

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский государственный педагогический университет»  
Институт математики, физики, информатики и технологий  
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

## **Формирование регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе решения типовых заданий**

Выпускная квалификационная работа

Направление «44.03.01 – Педагогическое образование»

Профиль «Математика»

Работа допущена к защите:

Заведующий кафедрой

---

дата

подпись

---

Оценка

Исполнитель:

Куровская Анастасия

Алексеевна

студент МАТ-1501 группы,

Научный руководитель:

Блинова Т.Л.,

кандидат педагогических  
наук,

доцент кафедры высшей  
математики и методики  
обучения математике.

Екатеринбург 2019

## Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические основы формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся.....	5
1.1. Структура и сущность регулятивных универсальных учебных действий. 5	
1.2. Средства, направленные на формирование регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике .....	11
1.3. Типовые задания как одно из средств формирования регулятивных универсальных учебных действий .....	19
Вывод по главе 1 .....	26
Глава 2. Использование типовых заданий для формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе изучения темы «Квадратные уравнения».....	27
2.1. Логико-математический анализ темы «Квадратные уравнения» .....	27
2.2. Задачи по теме «Основные методы решений квадратных уравнений», направленные на формирование регулятивных универсальных учебных действий .....	42
Вывод по главе 2 .....	46
Заключение .....	47
Список литературы: .....	50

## Введение

Федеральные государственные общеобразовательные стандарты основного общего образования в качестве цели и основного результата образования выдвигают “развитие обучающихся на основе освоения ими универсальных учебных действий”. В широком значении термин “универсальные учебные действия” и означает умение учиться, то есть способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта. Универсальный характер учебных действий проявляется в том, что они носят метапредметный характер, то есть каждый учебный предмет в зависимости от его содержания и способов организации учебной деятельности, обучающихся имеет возможности для формирования универсальных учебных действий.

Иными словами, универсальные учебные действия (далее – УУД) должны обеспечить обучающимся не только успешное усвоение знаний, формирование умений, навыков, компетентностей в любой предметной области, но и возможности самостоятельно осуществлять деятельность учения, ставить учебные цели, искать и использовать необходимые средства и способы их достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности.

В соответствии с ФГОС ООО в основной образовательной программе представлены виды УУД: личностные, коммуникативные, регулятивные и познавательные. Кроме того, предметные результаты также напрямую зависят от уровня сформированности регулятивных универсальных учебных действий. Данным вопросом занимались такие авторы как: Асмолов А.Г., Запьята О.В., Эльконин Д.Б., Давыдов В.В. и другие.

Формирование регулятивных учебных действий происходит в процессе обучения различным школьным предметам, в частности математике. Данный предмет характеризуется разнообразием средств, которые можно использовать для формирования регулятивных УУД. Одним из таких средств могут являться типовые задания.

Указанные выше факты определяют **актуальность** выбранной темы.

**Объект исследования** – процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

**Предметом исследования** – типовые задания, как средство формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе обучения математике.

**Целью исследования** – разработать совокупность задач по теме «Основные методы решения квадратных уравнений», направленных на формирование регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся.

**Задачи исследования:**

1. Проанализировать психолого-педагогической и методической литературы по теме исследования.
2. Выделить основные характеристики регулятивных универсальных учебных действий.
3. Охарактеризовать средства формирования регулятивных универсальных учебных действий на уроках математики.
4. Обосновать, что типовые задания являются средством формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся.
5. Провести логико-математический анализ темы «Квадратные уравнения».
6. Разработать совокупность задач по теме «Основные методы решений квадратных уравнений», направленных на формирование регулятивных универсальных учебных действий.

# **Глава 1. Теоретические основы формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся**

## **1.1. Структура и сущность регулятивных универсальных учебных действий**

По замыслу авторов стандарта «в сфере регулятивных универсальных учебных действий школьники овладеют всеми типами учебных действий, подключая способность принимать и сохранять учебную цель задачу, планировать ее осуществление (в том числе во внутреннем плане), проверять и оценивать свои действия, привносить соответствующие коррективы в их исполнение» [35].

В более узком значении термин «универсальные учебные действия» рассматривают как совокупность способов действия, обучающегося (а также связанных с ними навыков учебной работы), обеспечивающих его способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса.

В широком значении термин «универсальные учебные действия» означает умение учиться, т. е. способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта [9].

Отметим, что регулятивные УУД во многом выступают системообразующими в структуре УУД в целом. В самом определении универсальных учебных действий как совокупности способов действия учащегося, обеспечивающих его способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса, прослеживается ведущее значение регулятивных УУД [32]. Развитие регулятивных способностей составляет ключевую компетентность личности. Регулятивные УУД носят сквозной характер и «пронизывают»

коммуникативные, личностные и познавательные. Они пронизывают все уровни личностной системы [7].

По утверждению А.Г. Асмолова к регулятивным универсальным учебным действиям относятся действия, обеспечивающие организацию учебной деятельности:

**Целеполагание** как постановка учебной задачи на основании соотнесения того, что уже известно и освоено обучающимся, и того, что еще неизвестно;

**Планирование** как установление порядка промежуточных целей с учетом конечного итога; составление плана и порядка действий;

**Прогнозирование** как предвосхищение итога и уровня освоения познаний, его временных характеристик;

**Контроль** в форме сличения способа действия и его итога с заданным эталоном с целью раскрытия отходов и различий от эталона;

**Оценка** как выделение и осмысление обучающимся того, что уже освоено и что еще необходимо усвоить, осмысление качества и уровня освоения;

**Саморегуляция** как способность к мобилизации сил и энергии, к волевому усилию (к избранию в ситуации мотивационного конфликта) и к одолению помех [36].

Подробнее рассмотрим каждое из указанных регулятивное универсальное учебное действие.

*Целеполагание* как осмысление предложенной цели важно для организации учебной деятельности. При этом отметим, что цель урока, которую ставит перед собой учитель, и цель урока, сообщаемая обучающимся, созвучны, но не одинаковы. Цель урока для учителя – есть проекция образовательного результата, и она отличается более развёрнутой формулировкой. Обучающиеся должны цель урока осознать и принять, то есть видеть актуальность цели для конкретной личности. Постановка учебной задачи, как правило, показывает детям недостаточность имеющихся у них

знаний, побуждает их к поиску новых знаний и способов действий, которые они «открывают» в результате применения и использования уже известных способов действий и имеющихся знаний. З.А.Кокарева [16] выделила основные приемы организации принятия цели:

- опора на личный жизненный опыт обучающихся;
- использование занимательного игрового материала;
- создание проблемной ситуации в процессе целеполагания;
- выбор цели из предложенных учителем формулировок, обоснование выбора цели;
- моделирование цели урока, введение понятия «учебная задача»;
- постановка цели в том числе и на длительный период времени с помощью карты знаний, маршрута движения.

Формирование РУУД *планирование* происходит с введения определения понятия «план». План – это порядок, последовательность действий; план – алгоритм, инструкция. Для формирования УУД планирования собственной учебной деятельности эффективны следующие приёмы: обсуждение готового плана решения учебной задачи; работа с деформированным планом решения учебной задачи; использование плана с недостающими или избыточными пунктами; составление своего плана решения учебной задачи [36]. Работа по планированию своих действий способствует развитию осознанности выполняемой деятельности, контроля за достижением цели, оценивания, выявления причин ошибок и их коррекции.

*Прогнозирование* действий направлено на предвосхищение результата и уровня усвоения, его временных характеристик [10].

*Коррекция* действий направлена на изменение содержания и последовательности операций в ответ на изменившиеся условия действия и на регуляцию действия во времени [3].

Не менее важные компоненты учебной деятельности – *контроль и оценка*. Под контролем следует понимать, прежде всего, контроль за правильностью и полнотой выполнения операций, входящих в состав

действий. Что касается действия оценки, то она напрямую связана с действием контроля [8]. Основная функция содержательной оценки в этом случае заключается в том, чтобы определить, с одной стороны, степень освоения обучающимися заданного способа действия, с другой стороны, продвижение обучающихся относительно уже освоенного уровня способа действия [22].

Особый вид оценки – *самооценка*. Она начинается там, где ребенок сам участвует в производстве оценки — в выработке ее критериев, в применении этих критериев к разным конкретным ситуациям. Самооценивание создаёт основу осознания учащимся себя как активного субъекта своей деятельности и предоставляет ему возможность глубже разобраться в своих способностях и умениях [36].

*Саморегуляция* эмоциональных состояний тревожности, фрустрации также составляет условие успешной учебной деятельности школьника, которая нередко сопряжена с высокими интеллектуальными и эмоциональными нагрузками (экзамены, контрольные работы, устные ответы у доски и пр.) [13]. Высокий уровень напряжённости учебной деятельности и неправильно организованный режим труда и отдыха приводят отдельных учащихся к снижению работоспособности, хроническому утомлению и к эмоциональному истощению. Сохранение высокого уровня самоуправления и саморегуляции определяется возможностями учащегося совладания со стрессом, владения им навыками саморегуляции [36].

Перечисленные умения составляют структуру регулятивных универсальных учебных действий.

А.Г. Асмолов [36] выделяет следующие рекомендации для формирования регулятивных УУД:

- с самого начала обучения учитель должен ставить перед обучающимися задачу оценивания своей деятельности;
- необходимо объективировать для обучающегося функции оценивания - объективировать его изменения в учебной деятельности; развивать самооценку, мотивацию саморазвития;

– предметом оценивания должны стать учебные действия обучающегося и их результаты, способы действия, способы учебного сотрудничества (ретроспективная оценка) и собственные возможности осуществления деятельности (прогностическая оценка);

– необходимо формировать у учащегося установку на улучшение результатов деятельности;

– оценка должна основываться на содержательных, объективированных и осознанных критериях, которые могут быть даны учителем в готовом виде, выработаны совместно с учащимися или выработаны учащимся самостоятельно;

– необходимо формировать у обучающихся умение анализировать причины неудач в выполнении деятельности и ставить задачи на освоение тех звеньев действия (способов действия), которые обеспечат его правильное выполнение;

– способствовать развитию умения обучающихся самостоятельно вырабатывать и применять критерии и способы дифференцированной оценки в учебной деятельности;

– необходимо чётко различать объективные и субъективные критерии оценки; оценка обучающегося соотносится с оценкой учителя только по объективным критериям, причём оценочное суждение учащегося предваряет оценку учителя;

– организация сотрудничества процесса обучения должна происходить на основе соблюдения принципов уважения личности обучающегося, принятия, доверия, эмпатии и признания индивидуальности каждого ребёнка.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что несмотря на активную работу исследователей в направлении создания дидактической поддержки достижения новых образовательных результатов, анализ практико-ориентированных материалов (например, [1], [17] и др.) и наблюдение за работой учителей показывают, необходимость обогащения различных

методов и средств формирования регулятивных универсальных учебных действий. Примеры таких средств будут рассмотрены в следующем параграфе.

## **1.2. Средства, направленные на формирование регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике**

Математика как школьный предмет, содержит множество средств для формирования УУД, в том числе регулятивных. Описание этих средств можно найти в работах специалистов. Как показал анализ литературы в качестве средств формирования регулятивных УУД у обучающихся можно использовать проектную деятельность, критериальные карточки для самоконтроля, веб-квесты, работу с вопросами, самостоятельную работу обучающихся и другое.

### *1. Проектная деятельность.*

Организация проектной деятельности обучающихся обусловлена необходимостью понимать смысл и предназначение своей самостоятельной учебно-познавательной деятельности для получения качественного образования, самостоятельно ставить познавательные цели и задачи, продумывать способы их выполнения, оформлять и презентовать проект. Это способствует формированию регулятивных универсальных действий: планировать процесс проведения работ над проектом; осуществлять контроль; производить коррекцию; оценивать полученный результат [29].

Проектное исследование состоит из нескольких этапов. Рассмотрим пример деятельности учителя на конкретном этапе в таблице 1 [37].

### *2. Критериальные карточки для самоконтроля.*

Для организации контроля обучающихся при прохождении новой темы, взаимодействия учителя и обучающегося, а также развития таких регулятивных УУД, как самоконтроль и самооценка целесообразно использовать критериальные карточки для самоконтроля [34].

В начале темы каждый учащийся получает карточку индивидуальных достижений, в которой отмечает, какие умения он освоил (на его взгляд).

Таблица 1.

Деятельность учителя по формированию у обучающихся  
регулятивных универсальных учебных действий  
(работа над проектом на этапе «Подготовка»)

Содержание работы	Деятельность учащихся	Деятельность учителя	РУУД (показатели планируемых результатов)
<p>Формулировка проблемы проекта.</p> <p>Постановка цели и задач проекта.</p>	<p>Обсуждают тему проекта с учителем и получают при необходимости дополнительную информацию.</p> <p>Самостоятельно определяют цель и задачи проекта.</p>	<p><i>Консультирует:</i> отвечает на вопросы учащихся, организует консультацию для обобщенного об-суждения темы и целей проекта.</p> <p><i>Мотивирует:</i> позволяет самостоятельно опре-делить цель и задачи проекта.</p>	<p><i>Целеполагание:</i> определяет цель своей деятельности.</p> <p><i>Оценка:</i> оценивает адекватность постановки целей.</p>

Проверяя домашнюю работу, учитель сам смотрит какие умения появились у ученика, и умения, которые он приобрел отмечает в электронном дневнике знаком «+». Обучающийся сверяет свою таблицу с таблицей учителя. Таким образом, исчезает момент «погони» за оценкой, и обучающиеся нацеливаются только на результат. А во-вторых, развиваются такие регулятивные УУД, как самоконтроль и самооценка. Приведем пример такой индивидуальной карточки для самоконтроля в таблице 2, в которой обучающийся будет отмечать свои умения, на примере темы «Линейные уравнения» [34].

### 3. Веб-квесты.

В качестве средства формирования учебной саморегуляции, при обучении математике могут быть использованы веб-квесты [18].

Пример прохождения веб-квеста: *пройдите веб-квест по теме «Сложение рациональных чисел».*

## Критериальная карточка самоконтроля обучающегося

ФИО ученика	
Умения, знания, навыки	«+» - есть, «-» - нет
Раскрывать скобки	
Приводить подобные	
Выражать неизвестную с помощью учителя	
Самостоятельно выражать неизвестные	
Составлять уравнения с помощью учителя	
Самостоятельно составлять уравнения	

Алгоритм прохождения:

- 1) определитесь с видом деятельности (теория, практика, ошибковедение);
- 2) в зависимости от выбранного вида деятельности выполните задания, согласно разработанным спискам.

Пример фрагмента содержания веб-квеста и заданий при выборе такого вида деятельности, как теория: «составьте два правила сложения рациональных чисел по следующим примерам:

1.  $-3 + (-6) = -9$ ;
2.  $-4 + 3 = -1$ ;
3.  $-15,3 + (-3,4) = -18,7$ ;
4.  $1,7 + (-0,4) = 1,3$ ;
5.  $-32,11 + 23,44 = -8,67$ ;
6.  $-3,6 + (-1,5) = -5,1$ ».

3) заполните анкету по анализу собственной деятельности (вопросы анкеты разработаны для всех видов деятельности).

4) подводите итог деятельности [18].

Для повышения эффективности веб-квестов на этапах 3) и 4) данного алгоритма предлагается использовать: сопоставление собственных результатов с образцом и оценивание своей деятельности на каждом этапе

действий, решение обратной задачи, выполнение заданий по инструкции. В результате работы с веб-квестами у обучающихся формируются такие РУУД как оценка, контроль, саморегуляция и коррекция.

#### *4. Работа с вопросами.*

По мнению профессора психологии Л. М. Веккера «вопрос — есть психическое отображение нераскрытости, непредставленности тех предметных отношений, на выяснение которых направлен весь последующий мыслительный процесс» [6]. Вопрос «запускает» познавательную деятельность, направленную на решение какой-либо проблемы и способствует тому, чтобы определить, сформулировать проблему. Если человек учится и при этом не задает вопросы (имеются в виду свои, самостоятельно сформулированные), он не испытывает состояния незавершенности, которое является основой для любой познавательной деятельности [15]. Следовательно, развитие умения задавать вопросы и отвечать на них предполагает получение метапредметных результатов обучения, формирование универсальных учебных действий, в том числе — регулятивные, такие как целеполагание, мотивация, оценка.

Рассмотрим два приема, направленных на развитие умения задавать вопросы:

##### 1) Прием «Толстый и тонкий вопросы».

Обучающимся предлагается записать вопросы в два столбика.

В первом столбик записывается «тонкий» вопрос, предполагающий однозначный ответ. Во втором — «толстый» вопрос, предполагающий развернутый, обстоятельный ответ. В этом вопросе допустимо решение задачи или упражнения. Количество вопросов может варьироваться от 1 до 5, в зависимости от отводимого времени. Этот прием может быть использован как для организации беседы в начале урока обобщающего повторения, так и для закрепления изучаемого материала, а также для организации взаимопроса. Задание может выполняться в парах и группах [12].

## 2) «Кубик Блума».

На гранях кубика написаны начала вопросов: «Почему», «Объясни», «Назови», «Предложи», «Придумай», «Поделись». Учитель (или ученик) бросает кубик. Необходимо сформулировать вопрос к учебному материалу по той грани, на которую выпадет кубик. Например, вопрос, начинающийся со слова «Назови...» может соответствовать уровню репродукции, т. е. простому воспроизведению знаний. Вопросы, начинающиеся со слов «Почему...» соответствуют так называемым процессуальным знаниям. Ученик в данном случае должен найти причинно-следственные связи, описать процессы, происходящие с определённым предметом или явлением. Отвечая на вопрос «Объясни...», ученик использует понятия и принципы в новых ситуациях, применяет законы, теории в конкретных практических ситуациях, демонстрирует правильное применение метода или процедуры. И, конечно же, задания «Предложи...», «Придумай...», «Поделись...» направлены на активизацию мыслительной деятельности ученика [20].

Целенаправленная работа с такими приемами позволяет развивать регулятивные универсальные учебные действия, такие как целеполагание, мотивация, оценка.

## 5. Самостоятельная работа.

В соответствии с требованиями ФГОС ООО умение самостоятельно учиться (определять цель, планировать, контролировать и оценивать свою деятельность) должно начать формироваться в школе в процессе овладения универсальными учебными действиями.

В опытно-экспериментальной работе [21] в процессе обучения математике самостоятельная работа обучающихся с учебником или другим источником выделена как одно из средств, направленных на формирование регулятивных УУД у обучающихся основной школы.

Примеры нескольких заданий, которые могут быть выполнены обучающимися при работе с учебником:

1. Проанализировать заголовок параграфа или главы, ответить на вопросы: «О чём будет идти речь?», «Что нужно будет узнать?», «Что я уже знаю об этом?» и др.

2. Прочитать содержание пункта параграфа; выделить все непонятные слова, термины и выражения, выяснить их значение.

3. Выделить основные этапы в доказательстве теоремы.

4. Разбить текст на части и озаглавить их.

5. Разобрать конкретные примеры в тексте и предложить свои примеры к новому материалу.

6. Самостоятельно провести доказательство теоремы, признака, свойства, самостоятельно вывести формулу [30].

#### *б. Алгоритм.*

Алгоритм – это правила, инструкции, памятки, определяющие четкую последовательность элементарных для данного объекта операций по решению учебной задачи; система работы по строго определенным правилам, которая после последовательного их выполнения приводит к решению поставленной задачи [19].

Применение алгоритмов позволит обучающемуся научиться действовать по заданному плану, выбирать более эффективные пути решения задач и определять необходимые действия в соответствии с познавательной и учебной задачей, поспособствует совершенствованию видов творческих письменных работ (составление плана, конспекта) и общеучебных интеллектуальных умений (наблюдение, чтение, классификация, самоконтроль, сравнение, конкретизация) [7].

Пример алгоритма для решения познавательных задач представлен на рисунке 1.

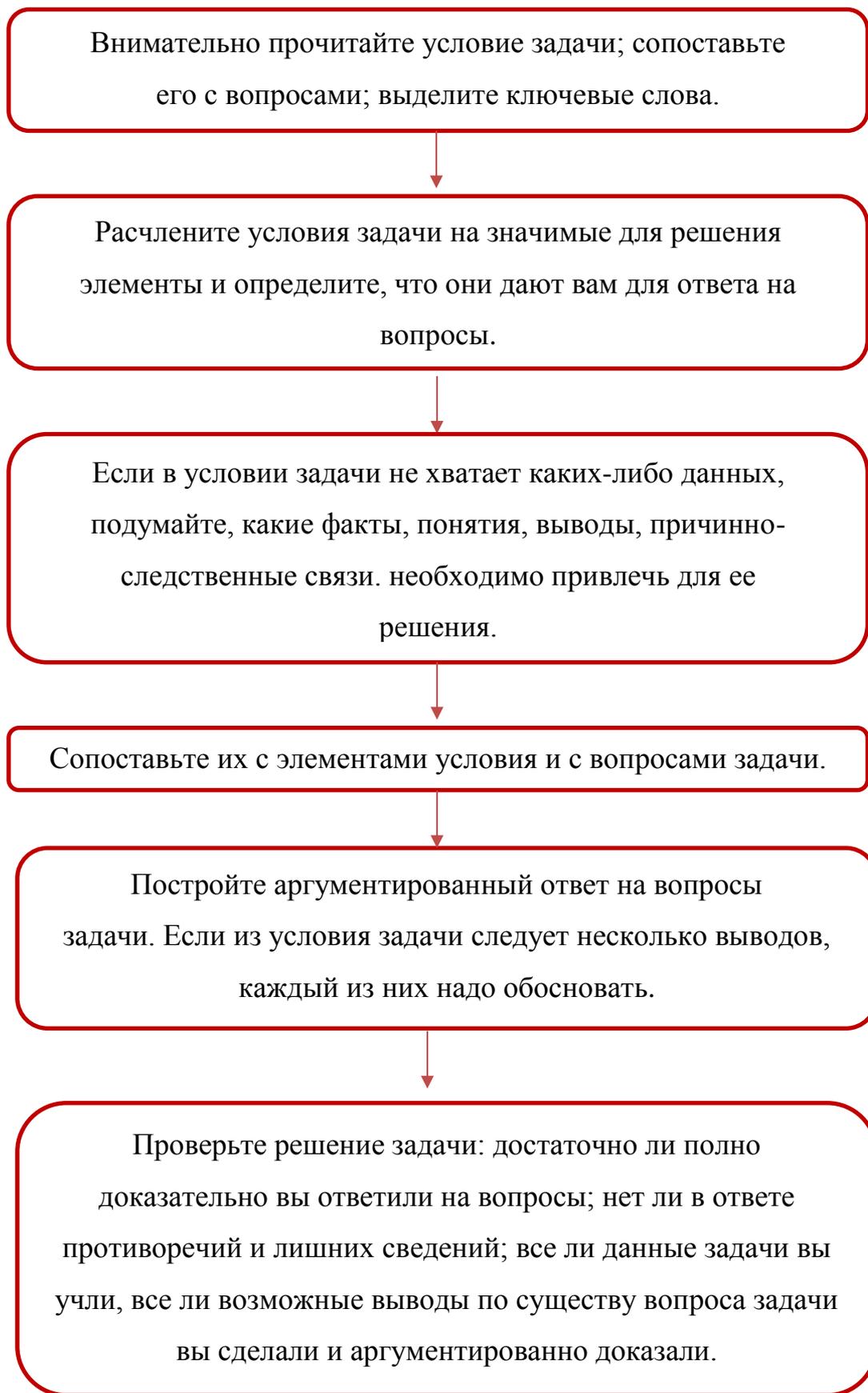


Рис. 1. Алгоритм решения познавательных задач

Более подробно рассмотрим типовые задания, как средство формирования регулятивных универсальных учебных действий и покажем, что использование их в процессе обучения математике целесообразно.

### **1.3. Типовые задания как одно из средств формирования регулятивных универсальных учебных действий**

В предыдущем пункте были рассмотрены некоторые средства формирования регулятивных УУД. Для решения задачи 4) на основе полученных данных необходимо обосновать, что типовые задания являются одним из продуктивных средств формирования регулятивных УУД. Особое внимание при использовании типовых заданий необходимо уделять формулировке задания.

Учебным задачам уделяется много внимания, так как они являются основным структурным компонентом учебной деятельности. Их цель развитие ученика, подведение его к овладению основными обобщенными отношениями в учебной деятельности, к овладению новыми способами учебных действий и их усвоению [25].

В рамках решения поставленной задачи обратимся к работе О.Б. Епишевой [12], в которой представлена классификация типов учебных задач по математике, которые следует включать в содержание изучения любой темы школьного курса математики. Типы учебных задач расположены в порядке возрастания уровня учебной деятельности по их решению.

*Задания на формирование знаний:*

- 1) продолжить или закончить определение;
- 2) вставить пропущенные слова;
- 3) сформулировать определение;
- 4) выбрать из предложенных верное (правильное);
- 5) исправить ошибку;
- 6) выбрать истинно или ложно;
- 7) установить соответствие определений (сопоставить слово и определение);
- 8) найти ключевые слова;
- 9) найти незнакомые слова (выяснить их значение);

10) ответить на вопросы по тексту («Что это?», «Из чего состоит?», «Частью чего является?»);

11) найти и дополнить;

12) вывести следствие;

13) составить вопросы.

*Задания на формирование понимания:*

1) привести примеры;

2) привести контрпримеры;

3) установить связи (дать таблицу систем чисел и дать много цифр и обучающиеся должны соотносить в колонку; с помощью кругов Эйлера сделать принадлежность множеств);

4) установить новые связи с ранее изученным;

5) выбрать среди предложенных задачу, для которой нужен этот материал;

6) составить задачу на пройденный материал (применение пройденного материала).

*Задания на формирование умений:*

1) выполнить действия (решить задачу) по образцу, правилу, алгоритму;

2) выполнить практическую работу тренировочного характера (тесты);

3) решить типовую задачу;

4) найти задачи аналогичные (раскрыть смысл аналогии), противоположные данным;

5) найти ошибку в решении;

6) исправить ошибку в решении;

7) сделать проверку решения;

8) дать оценку результатам решения;

9) объяснить причины ошибок;

10) привести пример из другой темы, где можно допустить аналогичную ошибку.

*Задания на развитие внимания:*

- 1) продолжить ответ или формулировку математического предложения;
- 2) задать вопросы по домашнему заданию (по объяснению учителя, по решению задачи, при взаимоконтроле в групповой работе и т.п);
- 3) найти ошибку;
- 4) в данном перечне объектов расположить их в определенном порядке.

*Задания на развитие восприятия:*

- 1) обнаружить (опознать, отличить) указанные объекты по чертежу, при слуховом и зрительном восприятии информации;
- 2) выслушать и записать в виде символики;
- 3) определить приближенно величину (его значение) [12].

На основе сформулированных автором позиций выделим те типы заданий, которые в большей степени способствуют формированию РУУД, и соотнесем их с конкретными регулятивными действиями, перечень которых приведен в п.1.1., учитывая специфику каждого регулятивного учебного действия. Результат исследования представим в таблице 3.

*Таблица 3.*

Соотнесение типовых заданий по математике с РУУД

<b>Регулятивное универсальное учебное действие</b>	<b>Типовые задания, формирующие РУУД</b>
<i>Целеполагание</i> - умение формулировать и удерживать учебную задачу. Целеполагание предполагает установление связи между содержанием учебного материала и целью его предоставления, выполнением заданий (ответ на вопрос «Для чего необходимо знать (уметь)?») [27].	- ответить на вопросы по тексту («Что это?», «Из чего состоит?», «Частью чего является?»); - установить новые связи с ранее изученным; - составить вопросы; - найти и дополнить материал

<p><i>Планирование</i> - умение выполнять инструкции, точно следовать образцу и простейшим алгоритмам; самостоятельно устанавливать последовательность действий для решения учебной задачи. Группа типовых заданий, направленных на формирование планирования предполагает установление взаимосвязи между элементами (объектами) и определением последовательности действий.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- выполнить действия (решить задачу) по образцу, правилу, алгоритму;</li> <li>- решить типовую задачу;</li> <li>- составить алгоритм решения;</li> <li>- выбрать из предложенных алгоритмов алгоритм решения для заданной задачи;</li> <li>- найти и дополнить материал;</li> <li>- установить связи;</li> <li>- выполнить практическую работу тренировочного характера (тесты);</li> <li>- составить план выполнения практической работы</li> </ul>
<p><i>Прогнозирование</i> - умение предвосхитить результат своей деятельности; определить возможный вариант ответа, уровень усвоения знаний. Таким образом, должны быть подобраны такие задания, где в результате анализа проблемной ситуации обучающийся сталкивается с конкретным проявлением неизвестного ему способа действия и для того чтобы решить вопрос «почему это так», ему необходимо предположить конечную цель задачи (ответ), или определенного этапа в решении задачи, и тем самым с помощью предвосхищения результата спланировать свою деятельность [26].</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- найти и исправить ошибку;</li> <li>- выбрать из предложенных вариантов верный (правильный);</li> <li>- привести примеры;</li> <li>- привести контрпримеры;</li> <li>- определить приближенно величину (значение);</li> <li>- вставить пропущенные слова;</li> <li>- привести примеры формулировок определений понятий, в которых изменение некоторых слов не влияет на корректность толкования;</li> <li>- в условии заданной сюжетной задачи заменить некоторые данные так, чтобы: а) вопрос в задаче остался таким же, б) вопрос в задаче изменился;</li> <li>- продолжить ответ или формулировку математического предложения</li> </ul>

<p>Под <i>контролем</i> следует понимать, прежде всего, контроль за правильностью и полнотой выполнения операций. Задания данной группы должны быть направлены на применение различных способов осуществления контроля за деятельностью своей и товарищей.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- сделать проверку решения;</li> <li>- указать возможные способы проверки;</li> <li>- перечислить основные шаги проверки</li> </ul>
<p><i>Коррекция</i> - умение вносить необходимые дополнения и изменения в план, способ и результат действия на основе его оценки и учёта сделанных ошибок; адекватно воспринимать предложения взрослых и товарищей по исправлению допущенных ошибок. Универсальное действие коррекция нацелено на работу с деформированными предложениями, текстами, установление правильного порядка в следовании событий историй, явлений и т.д.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- исправить ошибку в решении;</li> <li>- сформулировать возможную причину появления ошибки;</li> <li>- сформулировать действия для предотвращения ошибки;</li> <li>- в заданном перечне расположить объекты в определенном порядке</li> </ul>
<p><i>Оценка</i> - умение определить качество и уровень работы, знаний; понимает, что усвоено, а что ещё нужно усвоить; установить соответствия полученного результата поставленной цели; соотнести правильность выбора, планирования, выполнения и результата действия с требованиями конкретной задачи. Регулятивные оценки направлены на осуществление адекватной полученному результату</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- дать оценку результатам решения;</li> <li>- сформулировать требования к оформлению решения;</li> <li>- сформулировать критерии оценки решения (разработать оценочную шкалу)</li> </ul>

оценки и самооценки деятельности, а также процесса выполнения задания. Ученикам предлагается по уже готовым критериям или выработанным в совместной деятельности с учителем оценить результат деятельности или процесс его выполнения.	
<p><i>Саморегуляция</i> - способность сконцентрировать волю для преодоления интеллектуальных затруднений и физических препятствий; умение стабилизировать своё эмоциональное состояние для решения различных задач. Эти типовые задания основываются на познавательном интересе обучающихся.</p>	<p>- объяснить причины собственных ошибок; - сформулировать вопросы по теме (для материала, представленного в информационном источнике или учителем, по поиску решения конкретной задачи, для организации взаимоконтроля в групповой работе и т. п.)</p>

С целью иллюстрации положений, представленных ранее, приведем конкретный пример задания и задачи, направленной на формирование РУУД.

Пример:

*РУУД:* планирование, контроль.

*Задание:* Решить уравнение

$$4(x - 2) = -10(x - 2)$$

по алгоритму:

- 1) раскрыть скобки;
- 2) перенести известные слагаемые в одну часть уравнения, неизвестные - в другую (переносим слагаемые с противоположным знаком);
- 3) привести подобные слагаемые;
- 4) найти корень уравнения;
- 5) сделать проверку, подставив найденный корень в исходное уравнение. Если при подстановке равенство не выполняется, возвращаемся к пункту 1 и ищем ошибку;

б) записать ответ.

Построить другой алгоритм (план) решения уравнения. Сравнить эти алгоритмы по количеству шагов.

В процессе выполнения задания обучающийся осуществляет пошаговую организацию деятельности и контроль.

Все выделенные умения, которые формируются у обучающегося в процессе решения типовой задачи, являются компонентами регулятивных УУД, а, следовательно, метапредметными результатами обучения. Таким образом, типовые задания являются эффективным средством формирования регулятивных УУД.

## Вывод по главе 1

Федеральный государственный образовательный стандарт определяет метапредметные результаты обучения, среди которых есть овладение обучающимися универсальными учебными действиями, одними из таких действий являются регулятивные. Из этого следует, что проблема формирования регулятивных УУД является актуальной.

В первой главе в результате анализа психолого-педагогической и методической литературы сформулировано понятие регулятивных универсальных учебных действий, основные характеристики и рекомендации по их формированию.

Также в главе были рассмотрены средства формирования регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике. Для данного исследования были использованы типовые задания, так как они носят универсальный характер, часто используются в процессе обучения математике и в полной мере позволяют сформировать все компоненты регулятивных универсальных учебных действий.

Выделены типовые задания, которые в большей степени способствуют формированию РУУД и соотнесены с конкретными регулятивными действиями. На конкретном примере было показано, что типовые задания и задачи могут формировать определенные регулятивные действия. Следовательно, систематическое применение типовых заданий и задач в процессе обучения математике будет формировать у обучающихся регулятивные универсальные учебные действия.

## **Глава 2. Использование типовых заданий для формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе изучения темы «Квадратные уравнения»**

### **2.1. Логико-математический анализ темы «Квадратные уравнения»**

В УМК по алгебре Ю.М. Колягина тема «Квадратные уравнения» изучается в 8 классе и является продолжением изучения линии уравнений в школьном курсе математики [33].

*Цель изучаемой темы:* овладеть различными способами решения квадратных уравнений и их систем, научиться решать практические и прикладные задачи, математической моделью которых является уравнение данного вида, уметь интерпретировать полученный результат [35].

Квадратные уравнения решаются на протяжении всего курса математики, начиная с 8 класса. Следует отметить, что текстовые задачи, решение которых требует составления квадратных и дробно-рациональных уравнений, содержатся в банках данных по подготовке к ОГЭ и ЕГЭ.

Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических, показательных, иррациональных уравнений, дробно - рациональных уравнений, уравнений высших степеней [28].

Тема рассчитана на 23 часа и включает в себя следующие параграфы:

- Квадратное уравнение и его корни.
- Неполные квадратные уравнения.
- Метод выделения полного квадрата.
- Решение квадратных уравнений.
- Приведенное квадратное уравнение. Теорема Виета.
- Уравнения, сводящиеся к квадратным.
- Решение задач с помощью квадратных уравнений.
- Различные способы решения задач систем уравнений.

*"Ядерным" материалом темы являются:*

- определение квадратного уравнения;
- виды уравнений: полные квадратные уравнения, неполные, приведенные, рациональные и иррациональные уравнения, биквадратные уравнения;
- формулы корней квадратных уравнений, дискриминант квадратного уравнения, формулы корней приведенного квадратного уравнения, теорема Виета, формула разложения квадратного трехчлена на множители;
- алгоритмы решения уравнений, систем уравнений.

*Знания и умения, которые должны быть сформированы у учащихся в результате изучения данной темы: Согласно Федеральному Государственному Образовательному Стандарту основного общего образования (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 года №1897) планируемые результаты изучения темы «Квадратные уравнения» в 8 классе:*

*обучающиеся должны знать:*

- определение квадратного уравнения;
- виды квадратных уравнений: полное, неполное, приведенное;
- метод выделения полного квадрата;
- способы решения и проверки квадратных уравнений;
- определение и способы решения биквадратного уравнения;
- теорема Виета; теорема, обратная теореме Виета;
- способы записи квадратных уравнений;
- метод введения нового неизвестного;
- способы решения текстовых задач методом квадратных уравнений.

*Обучающиеся должны уметь:*

- распознавать линейные и квадратные уравнения, целые и дробные уравнения;

- решать все виды квадратных уравнения, а также уравнения, сводящиеся к ним; решать дробно-рациональные уравнения;
- применять для решения уравнений общую формулу корней квадратного уравнения; формулу корней с четным вторым коэффициентом; формулу корней приведенного квадратного уравнения;
- исследовать квадратные уравнения по дискриминанту и коэффициентам;
- решать биквадратные уравнения;
- решать уравнения с неизвестным в знаменателе дроби;
- решать системы уравнений, содержащие уравнение второй степени, способом подстановки; сложения; деления; введения нового неизвестного;
- решать текстовые задачи алгебраическим способом: переходить от словесной формулировки условия задачи к алгебраической модели путем составления уравнения; решать составленное уравнение; интерпретировать результат [35].

Для проведения логико–математического анализа содержания темы «Квадратные уравнения» выделим компоненты для основных понятий:

- определение способа получения нового понятия;
- определение типа и вида определения;
- определение структуры определения;
- раскрытие математического содержания каждого элемента определения (род, видовые отличия). Также рассмотрим основные методы решения квадратных уравнений с целью определения содержания заданий, выделенных в п.1.3.

### *Параграф 1 «Квадратное уравнение и его корни»*

Основные понятия, методы, алгоритмы:

1. Определение *квадратного уравнения*: квадратным уравнением называется уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a, b, c$  – заданные числа,  $a \neq 0$ ,  $x$  – неизвестное.

Данное понятие конструируется с помощью ограничения. По типу и виду определение является вербальным, явным и реальным, поскольку описывается с помощью слов. Структура понятия – конъюнктивная. Ближайший род – уравнение; видовые отличия:  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a, b, c$  – заданные числа,  $a \neq 0$ .

2. Теорема «Уравнение  $x^2 = d$ , где  $d > 0$ , имеет два корня:

$$x_1 = \sqrt{d}, x_2 = -\sqrt{d}.$$

3. Метод разложения на множители способом группировки поясняется на примерах. На основе примеров, можно выделить алгоритм для решения квадратного уравнения методом разложения на множители способом группировки.

*Алгоритм:*

1) преобразуем квадратное уравнение к виду:  $ax^2 + bx + c = 0$

2) для того чтобы сгруппировать слагаемые необходимо увеличить их число, так как в каждой группе должно быть одинаковое число слагаемых. Трехчлен удобно разложить на многочлен, состоящий из четырех слагаемых, чтобы сгруппировать по два.

3) Выбираем одно из слагаемых многочлена (чаще всего второе) и раскладываем его на два слагаемых, так чтобы при вынесении общего множителя, в каждой из скобок остался один и тот же многочлен. Получаем два слагаемых.

4) Одинаковый многочлен у каждого из слагаемых выносим как общий множитель. Получаем два множителя. Тем самым, квадратный трехчлен разложен на множители.

*Пример.* Разложить квадратное уравнение  $2x^2 + 13x = 15$  на множители способом группировки.

Решение:

1)  $2x^2 + 13x - 15 = 0$ ;

2)  $(2x^2 - 2x) + (15x - 15) = 0$ ;

3)  $2x * (x - 1) + 15 * (x - 1) = 0$ ;

$$4) (x - 1) * (2x + 15) = 0.$$

4. Метод подбора поясняется на примерах. Данный метод удобно применять, зная свойства коэффициентов квадратного уравнения. Проиллюстрируем данный метод, применяя одно из свойств [17].

*Пример.* Решить квадратное уравнение методом подбора

$$x^2 + 3x + 2 = 0.$$

Решение:

Осуществим подбор корней квадратного уравнения по его старшему и свободному коэффициенту. Рациональные корни данного квадратного уравнения, если они существуют, являются делителями числа  $c/a = 2/1 = 2$ , то есть могут быть целыми числами  $\pm 1, \pm 2$ . Так как все слагаемые положительные, то при подстановке 1 и 2, данное выражение не будет обращаться в ноль. При подстановке  $-1$  и  $-2$  данное выражение обращается в верное равенство. Следовательно,  $x_1 = -1, x_2 = -2$ .

### *Параграф 2 «Неполные квадратные уравнения»*

1. Определение *неполного квадратного уравнения*: квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ , называется неполным, если хотя бы один из коэффициентов  $b$  или  $c$  равен нулю. Таким образом, неполное квадратное уравнение есть уравнение одного из следующих видов:

$$ax^2 = 0,$$

$$ax^2 + c = 0, c \neq 0,$$

$$ax^2 + bx = 0, b \neq 0.$$

Данное понятие конструируется с помощью ограничения. По типу и виду определение является вербальным, явным и реальным, поскольку описывается с помощью слов. Структура понятия – конъюнктивная. Ближайший род – квадратное уравнение; видовые отличия: 1)  $b = 0$ , либо 2)  $c = 0$ , либо 3)  $b = 0$  и  $c = 0$ .

2. Метод решения неполных квадратных уравнений поясняется на примерах с использованием тождественных и равносильных преобразований. Представим схему решения неполных квадратных уравнений в таблице 4.

Таблица 4.

Схема решения неполных квадратных уравнений методом преобразований

Коэффициент, равный нулю	$b = 0$	$c = 0$	$b = 0, c = 0$
Вид неполного квадратного уравнения	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 = 0$
Схема решения квадратного уравнения	1) $ax^2 = -c$ 2) $x^2 = -\frac{c}{a}$ 3) Возможны 2 случая: а) если $-\frac{c}{a} > 0$ , то $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$ ; б) если $-\frac{c}{a} < 0$ , то корней нет.	1) $x * (ax + b) = 0$ 2) $x = 0$ или $ax + b = 0$ 3) $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$	1) $x^2 = 0$ 2) $x = 0$

*Пример.* Решить неполные квадратные уравнения:

1)  $3x^2 - 15 = 0$ ;

2)  $8x^2 + 16x = 0$ ;

3)  $7x^2 = 0$ ;

*Решение:*

1)  $3x^2 - 15 = 0$ . Проводим анализ данного уравнения и соотносим результат с таблицей, второй коэффициент равен нулю, следовательно это уравнения вида:  $ax^2 + c = 0$ , это второй столбец таблицы 4, решаем по схеме.

1.  $3x^2 = 15$

2.  $x^2 = \frac{15}{3} = 5$

3.  $5 > 0$ , следовательно, имеем случай а), уравнение будет иметь два корня:  $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ .

Ответ:  $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ .

2)  $8x^2 + 16x = 0$ . Проводим анализ данного уравнения и соотносим результат с таблицей, свободный член равен нулю, следовательно это уравнения вида:  $ax^2 + bx = 0$ , это третий столбец таблицы 4, решаем по схеме.

1.  $x * (8x + 16) = 0$

2.  $x = 0$  или  $8x + 16 = 0$

3.  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -\frac{16}{8} = -2$ .

Ответ:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -2$ .

3)  $7x^2 = 0$ . Проводим анализ данного уравнения и соотносим результат с таблицей, второй коэффициент и свободный член равны нулю, следовательно это уравнения вида:  $ax^2 = 0$ , это четвертый столбец таблицы 4, решаем по схеме.

1.  $x^2 = 0$

2.  $x = 0$

Ответ:  $x = 0$ .

### *Параграф 3 «Метод выделения полного квадрата»*

Метод выделения полного квадрата поясняется на примерах. На основе примеров можно выделить суть данного метода. Квадратное уравнение нужно преобразовать так, чтобы в левой части получился квадрат двучлена, а правая часть не содержала неизвестного, то есть для того, чтобы выделить полный квадрат нужно проверить какие слагаемые нужно добавить, чтобы слева можно было составить формулу квадрата суммы или разности.

*Пример:* Решить квадратное уравнение  $4x^2 - 8x - 5 = 0$  методом выделения полного квадрата.

1) Проанализируем данное уравнение. Так как перед слагаемым, содержащим  $x$  в первой степени стоит знак «-», то слева должны получить

формулу квадрата разности. Распишем данное уравнение в соответствии с формулой квадрата разности:  $(2x)^2 - 2 * 2x * 2 + 2^2 - 9 = 0$ .

2) Преобразуем полученное уравнение так, чтобы в правой части получился квадрат двучлена, а правая часть не содержала неизвестных слагаемых:  $(2x - 2)^2 = 9$ .

3) Следовательно, по теореме о решении квадратных уравнений вида  $x^2 = d$  получим:  $2x - 2 = 3$  или  $2x - 2 = -3$ , откуда  $x_1 = 2.5$ ,  $x_2 = -0.5$ .

Ответ:  $x_1 = 2.5$ ,  $x_2 = -0.5$ .

#### *Параграф 4 «Решение квадратных уравнений»*

Прежде, чем перейти к формуле корней квадратного уравнения, заметим, что все квадратные уравнения можно условно разделить на три класса:

1. Не имеют корней;
2. Имеют ровно один корень;
3. Имеют два различных корня.

Для того чтобы определить сколько корней имеет квадратное уравнения вводится понятие дискриминант.

Определение *дискриминанта*: пусть дано квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ . Тогда выражение  $b^2 - 4ac$  называют дискриминантом и обозначают буквой  $D$ , то есть  $D = b^2 - 4ac$ .

В зависимости от знака дискриминанта можно определить количество корней квадратного уравнения:

- если  $D < 0$ , то уравнение корней не имеет;
- если  $D = 0$ , то уравнение имеет один корень.
- если  $D > 0$ , то уравнение имеет два корня.

*1. Формула корней квадратного уравнения (общая формула для вычисления корней):*  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ , где  $D = b^2 - 4ac$ . Данная формула корней квадратного уравнения позволяет найти корни любого квадратного уравнения (если они есть), в том числе приведенного и неполного.

Для нахождения корней квадратного уравнения по формуле следует пользоваться приводимым ниже алгоритмом.

*Алгоритм:*

1. Привести уравнение к виду  $ax^2 + bx + c = 0$ .
2. Выписать коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$ .
3. Вычислить значение дискриминанта квадратного уравнения:
  - a) подставить коэффициенты в формулу  $D = b^2 - 4ac$  и вычислить;
  - b) определить знак полученного выражения.
4. В зависимости от знака дискриминанта возможны три случая:
  - если  $D < 0$ , то уравнение корней не имеет;
  - если  $D = 0$ , то уравнение имеет один корень:  $x = \frac{-b}{2a}$ ;
  - если  $D > 0$ , то уравнение имеет два корня  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ .

*Пример:* решить квадратное уравнение  $x^2 - 3x - 4 = 0$ , используя формулу корней квадратного уравнения.

*Решение:*

- 1)  $x^2 - 3x - 4 = 0$  уравнение уже приведено к виду  $ax^2 + bx + c = 0$
- 2) Коэффициенты:  $a = 1, b = -3, c = -4$ .
- 3) Находим дискриминант по формуле:
$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 * 1 * (-4) = 9 + 16 = 25, 25 > 0.$$
- 4) Так как  $25 > 0$ , то уравнение имеет два корня, находим их по формуле  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2 * 1} = \frac{3 \pm 5}{2}$ , отсюда  $x_1 = 4, x_2 = -1$ .

Ответ:  $x_1 = 4, x_2 = -1$ .

2. *Формула корней квадратного уравнения (с четным вторым коэффициентом):*  $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$ , где  $D = (2k)^2 - 4ac$ . Используется для уравнений вида  $ax^2 + 2kx + c = 0$ , где  $k = \frac{1}{2}b$  (то есть при  $b$  четном).

Для нахождения корней квадратного уравнения с четным вторым коэффициентом следует пользоваться приводимым ниже алгоритмом.

*Алгоритм:*

1. Если второй коэффициент четный, приводим к равносильному уравнению вида  $ax^2 + 2kx + c = 0$ .
2. Выписать коэффициенты  $a$ ,  $k$  и  $c$ .
3. Вычислить значение дискриминанта квадратного уравнения:
  - с) подставить коэффициенты в формулу  $D = (2k)^2 - 4ac$  и вычислить;
  - d) определить знак полученного выражения.
4. В зависимости от знака дискриминанта возможны три случая:
  - если  $D < 0$ , то уравнение корней не имеет;
  - если  $D = 0$ , то уравнение имеет один корень:  $x = \frac{-k}{2a}$ ;
  - если  $D > 0$ , то уравнение имеет два корня  $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$ .

*Пример:* решить квадратное уравнение  $x^2 + 6x - 27 = 0$  по формуле корней квадратного уравнения с четным вторым коэффициентом.

*Решение:*

1)  $x^2 + 6x - 27 = 0$ ,  $6$  - четное число, следовательно уравнение представимо в виде  $x^2 + 2 * 3x - 27 = 0$ .

2) Коэффициенты:  $a = 1, k = 3, c = -27$ .

3) Находим дискриминант по формуле:

$$D = (2k)^2 - 4ac = 6^2 - 4 * 1 * (-27) = 36 + 108 = 144, 144 > 0.$$

4) Так как  $144 > 0$ , то уравнение имеет два корня, находим их по

формуле  $x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a} = \frac{-3 \pm \sqrt{\frac{144}{4}}}{1} = -3 \pm \sqrt{36} = -3 \pm 6$ , отсюда  $x_1 = 3$ ,  
 $x_2 = -9$ .

Ответ:  $x_1 = 3, x_2 = -9$ .

### *Параграф 5 «Приведенное квадратное уравнение. Теорема Виета»*

1. Определение *приведенного квадратного уравнения*: квадратное уравнение вида  $x^2 + px + q = 0$  называется приведенным.

Данное понятие конструируется с помощью ограничения. По типу и виду определение является вербальным, явным и реальным, поскольку

описывается с помощью слов. Структура понятия – конъюнктивная. Ближайший род – квадратное уравнение; видовые отличия – старший коэффициент равен единице.

2. Теорема Виета: Если  $x_1$  и  $x_2$  корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , то справедливы формулы

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 * x_2 = q,$$

т.е. сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободного члену.

3. Теорема, обратная теореме Виета: Если числа  $p, q, x_1, x_2$  таковы, что  $x_1 + x_2 = -p, x_1 * x_2 = q$ , то  $x_1$  и  $x_2$  корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ .

Алгоритм нахождения корней приведенного квадратного уравнения по теореме Виета:

- 1) выписать коэффициенты  $p, q$ .
- 2) применить теорему Виета для квадратного уравнения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 * x_2 = q \end{cases}$$

3) Методом подбора найти корни, удовлетворяющие данной системе (удобно перебрать все пары корней, которые при умножении дают  $q$ , затем из полученных пар выбрать ту, которая будет удовлетворять первому уравнению системы).

*Пример:* решить квадратное уравнение  $x^2 - 8x - 9 = 0$ , используя теорему Виета.

- 1) выписываем коэффициенты:  $p = -8, q = -9$ .
- 2) применим теорему Виета для данного квадратного уравнения:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8, \\ x_1 * x_2 = -9 \end{cases}$$

- 3) Методом подбора получим:  $x_1 = -1, x_2 = 9$ .

Ответ:  $x_1 = -1, x_2 = 9$ .

4. Теорема. Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , то при всех  $x$  справедливо равенство  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1) * (x - x_2)$ .

#### *Параграф 5 «Уравнения, сводящиеся к квадратным»*

1. Определение *биквадратного квадратного уравнения*: квадратное уравнение вида  $ax^4 + bx^2 + c = 0$ , где  $a \neq 0$ , называют биквадратным.

Данное понятие конструируется с помощью ограничения. По типу и виду определение является вербальным, явным и реальным, поскольку описывается с помощью слов. Структура понятия – конъюнктивная. Ближайший род – уравнение.

*Графический метод* решения квадратных уравнений рассматривается отдельно внутри темы «Построение графика квадратичной функции».

Используя знания о квадратичной и линейной функциях и их графиках, можно решить квадратное уравнение так называемым функционально-графическим методом. Графический метод может быть реализован различными способами. Рассмотрим эти способы на примере одного квадратного уравнения.

*Пример*: решить уравнение  $x^2 - 2x - 3 = 0$  графическим методом.

*Решение*:

Способ 1.

Построим график функции  $y = x^2 - 2x - 3$ , для этого воспользуемся следующим алгоритмом:

1) выпишем коэффициенты уравнения  $a = 1, b = -2, c = -3$ , т.к.  $a > 0$ , ветви параболы направлены вверх.

2) найдем координаты вершины:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2*1} = 1; y_0 = f(x_0) = f(1) = 1^2 - 2 * 1 - 3 = -4.$$

Следовательно, вершиной параболы служит точка с координатами  $(1; -4)$ , а осью параболы – прямая  $x = 1$ .

3) Возьмем на оси  $x$  две точки  $x_1, x_2$  так, чтобы они были расположены симметричны относительно оси параболы, и  $f(x_1) = f(x_2) = 0$ . Возьмем на оси  $x$  точки  $x_1 = -1, x_2 = 3$ , так как они удовлетворяют условиям описанным выше.

4) Через точки  $(-1; 0), (1; -4), (3; 0)$  проводим параболу (Рис. 2). Корнями уравнения  $x^2 - 2x - 3 = 0$  являются абсциссы точек пересечения параболы с осью  $x$ ; значит, корни уравнения  $x_1 = -1, x_2 = 3$ .

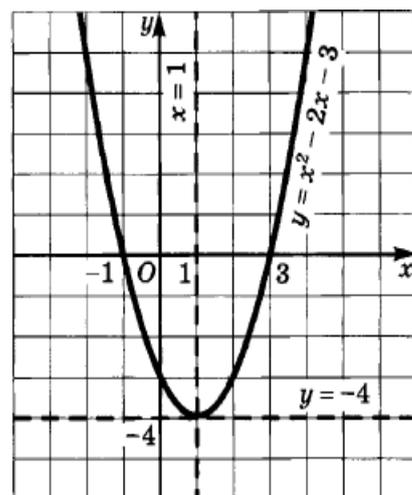


Рис. 2

Способ 2.

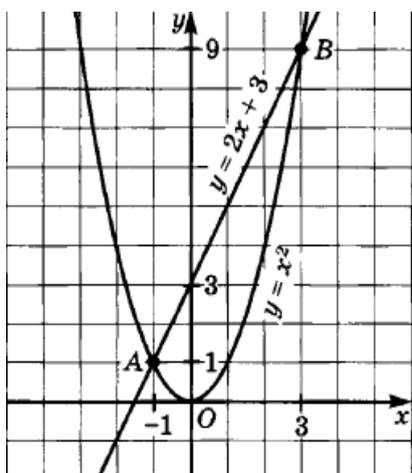


Рис. 3

1) Преобразуем уравнение к виду  $ax^2 = -bx - c$ , получим  $x^2 = 2x + 3$ .

2) Построим в одной системе координат графики функций  $y = x^2$  и  $y = 2x + 3$  (Рис. 3).

3) Найдем точки пересечения этих графиков и определим их координаты: графики функций  $y = x^2$  и  $y = 2x + 3$  пересекаются в двух точках  $A(-1; 1)$  и  $B(3; 9)$ . Корнями уравнения служат абсциссы точек  $A$  и  $B$ , значит,  $x_1 = -1, x_2 = 3$ .

Способ 3.

1) Преобразуем уравнение к виду  $ax^2 + c = -bx$ , получим  $x^2 - 3 = 2x$ .

2) Построим в одной системе координат графики функций  $y = x^2 - 3$  и  $y = 2x$  (Рис. 4).

3) Найдем точки пересечения этих графиков и определим их координаты: графики функций  $y = x^2 - 3$  и  $y = 2x$  пересекаются в двух точках  $A(-1; -2)$  и  $B(3; 6)$ . Корнями уравнения служат абсциссы точек  $A$  и  $B$ , значит,  $x_1 = -1, x_2 = 3$ .

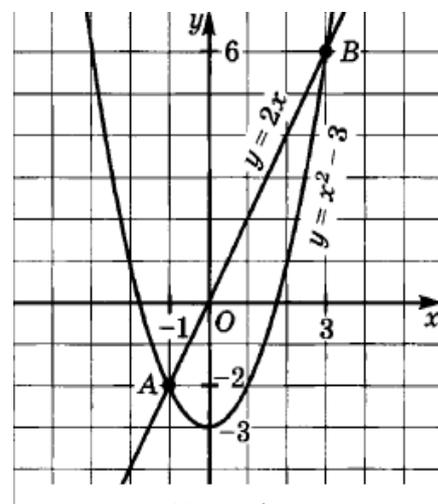


Рис. 4

#### Способ 4.

1) Преобразуем уравнение с помощью метода выделения полного квадрата, то есть так, чтобы в левой части получился квадрат двучлена, а

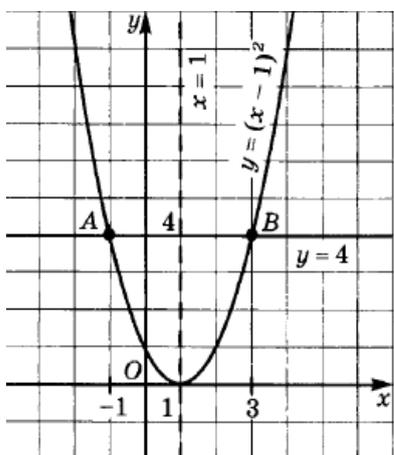


Рис. 4

правая часть не содержала неизвестного. Получим,  $x^2 - 2x + 1 = 4$ , то есть  $(x - 1)^2 = 4$ .

2) Построим в одной системе координат графики функций  $y = (x - 1)^2$  и  $y = 4$  (Рис. 4).

3) Найдем точки пересечения этих графиков и определим их координаты: графики функций  $y = (x - 1)^2$  и  $y = 4$  пересекаются в двух точках  $A(-1; 4)$  и  $B(3; 4)$ . Корнями уравнения служат абсциссы точек  $A$  и  $B$ , значит,  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 3$ .

Курс по теме "Квадратные уравнения" строится в систематическом порядке. Эта система определяется как принятыми математическими трактовками функциональных понятий, так и развертыванием последующих определений, и доказательством теорем [31].

Изученные теоремы, методы и алгоритмы решения квадратных уравнений применяют для познания естественных законов. Овладевая способами их решения, обучающиеся находят ответы на различные вопросы из науки и техники. Решение таких задач развивает логическое мышление, творческую деятельность учащегося.

На основании логико–математического анализа понятий, можно сделать вывод, что структура вводимых определений одинакова, так как все понятия конструируются с помощью ограничения, имеют конъюнктивную структуру, по типу и виду являются вербальными, явными и реальными. Следовательно, их изучение осуществляется по одному плану, на уровне теоретического обобщения. Также были выделены, охарактеризованы и проиллюстрированы основные методы решения квадратных уравнений в зависимости от их типа. На основе данных методов решения квадратных уравнений определим

содержание задач, направленных на формирование регулятивных универсальных учебных действий.

## 2.2. Задачи по теме «Основные методы решений квадратных уравнений», направленные на формирование регулятивных универсальных учебных действий

В п.1.3. были выделены типы заданий, направленных на формирования РУУД. В п.2.1. для определения содержания задач были выделены основные методы решений квадратных уравнений, представленных в УМК по алгебре Ю. М. Колягина.

С целью иллюстрации положений, представленных в п.1.3 и п.2.1., приведем конкретные примеры заданий и задач, направленных на формирование регулятивных универсальных учебных действий (таблица 5).

В процессе выполнения заданий обучающийся осуществляет пошаговую организацию деятельности, устанавливает новые связи с ранее изученным материалом, оценивает качество проделанной работы, понимает, что усвоено, а что еще нужно усвоить.

Таблица 5.

### Задачи по теме «Основные методы решений квадратных уравнений», направленные на формирование регулятивных универсальных учебных действий

Вид РУУД	Формулировка задачи
Прогнозирование, планирование и контроль	<p>В решении квадратного уравнения</p> $2x^2 - 5x - 3 = 0,$ $D = 5^2 - 4 * 2 * 3 = 1, (1 > 0)$ $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 * 2} = \frac{5 \pm 1}{4}$ <p>Ответ: <math>x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = 1.</math></p> <p>найти и исправить ошибки по алгоритму:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) вычислить дискриминант по формуле <math>D = b^2 - 4 * a * c</math>;</li> <li>2) сравнить полученный результат с приведенным в решении;</li> <li>3) при выявлении несоответствия полученного результата с исходным, найти ошибку и исправить ее. Установить причину ошибки (ошибка в подстановке коэффициентов, в вычислении или ошибка при</li> </ol>

	<p>нахождении коэффициентов уравнения). Предложить план проверки правильности нахождения дискриминанта;</p> <p>4) вычислить корни уравнения по формуле</p> $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a};$ <p>5) найденные корни подставить в исходное уравнение с целью самопроверки.</p>
Планирование	<p>Решить уравнение</p> $5(x^2 - 16) = -2(x^2 - 16)$ <p>по алгоритму:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) раскрыть скобки;</li> <li>2) перенести известные слагаемые в одну часть уравнения, неизвестные - в другую (переносим слагаемые с противоположным знаком);</li> <li>3) привести подобные слагаемые;</li> <li>4) определить тип неполного квадратного уравнения и способ его решения;</li> <li>5) найти корни уравнения;</li> <li>6) сделать проверку, подставив найденный корень в исходное уравнение. Если при подстановке равенство не выполняется, возвращаемся к пункту 1 и ищем ошибку;</li> <li>7) записать ответ.</li> </ol> <p>Построить другой алгоритм (план) решения уравнения. Сравнить эти алгоритмы по количеству шагов.</p>
Оценка	<p>Решить уравнение</p> $3x^2 - 14x + 16 = 0$ <p>с использованием формулы корней квадратного уравнения с четным вторым коэффициентом и дать оценку результатам решения с использованием критериальной карточки оценивания.</p>

<b>Критериальная карточка оценивания</b>				
<i>Критерии оценивания решения квадратного уравнения</i>				
<i>Вопросы для оценки</i>		<i>Результат выполнения задания</i>		
		<i>Выполнено Всё</i>	<i>Выполнено частично</i>	<i>Не выполнено</i>
Правильно ли сделаны вычисления по формуле?	ли по	Правильно	1 ошибка	2 и более ошибки
Выполнена ли проверка решения?	ли	Правильно	1 ошибка	2 и более ошибки
Формулировка вывода о том, какие ошибки возникли при решении данного уравнения (если они есть). Указать причину ошибки.				
Целеполагание	Решить квадратное уравнение $x^2 + 4x - 12 = 0$ методом выделения полного квадрата. Установить новые связи с ранее изученным (выписать все знания и умения, которые используются при решении уравнения данным методом, приобретенные ранее).			
Коррекция, саморегуляция	<p style="text-align: center;">Решить квадратные уравнения с помощью карточки рефлексии проверить себя, затем работу проверяет и анализирует сосед, выбранный вариант ответа при анализе помечаем галочкой.</p> <p style="text-align: center;">1) <math>5x^2 = 0</math>;</p> <p style="text-align: center;">2) <math>3x^2 - 12x = 0</math>;</p> <p style="text-align: center;">3) <math>4x^2 - 64 = 0</math>.</p>			

<b>Критериальная карточка рефлексии</b>									
		<i>Оцениваю я</i>			<i>Оценивает сосед</i>				
		Смог решить	Почему я не смог решить это задание?			Смог решить	Почему я не смог решить это задание?		
			Не знаю к какому типу относится уравнение	Не знаю Алгоритма	Допущены вычислительные ошибки		Не знаю к какому типу относится уравнение	Не знаю алгоритма	Допущены вычислительные ошибки
Задание №1									
Задание №2									
Задание №3									
Сформулировать алгоритм действий для предотвращения ошибки.									

## Вывод по главе 2

На основании логико–математического анализа темы «Квадратные уравнения» можно сделать следующие выводы:

1. Цель изучения темы владеть различными способами решения квадратных уравнений и их систем, научиться решать практические и прикладные задачи, математической моделью которых является уравнение данного вида, уметь интерпретировать полученный результат.

2. Структура вводимых определений одинакова. Следовательно, их изучение осуществляется по одному плану, на уровне теоретического обобщения. В зависимости от типа квадратных уравнения выделены, охарактеризованы и проиллюстрированы основные методы решения квадратных уравнений. Полученные результаты позволяют сделать обобщение, сравнить типы квадратных уравнений, сравнить способы решения квадратных уравнений.

3. На основе выделенных методов определено содержание задач, представленных в п.2.2.

4. Разработана совокупность задач по теме «Основные методы решения квадратных уравнений», направленных на формирование регулятивных универсальных учебных действий.

## Заключение

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования в качестве цели и основного результата образования выдвигают “развитие обучающихся на основе освоения ими универсальных учебных действий”, так как универсальные учебные действия должны обеспечить обучающимся не только успешное усвоение знаний, формирование умений, навыков, компетентностей в любой предметной области, но и возможности самостоятельно осуществлять деятельность учения, ставить учебные цели, искать и использовать необходимые средства и способы их достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности.

В данной выпускной квалификационной работе рассматривается формирование регулятивных универсальных учебных действий обучающихся с использованием типовых заданий в процессе обучения математике.

Цель исследования заключалась в разработке совокупности задач по теме «Основные методы решения квадратных уравнений», основной которого стали типовые задания, направленных на формирование регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе обучения математике.

Для достижения этой цели был проведен анализ психолого-педагогической литературы по данной теме. Сформулировано понятие регулятивных универсальных учебных действий и дана его характеристика. Также были приведены основные виды регулятивных действий с краткими характеристиками:

- целеполагание;
- планирование;
- прогнозирование;
- контроль;
- коррекция;
- оценка;

- саморегуляция.

Определены различные средства формирования регулятивных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе обучения математике. Раскрыта роль типового задания как средства формирования регулятивных универсальных учебных действий обучающихся путем соотнесения типов учебных задач по математике, выделенных Епишевой О.Б., с конкретным регулятивным универсальным учебным действием. В результате этого было установлено, что продуктивно формировать данные учебные действия с использованием типовых заданий, так как они способствует их целостному формированию.

Проведен логико-математический анализ темы «Квадратные уравнения», в результате которого были выделены основные методы решения квадратных уравнений:

- метод разложения на множители (способ группировки);
- метод подбора;
- метод выделения полного квадрата;
- метод алгебраических преобразований при решении неполных квадратных уравнений;
- решение квадратных уравнений по формуле корней квадратного уравнения;
- решение квадратных уравнений по формуле корней квадратного уравнения (с четным вторым коэффициентом);
- решение квадратных уравнений с использованием теоремы Виета;
- графический метод.

Разработана совокупность задач по теме «Основные методы решения квадратных уравнений», направленных на формирование регулятивных УУД.

В результате исследования можно утверждать, что целесообразно формировать регулятивные универсальные учебные действия у обучающихся с использованием типовых заданий.

На основании результатов можно заключить, что в ходе исследования были решены все поставленные задачи, и цель данной работы была достигнута.

## Список литературы:

1. Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий: межвузовский сборник научных работ / Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2018. – 314 с.
2. Алгебра. 8 класс / Макарычев, Миндюк, Нешков, Суворова, Под ред. Теляковского С.А. - 21 изд. - М.: Просвещение, 2014. - 271 с.
3. Белгородцева Е.А. Формирование регулятивных универсальных учебных действий – контроля и коррекции у учащихся начальной и средней школы // Эксперимент и инновации в школе. – 2014. – № 1. – С. 5-8.
4. Блинова Т.Л., Корнеева А.А., Куровская А.А., Семенова И.Н. К вопросу о формировании регулятивных универсальных учебных действий в процессе работы с математическим материалом // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий: межвузовский сборник научных работ / Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2019. – 307 с.
5. Блинова Т.Л., Аввакумова И.А. Основные вопросы организации и проведения педагогической практики студентов математического факультета: метод. рекомендации/ Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2007. – 51 с.
6. Веккер Л. М. Психика и реальность: единая теория психических процессов / Л. М. Веккер М.: Смысл.– 1998.– 685 с.
7. Витте И.Я., Смирнова И.Н. Формирование у обучающихся регулятивных универсальных учебных действий. - СПб.: ГБОУ Лицей №214, 2016. - 75 с.
8. Волкова И.Н. Педагогические методы формирования регулятивного УУД – «Контроль» // Санкт-петербургский образовательный вестник. – 2016. – № 7. – С. 67-72.
9. Гельфман Э.Г., Подстригич А.Г. Формирование универсальных учебных действий в процессе создания учебного проекта на уроках математики // Вестник Томского государственного университета. – 2012. – № 8. – С.160-166.

10. Горленко Н.М., Запятая О.В., Лебединцев В.Б., Ушева Т.Ф. Структура универсальных учебных действий и условия их формирования // Народное образование. – 2012. – № 4. – С. 153-160.
11. Давыдов В.В. Возрастная и педагогическая психология. - 2 изд. - М.: Просвещение, 1979. - 288 с.
12. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. – М.: Просвещение, 2003. – 223 с.
13. Казарская Г.Е. Формирование и развитие на уроке универсальных учебных действий // Эксперимент и инновации в школе. – 2015. – № 3. – С.7-12.
14. Каранова В.В., Крайкина Ю.Н., Разгоняева Л.Ю. Диагностика и формирование универсальных учебных действий в начальной школе (методические рекомендации). – Магадан, 2012. - 115 с.
15. Ковылева Ю.Э. Работа с вопросами как средство достижения метапредметных результатов обучения в средней школе // Инновационные проекты и программы в образовании. 2012. № 3. С. 70-73.
16. Кокарева З.А. Диагностика сформированности действий целеполагания / З.А. Кокарева, Л.П. Никитина, Л.С. Секретарева // Начальная школа. – 2014. – №2.
17. Коржевина Е.К., Матыцина Т.Н., Марголина Н.Л. Об обучении решению квадратных уравнений без использования формулы корней // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика, Психология, Социокинетика. – 2017. – № 2. – С.128-130.
18. Корнеева А.А. Методика формирования учебной саморегуляции в процессе работы с веб-квестами предметной области «математика» :дис... магистра образования – Екатеринбург, 2018. – 72 с.
19. Корчагина Г.А. Использование алгоритмов при решении примеров, уравнений и задач // Эксперимент и инновации в школе. – 2011. – № 4. – С.28-33.

20. Красовский Д.А. Использование технологии критического мышления «кубик Блума» на уроках математики // Физико-математическое образование: проблемы и перспективы. – 2017. – № 5. – С.41-47.
21. Майер Е.И. Формирование регулятивных универсальных учебных действий на уроках математики в основной школе // Наука и образование: новое время. - 2018. -№ 3.
22. Малышева Т.И. Контроль и оценка в учебной деятельности на уроках математики // Народное образование. Педагогика. – 2013. – № 7. – С. 96-105.
23. Москевич Л.В. Формирование личностных, регулятивных, коммуникативных, познавательных УУД на уроках математики в основной школе // Концепт. - 2015. - №3. - С. 90-100.
24. Наука. Образование. Инновации : матер. III международной научно-практической конференции НОИ-3; 12.02.2019 к.-г. Анапа) – Анапа: ООО «НИЦ ЭСП» в ЮФО (Научно-исследовательский центр «Инно-ва»), 2019.
25. Перевощикова Е.Н. Специфика формирования универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе // Интеграция образования. – 2015. – № 2. – С.81-91.
26. Прядехо А.А., Прядехо А.Н. Прогнозирование как компонент познавательных способностей // Вестник Брянского государственного университета. – 2014. – № 1. – С.79-84.
27. Пустовалова Е.В., Шалдохина Н.В. Формирование умения целеполагания на уроках математики // Педагогика: традиции и инновации. – 2013. – С.95-98.
28. Сафарян А.А. Линия уравнений в школьном курсе алгебры основной школы // Вестник Таганрогского государственного университета. – 2016. – № 1. – С.343-346.

29. Сафонова Т.В., Чумакова И.А. Проектная задача как способ формирования универсальных учебных действий // Инновации в образовании. – 2012. – № 2. – С.21-26.
30. Ткачева О.В. Самостоятельная работа учащихся на уроках математики как средство формирования универсальных учебных действий // Наука, образование, общество: тенденции и перспективы развития. – 2018. – С. 102-106.
31. Тодарчук В.Г. Методические особенности обучения учащихся решению квадратных уравнений // Инновационная наука. – 2017. – № 11. – С.138-141.
32. Турчен Д.Н. Концепция формирования универсальных учебных действий в современном российском образовании // Науковедение. – 2014. – № 1. – С.1-9.
33. УМК. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразовательных организаций / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др., М.: Просвещение, 2012.
34. Фадеева А.С. Формирование регулятивных универсальных учебных действий с помощью применения компьютерных технологий // Современная научная мысль : матер. международной научно-практической конференции. - 2016. С. 175-178.
35. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5-9 кл.) утвержден приказом Минобрнауки России от 17 декабря 2010 г. № 1897 // <http://минобрнауки.рф> URL: <http://минобрнауки.рф/документы/938> (дата обращения: 04.04.2018).
36. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др.; под ред. А.Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2010. – 159 с.

37. Ческидова И.А. Формирование регулятивных универсальных учебных действий в процессе проектной деятельности на уроках математики // Наука и образование: новое время. – 2017. – № 2.