назвать принципы сформированности групп.

Данные диаграмм результатов исследования математического анализа, планирования, рефлексии представим в таблице 13.

Таблица 13

Результаты исследования математического анализа, планирования,
рефлексии

Показатель уровня	Констатирующий этап				Контрольный этап		
	(А.У.)	(Д.У.)	(Э.У.)	(ДЭ.У.)	(А.У.)	(Д.У.)	(Э.У.)
Содержат. анализ	20%	61,3%	14,7%	4%	33,3%	56%	10,7%
Планирование	6%	64%	30%	0%	54%	32%	14%
Математическая рефлексия	-	-	64%	36%	-	48%	52%

Показатель уровня:

ДЭ.У. – Доэмпирический (низкий)

Э.У. – Эмпирический (ниже среднего)

Д.У. – Доаналитический (средний)

А.У. – Аналитический (высокий)

Материалы таблицы 13 и диаграммы Рис. 7 позволяют определить, что число детей, во время контрольного этапа, проявляющих средний и высокий уровень развития мышления, по сравнению с этим же уровнем констатирующего этапа, увеличилось. Соответственно, сократилось число детей с низким и ниже среднего уровнем развития.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучив психолого-педагогическую и методическую литературу, были выявлены особенности проявления математического мышления, подобраны диагностические задания для проведения опытной работы и выделены условия, обеспечивающие развитие мышления у детей младшего школьного возраста на уроках математики.

Проанализировав программы, учебники и методические пособия для учителей, была разработана система заданий для практической работы. Она содержит специальные упражнения на развитие таких операций мышления как анализ, синтез, обобщение, сравнение.

Проверка эффективности проделанной работы показала, что у детей обучающихся в классе, где учитываются общие и специфические условия развития личности, в большей степени сформировано математическое мышление.

В работе раскрыто понятие «мышление», выделены его типы. В работе представлено своеобразие и условия развития математического у детей младшего школьного возраста на уроках математики. Описаны условия развития математического мышления у младших школьников на уроках математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атаханов, Р. А. Уровни развития математического мышления [Текст] / Р. А. Атаханов ; под ред. В. В. Давыдова. – Душанбе. : Гос. Ун., 2000. – 208 с.
2. Боданский, Ф. Г. Развитие математического мышления младших школьников [Текст] : сборник научных трудов / Ф. Г. Боданский. – М., 1983 – С. 115-125.
3. Бурбаки, Н. Архитектура математики [Текст] / Н. Бурбаки. – М. : Физматгиз, 1960. С. 99-112.
4. Выготский, Л. С. Собрание сочинений [Текст] / Л. С. Выготский. – М., 1983. – 368 с.
5. Выготский, Л. С. Исследование образования понятий: Методика двойной стимуляции [Текст] / Л. С. Выготский, Л. С. Сахаров // хрестоматия по общей психологии – М., 1981. С. 194-203.
6. Гальперин, П. Я. Формирование умственных действий [Текст] / П. Я. Гальперин // хрестоматия по общей психологии – М., 1981. – С. 54-55.
7. Гамезо, М. В. Возрастная и педагогическая психология [Текст] : учеб. пособие для студентов всех специальностей педвузов / М. В. Гамезо, Е. А. Петрова, Л. М. Орлова – М. : Просвещение, 2003. – 512 с.
8. Гегель, В.Ф. Энциклопедия философских наук [Текст] В. Ф. Гегель. – М. : Госиздат, 1929. – 473 с.
9. Головешко, С. Х. Анализ и синтез при доказательстве тождеств и неравенств [Текст] / С. Х. Головешко // Развивать мышление ученика: из опыта работы. – Ижевск, 1973. – С. 80-87.
10. Давыдов, В. В. Виды обобщения в обучении [Текст] / В. В. Давыдов. – М., 1972. – 423 с.
11. Давыдов, В. В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования [Текст] / В. В. Давыдов – М., 1986. – 239 с.

12. Давыдов, В.В. О двух основных этапах развития детской и педагогической психологии: Психология обучения и воспитания [Текст] / В. В. Давыдов. – М., 1978. – 288 с.
13. Дубровина И. В. Психокоррекционная и развивающая работа с детьми [Текст] : учеб. пособие / И. В. Дубровина, А. Д. Андреева, Е. Е. Данилова, Т. В. Вохмянина ; под ред. И. В. Дубровиной. – М.: Изд. центр «Академия», 1999. – 160 с.
14. Дьюи, Д. Психология и педагогика мышления [Текст] / Д. Дьюи. – М.: Издательство «Лабиринт», 1999. – 208 с.
15. Иванов, Р. И. Развитие мышления школьников в процессе выполнения ими учебно-логических заданий [Текст] / Р. И. Иванов. – Куйбышев, 1979. – 72 с.
16. Икрамов, Дж. Математическая культура школьника: математические аспекты проблемы развития мышления [Текст] / Дж. Икрамов. – Ташкент : Укутувчи, 1981. – 278 с.
17. Икрамов, Дж. Теория и практика развития математической культуры школьников [Текст] / Дж. Икрамов. – Ташкент, 1983. – 122 с.
18. Климов, Е. А. Основы психологии [Текст] : учебник для вузов / Е. А. Климов. – М.: Культура и спорт, ЮНИТИ, 1997. – 295 с.
19. Коварская, Е. А. К вопросу о психолого-педагогическом значении разных учебных предметов [Текст] / Е. А. Коварская // Естественный эксперимент и его школьное применение / под ред. проф. А. Ф. Лазурского. – Пг, 1918. – С. 158-181.
20. Колягин, Ю. М. Методика преподавания математики [Текст] : пособие для учителей / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян, В. Я. Саннинский. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с.
21. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике [Текст] / Ю. М. Колягин. – М.: просвещение, 1977. – 111 с.
22. Крутецкий, В. А. Психология [Текст] : учеб. для учащихся пед. Училищ / В. А. Крутецкий. – М., Просвещение, 1980. – 352 с.

23. Крыжановская, Л. М. Психология мышления [Текст] / Л. М. Крыжановская. – М.: «Психолог», 1996. – 344 с.
24. Маркушевич, А. И. Об очередных задачах преподавания математики в школе [Текст] / А. И. Маркушевич // На путях обновления школьного курса математики. – 1962. – С. 3-27.
25. Менчинская, Н. А. Развитие логического мышления на уроках математики [Текст] / Н. А. Менчинская, А. С. Пчелко // Развитие мышления в процессе обучения в начальной школе. – М. : Учпедгиз, 1959. – С. 43-52.
26. Немов, Р. С. Общая психология [Текст] : учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений / Р. С. Немов: - М., 2003. – 400 с.
27. Обухова, Л. Ф. Этапы развития детского мышления [Текст] / Л. Ф. Обухова. – М.: МГУ, 1972. – 152 с.
28. Оганесян, В. А. Методика преподавания математики в средней школе [Текст] : Общая методика / В. А. Оганесян, Ю. М. Колягин, Г. Л. Луканкин, В. Я. Саннинский. – М.: Просвещение, 1980. – 368 с.
29. Пиаже, Ж. Избранные психологические труды: психология интеллекта, логика и психология [Текст] / Ж. Пиаже. – М.: Просвещение, 1969. – 659 с.
30. Потоцкий М. В. О педагогических основах обучения математике [Текст] / М. В. Потоцкий. – М., 1963. – 200 с.
31. Радугин, А. А. Психология и педагогика [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. А. Радугин. – М., 1999. – 256 с.
32. Рубинштейн, С. Л. О мышлении и путях его исследования [Текст] / С. Л. Рубинштейн. – М., 1958. – 145 с.
33. Семушин, А. Д., Активизация мыслительной деятельности учащихся при изучении математики [Текст] : пособие для учителей / А. Д. Семушин, О. С. Кретин, Е. Е Семенов. – М.: Просвещение, 1978. – 64 с.
34. Теплов, Б. М. Практическое мышление [Текст] / Б. М. Теплов // Хрестоматия по общей психологии: Психология мышления / ред. Ю.б. Гиппенрейтер, В. Ф. Спиридонов, М. В. Фаликман– М., 1981. – С. 221-224.

35. Тесленко, И. Ф. Формирование диалектико-материалистического мировоззрения учащихся при изучении математики [Текст] : пособие для учителей / И. Ф. Тесленко. – М.: Просвещение, 1979. – 136 с.
36. Тругуб, Л. С. Элементы современного введения в математику: Равенство. Числовые структуры [Текст] / Л. С. Тругуб. – Ташкент, 1973. – 355 с.
37. Формирование математического мышления учащихся. – Ташкент, 1980. – 160 с.
38. Фридман Л. М. Теоритические основы методики обучения математике [Текст] / Л. М. Фридман. – М. : Флинта, 1998. – 224 с.
39. Фрейденталь, Г. Математика в науке и вокруг нас [Текст] Г. Фрейденталь. – М.: Мир, 1977. – 260 с.
40. Фрейденталь, Г. Математика как педагогическая задача [Текст] : пособие для учителей / Г. Фрейденталь, под ред. Н. Я. Виленкиной. – М.: Просвещение, 1982. – 208 с.

Результаты исследования, представленные в виде диаграмм

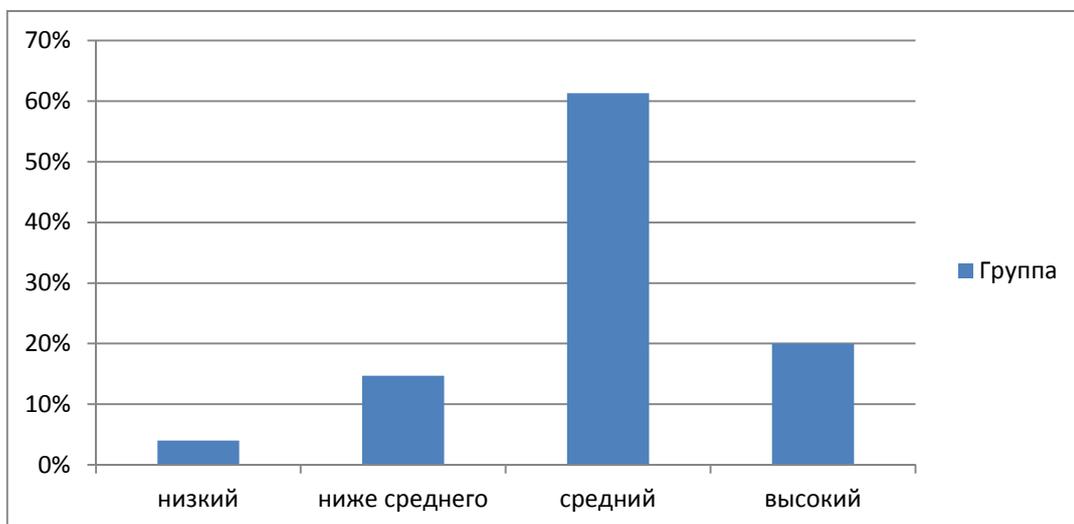


Рис. 1. Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях сформированности содержательного анализа. Констатирующий этап (среднее арифметическое по трем заданиям)

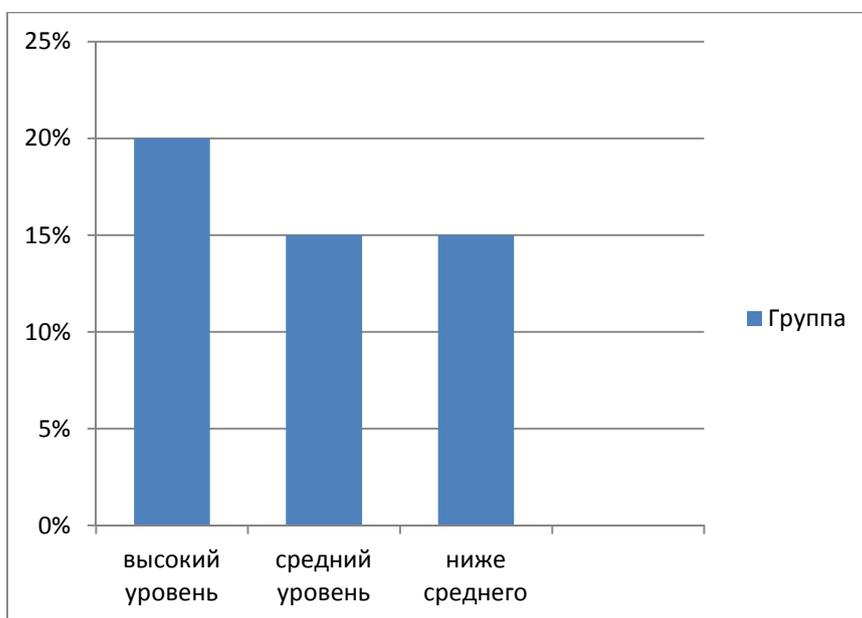


Рис. 2. Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях планирования. Констатирующий этап (среднее арифметическое по двум заданиям)

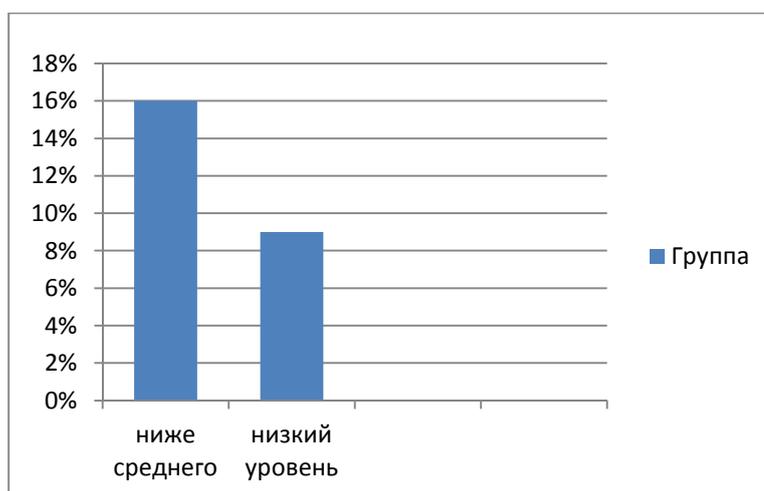


Рис. 3. Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях сформированности математической рефлексии. Констатирующий этап

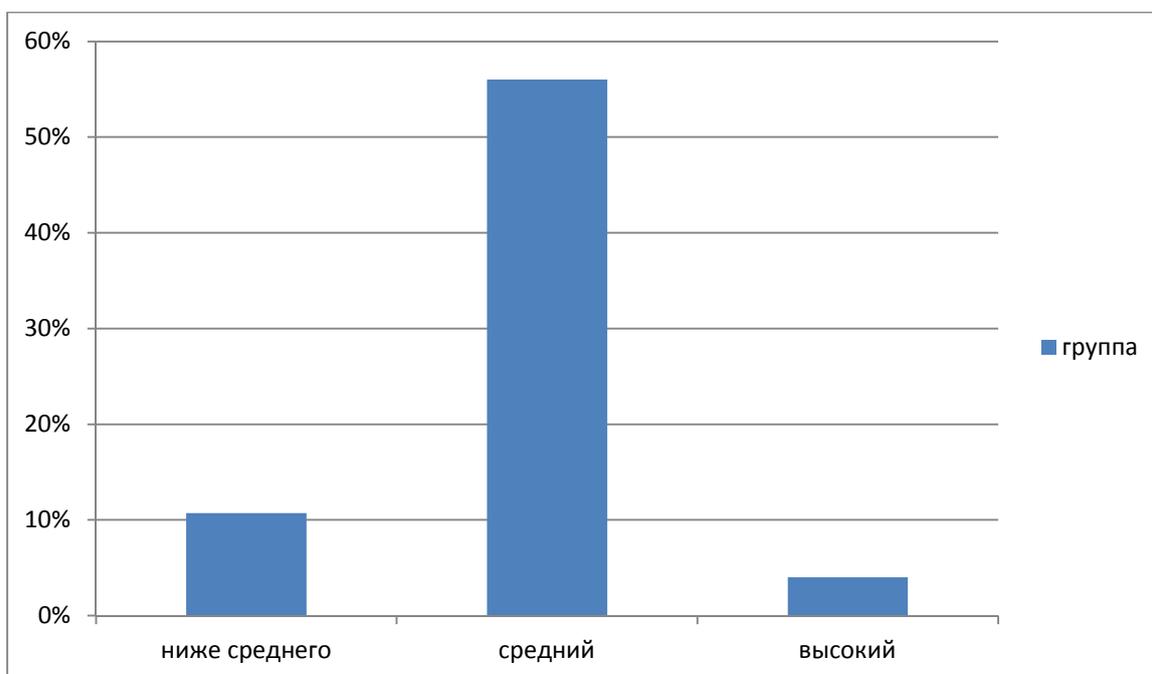


Рис. 4. Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях сформированности содержательного анализа. Контрольный этап (среднее арифметическое по трем значениям)

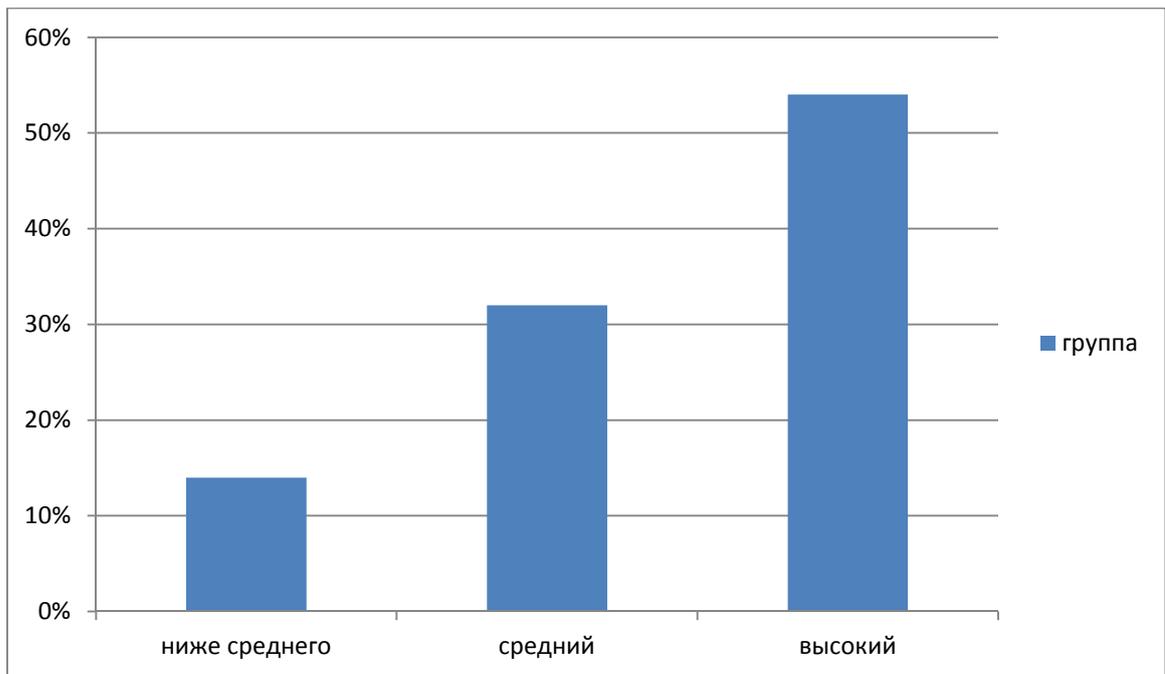


Рис. 5. Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях планирования. Контрольный этап (среднее арифметическое по двум заданиям)

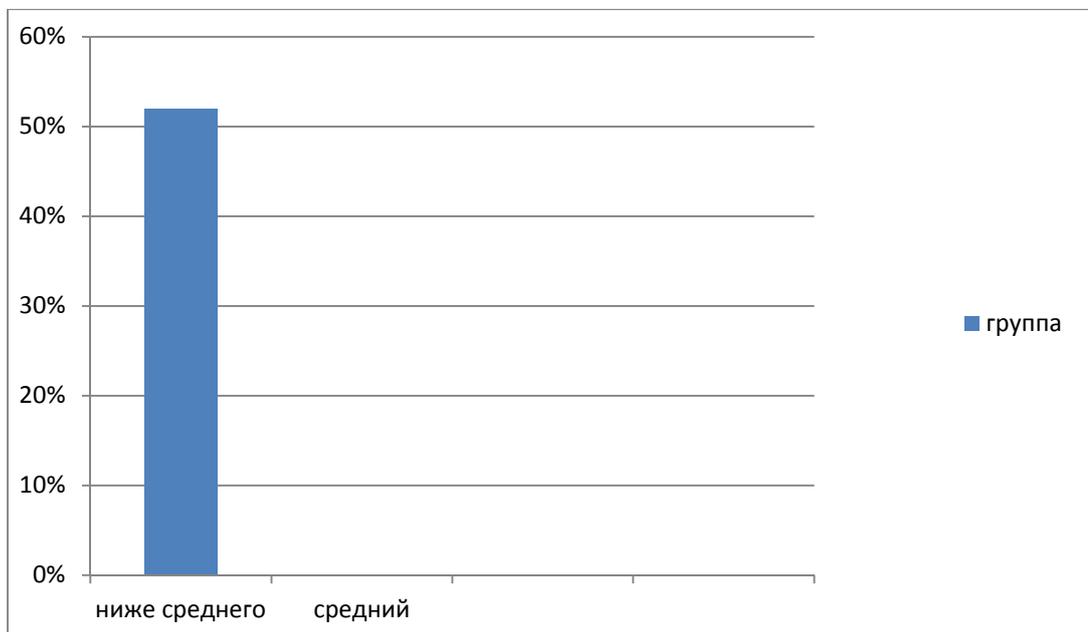


Рис. 6. Распределение учащихся, находящихся на разных уровнях сформированности математической рефлексии. Контрольный этап

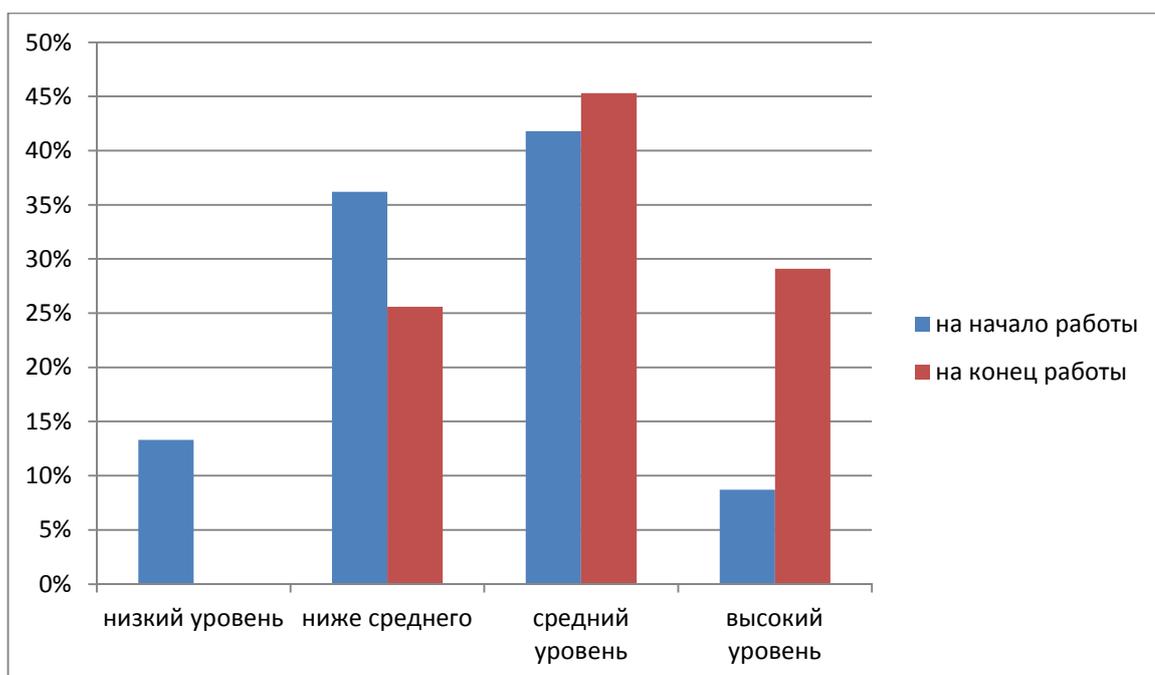


Рис. 7. Динамика развития математического мышления обучающихся

Использованные методики

Методика «Единицы».

В ней предлагаются ряды натуральных чисел начиная с единицы и требуется, не меняя их расположения в ряду, расставить между ними скобки и знаки арифметических действий так, чтобы в результате в каждом ряду получилось по единице:

- 7. 1 2 3 = 1
- 8. 1 2 3 4 = 1
- 9. 1 2 3 4 5 = 1
- 10. 1 2 3 4 5 6 = 1
- 11. 1 2 3 4 5 6 7 = 1
- 12. 1 2 3 4 5 6 7 8 = 1 и т.д.

Методика «Сложение»: необходимо представить число 3 в виде суммы двух разных чисел, число 6 в виде суммы трех разных чисел и т.д.

- 3 = ... + ...
- 6 = ... + ... + ...
- 10 = ... + ... + ... + ...
- 15 = ... + ... + ... + ... + ...
- 28 = ... + ... + ... + ... + ... + ...
- 36 = ... + ... + ... + ... + ... + ... + ...

Методика «Четные числа»: необходимо число 6 представить в виде суммы двух разных четных чисел, число 12 в виде суммы трех разных чисел и т.д.

- 6 = ... + ...
- 12 = ... + ... + ...
- 20 = ... + ... + ... + ...
- 30 = ... + ... + ... + ... + ...

$$56 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$72 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

Методика «Девять задач»: решить задачи, классифицировать их по существенным признакам в самостоятельные группы.

2. а) $5 + 0 = 5$

2. а) $4 + 3 = 7$

3. а) $0 + 8 = 8$

б) $H + П = H$

б) $B + K = Ш$

б) $Д + М = М$

в) $СТ + ВГ = \dots$

в) $ДЛ + НА = \dots$

в) $ЛИ + НА = \dots$

(СТ, ВГ, РТ)

(ДЛ, ТИ, МА)

(ЛИ, НА, РА)

4. а) $B + B = E$

5. а) $B + P = E$

6. а) $E + П = E$

б) $РГ + РГ = ЖК$

б) $O + Z = W$

б) $ЖК + РГ = ЖК$

в) $? + ? = \dots$

в) $ДЛ + МН = \dots$

в) $O + Y = \dots$

(!, ?)

(ДЛ, МН, РУ)

(Y, O, Ы)

7. а) $K + Л = Л$

8. а) $4 + 4 = 8$

9. а) $A + E = 5$

б) $НО + ТУ = ТУ$

б) $C + C = M$

б) $E + Ч = H$

в) $тон + дон = \dots$

в) $ТУ + ТУ = \dots$

в) $ПМ + РИ = \dots$

(тон, дон, рос)

(ТУ, НА,)

(ПМ, СТ, РИ)

Этот вариант задания состоит из девяти заданий задач по три примера на сложение в каждом, решение которых требует выполнение содержательного анализа. Затем, после правильно решения всех задач, учащимся предлагается классифицировать задачи по главному, с их точки зрения, признаку.

ОТЗЫВ
руководителя выпускной квалификационной работы

Тема ВКР Развитие математического мышления у детей младшего школьного возраста

Студента **Истоминой Татьяны Валерьевны**

Обучающегося по ОПОП «Психология и педагогика начального образования»

Очной формы обучения

Студент при подготовке выпускной квалификационной работы проявил готовность корректно формулировать и ставить задачи своей деятельности; готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования; анализировать, устанавливать приоритеты и методы решения поставленных задач.

В процессе написания ВКР студент проявил такие личностные качества, как самостоятельность, ответственность, добросовестность и аккуратность.

Студент рационально планировал время выполнения работы, соблюдал график написания ВКР, обоснованно использовал в профессиональной деятельности методы научного исследования, консультировался с руководителем, учитывал все замечания и рекомендации. Показал достаточный уровень работоспособности и прилежания.

Содержание ВКР систематизировано, имеются выводы, отражающие основные положения параграфов и глав ВКР.

Автор продемонстрировал умение делать обоснованные и достоверные выводы из проделанной работы, пользоваться научной литературой профессиональной направленности.

Заключение соотнесено с задачами исследования, отражает основные выводы.

ОБЩЕЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выпускная квалификационная работа студента Истоминой Татьяны Валерьевны соответствует требованиям, предъявляемым к квалификационной работе выпускника Института педагогики и психологии детства УрГПУ, и рекомендуется к защите.

Ф.И.О. руководителя ВКР Ручкина В.П.

Должность доцент кафедры ТиМОЕМиИ

Уч. звание доцент.

Уч. степень к.п.н..

Подпись 

Дата 15.06.18



УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

СПРАВКА

О результатах проверки текстового документа
на наличие заимствований

Проверка выполнена в системе

Антиплагиат.ВУЗ

Автор работы Истомична Татьяна Валерьевна
Факультет, кафедра, номер группы ИПППД, ТИМОЕ, МШУ, ПП-41
Название работы Развитие математического мышления у
детей младшего школьного возраста
Процент оригинальности 61,81%

Дата 30.05.2019

Ответственный в
подразделении


(подпись)

Курникова И.А.
(ФИО)

Проверка выполнена с использованием: Модуль поиска ЭБС "БиблиоРоссика"; Модуль поиска ЭБС "BOOK.ru"; Коллекция РГБ; Цитирование; Модуль поиска ЭБС "Университетская библиотека онлайн"; Модуль поиска ЭБС "Айбукс"; Модуль поиска Интернет; Модуль поиска ЭБС "Лань"; Модуль поиска "УГПУ"; Кольцо вузов

НОРМОКОНТРОЛЬ

результаты проверки пройден

Дата 30.05.2019

Ответственный в
подразделении


(подпись)

Курникова И.А.
(ФИО)