

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики и технологий
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Выпускная квалификационная работа

Направление «44.03.01 – Педагогическое образование»
Профиль «Математика»

Работа допущена к защите:
Заведующий кафедрой

дата

подпись

оценка

Исполнитель:

Вятченникова Ирина Александровна,
обучающаяся группы МАТ-1501

подпись

Научный руководитель:

Семенова Ирина Николаевна,
канд. пед. наук, доцент

подпись

Екатеринбург 2019

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ	6
1.1. Сущность и структура познавательных универсальных учебных действий.....	6
1.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЮЖЕТНОЙ ЗАДАЧИ И ЭТАПЫ ЕЁ РЕШЕНИЯ	13
1.3. СООТНЕСЕНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО СОДЕРЖАНИЯ ЭТАПОВ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНОЙ ЗАДАЧИ И ЭЛЕМЕНТОВ СТРУКТУРЫ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ.....	27
Выводы по материалам главы 1	29
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ РАБОТЕ С СЮЖЕТНОЙ ЗАДАЧЕЙ.....	30
2.1. Конкретизация деятельностного содержания этапов решения сюжетной задачи и элементов структуры познавательных универсальных учебных действий с учётом возрастных особенностей обучающихся	30
2.2. ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ СЮЖЕТНОЙ ЗАДАЧИ.....	35
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	48
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	50

Введение

Ранее перед школой стояла задача простой передачи знаний, умений и навыков от педагога к учащемуся. В настоящее время в социуме наблюдается переход к новому пониманию функции образовательного учреждения. На первый план в образовательной деятельности выходит развитие у обучающихся способности самостоятельно ставить учебные цели, проектировать, каким образом их осуществлять, контролировать и оценивать как собственные достижения, так и окружающих. Образовательный процесс должен быть направлен на формирование умения учиться. Обучающемуся самому необходимо стать «архитектором и строителем» образовательного процесса. Достижение этой цели становится возможным за счет формирования универсальных учебных действий, в частности познавательных.

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования устанавливает требования к метапредметным результатам освоения обучающимися основной образовательной программы, включающим: освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории.

Формирование указанных результатов должно проходить в процессе изучения всех школьных дисциплин, в частности, математики, которая занимает в школьном образовании особое место. При изучении математики используются различные дидактические единицы. Среди этих дидактических единиц многие авторы (Наум Яковлевич Виленкин, Юрий Михайлович Коллагин, Вячеслав Иосифович Крупич и другие) выделяют задачи, в том числе, сюжетные. В их исследованиях показана роль этих задач в решении различ-

ных образовательных задач (практико-ориентированные, связь с жизнью и другие). В настоящее время акцент в роли этих задач должен быть перенесен на формирование универсальных учебных действий, в том числе познавательных.

Объект исследования: процесс обучения математике.

Предмет исследования: задания для формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе решения сюжетных задач.

Цель исследования: разработать примеры заданий для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при работе с сюжетной задачей.

Для достижения данной цели были поставлены следующие **задачи исследования:**

1. Выделить сущность и структуру познавательных универсальных учебных действий.

2. Определить понятие сюжетной задачи и выделить этапы её решения.

3. Провести соотнесение деятельностного содержания этапов решения сюжетных задач и элементов структуры познавательных универсальных учебных действий для исследования возможности формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся.

4. Конкретизировать с учётом возрастных особенностей обучающихся соотнесение этапов решения сюжетных задач и компонентов познавательных универсальных учебных действий для исследования возможности формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся.

5. Разработать примеры заданий для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при решении сюжетных задач.

Вопросами теории и методики формирования универсальных учебных действий у обучающихся занимались такие авторы как Александр Григорьевич Асмолов, Галина Васильевна Бурменская, Инна Андреевна Володарская,

Ольга Александровна Карабанова, Нина Гавриловна Салмина, Сергей Владимирович Молчанов, Наталья Михайловна Горленко, Ольга Валентиновна Запятая, Владимир Борисович Лебединцев, Татьяна Федоровна Ушева и другие.

Структура работы: работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы, состоящего из 43 наименований.

В тексте работы 7 таблиц, 3 рисунка.

Основные результаты исследования представлены в следующих публикациях:

1. Вятченникова И.А., Семенова И.Н., Эрентраут Е.Н. Примеры заданий на формирование познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при работе с задачей // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – Екатеринбург: 2019. – С. 194-197.

2. Вятченникова И.А., Кайгородова А.С., Бодряков В.Ю., Семенова И.Н. Примеры задач по теории вероятностей для развития комбинаторно-логического мышления школьников при использовании программы MS EXCEL // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – Екатеринбург: 2017. – С. 166-171.

Глава 1. Теоретические основы формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе решения сюжетных задач школьного курса математики

1.1. Сущность и структура познавательных универсальных учебных действий

Возможность самостоятельного усвоения новых знаний, умений, компетентностей создают универсальные учебные действия (УУД). Через их формирование обеспечивается в системе образования развитие личности, которое выступает основой образовательного и воспитательного процесса.

В широком значении «универсальные учебные действия» – самосовершенствование и саморазвитие путем активного и сознательного присвоения нового социального опыта. В узком значении под «универсальными учебными действиями» понимается совокупность действий обучающегося, обеспечивающих его социальную толерантность, культурную идентичность, компетентность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса [16].

Способность обучающегося к самосовершенствованию через усвоение нового социального опыта можно назвать универсальными учебными действиями. По мнению Анжелики Владимировны Федотовой, это «обобщенные действия, открывающие возможность широкой ориентации обучающихся, – как в строении самой учебной деятельности, так и в различных предметных областях, включая осознание обучающимися ее целевой направленности, операциональных и ценностно-смысловых характеристик» [33].

При освоении обучающимися всех компонентов учебной деятельности можно стремиться к достижению самосовершенствования с помощью следующих приемов: учебные цель и задачи, действия и операции (например, контроль, ориентировка, оценка, преобразование материала), познавательные

учебные мотивы. Это всё достигается путем сознательного, активного присвоения обучающимися социального опыта. Поэтому качество усвоения знаний, умений определяется многообразием и характером видов универсальных учебных действий [37].

В составе основных видов УУД выделяют четыре блока:

- 1) личностные (ЛУУД);
- 2) регулятивные (РУУД);
- 3) познавательные (ПУУД);
- 4) коммуникативные (КУУД) [18] (рис. 1).

Формирование универсальных учебных действий предполагает, что при создании содержания образования будут созданы условия для осуществления деятельностного, личностного и компетентностного подходов к образованию (Лев Семенович Выготский, Ираида Сергеевна Якиманская, Андрей Викторович Хуторской, Виктор Иванович Слободчиков, Марина Александровна Холдная и другие) [6].



Рис 1. Схема видов универсальных учебных действий

Среди универсальных учебных действий важнейшее место занимают познавательные универсальные учебные действия (ПУУД) [26].

Рассматривая их, можно определить, что данные действия строятся на совокупности приемов личностного, обучающего, коммуникационного характера. Основной целью таких действий служит формирование у обучающихся навыков познания окружающей действительности. Для достижения этой цели используются такие методы как анализ, обобщение, обработка, систематизация получаемых обучающимся сведений для формирования у них целостной и полной картины мира [31].

Познавательные универсальные учебные действия помогают в формировании у обучающихся представлений об особенностях существования, развития и взаимодействия человека с окружающей действительностью.

Познавательные универсальные учебные действия – это особая избирательная направленность личности на процесс познания; ее избирательный характер выражен в той или иной предметной области знаний. Эта направленность характеризуется постоянным стремлением к познанию, к новым, более полным и глубоким знаниям [29].

Под познавательными универсальными учебными действиями также понимаются умения учиться, проще говоря, способность субъекта самосовершенствоваться благодаря усвоению нового общественного опыта.

Существует несколько подходов к определению понятия «познавательные универсальные учебные действия».

Как утверждает А.Г. Асмолов, познавательные универсальные учебные действия – это сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работа с научными понятиями и освоение общего приема доказательства как компонента воспитания логического мышления [23].

Г.В. Соболева определяет познавательные универсальные учебные действия как систему способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупности операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации [23]. Данное определение наиболее полно отражает черты познавательных универсальных учебных действий в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования (ФГОС ООО) [31] и обосновывает возможность их формирования в процессе работы с сюжетной задачей.

В структуре познавательных универсальных действий разные авторы выделяют общеучебные действия, включающие знаково-символические, логические и действия постановки и решения проблем (рис. 2).

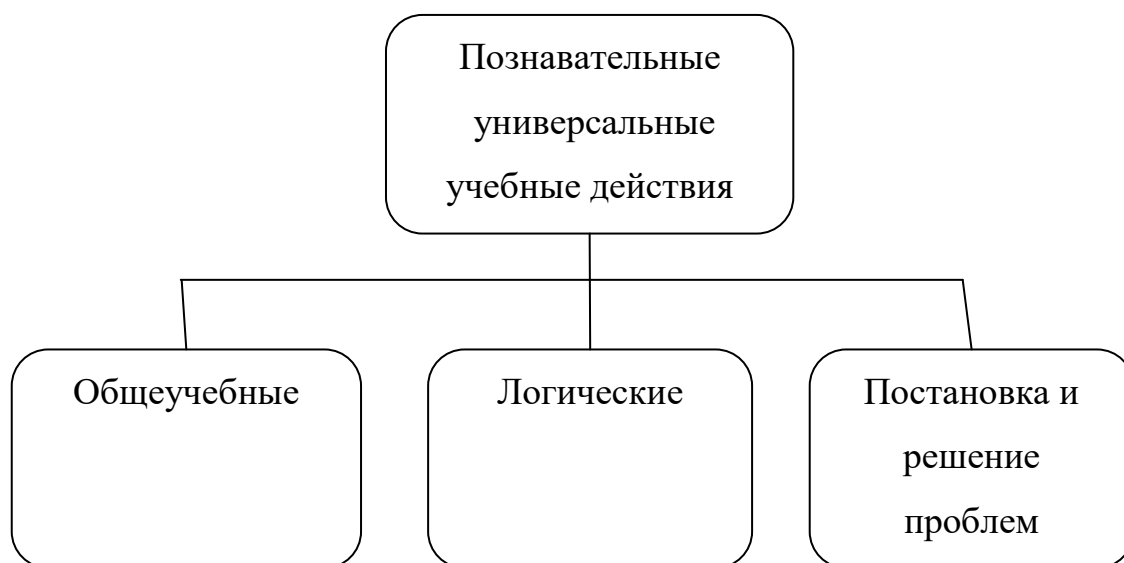


Рис. 2. Структура познавательных универсальных учебных действий

На основании [37] представим состав познавательных универсальных учебных действий (таблица 1).

Таблица 1.

Состав познавательных универсальных учебных действий

Познавательные универсальные учебные действия	Компоненты познавательных универсальных учебных действий
Общеучебные действия	самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели
	поиск и выделение необходимой информации
	применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств
	знаково-символические действия, в том числе моделирование (преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта, и преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область)
	умение структурировать знания
	умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме
	выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий
	рефлексия способов и условий действия
	контроль и оценка процесса и результатов деятельности
	смысловое чтение как осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели
	извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров
	определение основной и второстепенной информации
	свободная ориентация и восприятие текстов художественного, научного, публицистического и официально-делового стилей
	понимание и адекватная оценка языка средств массовой информации умение адекватно, подробно, сжато, выборочно передавать содержание текста, составлять тексты различных жанров, соблюдая нормы построения текста (соответствие теме, жанру, стилю речи)
	Логические действия
синтез как составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание, восполнение недостающих компонентов	
выбор оснований и критериев для сравнения, сериации, классификации объектов	
подведение под понятия, выведение следствий	
установление причинно-следственных связей	
построение логической цепи рассуждений, доказательство	
выдвижение гипотез и их обоснование	

Действия постановки и решения проблем	формулирование проблемы
	самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера

При этом отметим, что каждое универсальное учебное действие состоит из умений, иллюстрация пооперационного состава для некоторых познавательных универсальных учебных действий представлена в таблице 2.

Таблица 2.

Пооперационный состав умений

Познавательное универсальное учебное действие	Состав умения
Умение сравнивать	<ul style="list-style-type: none"> – выделять признаки, по которым сравниваются объекты; – выделять признаки сходства; – выделять признаки различия; – выделять главное и второстепенное в изучаемом объекте; – выделять существенные признаки объекта
Умение анализировать	<ul style="list-style-type: none"> – разделять объект на части; – располагать части в определенной последовательности; – характеризовать части этого объекта
Умение делать выводы	<ul style="list-style-type: none"> – находить главное в изучаемом явлении или объекте; – устанавливать главную причину явления; – кратко оформлять высказывание, связывающее причину и следствие
Умение схематизировать	<ul style="list-style-type: none"> – разделять объект на части; – располагать части в определенной последовательности; – определять связи между частями; – оформлять графическое изображение

Таким образом, в первом параграфе рассмотрены понятие, сущность и структура познавательных универсальных учебных действий, во втором параграфе рассмотрим понятие сюжетной задачи и этапы её решения.

1.2. Определение сюжетной задачи и этапы её решения

Формирование познавательных универсальных учебных действий может осуществляться при выделении школьниками типа задач и способов их решения. Например, обучающимся предлагается ряд задач, в которых надо отыскать схему, отображающую логические отношения между известными данными и искомыми. Предметом ориентирования и целью решения задачи становится не определенный результат, а установление логических отношений между данными и искомыми, которое обеспечивает гарантированное усвоение способа решения задач. В ходе вычислений, измерений, поиска решения задач у обучающихся формируются основные мыслительные операции (анализа, синтеза, классификации, сравнения, аналогии и так далее), умения дифференцировать обоснованные и необоснованные суждения, обосновывать стадии решения учебной задачи, производить анализ и преобразование информации (применяя при решении самых различных математических задач простейшие предметные, знаковые, графические модели, таблицы, диаграммы, строя и преобразовывая их в соответствии с содержанием задания) [39].

В ходе изучения математики реализуется знакомство с математическим языком, формируются речевые умения:

- обучающиеся учатся высказывать суждения, применяя математические термины, понятия;
- обучающиеся учатся формулировать вопросы, ответы в процессе выполнения задания, доказательства того, верно или неверно выполнено действие;
- обучающиеся учатся обосновывать этапы решения задачи.

Работа с математическим материалом дает возможность добиваться следующих результатов освоения образовательной программы основного общего образования [30]:

- у обучающихся будут сформированы:

- ответственное отношение к учению;
- готовность и способность к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию;
- умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, осознавать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;
- начальные навыки адаптации в стремительно изменяющемся мире;
- экологическая культура: ценностное отношение к природному миру, готовность следовать нормам природоохранного, здоровьесберегающего поведения;
- формирование способности к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
- умение контролировать процесс и следствие учебной математической работы;
 - у обучающихся могут быть сформированы:
 - первоначальные представления о математической науке в качестве сферы деятельности человека, о стадиях её развития, о её важности для развития цивилизации;
 - коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве с ровесниками в образовательной, учебно-исследовательской, творческой и иных видах деятельности;
 - критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
 - креативность мышления, инициативы, находчивости, активности при решении арифметических задач;
 - обучающиеся научатся:
 - самостоятельно выделять и формулировать познавательную цель;
 - применять общие приёмы решения задач;

- использовать правила и пользоваться инструкциями и освоенными закономерностями;
- выполнять смысловое чтение;
- создавать, использовать и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения задач;
- самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- осознавать суть алгоритмических предписаний и уметь действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- осознавать и применять математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и другие) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- находить в самых разных источниках информацию, нужную для решения математических проблем, и представлять её в понятной форме;
- принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;
- работать с математическим текстом (структурирование, извлечение необходимой информации), точно и грамотно выражать собственные мысли в устной и письменной речи, применяя математическую терминологию и символику, применять самые разные языки математики (словесный, символический, графический), обосновывать суждения, проводить классификацию;
- освоить базовый понятийный аппарат, имея представления о числе, дроби, об основных геометрических объектах (точка, прямая, ломаная, угол, многоугольник, многогранник, круг, окружность);
- осуществлять арифметические преобразования, использовать их для решения учебных математических задач;
- пользоваться изученными математическими формулами;
- самостоятельно приобретать и использовать знания в различных си-

туациях для решения практических задач, в частности с применением при необходимости справочных материалов, калькулятора и компьютера;

- пользоваться предметным указателем энциклопедий и справочников для нахождения информации;

- знать главные способы представления и анализа статистических данных;

- суметь решить задачи путем перебора возможных вариантов;

- обучающиеся смогут научиться:

- устанавливать причинно-следственные связи;

- строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные и по аналогии) и выводы;

- формировать учебную и общепользовательскую компетентности в сфере применения информационно-коммуникационных технологий (ИКТ-компетентности);

- видеть математическую задачу в иных дисциплинах, в окружающем мире;

- выдвигать гипотезы при решении учебных задач и осознавать необходимость их проверки;

- планировать и реализовывать деятельность, которая направлена на решение задач исследовательского характера;

- выбирать наиболее разумные и результативные способы решения задач;

- интерпретировать информацию (структурировать, переводить сплошной текст в таблицу, презентовать полученную информацию, в частности посредством ИКТ);

- оценивать информацию (критическая оценка, оценка достоверности);

- устанавливать причинно-следственные связи, выстраивать рассуждения, обобщения;

– реализовывать арифметические преобразования выражений, использовать их для решения учебных математических задач и задач, которые возникают в смежных учебных предметах;

– использовать изученные понятия, результаты и методы при решении задач из самых разных разделов курса, в частности задач, которые не сводятся к непосредственному использованию известных алгоритмов;

– самостоятельно действовать в ситуации неопределённости при решении актуальных для них проблем и, в том числе самостоятельно, интерпретировать результаты решения задач с учетом ограничений, которые связаны с действительными качествами анализируемых процессов и феноменов.

Примером математического материала является задача.

В математическом образовании задачи всегда занимали особое место. Пронизывая все основные компоненты методической системы, они придают этой системе многие интегративные качества, обеспечивающие целостность, преемственность и технологичность учебного процесса [12].

Существуют различные трактовки понятия задачи. Их обстоятельное исследование в психологической литературе было проведено Георгием Алексеевичем Баллом. Термин «задача», отмечает Г.А. Балл, употребляется для обозначения объектов, относящихся к трем различным категориям:

1) к категории цели действий субъекта, требования, поставленного перед субъектом;

2) к категории ситуации, включающей наряду с целью условия, в которых она должна быть достигнута;

3) к категории словесной формулировки этой ситуации [1].

Г.А. Балл отмечает, что в психологической литературе наиболее распространено употребление термина «задача» для обозначения объектов второй категории. Для объектов первой категории, указывает Г.А. Балл, вполне подходит выражение «цель действия», «требование задачи», а для объектов третьей категории – «формулировка задачи» [1].

Среди многочисленных школьных математических задач особо выделяются сюжетные [8].

При определении понятия «сюжетная задача» в методической литературе особое внимание уделяется второму аспекту понятия «задача», определяющему задачу как множество, состоящее из взаимосвязанных через некоторые свойства и отношения элементов [42].

В методической литературе наряду с термином сюжетные задачи употребляются и другие названия: текстовые, практические, аналитические (задачи на составление уравнений или систем уравнений), арифметические и так далее [10, 38].

К рассматриваемому понятию отсутствует единый подход определения.

Приведем некоторые определения.

Анна Витальевна Белошистая под задачей в начальном курсе математики подразумевает специальный текст, в котором обрисована некая житейская ситуация, охарактеризованная численными компонентами [3].

Абрам Аронович Столяр и Владимир Леонтьевич Дрозд под текстовыми арифметическими задачами подразумевают задачи, имеющие житейское содержание и решаемые с помощью арифметических действий [20].

Александр Александрович Свечников под математической задачей понимает связный рассказ, в который введены значения некоторых величин, и предлагается отыскать другие известные значения величин, зависящие от данных и связанные с ними определенными соотношениями, указанными в условии [25].

Любовь Петровна Стойлова, Анатолий Михайлович Пышкало, Вацлав Валерьянович под текстовой задачей понимают описание некоторой ситуации (ситуаций) на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие

или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами или определить вид этого отношения [28].

Мария Александровна Бантова под задачей подразумевает такую жизненную ситуацию, которая связана с числами и требует выполнения арифметических действий над ними [2].

Тамара Евгеньевна Демидова, Александр Павлович Тонких под текстовой задачей понимают описание некоторой ситуации (явления, процесса) на естественном и (или) математическом языке с требованием либо дать количественную характеристику какого-то компонента этой ситуации (определить числовое значение некоторой величины по известным числовым значениям других величин и зависимостям между ними), либо установить наличие или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами или определить вид этого отношения, либо найти последовательность требуемых действий [7].

Гавриил Тимофеевич Зайцев под задачей понимает систему данных и искомого с их свойствами и отношениями и с указанием на необходимость найти искомое [14].

Илья Имранович Ильясов под всякой задачей понимает требование либо нахождение каких-либо знаний о явлениях действительности (объектах и процессах) и их характеристиках, которые они имеют в определенных заданных в задаче условиях, либо на получение какого-то искомого практического результата (построить что-то, обеспечить выполнение каких-то условий и тому подобное) [15].

Лев Моисеевич Фридман под сюжетной задачей понимает требование найти (установить, определить) какие-нибудь характеристики некоторого объекта по известным другим его характеристикам [38].

Мария Игнатьевна Моро под задачей понимает сформулированный словами вопрос, ответ на который может быть получен с помощью арифметических действий [21].

Ольга Борисовна Епишева, Вячеслав Иосифович Крупич под задачей понимают непустое множество элементов, на котором определено заранее данное отношение [2, 17].

Таким образом, в современной методической литературе под сюжетной задачей может пониматься следующее (таблица 3).

Таблица 3.

Понимание сюжетной задачи

Понятие	Авторы
Текст, в котором обрисована некая житейская ситуация	А.В. Белошистая, А.А. Свечников, А.А. Столяр, В.А. Дрозд
Математическая задача, в которой описан некоторый жизненный сюжет	Л.П. Фридман
Жизненная ситуация	Т.Е. Демидова, А.П. Тонких, Л.П. Стойлова, А.М. Пышкало, М.А. Бантова
Система данных и искомым	Г.Т. Зайцев
Требование	И.И. Ильясов, М.И. Моро, Л.П. Фридман
Непустое множество элементов	О.Б. Епишева, В.И. Крупич, Ю.М. Колягин

Формулировка школьной сюжетной математической задачи представляет собой определенным образом структурированный текст [34]. В структуре данного текста, содержащего численные элементы, возможно выделить условие и требование, не каждый раз выраженное в форме вопросительного предложения. Решение задачи подразумевает выполнение арифметического действия, которое определено условием и удовлетворяет требованию.

При рассмотрении задачи в качестве словесной или текстовой структуры, как правило, выделяют в ней следующие характерные признаки:

- условие;
- вопрос;

- данные;
- искомое.

В текстах стандартной формы условие выражается повествовательным предложением и предшествует вопросу, выраженным вопросительным предложением.

К нетиповым задачам относят тексты, в которых или требование выражается повествовательным предложением, или все задачи сформулированы одним предложением, или условие разделено на две части и тому подобное.

Нетиповые тексты иногда построены и на других принципах – это могут быть тексты с нехваткой или излишком данных.

Под сюжетной задачей будем понимать задачи, в которых описан некоторый жизненный сюжет (явление, событие, процесс), с целью нахождения определенных количественных характеристик или значений [38].

Сюжеты могут отражать самые различные жизненные ситуации, встречающиеся в обыденной повседневной жизнедеятельности человека (покупка продуктов питания, приготовление пищи, мытье посуды, уборка комнат и тому подобное). При этом обычно имеет место утилитарное применение математических знаний, связанное чаще всего с различного рода подсчётами и расчётами, необходимыми человеку на каждом шагу. В сюжетах может отражаться и практическая деятельность человека (ремонт помещений, раскрой ткани, укладка предметов и тому подобное), выполняемая вне связи с его работой (профессией). Сюжеты могут отражать ситуации, характерные для производственной деятельности человека (вспашка поля, изготовление мебели, перевозка грузов и тому подобное) [11].

Рассматривая структуру сюжетной задачи, Фридман Л.М. отмечает, что описание элементов задачи предполагает полное и неполное задания в тексте отдельных значений величин, которые характеризуют явления или ситуации, описанные в задаче [38].

Полное словесное задание величины и её значений включают в себя:

- 1) название величины в тексте задачи;
- 2) указание особенностей данного значения величины, отличающих его от других значений той же величины;
- 3) числовое значение в виде именного числа, если это значение известно [9].

По уровню полноты словесного задания величины могут быть:

- 1) явно заданные – характеристики объектов должны быть конкретными, когда указано числовое значение этой характеристики и единицы измерения;
- 2) неконкретные – характеристики объектов лишь названы, но их значение в задаче не дано;
- 3) неявно заданные характеристики объектов, которые в тексте задачи не указываются и обнаруживаются лишь при глубоком анализе описанного в задаче явления [9].

Согласно данному определению для полноценной работы над задачей обучающийся должен:

- уметь хорошо читать и осознавать смысл прочитанного;
- уметь работать над текстом задачи, определяя его структуру и взаимоотношения между данными и искомым;
- уметь правильно выбирать и реализовывать арифметические действия.

Работа с подобными текстами задач – это наиболее полезная с позиции обучения работа с обучающимися, потому что именно такая работа учит обучающегося внимательно читать и анализировать задачу, целенаправленно устанавливать связи между данными и искомым для того, чтобы понять выбор действий. Конечно же, при отсутствии умения читать, подобную работу обучающийся реализовать не способен. Если всё же предлагать подобную работу школьнику, который плохо читает, то на практике обычно можно наблюдать в данном случае подмену работы над текстом задачи манипулиро-

ванием числовыми данными. Это объясняется тем, что числовые данные, которые обозначены цифрами, бросаются в глаза при небольшом тексте в главную очередь. В связи с тем, что в тексте стандартной задачи часто бывает мало числовых данных, с которыми надо реализовывать арифметическое действие (например, сложение или вычитание), ученик, который плохо читает, просто наугад осуществляет с выделенными числовыми данными знакомое арифметическое действие. Если всё же учитель не подтверждает правильность выбора действия, то достаточно реализовать второе из двух известных действий. Вследствие такой практики формируется достаточно распространенный стереотип действий обучающегося с задачей, когда он осуществляет действия с числами, которые заданы текстом задачи, даже не задумываясь над смыслом данных действий и результатом.

Сюжетные задачи выполняют в образовательном процессе разнообразные функции: познавательные, обучающие, развивающие, воспитывающие [13].

Сюжетные задачи в обучении математики:

- служат усвоению математических понятий и отношений между ними;
- обеспечивают усвоение обучающимися специфических понятий, входящих в предметную область задач;
- способствуют более глубокому усвоению идеи функциональной зависимости;
- повышают вычислительную культуру школьников;
- учат обучающихся применению такого метода познания действительности, как моделирование;
- способствуют более полной реализации межпредметных связей;
- развивают логическое мышление школьников;
- развивают познавательные способности обучающихся через усвоение способов решения задач;

– формируют универсальные качества личности, такие как привычка к систематическому интеллектуальному труду, стремление к познанию, потребность в контроле и самоконтроле и тому подобное;

– прививают и укрепляют интерес школьников к математике [5].

Одна из важнейших функций сюжетных задач – методологическая, суть которой заключается в том, что с помощью сюжетных задач обучаемый может познавать реальную действительность, осознавать те знания и умения, которые необходимы при решении любых задач, а не только сюжетных [35].

В методике обучения математике выделены четыре основных этапа процесса решения математической задачи [38]:

- 1) осмысление текста задачи и анализ её содержания;
- 2) осуществление поиска решения и составление плана решения;
- 3) реализация плана решения;
- 4) анализ найденного решения, поиск других способов решения.

При работе с сюжетной задачей на первом этапе предполагается первоначальная работа с целью понимания сюжета, выявление величин, которыми описывается ситуация, установление различных зависимостей между этими величинами, определение отношений, заданных условием задачи. Результаты такого предварительного анализа часто бывает удобно зафиксировать в схематической записи (иногда говорят о краткой модели) текста задачи [41].

Второй этап работы над задачей является самым трудным для обучающихся. Его результатом должна являться математическая модель ситуации, причем в качестве такой модели может служить формула, уравнение, система уравнений, график и тому подобное [41].

Третий этап работы с задачей предполагает исследование построенной математической модели, интерпретацию результата исследования математической модели в заданную ситуацию, запись ответа [41].

На четвертом этапе работы с задачей можно предложить другие варианты решения [41].

Без специальных приемов, позволяющих работать с информацией, ученику чаще всего остается непонятным содержание учебного материала [27]. Поэтому на каждом этапе решения сюжетной задачи можно использовать следующие приемы (таблица 4).

Таблица 4.

Этапы и приемы решения сюжетной задачи

Этапы решения задачи	Приемы
Осмысление текста задачи и анализ её содержания	<ul style="list-style-type: none"> – правильное чтение задачи (правильное прочтение слов и предложений, правильная расстановка логических ударений) тогда, когда задача задана текстом; – правильное слушание при восприятии задачи на слух; – представление ситуации, которая описана в задаче (создание зрительного, возможно, слухового и кинестетического образов); – разбиение текста на смысловые части; – переформулировка текста задачи; – построение материальной или материализованной модели; – постановка специальных вопросов
Осуществление поиска решения и составление плана решения	<ul style="list-style-type: none"> – рассуждения «от вопроса к данным» и (или) «от данных к вопросу» без построения графических схем; – рассуждения «от вопроса к данным» и (или) «от данных к вопросу» с построением графической схемы; – замена неизвестного переменной и перевод текста на язык равенств и (или) неравенств с помощью рассуждений «от вопроса к данным» и (или) «от данных к вопросу»
Реализация плана решения	<ul style="list-style-type: none"> – устное выполнение всех пунктов плана; – письменное выполнение всех пунктов плана; – выполнение решения посредством практических действий с предметами; – выполнение каждого пункта плана посредством вычислительной техники или иных вычислительных средств
Анализ найденного решения, поиск других способов решения	<ul style="list-style-type: none"> – прогнозирование результата (прикидка, установление границ ответа на вопрос задачи) и последующее сравнение хода решения с прогнозом; – установление соответствия между результатом решения и условием задачи; – решение иным методом либо способом; – составление и решение обратной задачи; – определение смысла составленных в процессе решения выражений; – сравнение с правильным решением – с образцом хода и (или) результата решения; – повторное решение тем же методом и способом; – графическое решение может быть геометрическим, если основано на геометрических свойствах изображений, и негеометрическим, если свойства геометрических фигур не применяются; – результаты проверки любым из перечисленных приемов достоверны

	<p>только в той мере, в какой правильно реализованы все проверяющие действия и операции;</p> <ul style="list-style-type: none"> – решение задач «с малыми числами» с последующей проверкой вычислений; – решение задач с упрощенными отношениями и зависимостями с последующим восстановлением отношений и зависимостей, которые даны в задаче; – обоснование (по ходу) всех шагов решения через соотнесение с более общими теоретическими положениями; – построение развернутого подлинного суждения вида; – формулировка полного ответа на вопрос задачи без обосновывающей части устно или письменно; – формулировка краткого ответа устно или письменно посредством специальных символов; – изменение результата решения в соответствии с его смыслом и установление характера или направления изменений в отношениях между измененным результатом и условием задачи; – подбор другого решения и установление соответствия или возможности соответствия условию задачи (оценка уровня возможности удовлетворения условию задачи других результатов)
--	---

Таким образом, чтобы решить задачу, необходимо сначала познакомиться с ней и понять её, потом составить план решения, после этого выполнить его, сформулировать ответ на вопрос (вывод о выполнении требования) задачи, проверить процесс и следствие решения; выяснить, могут ли быть иные результаты решения. Реализовать все вышеперечисленные этапы возможно, используя один или несколько вышеуказанных приемов или сконструированных на их основе самостоятельным образом.

Некоторые из выше обозначенных приемов являются универсальными, то есть применимыми к любой задаче, другая часть применима только к математическим задачам. Имеются и приемы более узкого назначения – для задач конкретного вида. Выбор одного из приемов predetermined в главную очередь эффективностью и конструктивностью, точнее сказать возможностью расчленения на вполне конкретные и доступные освоению ребятами операции.

Сюжетные задачи являются первым классом задач, на которых раскрывается идея моделирования реальных процессов. Моделирование – преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существен-

ные характеристики объекта (пространственно-графическая или знаково-символическая [40]. Суть метода моделирования заключается в том, что для исследования какого-либо явления или объекта выбирают или строят другой объект, в каком-то отношении подобный исследуемому. Построенный или выбранный объект изучается, и с его помощью решают исследовательские задачи, а затем результаты решения этих задач переносят на первоначальное явление или объект [41]. Таким образом, моделирование включает в себя:

- построение модели;
- исследование модели;
- анализ полученных результатов и перенос их на объект изучения.

Процесс решения сюжетной задачи – это теоретическое исследование, представляющее собой процесс математического моделирования.

Таким образом, во втором параграфе рассмотрено понятие сюжетной задачи, выделено определение этого понятия, приведены этапы решения сюжетной задачи. В третьем параграфе приведем соотнесение этапов решения сюжетной задачи с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий.

1.3. Соотнесение деятельностного содержания этапов решения сюжетной задачи и элементов структуры познавательных универсальных учебных действий

Соотнесение деятельностного содержания этапов решения сюжетной задачи и элементов структуры познавательных универсальных учебных действий для исследования возможности формирования познавательных универсальных учебных действий может быть представлено в виде схемы (рис. 3).

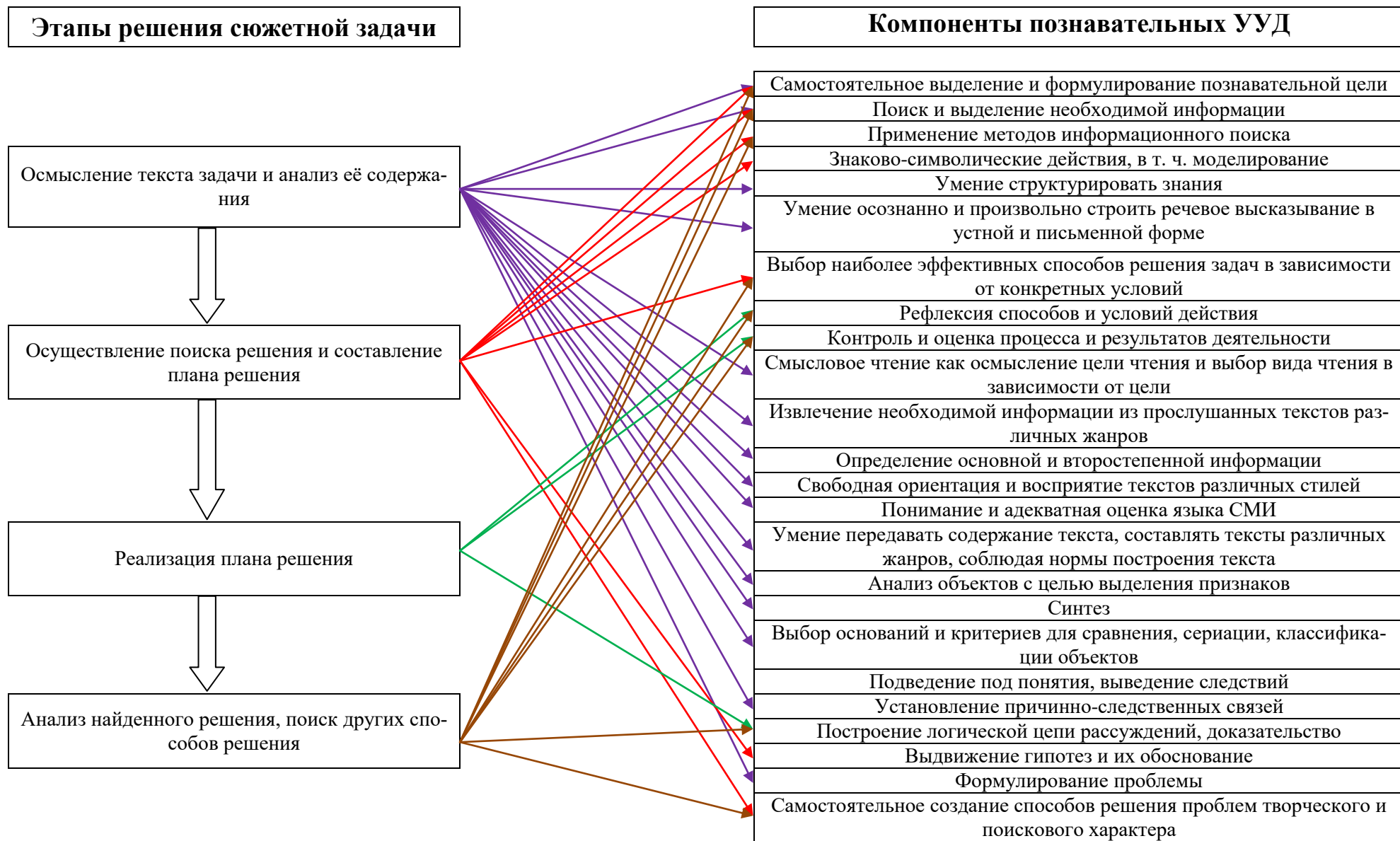


Рис. 3. Схема соотнесения компонентов познавательных универсальных учебных действий с этапами решения сюжетной задачи

Таким образом, в третьем параграфе показано соотнесение компонентов познавательных универсальных учебных действий с этапами решения сюжетной задачи.

Выводы по материалам главы 1

1. Новыми образовательными результатами являются познавательные универсальные учебные действия. Анализ литературных источников по теме исследования позволил уточнить понятие познавательные универсальные учебные действия. В рамках настоящего исследования принимается следующее определение «познавательные универсальные учебные действия – система способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупности операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации». Структура универсальных учебных действий может быть представлена компонентами в трех блоках: общеучебные действия, включающие знаково-символические, логические действия и действия постановки и решения проблем.

2. Анализ литературных источников позволил уточнить понятие сюжетная задача (под сюжетной задачей будем понимать следующее определение «сюжетные задачи – задачи, в которых описан некоторый жизненный сюжет (явление, событие, процесс), с целью нахождения определенных количественных характеристик или значений») и привести этапы решения сюжетной задачи.

3. Сюжетные задачи могут быть использованы для формирования познавательных универсальных учебных действий при установлении определенного соответствия между деятельностным содержанием этапов решения сюжетной задачи и деятельностным содержанием компонентов познавательных универсальных учебных действий.

Глава 2. Методические аспекты формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при работе с сюжетной задачей

2.1. Конкретизация деятельностного содержания этапов решения сюжетной задачи и элементов структуры познавательных универсальных учебных действий с учётом возрастных особенностей обучающихся

В главе 1 нами показано, что на каждом этапе решения сюжетной задачи могут быть сформированы определенные познавательные универсальные учебные действия. При этом отметим, что для разного контингента обучающихся этот набор не одинаков. Рассмотрим, на каких этапах можно формировать те или иные компоненты познавательных универсальных учебных действий у обучающихся в 5 – 6, 7 – 9, 10 – 11 классах (таблицы 5, 6, 7)

Таблица 5.

Соотнесение этапов решения сюжетной задачи с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 5–6-х классов

5 – 6 классы		
Типы задач	Этапы решения задачи	Компоненты ПУУД
Задачи на совместную работу, задачи на движение, задачи на смеси и сплавы	Осмысление текста задачи и анализ её содержания	Поиск и выделение необходимой информации. Определение основной и второстепенной информации. Анализ объектов с целью выделения признаков.
	Осуществление поиска решения и составление плана решения	Поиск и выделение необходимой информации. Применение методов информационного поиска. Знаково-символические действия, включая моделирование. Выбор наиболее эффектив-

		ных способов решения задач в зависимости от конкретных условий. Выдвижение гипотез и их обоснование. Самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера.
	Реализация плана решения	Построение логической цепи рассуждений, доказательство. Рефлексия способов и условий действий.
	Анализ найденного решения, поиск других способов решения	Поиск и выделение необходимой информации. Выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий. Рефлексия способов и условий действий. Контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

Таблица 6.

Соотнесение этапов решения сюжетной задачи с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 7–9-х классов

7 – 9 классы		
Типы задач	Этапы решения задачи	Компоненты ПУУД
Задачи на смеси, проценты, задачи на движение (<i>задачи на встречное движение двух тел; задачи на движение двух тел в одном направлении (движение начинается одновременно из разных пунктов, движение начинается в разное время из одного пункта); задачи на движение двух тел в противоположных направлениях; задачи на движение по реке</i>), задачи, связанные с различными процессами (рабо-	Осмысление текста задачи и анализ её содержания	Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели. Поиск и выделение необходимой информации. Умение структурировать знания. Умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме. Смысловое чтение как осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели.

та, наполнение бассейнов и другие)		<p>Определение основной и второстепенной информации.</p> <p>Анализ объектов с целью выделения признаков.</p> <p>Синтез.</p>
	Осуществление поиска решения и составление плана решения	<p>Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели.</p> <p>Поиск и выделение необходимой информации.</p> <p>Применение методов информационного поиска.</p> <p>Знаково-символические действия, включая моделирование.</p> <p>Выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий.</p> <p>Выдвижение гипотез и их обоснование.</p> <p>Самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера.</p>
	Реализация плана решения	<p>Рефлексия способов и условий действий.</p> <p>Контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p>
	Анализ найденного решения, поиск других способов решения	<p>Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели.</p> <p>Поиск и выделение необходимой информации.</p> <p>Применение методов информационного поиска.</p> <p>Выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий.</p> <p>Рефлексия способов и условий действий.</p> <p>Контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p> <p>Построение логической цепи рассуждений, доказательство.</p>

Таблица 7.

Соотнесение этапов решения сюжетной задачи с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10–11-х классов

10 – 11 классы		
Типы задач	Этапы решения задачи	Компоненты ПУУД
Задачи на совместную работу, задачи на движение (<i>движения в стоячей воде, движения вниз по реке, движения вверх по реке, сближения при движении в одном направлении вдогонку, сближения при движении в разных направлениях навстречу друг другу, удаления при движении в одном направлении с отставанием, удаления при движении в разных направлениях друг от друга [22]</i>), задачи на смеси и сплавы	Осмысление текста задачи и анализ её содержания	Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели. Поиск и выделение необходимой информации. Умение структурировать знания. Умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме. Смысловое чтение как осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели. Определение основной и второстепенной информации. Умение адекватно, подробно, сжато, выборочно передавать содержание текста. Анализ объектов с целью выделения признаков. Синтез. Выбор оснований и критериев для сравнения, сериации, классификации объектов. Установление причинно-следственных связей.
	Осуществление поиска решения и составление плана решения	Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели. Поиск и выделение необходимой информации. Применение методов информационного поиска. Знаково-символические действия, включая моделирование. Выбор наиболее эффектив-

		<p>ных способов решения задач в зависимости от конкретных условий.</p> <p>Выдвижение гипотез и их обоснование.</p> <p>Самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера.</p>
	Реализация плана решения	<p>Рефлексия способов и условий действий.</p> <p>Контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p>
	Анализ найденного решения, поиск других способов решения	<p>Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели.</p> <p>Поиск и выделение необходимой информации.</p> <p>Применение методов информационного поиска.</p> <p>Выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий.</p> <p>Рефлексия способов и условий действий.</p> <p>Контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p> <p>Построение логической цепи рассуждений, доказательство.</p> <p>Самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера.</p>

Таким образом, рассматривая данные таблицы, можно сделать вывод о том, что формировать у обучающихся те или иные компоненты познавательных универсальных учебных действий можно. При повышении ступени обучения какие-то познавательные универсальные учебные действия формируются (добавляются), а какие-то продолжают развиваться, так как уже были сформированы у обучающихся на предыдущих ступенях обучения. В следующем параграфе приведем примеры заданий для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся.

2.2. Примеры заданий для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при решении сюжетной задачи

В предыдущем параграфе нами показаны профили познавательных универсальных учебных действий для различных ступеней школьного образования.

Приведем пример формулировки заданий для обучающихся 5 – 6 классов согласно таблице 5 при работе с сюжетными задачами.

Задача 1

Из двух городов *A* и *E*, расстояние между которыми 260 км, отправились одновременно мотоциклист и автомобилист. Скорость автомобиля 80 км/ч, а скорость мотоцикла 50 км/ч. Какое расстояние будет между автомобилем и мотоциклом через 2 часа?

Осмысление текста задачи и анализ её содержания

Поиск и выделение необходимой информации

Задания:

1. Прочитать задачу.
2. Пересказать прочитанный текст (устно воспринятую информацию), выделить в нем главное.
3. Ответить на вопрос «О чём идёт речь в задаче?».

Определение основной и второстепенной информации

Задания:

1. Разбить текст на смысловые части и дать заголовок каждой из них.
2. Выделить ключевые слова (слова-ориентиры), которые характеризуют условие задачи.
3. Выделить ключевые слова (слова-ориентиры), которые характеризуют заключение задачи.

Анализ объектов с целью выделения признаков

Задание:

Установить соотношение между условием и заключением задачи.

Осуществление поиска решения и составление плана решения

Поиск и выделение необходимой информации

Задание:

Заполнить таблицу к задаче:

	Скорость	Время	Расстояние	
Автомобиль				
Мотоцикл				

Знаково-символические действия, включая моделирование

Задание:

Сделать чертеж к задаче.

Выдвижение гипотез и их обоснование

Задание:

Выяснить, как могут двигаться объекты.

(Объекты могут двигаться на встречу друг другу, в противоположные стороны, в одном направлении вдогонку, в одном направлении с отставанием).

Реализация плана решения

Рефлексия способов и условий действий

Задания:

1. Сделать чертеж к задаче, когда объекты движутся в противоположные стороны.
2. Сделать чертеж к задаче, когда объекты движутся в одном направлении вдогонку.
3. Сделать чертеж к задаче, когда объекты движутся в одном направлении с отставанием.
4. Решить задачу, используя данные чертежи.

Построение логической цепи рассуждений, доказательство

Задание:

Решить задачу, когда объекты движутся на встречу друг другу.

Анализ найденного решения, поиск других способов решения

Рефлексия способов и условий действий

Задание:

Решить задачу другим способом.

Контроль и оценка процесса и результатов деятельности

Задание:

Сравнить ответы, полученные при решении задачи разными способами.

Задача 2

Бидон, наполненный молоком, весит 40 кг, а наполненный наполовину этот же бидон весит 22,5 кг. Сколько весит пустой бидон?

Осмысление текста задачи и анализ её содержания

Поиск и выделение необходимой информации

Задания:

1. Прочитать задачу.
2. Пересказать прочитанный текст (устно воспринятую информацию), выделить в нем главное.
3. Ответить на вопрос «О чём идёт речь в задаче?».

Определение основной и второстепенной информации

Задания:

1. Разбить текст на смысловые части и озаглавить каждую часть.
2. Выделить ключевые слова (слова-ориентиры), которые характеризуют условие задачи.
3. Выделить ключевые слова (слова-ориентиры), которые характеризуют заключение задачи.

Анализ объектов с целью выделения признаков

Задание:

Установить соотношение между условием и заключением задачи.

Осуществление поиска решения и составление плана решения

Поиск и выделение необходимой информации

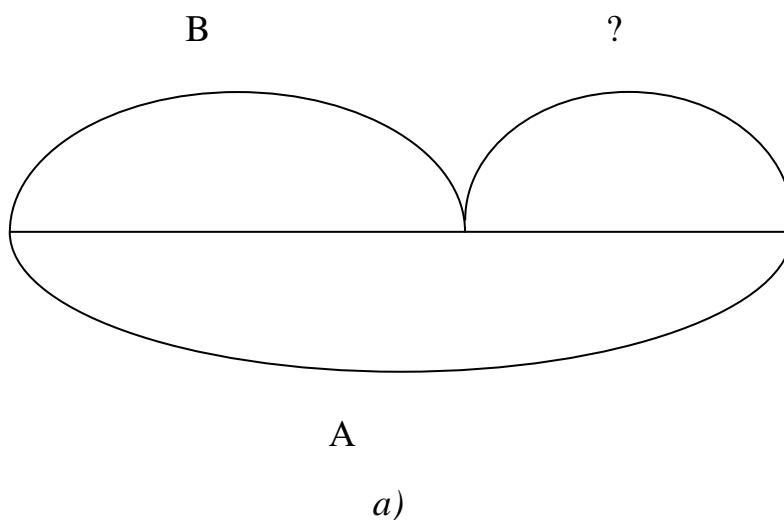
Задание:

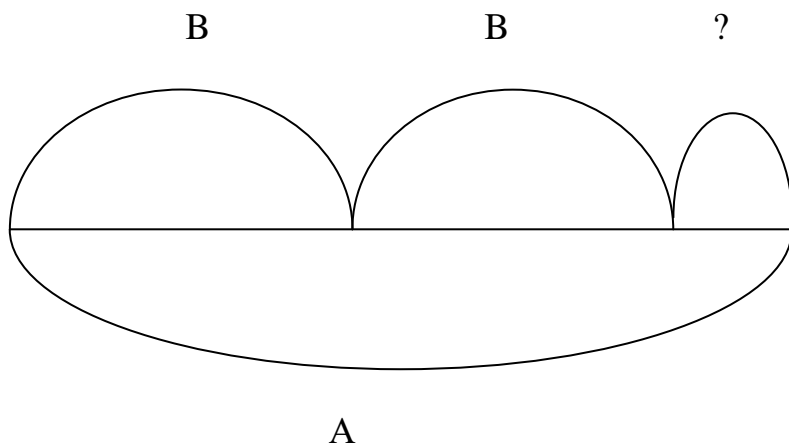
Составить таблицу к задаче.

Знаково-символические действия, включая моделирование

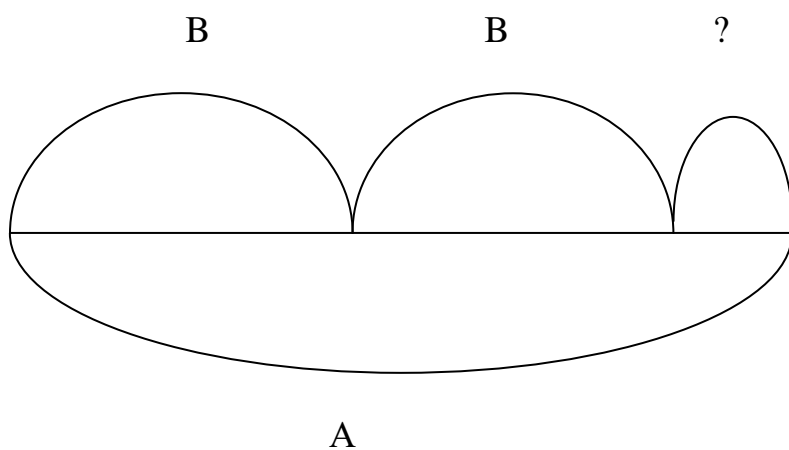
Задания:

1. Найти правильную схему к задаче (числовые данные обозначены малыми латинскими буквами)





$b)$



$c)$

2. Найти правильную краткую запись к задаче (числовые данные обозначены малыми латинскими буквами, слова – заглавными латинскими буквами).

$A - a$

$B - b$

$C - ?$

$a)$

$$\left. \begin{array}{l} A - a \\ B - b \end{array} \right\} ?$$

b)

$$X - a$$

$$Y - ?$$

c)

Реализация плана решения

Построение логической цепи рассуждений, доказательство

Задания:

1. Решить задачу арифметическим способом.

Решение:

1) $40 - 22,5 = 17,5$ (кг) – вес половины молока.

2) $17,5 * 2 = 35$ (кг) – вес всего молока.

3) $40 - 35 = 5$ (кг) – вес пустого бидона.

Ответ: 5 кг.

2. Решить задачу алгебраическим способом.

Решение:

Пусть x (кг) – вес пустого бидона, тогда

$22,5 - x$ (кг) – вес половины молока,

$2 * (22,5 - x)$ (кг) – вес всего молока.

Составляем уравнение:

$$2 * (22,5 - x) = 35 - x$$

Решаем уравнение:

$$45 - 2x = 35 - x$$

$$-2x + x = 35 - 45$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

Ответ: 5 кг.

Рефлексия способов и условий действий

Задание:

Сравнить решения.

Анализ найденного решения, поиск других способов решения

Выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий

Задания:

1. Решить задачу вторым арифметическим способом.

Решение:

1) $22,5 * 2 = 45$ (кг) – вес двух пустых бидонов и всего молока.

2) $45 - 40 = 5$ (кг) – вес пустого бидона.

Ответ: 5 кг.

2. Решить задачу вторым алгебраическим способом.

Второй способ:

Решение:

Пусть x (кг) – вес всего молока, тогда

$40 - x$ (кг) – вес пустого бидона,

$\frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$ (кг) – вес половины молока.

$0,5x + (40 - x) = 22,5$ – вес половины молока и бидона

Составляем уравнение:

$$0,5x + 40 - x = 22,5$$

Решаем уравнение:

$$-0,5x = 22,5 - 40$$

$$-0,5x = -17,5$$

$$x = 35$$

35 (кг) – вес всего молока.

$40 - 35 = 5$ (кг) – вес пустого бидона.

Ответ: 5 кг.

Третий способ:

Решение:

Пусть x (кг) – вес половины молока, тогда

$2x$ (кг) – вес всего молока,

$22,5 - x$ (кг) – вес пустого бидона.

$2x + (22,5 - x)$ (кг) – вес наполненного бидона

Составляем уравнение:

$$2x + (22,5 - x) = 40$$

Решаем уравнение:

$$2x + 22,5 - x = 40$$

$$x = 40 - 22,5$$

$$x = 17,5$$

17,5 (кг) – вес половины молока.

$22,5 - 17,5 = 5$ (кг) – вес пустого бидона.

Ответ: 5 кг.

Рефлексия способов и условий действий

Задание:

Ответить на вопрос: «Какой способ наиболее эффективен при решении данной задачи?» Контроль и оценка процесса и результатов деятельности

Задание:

Сравнить полученные решения.

Задача 3

Послан человек из Москвы на Вологду, и велено ему в хождении своем совершати на всякий день по 40 верст; потом другой человек в другой день послан в след его, и велено ему идти на день 45 верст, и ведательно есть, в коликий день постигнет второй первого.

Осмысление текста задачи и анализ её содержания

Поиск и выделение необходимой информации

Задания:

1. Прочитать задачу.
2. Пересказать прочитанный текст (устно воспринятую информацию), выделить в нем главное.
3. Ответить на вопрос «О чём идёт речь в задаче?».

Определение основной и второстепенной информации

Задания:

1. Разбить текст на смысловые части и дать заголовок каждой из них.
2. Выделить ключевые слова (слова-ориентиры), которые характеризуют условие задачи.
3. Выделить ключевые слова (слова-ориентиры), которые характеризуют заключение задачи.

Анализ объектов с целью выделения признаков

Задание:

Установить соотношение между условием и заключением задачи.

Осуществление поиска решения и составление плана решения

Поиск и выделение необходимой информации

Задание:

Выделить в тексте задачи устаревшие слова.

(Велено, хождении, совершати, всякий день, другий, в след, ведательно есть, в коликий) Применение методов информационного поиска

Задание:

Найти перевод устаревших слов с помощью словаря Владимира Ивановича Даля.

(Велено – приказано;

в хождении своем совершати – пройти;

на всякий день – каждый день;

верста – старинная русская единица измерения расстояния, равная 1066 метрам;

другий человек – другой человек;

другий день – следующий день;

вслед его – за ним;

идти на день – проходить в день;

ведательно есть – надо узнать;

в коликий день – в какой день)

Знаково-символические действия, включая моделирование

Задание:

Записать задачу, переведя её со старорусского языка на современный язык.

(Один путешественник отправился в путь пешком из Москвы в Вологду. В день он проходил 40 км. Другой путешественник на следующий день отправился за ним и проходил в день 45 км. Спрашивается, через сколько дней второй путешественник догонит первого?)

Реализация плана решения

Построение логической цепи рассуждений, доказательство

Задание:

Решить задачу.

Решение:

1) На сколько верст в день второй человек проходит больше, чем первый?

$$45 - 40 = 5 \text{ (верст)}$$

2) Через сколько дней второй человек догонит первого?

$$40 : 5 = 8 \text{ (дней)}$$

Ответ: второй человек догонит первого через 8 дней.

Рефлексия способов и условий действий

Задание:

Выполнить проверку.

$$40 * 9 = 45 * 8$$

$$360 = 360$$

Анализ найденного решения, поиск других способов решения

Поиск и выделение необходимой информации

Задание:

Составить таблицу к полученной задаче.

	Скорость	Время	Расстояние
Первый	40	x	1
Второй	45	x-1	1

Выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий

Задания:

1. Решить задачу алгебраическим способом.

Решение:

Пусть x – количество пройденных дней первым человеком (когда его догонит второй), тогда

количество дней, пройденных вторым человеком до встречи с первым, равно

$(x-1)$.

Составляем уравнение:

$$40x=45(x-1)$$

Решаем уравнение:

$$40x=45x-45$$

$$40x-45x=-45$$

$$-5x=-45$$

$$x=45/5$$

$$x=9$$

Если $x=9$, то количество дней, пройденных вторым человеком до встречи с первым, равно $9-1=8$.

Ответ: на 8 день пути второй человек догонит первого.

2. Решить задачу, переводя единицу измерения (версту в метры)

Решение:

1 верста – 1066 метров

40 верст – 40640 м ($1066,8 \cdot 40 = 40640$)

45 верст – 47970 м ($1066,8 \cdot 45 = 47970$)

1) На сколько метров в день второй человек проходит больше, чем первый?

$$47970 - 40640 = 7330 \text{ (м)}$$

2) Через сколько дней второй человек догонит первого?

$$40640 : 7330 = 6 \text{ (дней)}$$

Ответ: второй человек догонит первого через 6 дней.

Рефлексия способов и условий действий

Задание:

Ответить на вопрос: «Какой способ решения наиболее эффективен в данной задаче?»»

Контроль и оценка процесса и результатов деятельности

Задания:

1. Сравнить ответы, полученные при решении задачи разными методами.

2. Ответить на вопрос: «Почему ответы отличаются при решении задачи разными методами?»

Таким образом, проведенная апробация показывает, что представленные задания для обучающихся при работе с сюжетными задачами способствуют формированию познавательных универсальных учебных действий, которые обеспечивают компетенцию «научить учиться», которая в свою очередь является задачей современной системы образования.

Заключение

Сопоставление результатов работы с поставленными задачами позволяет заключить следующее:

1) новыми образовательными результатами являются познавательные универсальные учебные действия. В рамках настоящего исследования принимается следующее определение: «познавательные универсальные учебные действия – система способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупности операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации». Структура познавательных универсальных учебных действий представлена в трех блоках: общеучебные действия, включающие знаково-символические, логические действия и действия постановки и решения проблем;

2) в рамках данного исследования под сюжетной задачей будем понимать следующее определение: «сюжетные задачи – задачи, в которых описан некоторый жизненный сюжет (явление, событие, процесс), с целью нахождения определенных количественных характеристик или значений»). Решение сюжетной задачи состоит из четырех этапов: осмысление текста задачи и анализ ее содержания; осуществление поиска решения и составление плана решения; реализация плана решения; анализ найденного решения, поиск других способов решения;

3) соотнесение компонентов деятельностного содержания этапов решения сюжетных задач и элементов структуры познавательных универсальных учебных действий проведено для исследования возможности формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при работе с сюжетной задачей;

4) сюжетные задачи могут быть использованы на разных ступенях обучения для формирования познавательных тех или иных универсальных учебных действий при установлении определенного соответствия между деятель-

ностным содержанием этапов решения сюжетной задачи и деятельностным содержанием компонентов познавательных универсальных учебных действий;

5) примеры заданий для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при решении сюжетных задач разработаны и проиллюстрированы на примере трёх сюжетных задач.

Таким образом, следует считать, что задачи исследования выполнены, цель работы достигнута.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балл Г.А. О психологическом содержании понятия «задача» // Вопросы психологии. – 1970. – № 6. – С. 17-22.
2. Бантова, М.А. Методика преподавания в начальных классах: учеб.пособие / М.А.Бантова; под ред. М.А.Бантовой. – 3-е изд., испр. – М. : Просвещение, 1984. –335 с.
3. Белошистая, А.В. Обучение решению задач в начальной школе: кн. для учителя. – М. : Русское слово, 2003. – 288 с.
4. Горленко Н.М., Запятая О.В., Лебединцев В.Б., Ушева Т.Ф. Структура универсальных учебных действий // Народное образование. – 2012. – №4. – С. 153-160.
5. Далингер В.А. Совершенствование процесса обучения учащихся решению текстовых задач // Омский научный вестник. – 2011. – №4. – С. 168-170.
6. Гельфман Э.Г., Пенская Ю.К., Зильберберг Н.И., Демидова Л.Н. Об одном из подходов к оценке результатов обучения в условиях перехода на федеральный государственный образовательный стандарт // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2013. – №11. – С. 150-154.
7. Демидова Т.Е. Теория и практика решения текстовых задач: учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений /Т.Е.Демидова, А.П.Тонких. – М. : Академия, 2002. – 288 с.
8. Дяченко С.И., Аджамова Е.Г., Швыдко А.С. Взаимосвязь арифметического и алгебраического методов решения сюжетных задач как дидактическое средство осуществления дидактического поиска // Вестник Таганрогского института им. А.П. Чехова. – 2017. – С. 204-212.
9. Дяченко С.И., Кулабухова М.В., Сафарян А.А. Математическое моделирование как основа формирования универсальных учебных действий

при решении сюжетных задач // Вестник Таганрогского института им. А.П. Чехова. – 2017. – С. 213-219.

10. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. М. : Просвещение, 2003. – 223 с.

11. Зайкин М.И. Почему так важны сюжетные задачи в математическом образовании школьников // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2013. – №5(2). – С. 64-68.

12. Зайкин М.И., Пчелин А.В. Визуализация вербальных, графических и символических характеристик сюжетных математических задач в образовательном процессе // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. – 2008. – №2. – С. 35-39.

13. Зайкин М.И., Пчелин А.В. Об изучении функциональной направленности сюжетных задач в профессиональной подготовке будущих учителей математики // Интеграционная стратегия становления профессионала в условиях многоуровневого образования: Сб. ст. Междунар. научно-практич. конф. Котлас: СПГУВК, 2007.

14. Зайцев Г.Т. Теоретические основы обучения решению задач в начальных классах: учеб. пособие. – Ленинград, 1983. – 98 с.

15. Ильясов И.И. Система эвристических приемов решения задач М. , изд. Российского открытого университета, 1992. – 140 с.

16. Кондакова А.М. Концепция федеральных государственных образовательных стандартов общего образования/ А. М. Кондакова, А. А. Кузнецова. – М. : Просвещение, 2008. – 156 с.

17. Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьников математических задач: дис. ... д-ра. пед. наук / В.И. Крупич. – М. , 1992. – 395 с. – Библиогр.: с. 370-395.

18. Лаврова Е.Б., Лягаева Т.Ю., Копытова Л.А., Привалова Т.В., Семенова И.Н. Примеры формирования познавательных универсальных учебных действий при обучении математике в 5-6-х классах // Актуальные

вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – Екатеринбург: 2018. – С. 248-251.

19. Лушников И.Д., Ногтева Е.Ю. Формирование познавательных универсальных учебных действий в технологиях проектной и учебно-исследовательской деятельности обучающихся: пособие для учителя. – Вологда: ВИРО, 2013. – 176 с.

20. Методика начального обучения математике. Под общей редакцией А. А. Столяра и В. Л. Дрозда. – Минск: «Высшая школа», 1988 г. – 254 с.

21. Моро М.И. Методика обучения математике в 1-3 классах: пособие для учителя / М.И. Моро, А.М. Пышкало. – М.: Просвещение, 1975. – 336 с.

22. Пчелин А.В. Визуализация процессов, зависимостей и отношений величин в сюжетных задачах на движение по математике // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2008. – С. 442-445.

23. Садыкова И.А., Соболева Г.В., Тактарова И.С. Познавательные универсальные учебные действия // URL: <http://sgls.admsurgut.ru/win/download/1747/> (дата обращения: 15.03.2018).

24. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе. – М. : Просвещение, 2002. – 224 с.

25. Свечников А.А. Решение математических задач в 1-3 классах. М. , 1976. – 160 с.

26. Семушина Л.Б. Аналогия как метапредметная деятельность в процессе обучения математике // Пермский педагогический журнал. – 2013. – С. 66-69.

27. Сиденко А.С., Сиденко Е.А. О начале эксперимента по обучению универсальным учебным действиям при введении ФГОС // Эксперимент и инновации в школе. – 2013. – №1. – С. 40-48.

28. Статкевич В.В. О начальном обучении решению задач. Минск, 1970. – 208 с.

29. Степанова О.В. Развитие познавательных универсальных учебных действий как педагогическая проблема // Молодой ученый. – 2016. – №2. – С. 851-853. – URL <https://moluch.ru/archive/106/25198/> (дата обращения: 01.06.2019).

30. Сухов А.Н. Социальная психология образования: учебное пособие. – М. : НОУ ВПО Московский психолого-социальный университет, 2005. – 362 с.

31. Теплов Б.М. Психология и психофизиология индивидуальных различий: Избранные психологические труды / Б. М. Теплов. – М. : НПО МОДЭК, 2009 – 264 с.

32. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5-9 кл.) утвержден приказом Минобрнауки России от 17 декабря 2010 г. № 1897 // <http://минобрнауки.рф> URL: <http://минобрнауки.рф/документы/938> (дата обращения: 04.04.2018).

33. Федотова А.В. Роль универсальных учебных действий в системе современного общего образования // Молодой ученый. – 2016. – № 1. – С. 716-719.

34. Фефилова Е.Ф. Психолого-педагогические основы реализации герменевтического подхода в процессе обучения решению сюжетных математических задач // Вестник Северного (Арктического) федерального университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2009. – С. 144-148.

35. Фефилова Е.Ф. Структура задачи и её место в построении линии сюжетных задач в основной школе // Вестник Томского педагогического университета. – 2009. – №10. – С. 111-115.

36. Формирование познавательных универсальных учебных действий // Образовательная энциклопедия ODiplom.ru URL: <http://odiplom.ru/lab/formirovanie-poznavatelnyh-universalnyh-uchebnyh-deistvii.html> (дата обращения: 08.03.2019).

37. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др.; под ред. А.Г. Асмолова. – М. : Просвещение, 2010. – 159 с.

38. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика: учеб.пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей. – М. : Школьная пресса, 2002. – 208 с.

39. Харламов И.Ф. Педагогика. – М. : Гардарики, 1999. – 520 с.

40. Хнычкина Е.Е. Познавательные универсальные учебные действия и их оценка – стратегия развития учителя // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. – 2014. – №4. – С. 18-20.

41. Шарова О.П. Сюжетные задачи в обучении математике // Ярославский педагогический вестник. – 2005. – №2. – С. 120-126.

42. Шелехова Л.В. Сюжетная задача как объект изучения // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 3: Педагогика и психология. – 2009. – №3. – С. 216-225.

43. Шелехова Л.В. Сюжетные задачи по математике: учебно-методическое пособие. Майкоп: АГУ, 2007. – 173 с.