Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»

А. А. Бондарь

Методические указания и индивидуальные задания по дисциплине «Математика. Часть 1»

Для студентов 1 курса направления подготовки
«Информационные системы и технологии»

Екатеринбург 2019

УДК 51(075.8)
ББК В1я7
Б81

рекомендовано Ученым советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уральский государственный педагогический университет» в качестве *учебного* издания (Решение № 8 от 15.03.2019)

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент С. С. Коробков
Рецензент: к.п.н., доцент Р. Ф. Мамалыга

Бондарь, А. А.
Б81 Методические указания и индивидуальные задания по дисциплине «Математика» [Электронный ресурс] : методические рекомендации / А. А. Бондарь ; Урал. гос. пед. ун-т. – Электрон. дан. – Екатеринбург : [б. и.], 2019. – Часть 1. электрон. опт. диск (CD-ROM).

ISBN 978-5-7186-1145-8

Индивидуальные домашние задания (ИДЗ) по дисциплине «Математика. Часть 1» предназначены для студентов очной и заочной форм обучения специальности ИСИТ, изучающих курс математики. Работа содержит 13 ИДЗ по 25 вариантов в каждом, содержащих различные задания по темам «Основы математической логики», «Основы теории множеств и комбинаторики», «Основы линейной алгебры», «Основы математического анализа». Во введении к работе приведены подробные примеры решения типовых заданий по теме с необходимыми методическими указаниями.

УДК 51(075.8)
ББК В1я7

ISBN 978-5-7186-1145-8

Содержание

Методические указания к решению задач некоторых типов

Задание I. Элементы математической логики.

1. Построить таблицу истинности для функции

$$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_3} \oplus (x_1 \wedge \overline{x_2}) \rightarrow (x_3 \vee x_2)$$

и представить её в СДНФ и СКНФ;

2. Найти МДНФ и МКНФ для полученной логической функции $f(x_1, x_2, x_3)$;

3. Построить схему из функциональных элементов, реализующую данную функцию.

Решение.

1. Построить таблицу истинности для функции

$$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_3} \oplus (x_1 \wedge \overline{x_2}) \Leftrightarrow (x_3 \vee x_2)$$

x_1	x_2	x_3	$\overline{x_2}$	$\overline{x_3}$	$x_1 \wedge \overline{x_2}$	$\overline{x_3} \oplus (x_1 \wedge \overline{x_2})$	$x_3 \vee x_2$	f	СДНФ	СКНФ
0	0	0	1	1	0	1	0	0		$*$
0	0	1	1	0	0	0	1	0		$*$
0	1	0	0	1	0	1	1	1	$*$	
0	1	1	0	0	0	0	1	0		$*$
1	0	0	1	1	1	0	0	0		$*$
1	0	1	1	0	1	1	1	1	$*$	
1	1	0	0	1	0	1	1	1	$*$	
1	1	1	0	0	0	0	1	0		$*$

Отметим строки для построения СДНФ и СКНФ и выпишем соответствующие формы:

СДНФ: $f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3})$

СКНФ: $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$

2. Построим МДНФ с помощью метода Квайна. Для построения СДНФ были использованы строки 3, 6 и 7. Найдем все склеивающиеся пары:

3 и 7: $(\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) = x_2 \wedge \overline{x_3}$.

Результаты операции склеивания вводим в выражение функции. Это не изменит ее значения.

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (x_2 \wedge \overline{x_3}).$$

Проведем операцию поглощения новыми членами старых членов нормальной формы:

$(\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}) \vee (x_2 \wedge \overline{x_3}) = x_2 \wedge \overline{x_3}$.

Тогда

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \overline{x_3}).$$

Дальнейшее проведение операций склеивания и поглощения невозможно, следовательно, мы получили сокращенную форму.

Построим импликантную таблицу, в которой символом «*» отмечены возможности поглощения членов СДНФ простыми импликантами, а символом «!» - простые импликанты, входящие в ядро:

Простые импликанты	Члены СДНФ		
	$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$	$x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$
$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3\,!$		*	
$x_2 \wedge \overline{x_3}\,!$	*		*

Ни один из членов сокращенной формы не может быть исключен из неё так, чтобы обеспечить поглащение всех членов СДНФ. Следовательно, МДНФ совпадает с сокращенной формой:

МДНФ: $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \overline{x_3})$.

Для построения СКНФ используются строки 1, 2, 4, 5, 8:

СКНФ: $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$

Найдем все склеивающиеся пары:

1 и 2: $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) = x_1 \vee x_2$,

1 и 5: $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) = x_2 \vee x_3$,

2 и 4: $(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) = x_1 \vee \overline{x_3}$,

4 и 8: $(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) = \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$.

Результаты операции склеивания вводим в выражение функции. Это не изменит ее значения.

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \\ \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge \\ \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}). \end{aligned}$$

Проведем операцию поглощения новыми членами старых членов нормальной формы:

$(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee x_2) = x_1 \vee x_2,$

$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3}) = x_1 \vee \overline{x_3},$

$(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) = x_2 \vee x_3,$

$(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) = \overline{x_2} \vee \overline{x_3}.$

Тогда

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}).$$

Дальнейшее проведение операций склеивания и поглощения невозможно, следовательно, мы получили сокращенную форму.

Построим импликантную таблицу, в которой символом «*» отмечены возможности поглощения членов СКНФ простыми импликантами, а символом «!» - простые импликанты, входящие в ядро:

Простые импликанты	Члены СДНФ				
	$x_1 \vee x_2 \vee x_3$	$x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}$	$x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$	$\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3$	$\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}$
$x_1 \vee x_2$!	*	*			
$x_2 \vee x_3$!	*			*	
$x_1 \vee \overline{x_3}$!		*	*		
$\overline{x_2} \vee \overline{x_3}$!			*		*

Ни один из членов сокращенной формы не может быть исключен из неё так, чтобы обеспечить поглащение всех членов СКНФ. Следовательно, МКНФ совпадает с сокращенной формой:

МКНФ: $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee x_2) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}).$

3. Построим схему из функциональных элементов, реализующую данную функцию.

   Схемы для МДНФ (Рис.1) и МКНФ (Рис.2) данной функции будет иметь вид:

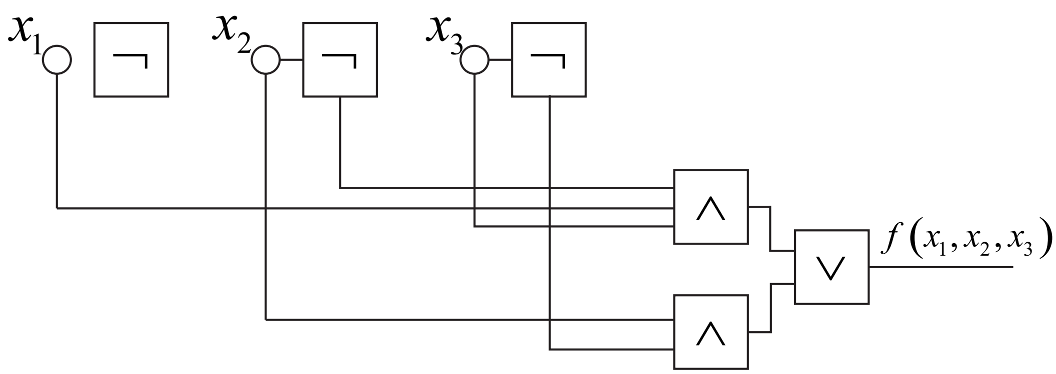

Рис. 1. МДНФ

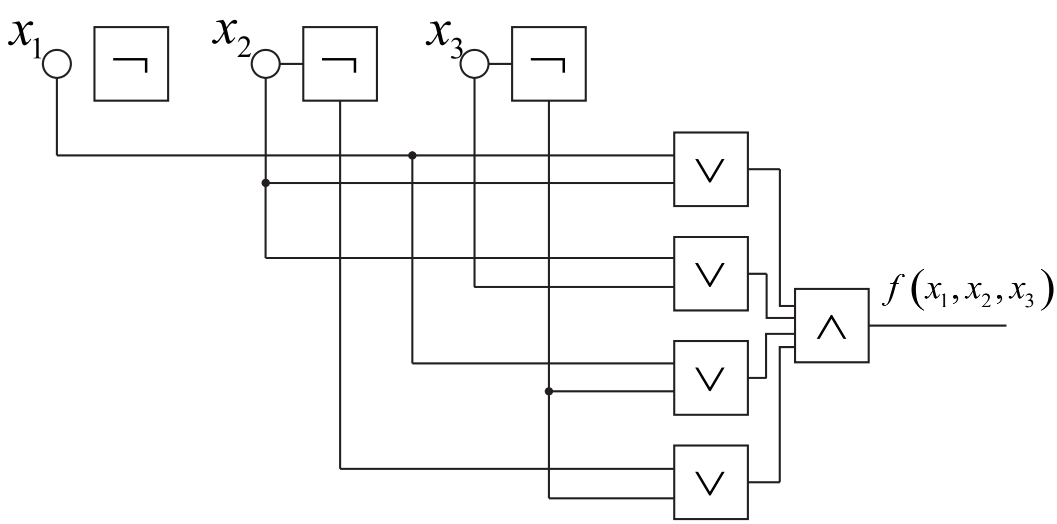

Рис. 2. МКНФ

Задание II. Дано универсальное множество

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

и три его подмножества

$$A = \{2, 4, 5, 6, 7, 8\},$$
$$B = \{3, 5, 9, 10, 11\},$$
$$C = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 15\}.$$

Найти множество
$$(A\backslash C)\cup\left(\overline{A}\cup B\right).$$

Решение. Выполним указанные действия:
1. $A\setminus C=\{2,4,6\}$;
2. $\overline{A}=\{1,3,9,10,11,12,13,14,15\}$;
3. $\overline{A}\cup B=\{1,3,5,9,10,11,12,13,14,15\}$;
4. $(A\backslash C)\cup\left(\overline{A}\cup B\right)=\{1,2,3,4,5,6,9,10,11,12,13,14,15\}$.

Задание III. Бином Ньютона. Найти наибольший член разложения бинома Ньютона $(1+\sqrt{3})^{100}$.

Решение. Пусть T_k — наибольший член разложения бинома $(1+\sqrt{3})^{100}$, $T_k=C_{100}^k\cdot 1^{100-k}\cdot(\sqrt{3})^k$. Тогда $T_k>t_Tk-1$ и $T_k>T_{k+1}$. Получаем систему неравенств

$$\begin{cases} C_{100}^k\cdot(\sqrt{3})^k>C_{100}^{k-1}\cdot(\sqrt{3})^{k-1}\\ C_{100}^k\cdot(\sqrt{3})^k>C_{100}^{k+1}\cdot(\sqrt{3})^{k+1},\end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \dfrac{100!}{k!(100-k)!}\cdot(\sqrt{3})^k>\dfrac{100!}{(k-1)!(101-k)!}\cdot(\sqrt{3})^{k-1}\\ \dfrac{100!}{k!(100-k)!}\cdot(\sqrt{3})^k>\dfrac{100!}{(k+1)!(99-k)!}\cdot(\sqrt{3})^{k+1}.\end{cases}$$

После сокращений имеем: $\begin{cases} \dfrac{\sqrt{3}}{k}>\dfrac{1}{101-k}\\ \dfrac{1}{100-k}>\dfrac{\sqrt{3}}{k+1},\end{cases}$ или $\begin{cases} (101-k)\sqrt{3}>k\\ k+1>(100-k)\sqrt{3},\end{cases}$ откуда $\begin{cases} k(1+\sqrt{3})<101\sqrt{3}\\ k(1+\sqrt{3})>100\sqrt{3}-1,\end{cases}$ получаем двойное неравенство для k:

$$\frac{100\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}<k<\frac{101\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}.$$

Откуда получаем, что единственное целое значение k, удовлетворяющее этому двойному неравенству, равно 64.

Следовательно, наибольший член разложения бинома имеет номер k, равный 64 и $T_{64}=C_{100}^{64}\cdot 1^{100-64}\cdot(\sqrt{3})^64=\dfrac{100!}{64!36!}3^{32}$.

Ответ: $\dfrac{100!}{64!36!}3^{32}$.

Задание IV. Число сочетаний.

Из данной пропорции $C_x^{y+1} : C_x^y : C_x^{y-1} = 2 : 2 : 1$ найти x и y.

Решение.

Запишем отдельно отношение первого члена пропорции ко второму и второго к третьему, после сокращения получим:

$$\frac{x!}{(y+1)!(x-y-1)!} : \frac{x!}{y!(x-y)!} = \frac{x-y}{y+1};$$
$$\frac{x!}{y!(x-y)!} : \frac{x!}{(y-1)!(x-y+1)!} = \frac{x-y+1}{y}.$$

Используя условие задачи, получаем систему уравнений: $\begin{cases} \dfrac{x-y}{y+1} = 1 \\ \dfrac{x-y+1}{y} = 2. \end{cases}$

Решив систему, получим: $x = 5, y = 2$.

Ответ: $x = 5, y = 2$.

Задание V. Вычислить определитель.

Решение. Преобразуем определитель и понизим его порядок

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -5 \\ -1 & -1 & -1 & -5 \\ 0 & -1 & 2 & -5 \\ 0 & -1 & 1 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & -1 & 0 & -10 \\ 0 & -1 & 2 & -5 \\ 0 & -1 & 1 & -5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -10 \\ -1 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & -5 \end{vmatrix} =$$
$$= \begin{vmatrix} -1 & 0 & -10 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -(10-5) = -5$$

Ответ: -5.

Задание VI. Матричное уравнение.

Найти A^{-1} и решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Найдем обратную матрицу A^{-1}:

$$(A|E) = \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{v_4-v_1}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{v_4+v_2}{\sim}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{\substack{v_1-v_3,\\ v_1-v_4}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) = (E|A^{-1}).$$

Найдем матрицу X, домножив равенство $A \cdot X = B$ на матрицу A^{-1} слева

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задание VII. Системы линейных уравнений.

1. Решить систему.

2. Найти пять различных решений системы уравнений.

$$1. \quad \begin{cases} 3 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 = -7 \\ -1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 - 1 \cdot x_4 = 4 \\ -3 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 = 7 \\ -1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 = 2 \\ 2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 = -5 \end{cases}$$

$$2. \quad \begin{cases} 2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 - 1 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = 2 \\ -3 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4 = -3 \\ -1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = -1 \\ -3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = -3 \end{cases}$$

Решение.

1. Воспользуемся методом Гаусса. Выпишем расширенную матрицу системы

и приведем ее к ступенчатому виду

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 1 & 0 & 0 & -7 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 4 \\ -3 & 1 & 2 & 0 & 7 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & -5 \end{array}\right) \overset{v_1 \leftrightarrow v_4}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 4 \\ -3 & 1 & 2 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & -7 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & -5 \end{array}\right) \overset{\substack{v_2 - v_1, \\ v_3 - 3v_1, \\ v_4 + v_3, \\ v_5 + 2v_1}}{\sim}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & -1 \end{array}\right) \overset{\substack{v_4/2, \\ v_2 \leftrightarrow v_4}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & -1 \end{array}\right) \overset{\substack{v_3 + 2v_2, \\ v_4 - 3v_2}}{\sim}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{array}\right) \overset{-v_4}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right).$$

Система совместна и определена. Из последнего уравнения поучаем, что $x_4 = -2$, из третьего уравнения следует, что $x_3 = 1$. Подставляя найденные значения во второе уравнение находим, что $x_2 = -1$, а из первого уравнения $x_1 = -2$.

2. Воспользуемся методом Гаусса. Выпишем расширенную матрицу системы и приведем ее к ступенчатому виду

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & -2 & -1 & 3 & 2 \\ -3 & 3 & 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -3 & 2 & 2 & -3 & -3 \end{array}\right) \overset{v_1 \leftrightarrow v_3}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -3 & 3 & 2 & -5 & -3 \\ 2 & -2 & -1 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & 2 & -3 & -3 \end{array}\right) \overset{\substack{v_2 - 3v_1, \\ v_3 + 2v_1, \\ v_4 - v_2}}{\sim}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right) \overset{v_2 \leftrightarrow v_4}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \overset{\substack{v_1 + v_2, \\ v_1 - v_3}}{\sim}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right).$$

Система совместна и неопределена. Из последнего уравнения находим, что $x_3 = x_4$, из второго уравнения следует, что $x_2 = 2x_4$, из первого уравнения получаем, что $x_1 = 1 + x_4$. Придавая свободной переменной x_4 пять различных значений, получаем следующие общие решения:

x_1	x_2	x_3	x_4
1	0	0	0
2	2	1	1
0	-2	-1	-1
3	4	2	2
-1	-4	-2	-2

Ответ: 1. $(-2; -1; 1; -2)$; 2. $(1 + x_4, 2x_4, x_4, x_4)$.

Задание VIII. Вычислить пределы.
Решение.

$$1.\ \lim_{x\to -2} \frac{x^2+6x+8}{x^2+10x+16} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to -2} \frac{(x+2)(x+4)}{(x+2)(x+8)} = \lim_{x\to -2} \frac{x+4}{x+8} = \frac{1}{3}.$$

$$2.\ \lim_{x\to\infty} \frac{-9x^9-x^5-2}{-8x^8-3x^4-6} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{-9-\frac{1}{x^4}-\frac{2}{x^9}}{-\frac{8}{x}-\frac{3}{x^5}-\frac{6}{x^9}} = -\frac{9}{\to 0} = \infty.$$

Ответ: 1. $\dfrac{1}{3}$; 2. ∞.

Задание IX. Производная функции.

1. Найти производную функции $f(x) = \sin\big(\cos\big(x^7\big)\big)$.
2. Найти производную функции $f(x) = \dfrac{-x^2-5x+1}{x+3}$ в точке $x = -2$.

Решение.

$$1. f'(x) = \big(\sin\big(\cos\big(x^7\big)\big)\big)' = \cos\big(\cos\big(x^7\big)\big)\cdot\big(\cos\big(x^7\big)\big)' =$$
$$= \cos\big(\cos\big(x^7\big)\big)\cdot\big(-\sin\big(x^7\big)\big)\cdot\big(x^7\big)' = -\cos\big(\cos\big(x^7\big)\big)\cdot\sin\big(x^7\big)\cdot 7x^6 =$$
$$= -7x^6\cos\big(\cos\big(x^7\big)\big)\cdot\sin\big(x^7\big).$$

$$2. f'(x) = \left(\frac{-x^2-5x+1}{x+3}\right)' =$$

$$= \frac{\left(-x^2-5x+1\right)'(x+3) - \left(-x^2-5x+1\right)(x+3)'}{(x+3)^2} =$$

$$= \frac{(-2x-5)(x+3) - (-x^2-5x+1)}{(x+3)^2} =$$

$$= \frac{-2x^2-6x-5x-15+x^2+5x-1}{(x+3)^2} =$$

$$= \frac{-x^2-6x-16}{(x+3)^2}\Bigg|_{x=-2} = \frac{-4+12-16}{(-2+3)^2} = -8.$$

Ответ: 2. -8.

Задание X. Применение производной.

1. Найти точку максимума, точку минимума и точку перегиба функции

$$f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x.$$

2. Провести полное исследование и построить графики функции

$$f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}.$$

Решение.

1. Найти точку максимума, точку минимума и точку перегиба функции

$$f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x.$$

Функция определена на всей числовой оси. Ее производная равна $f'(x) = 3x^2 + 12x - 15 = 3(x-1)(x+5)$. Критические точки функции $x_1 = -5$, $x_2 = 1$. Найдем $f''(-5)$ и $f''(1)$:

$$f''(x) = 6x + 12 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f''(-5) = -18, \\ f''(1) = 16. \end{array}\right.$$

Теперь, т.к. $f'(-5) = 0$, а $f''(-5) < 0$, то $x = -5$ - точка локального максимума, причем $f(-5) = (-5)^3 + 6\cdot(-5)^2 - 15\cdot(-5) = -200$. Так как $f'(1) = 0$, а $f''(1) > 0$, то $x = -5$ - точка локального минимума, причем $f(1) = 1^3 + 6\cdot 1^2 - 15\cdot(1) = -8$.

Функция выпукла вверх тогда и только тогда, когда $f'' < 0$, т.е. $6x+12 < 0$ или $x < -2$. Следовательно, $x \in (-\infty; -2)$. Функция выпукла вверх тогда и только тогда, когда $f'' > 0$, т.е. $6x + 12 > 0$ или $x > -2$. Следовательно, $x \in (-2; +\infty)$. Наконец, получаем, что точка $x = -2$ является точкой перегиба.

2. Провести полное исследование и построить графики функции

$$f(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}$$

.

1. Область определения $D(x)$ функции — вся числовая ось, за исключением точки $x = 0$, т.е.
$$D(x) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty).$$

2. Функция непериодическая; исследуем ее на четность и нечетность:

$$f(-x) = 2(-x)^2 + \frac{1}{-x} =$$
$$= 2x^2 - \frac{1}{x} \neq \left[\begin{array}{l} f(x) \text{ — не является четной;} \\ -f(x) \text{ — не является нечетной.} \end{array} \right.$$

Следовательно функция общего вида.

3. Найдем точки пересечения с осями координат:

с осью Oy график не пересекается, поскольку из п.1 $x \neq 0$.

с осью Ox график пересекается, если $f(x) = 0$, т.е. $2x^2 + \frac{1}{x} = 0$. Откуда $x = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. Значит единственная точка пересечения имеет координаты $\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}; 0\right)$.

4. Найдем интервалы знакопостоянства функции:

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x^2 + \frac{1}{x} > 0 \Leftrightarrow \frac{2x^3 + 1}{x} > 0,$$

откуда $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) \cup (0; +\infty)$.

Аналогично $f(x) < 0$ при $x \in \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}; 0\right)$.

5. Найдем асимптоты графика функции. Поскольку

$$\lim_{x\to 0-0}\left(2x^2+\frac{1}{x}\right)=-\infty, \text{ а } \lim_{x\to 0+0}\left(2x^2+\frac{1}{x}\right)=+\infty,$$

то точка $x=0$ является точкой разрыва второго рода. Следовательно прямая $x=0$ — вертикальная асимптота.

Найдем наклонные асимптоты:

$$k=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(2x+\frac{1}{x^2}\right)=+\infty.$$

Значит наклонных асимптот при $x\to+\infty$ нет. Аналогично, наклонных асимптот нет и при $x\to-\infty$.

6. Найдем интервалы монотонности функции и экстремумы функции. Для этого исследуем первую производную:

$$f'(x)=\left(2x^2+\frac{1}{x}\right)'=4x-\frac{1}{x^2}=\frac{4x^3-1}{x^2}.$$

Отсюда видно, что при $x\in\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}};+\infty\right)$ функция возрастает, а при $x\in(-\infty;0)\cup\left(0;\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)$ функция убывает.

Поскольку при переходе через $x=\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ производная функции меняет знак с $-$ на $+$, то данная точка есть точка минимума. Соответствующее значение функции

$$f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)=2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^2+\frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{4}}}=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}+\sqrt[3]{4}=\frac{3}{\sqrt[3]{2}}=\frac{3\sqrt[3]{4}}{2}.$$

7. Для определения интервалов выпуклости и точек перегиба, вычислим вторую производную:

$$f''(x)=(f'(x))'=\left(4x-\frac{1}{x^2}\right)'=4+\frac{2}{x^3}=\frac{4x^3+2}{x^3}.$$

Отсюда получаем, что при $x \in \left(-\infty; -\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) \cup (0; +\infty)$ — $f''(x) > 0$, следовательно график функции выпуклый вниз, а при $x \in \left(-\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}; 0\right)$ — $f''(x) < 0$, следовательно график функции выпуклый вверх. Точка перегиба $x = -\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

8. Учитывая полученную информацию, строим график функции:

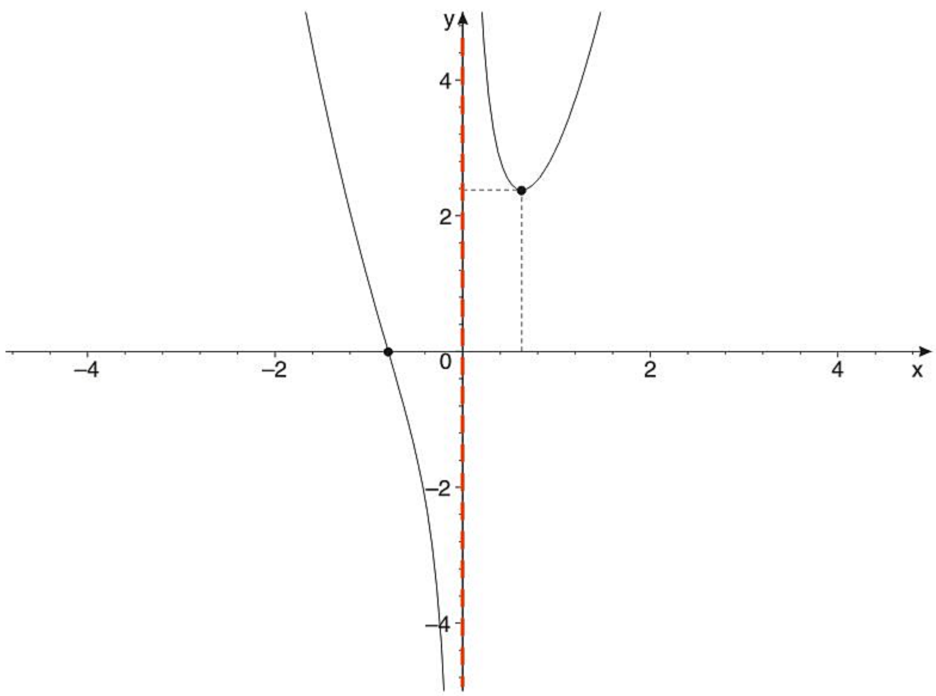

Рис. 3. График функции $f(x)$.

Задание XI. Неопределенный интеграл.
Вычислить неопределенные интегралы.
Решение.
1. $I = \displaystyle\int \frac{-2 \cdot x + 2}{x^2 - 3 \cdot x - 10}\, dx.$

$$I = \int \frac{-2 \cdot x + 2}{x^2 - 3 \cdot x - 10}\, dx = \int \frac{2x - 3}{(x-5)(x+2)}\, dx\,.$$

Подынтегральная дробь — правильная, поэтому разложим ее на сумму простейших дробей первого типа:

$$\frac{2x-3}{(x-5)(x+2)} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x+2}.$$

Для нахождения коэффициентов A и B, приведем дроби в правой части равенства к общему знаменателю:

$$\frac{A}{x-5} + \frac{B}{x+2} = \frac{A(x+2)+B(x-5)}{(x-5)(x+2)}.$$

Из первого и второго равенства следует, что

$$2x-3 = A(x+2)+B(x-5).$$

Найдем коэффициенты A и B с помощью метода неопределенных коэффициентов. Раскроем скобки в правой части равенства и сгруппируем члены при одинаковых степенях переменной x:

$$2x-3 = \underline{Ax} + \underline{\underline{\underline{2A}}} + \underline{Bx} - \underline{\underline{\underline{5B}}} = (A+B)x + (2A-5B).$$

Поскольку многочлены в обеих частях равенства тождественно равны, то должны быть равны и коэффициенты при одинаковых степенях неизвестных. Сравнивая эти коэффициенты, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} A+B=2, \\ 2A-5B=-3; \end{cases} \sim \begin{cases} A=2-B, \\ 2(2-B)-5B=-3; \end{cases} \sim$$
$$\sim \begin{cases} A=2-B, \\ -7B=-7; \end{cases} \sim \begin{cases} A=1, \\ B=1. \end{cases}$$

Таким образом

$$\frac{2x-3}{(x-5)(x+2)} = \frac{1}{x-5} + \frac{1}{x+2}.$$

Тогда

$$I = \int \frac{2x-3}{(x-5)(x+2)}\,dx = \int \frac{dx}{x-5} + \int \frac{dx}{x+2} =$$
$$= \ln|x-5| + \ln|x+2| + C = \ln|(x-5)(x+2)| + C.$$

2. $I = \displaystyle\int (2x-1)\cdot e^{3x}\,dx.$

Воспользуемся методом интегрирования по частям:

$$\int (2x-1)\cdot e^{3x}\,dx =$$

$$= \left[\begin{array}{ll} u = 2x-1, & \Rightarrow \;\; du = (2x-1)'\,dx = 2\,dx; \\ dv = e^{3x}\,dx, & \Rightarrow \;\; v = \int e^{3x}\,dx = \dfrac{e^{3x}}{3} \end{array}\right] =$$

$$= u\cdot v - \int v\,du = (2x-1)\cdot\frac{e^{3x}}{3} - \int \frac{e^{3x}}{3}\cdot 2\,dx =$$

$$= \frac{(2x-1)e^{3x}}{3} - \frac{2}{3}\int e^{3x}\,dx = \frac{(2x-1)e^{3x}}{3} - \frac{2}{3}\cdot\frac{e^{3x}}{3} + C =$$

$$= \frac{(2x-1)e^{3x}}{3} - \frac{2e^{3x}}{9} + C = \frac{(6x-5)e^{3x}}{9} + C.$$

Ответ: 1. $\ln|(x-5)(x+2)| + C$; 2. $\dfrac{(6x-5)e^{3x}}{9} + C$.

Задание XII. Определенный интеграл.

Вычислить определенные интегралы.

Решение.

1. $$\int\limits_{-3}^{-1} (-6x^2 - 10x - 8)\,dx = \left(-2x^3 - 5x^2 - 8x\right)\Big|_{-3}^{-1} =$$

$$= (-2\cdot(-1)^3 - 5\cdot(-1)^2 - 8\cdot(-1)) - (-2\cdot(-3)^3 - 5\cdot(-3)^2 - 8\cdot(-3)) =$$

$$= 5 - 33 = -28.$$

2. $$\int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{3\cos x}{\sin^3 x}\,dx = \int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} 3\sin^{-3} x d(\sin x) = -\frac{3}{2}\sin^{-2} x\Bigg|_{\pi/6}^{\pi/3} =$$

$$= -\frac{3}{2\sin^2 x}\Bigg|_{\pi/6}^{\pi/3} = -\frac{3}{2\sin^2 \pi/3} + \frac{3}{2\sin^2 \pi/6} = -2 + 6 = 4.$$

Ответ: 1. -28; 2. 4.

Задание XIII. Применение определенного интеграла.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6$, $y = -x^2 + 5x - 6$;

2. Найти объем тела получающегося вращением вокруг оси OX и вокруг оси Oy области, ограниченной линией $y = \dfrac{4}{x}$, и прямыми $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$.

Решение.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6$, $y = -x^2 + 5x - 6$.

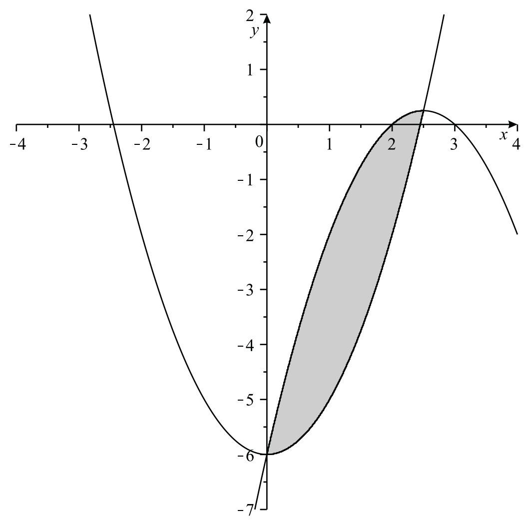

Рис. 4. $y = x^2 - 6$, $y = -x^2 + 5x - 6$

Найдем абсциссы точек пересечения графиков данных функций. Для этого решаем систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 6, \\ y = -x^2 + 5x - 6. \end{cases}$$

Приравнивая правые части уравнений, получим: $2x^2 + 5x = 0$. Откуда $x_1 = 0$, $x_2 = -2,5$. Для нахождения площади фигуры (см. рис. 4) воспользуемся формулой

$$S = \int_a^b [f(x) - g(x)]\, dx\ .$$

Итак,

$$S = \int_0^{2,5} (-x^2 + 5x - 6 - (x^2 - 6))\, dx = \int_0^{2,5} (-2x^2 + 5x)\, dx =$$

$$= \left(-\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 \right)\Bigg|_0^{2,5} = 5\frac{5}{24}.$$

2. Найти объем тела получающегося вращением вокруг оси OX и вокруг оси Oy области, ограниченной линией $y = \dfrac{4}{x}$, и прямыми $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$ (см. рис. 5 и рис. 6).

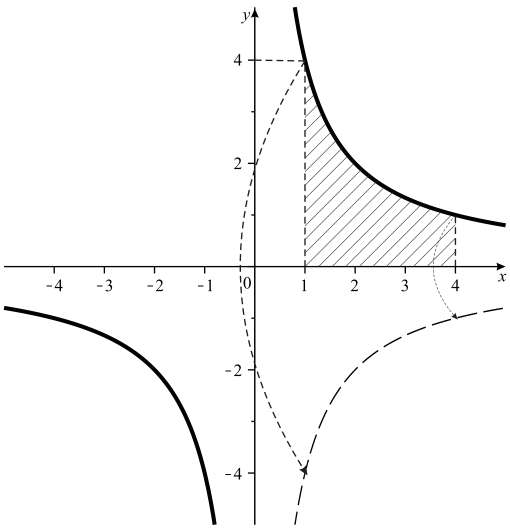

Рис. 5. Вокруг оси Ox

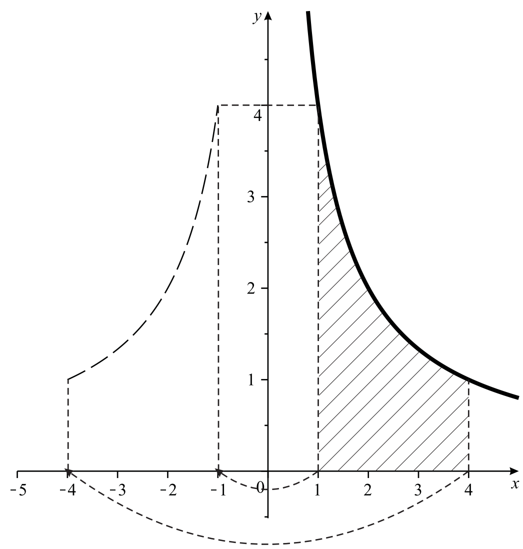

Рис. 6. Вокруг оси Oy

По формуле $V_x = \pi \int\limits_a^b y^2\, dx$, находим

$$V_x = \pi \int\limits_1^4 \left(\frac{4}{x}\right)^2 dx = 16\pi \left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_1^4 = 12\pi.$$

По формуле $V_y = 2\pi \int\limits_a^b xy\, dx$, находим

$$V_y = 2\pi \int\limits_1^4 x \cdot \frac{4}{x} dx = 2\pi \cdot 4x\Big|_1^4 = 24\pi.$$

Ответ: 1. $5\dfrac{5}{24}$; 2. 24π.

Задания к контрольной работе №1

Задание I. Элементы математической логики.

1. Построить таблицу истинности для функции $f(x_1, x_2, x_3)$ и представить её в СДНФ и СКНФ;

2. Найти МДНФ и МКНФ для полученной логической функции $f(x_1, x_2, x_3)$;

3. Построить схему из функциональных элементов, реализующую данную функцию.

№ Варианта	Задание
1	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \wedge \overline{x_3 \oplus \overline{x_2}}} \vee (x_1 \Rightarrow x_3)$
2	$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \vee \overline{x_2}) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$
3	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{\overline{x_2} \wedge x_1} \mid (x_1 \vee x_3)$
4	$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \oplus \overline{x_2 \vee x_3} \Rightarrow (\overline{x_1} \vee x_3)$
5	$f(x_1, x_2, x_3) = x_2 \oplus \overline{x_1 \vee \overline{x_3}} \downarrow (x_1 \wedge x_3)$
6	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}} \oplus (x_1 \Rightarrow \overline{x_3 \vee \overline{x_2}})$
7	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} \wedge x_2 \Rightarrow (\overline{x_3 \oplus x_1})$
8	$f(x_1, x_2, x_3) = x_2 \mid \overline{x_3 \Rightarrow x_1} \oplus (x_1 \wedge \overline{x_3})$
9	$f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x_2} \vee x_3) \oplus (\overline{x_1 \Rightarrow x_3 \mid x_2})$
10	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \mid \overline{x_3}} \oplus (x_1 \vee \overline{x_2})$
11	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \Rightarrow \overline{x_3}} \mid (\overline{x_1 \oplus \overline{x_2}} \vee x_3)$
12	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \mid x_1} \oplus x_3 \Rightarrow (\overline{x_1} \vee x_3)$
13	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \wedge \overline{x_3}} \downarrow \overline{x_2} \Rightarrow \overline{x_1}$
14	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \oplus x_1} \wedge (x_1 \vee x_3)$
15	$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge (\overline{x_2 \Rightarrow \overline{x_3} \mid x_1}) \oplus (x_1 \vee x_3)$
16	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{(x_2 \wedge \overline{x_1}) \wedge \overline{x_3}} \mid (x_1 \wedge x_3)$
17	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \wedge \overline{x_3 \vee x_1}} \oplus (\overline{x_1} \vee x_3)$
18	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \wedge \overline{x_1}} \oplus (x_1 \vee x_3)$
19	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_3 \wedge \overline{x_2}} \Leftrightarrow (x_1 \mid x_3)$
20	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_3 \wedge \overline{x_2}} \oplus x_1 \mid \overline{x_2}$
21	$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \Rightarrow \overline{x_2} \mid (x_3 \oplus \overline{x_1})$
22	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \Rightarrow \overline{x_3}} \downarrow (x_1 \oplus \overline{x_3})$
23	$f(x_1, x_2, x_3) = x_2 \wedge \overline{x_1 \oplus \overline{x_2}} \mid \overline{x_2} \Leftrightarrow x_3$
24	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_2 \wedge \overline{x_1}} \downarrow (x_1 \Leftrightarrow x_3)$
25	$f(x_1, x_2, x_3) = \overline{\overline{x_2} \wedge \overline{x_3}} \oplus (x_1 \Rightarrow x_3)$

Задание II. Алгебра множеств.

Дано универсальное множество

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

и три его подмножества A, B, C. Найти множество M.

1. $A = \{1, 2, 3, 5, 8, 12, 13, 14, 15\}$,
$B = \{1, 4, 7, 9, 10, 12, 13, 14\}$,
$C = \{1, 2, 8, 10, 12, 14\}$.
$M = \overline{A} \cup \overline{B \backslash C}$.

2. $A = \{1, 2, 3, 5, 8, 12, 13, 14, 15\}$,
$B = \{1, 4, 7, 9, 10, 12, 13, 14\}$,
$C = \{1, 2, 8, 10, 12, 14\}$.
$M = \overline{A \backslash C} \cup \overline{B \backslash C}$.

3. $A = \{5, 10, 11, 12, 13, 15\}$,
$B = \{2, 8, 9, 10, 12\}$,
$C = \{2, 8, 9, 11, 15\}$.
$M = (\overline{A} \backslash C) \cup (B \backslash C)$.

4. $A = \{5, 6, 7, 11, 12, 13, 15\}$,
$B = \{2, 7, 9, 10, 12, 14\}$,
$C = \{3, 8, 10, 11, 14\}$.
$M = (\overline{A} \backslash \overline{C}) \cup (B \backslash \overline{C})$.

5. $A = \{0, 1, 5, 10, 11, 12, 13, 15\}$,
$B = \{1, 8, 9, 10, 12\}$,
$C = \{0, 1, 8, 9, 11, 15\}$.
$M = (A \cup \overline{B}) \backslash (\overline{A} \cap \overline{C})$.

6. $A = \{2, 6, 10, 11, 12, 13, 15\}$,
$B = \{1, 2, 7, 9, 10, 12, 14\}$,
$C = \{1, 3, 8, 10, 12, 14\}$.
$M = \overline{A \backslash B} \backslash \overline{C}$.

7. $A = \{1, 2, 3, 5, 8, 12, 13, 15\}$,
$B = \{1, 4, 7, 9, 10, 12, 13\}$,
$C = \{1, 2, 8, 11, 12, 14\}$.
$M = (\overline{A} \cup \overline{B}) \backslash (A \cap \overline{C})$.

8. $A = \{6, 7, 10, 12, 15\}$,
$B = \{6, 9, 10, 11, 13\}$,
$C = \{6, 7, 8, 9, 11, 13\}$.
$M = \big(A \cup \overline{C}\big) \cap (A \backslash B)$.

9. $A = \{3, 11, 12, 13, 15\}$,
$B = \{2, 8, 9, 10, 12\}$,
$C = \{2, 8, 10, 11, 15\}$.
$M = (\overline{A} \backslash C) \backslash (B \backslash C)$.

10. $A = \{0, 1, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 15\}$,
$B = \{1, 8, 9, 10, 12\}$,
$C = \{0, 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 11, 15\}$.
$M = (A \backslash B) \cup (A \backslash \overline{C}) = A \cap \overline{B \backslash C}$.

11. $A = \{1, 2, 3, 7, 8, 12, 13, 15\}$,
$B = \{1, 4, 8, 9, 10, 12, 13\}$,
$C = \{1, 2, 7, 11, 12, 14\}$.
$M = (\overline{A} \backslash \overline{B}) \backslash (A \cup \overline{C})$.

12. $A = \{1, 2, 3, 7, 8, 12, 13, 15\}$,
$B = \{1, 4, 8, 9, 10, 12, 13\}$,
$C = \{1, 2, 7, 11, 12, 14\}$.
$M = \overline{A} \backslash \overline{B \cap C}$.

13. $A = \{0, 1, 5, 6, 9, 10, 13, 15\}$,
$B = \{0, 1, 6, 9, 12\}$,
$C = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 11, 15\}$.
$M = (A \backslash \overline{B}) \backslash (\overline{A} \cup \overline{C})$.

14. $A = \{6, 7, 11, 12, 13, 15\}$,
$B = \{2, 7, 9, 10, 12\}$,
$C = \{3, 8, 10, 11, 14\}$.
$M = \overline{A} \backslash \overline{B \cap C}$.

15. $A = \{0, 1, 5, 6, 9, 10, 13, 15\}$,
$B = \{0, 5, 6, 9, 12\}$,
$C = \{1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 15\}$.
$M = (A \backslash \overline{B}) \cup (A \backslash \overline{C})$.

16. $A = \{1, 2, 3, 7, 8, 12, 13, 15\}$,
$B = \{1, 4, 8, 9, 10, 12, 13\}$,
$C = \{1, 2, 7, 11, 12, 14\}$.
$M = (A \cup B) \backslash (\overline{A} \cap \overline{C})$.

17. $A=\{1,3,5,6,9,11\}$,
$B=\{2,5,9,10,11\}$,
$C=\{1,3,5,7,8,9,10,11,13\}$.
$M=(A\setminus C)\cap\left(\overline{A}\cap B\right)$.

18. $A=\{4,5,6,7,12,15\}$,
$B=\{4,5,6,9,11\}$,
$C=\{3,4,5,7,8,9,11,13\}$.
$M=\left(A\cap\overline{C}\right)\setminus(A\cap B)$.

19. $A=\{2,6,10,11,12,13,15\}$,
$B=\{1,2,7,9,10,12,14\}$,
$C=\{1,3,8,10,12,14\}$.
$M=(B\setminus A)\cap(\overline{C}\setminus A)$.

20. $A=\{2,3,5,7,10,15\}$,
$B=\{2,5,6,10,11\}$,
$C=\{1,4,6,7,8,9,10,11,15\}$.
$M=(A\cup C)\setminus\left(\overline{A}\cap B\right)$.

21. $A=\{6,7,11,12,13,15\}$,
$B=\{2,7,9,10,12\}$,
$C=\{3,8,10,11,14\}$.
$M=\overline{(\overline{B}\setminus A)\cup(C\setminus A)}$.

22. $A=\{2,3,7,8,12,13,15\}$,
$B=\{1,4,8,9,10,12,13\}$,
$C=\{1,2,7,11,12,14\}$.
$M=(C\setminus A)\cup(C\setminus\overline{B})$.

23. $A=\{0,1,5,6,9,10,13,15\}$,
$B=\{0,5,6,9,12\}$,
$C=\{1,3,4,6,7,8,9,11,15\}$.
$M=(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$.

24. $A=\{2,3,7,8,12,13,15\}$,
$B=\{1,4,8,9,10,12,13\}$,
$C=\{1,2,7,11,12,14\}$.
$M=\overline{A\setminus B}\setminus\overline{C}$.

25. $A=\{1,5,6,9,12,15\}$,
$B=\{0,5,7,9,12\}$,
$C=\{1,3,4,5,7,8,9,11,13\}$.
$M=(A\setminus B)\cup(A\setminus\overline{C})$.

Задание III. Бином Ньютона. Найти наибольший член разложения бинома Ньютона $(x+y)^n$.

№	x	y	n	**№**	x	y	n	**№**	x	y	n
1	$\sqrt{5}$	3	17	**2**	$\sqrt{3}$	10	17	**3**	$\sqrt{5}$	2	13
4	3	$\sqrt{6}$	12	**5**	$\sqrt{7}$	3	15	**6**	3	$\sqrt{10}$	19
7	$\sqrt{11}$	4	14	**8**	3	$\sqrt{12}$	13	**9**	$\sqrt{8}$	3	12
10	2	$2\sqrt{3}$	11	**11**	$\sqrt{13}$	3	13	**12**	4	$\sqrt{14}$	10
13	$\sqrt{7}$	2,5	21	**14**	3	$\sqrt{3}$	18	**15**	$\sqrt{5}$	3	10
16	2,2	$\sqrt{7}$	13	**17**	$\sqrt{6}$	2,5	11	**18**	3,5	$\sqrt{11}$	10
19	$\sqrt{10}$	3,3	13	**20**	3,2	$\sqrt{8}$	9	**21**	$\sqrt{10}$	2,8	15
22	2,8	$\sqrt{7}$	19	**23**	$\sqrt{3}$	1,9	18	**24**	2,8	$\sqrt{6}$	17
25	$\sqrt{3}$	5	12								

Задание IV. Число сочетаний. Из данной пропорции найти x и y.

№	Пропорция	№	Пропорция
1	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 5:4:2$	2	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 3:3:2$
3	$C_{x}^{y+2} : C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} = 42:35:20$	4	$C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} = 3:4:3$
5	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 4:5:4$	6	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 21:14:6$
7	$C_{x}^{y+2} : C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} = 3:5:5$	8	$C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} = 2:4:5$
9	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 2:3:3$	10	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 14:8:3$
11	$C_{x}^{y+2} : C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} = 5:3:1$	12	$C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} = 5:6:5$
13	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 14:7:2$	14	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 6:14:21$
15	$C_{x}^{y+2} : C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} = 24:9:2$	16	$C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} = 28:12:3$
17	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 6:3:1$	18	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 72:45:20$
19	$C_{x}^{y+2} : C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} = 14:10:5$	20	$C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} = 28:24:15$
21	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 15:5:1$	22	$C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} : C_{x}^{y-1} = 15:24:28$
23	$C_{x}^{y+2} : C_{x}^{y+1} : C_{x}^{y} = 7:7:5$	24	$C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} = 6:7:6$
25	$C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 4:5:4$		

Задания к контрольной работе №2

Задание V. Вычислить определитель.

1. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ 2. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 4 \\ -4 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 2 & -2 \\ -3 & -2 & 3 & -4 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & -8 \\ -3 & -2 & 2 & 8 \\ -2 & -2 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & -1 & -16 \end{vmatrix}$ 4. $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 6 \\ -2 & 0 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & -2 & -6 \end{vmatrix}$

5. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & -5 \\ 3 & 2 & -7 & 5 \\ -2 & -1 & 4 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ 6. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

7. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ 8. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$

9. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ -2 & -1 & -1 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & -6 \end{vmatrix}$ 10. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

11. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 6 \\ -2 & -4 & -3 & -6 \\ 3 & 6 & 4 & 9 \\ 1 & 3 & 2 & 6 \end{vmatrix}$ 12. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

13. $\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ 14. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & -5 & 4 & -15 \\ 1 & -1 & 1 & -5 \end{vmatrix}$

15. $\begin{vmatrix} 6 & -3 & 2 & -12 \\ -3 & 1 & -2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 2 & -8 \end{vmatrix}$ 16. $\begin{vmatrix} -3 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ -3 & -1 & 2 & -3 \\ 4 & 3 & -4 & 9 \end{vmatrix}$

17. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 8 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \end{vmatrix}$

18. $\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 2 & -6 \\ -1 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$

19. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

20. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 4 \\ -1 & 5 & 1 & 6 \\ -1 & 7 & 1 & 8 \end{vmatrix}$

21. $\begin{vmatrix} -1 & 4 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

22. $\begin{vmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ -2 & 5 & -5 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

23. $\begin{vmatrix} -1 & -4 & 3 & -2 \\ 3 & 7 & -6 & 2 \\ -1 & -2 & 2 & -2 \\ -1 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

24. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ -5 & -1 & 1 & +3 \\ 7 & -4 & 2 & 5 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

25. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -7 & 4 & -5 & -8 \\ 5 & -2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

Задание VI. Матричное уравнение.

Найти A^{-1} и решить матричное уравнение $A \cdot X = B$.

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix};$

2. $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

4. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix};$

6. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$

7. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 0 & 4 \\ -2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix};$

8. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 3 \end{pmatrix};$

9. $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

10. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

11. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix};$

12. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix};$

13. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

14. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix};$

15. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix};$

16. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$

17. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

18. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix};$

19. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$

20. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix};$

21. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix};$

22. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$

23. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix};$

24. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$

25. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$

Задание VII. Системы линейных уравнений.

1. Решить систему.
2. Найти пять различных решений системы уравнений.

1.1. $$\begin{cases} -1\cdot x_1 -2\cdot x_2 -1\cdot x_3 +2\cdot x_4 = 0 \\ 2\cdot x_1 +2\cdot x_3 = 0 \\ +1\cdot x_2 +1\cdot x_3 -2\cdot x_4 = 0 \\ -2\cdot x_1 -2\cdot x_2 -3\cdot x_3 +3\cdot x_4 = 0 \\ -1\cdot x_2 -1\cdot x_3 +1\cdot x_4 = -1 \end{cases}$$

1.2. $$\begin{cases} -2\cdot x_1 -6\cdot x_2 +1\cdot x_3 +4\cdot x_4 = -2 \\ 1\cdot x_1 +5\cdot x_2 -2\cdot x_3 -7\cdot x_4 = 1 \\ -2\cdot x_1 -9\cdot x_2 +3\cdot x_3 +11\cdot x_4 = -2 \\ -1\cdot x_1 -4\cdot x_2 +1\cdot x_3 +4\cdot x_4 = -1 \end{cases}$$

2.1. $$\begin{cases} 1\cdot x_1 +2\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -5 \\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 = -1 \\ -1\cdot x_1 -2\cdot x_2 +2\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -3 \\ +1\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -5 \\ +1\cdot x_2 -1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 1 \end{cases}$$

2.2. $$\begin{cases} -1\cdot x_1 -4\cdot x_2 +2\cdot x_3 -2\cdot x_4 = -1 \\ -1\cdot x_1 -3\cdot x_2 +1\cdot x_3 -2\cdot x_4 = -1 \\ 2\cdot x_1 +12\cdot x_2 -6\cdot x_3 +8\cdot x_4 = 2 \\ -2\cdot x_1 -6\cdot x_2 +3\cdot x_3 -2\cdot x_4 = -2 \end{cases}$$

3.1. $$\begin{cases} 1\cdot x_1 -1\cdot x_4 = -3 \\ 4\cdot x_1 +1\cdot x_2 -4\cdot x_4 = -14 \\ 1\cdot x_1 -1\cdot x_4 = -3 \\ -4\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +4\cdot x_4 = 13 \\ -2\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_4 = 6 \end{cases}$$

3.2. $$\begin{cases} 2\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +4\cdot x_4 = 2 \\ -2\cdot x_1 +2\cdot x_2 +1\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -2 \\ -4\cdot x_1 +3\cdot x_2 -1\cdot x_3 -4\cdot x_4 = -4 \\ -3\cdot x_1 +2\cdot x_2 -2\cdot x_3 -6\cdot x_4 = -3 \end{cases}$$

$$4.1.\quad \begin{cases} -1\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +3\cdot x_4 = 1 \\ -2\cdot x_1 -1\cdot x_2 +3\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -2 \\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 -2\cdot x_4 = -2 \\ -1\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +2\cdot x_4 = 0 \\ 1\cdot x_1 -2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 2 \end{cases}$$

$$4.2.\quad \begin{cases} -2\cdot x_1 +4\cdot x_2 +6\cdot x_3 -2\cdot x_4 = -2 \\ 1\cdot x_1 -1\cdot x_2 -2\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 1 \\ -1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -1 \\ 1\cdot x_1 -2\cdot x_2 -3\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 1 \end{cases}$$

$$5.1.\quad \begin{cases} 1\cdot x_1 -3\cdot x_2 +2\cdot x_3 +2\cdot x_4 = 0 \\ -1\cdot x_1 +2\cdot x_2 -1\cdot x_4 = -1 \\ 1\cdot x_1 -4\cdot x_2 +2\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -1 \\ -2\cdot x_2 +1\cdot x_3 +2\cdot x_4 = 1 \\ -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 0 \end{cases}$$

$$5.2.\quad \begin{cases} 1\cdot x_1 +2\cdot x_2 +1\cdot x_3 +7\cdot x_4 = 1 \\ -2\cdot x_1 -1\cdot x_2 -1\cdot x_3 -6\cdot x_4 = -2 \\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +4\cdot x_4 = 1 \\ -2\cdot x_1 -3\cdot x_2 -2\cdot x_3 -11\cdot x_4 = -2 \end{cases}$$

$$6.1.\quad \begin{cases} 6\cdot x_1 -2\cdot x_2 +2\cdot x_3 -5\cdot x_4 = -2 \\ 2\cdot x_1 +1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -2 \\ 2\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -3 \\ -3\cdot x_1 +1\cdot x_2 -1\cdot x_3 +3\cdot x_4 = 0 \\ 3\cdot x_1 -4\cdot x_2 -5\cdot x_4 = 3 \end{cases}$$

$$6.2.\quad \begin{cases} -1\cdot x_1 -1\cdot x_2 -1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -1 \\ -2\cdot x_1 -5\cdot x_2 -1\cdot x_3 -11\cdot x_4 = -2 \\ -3\cdot x_1 +5\cdot x_2 -4\cdot x_3 +16\cdot x_4 = -3 \\ 2\cdot x_1 -1\cdot x_2 +2\cdot x_3 -4\cdot x_4 = 2 \end{cases}$$

$$7.1.\quad \begin{cases} -1\cdot x_1 -4\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 7 \\ -1\cdot x_1 +1\cdot x_2 -6\cdot x_3 = 6 \\ 2\cdot x_1 -2\cdot x_2 +9\cdot x_3 = -9 \\ 1\cdot x_1 -1\cdot x_2 +4\cdot x_3 = -4 \\ 2\cdot x_1 -1\cdot x_2 +6\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -10 \end{cases}$$

$$7.2.\quad \begin{cases} -4\cdot x_1 -3\cdot x_2 +2\cdot x_3 -12\cdot x_4 = -4 \\ -3\cdot x_1 +3\cdot x_2 +2\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -3 \\ -2\cdot x_1 +1\cdot x_2 +1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -2 \\ 3\cdot x_1 +1\cdot x_2 -2\cdot x_3 +5\cdot x_4 = 3 \end{cases}$$

8.1.
$$\begin{cases} -2\cdot x_2 -1\cdot x_4 = 3\\ -5\cdot x_1 +8\cdot x_2 -3\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -22\\ -5\cdot x_1 +7\cdot x_2 -2\cdot x_3 +1\cdot x_4 = -20\\ 3\cdot x_1 -4\cdot x_2 +2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 12\\ 3\cdot x_1 -3\cdot x_2 +2\cdot x_3 = 11 \end{cases}$$

8.2.
$$\begin{cases} 5\cdot x_1 -5\cdot x_2 -3\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 5\\ -10\cdot x_1 +12\cdot x_2 +6\cdot x_3 +6\cdot x_4 = -10\\ 3\cdot x_1 -3\cdot x_2 -2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 3\\ -4\cdot x_1 +5\cdot x_2 +2\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -4 \end{cases}$$

9.1.
$$\begin{cases} -1\cdot x_2 -2\cdot x_3 = 5\\ -1\cdot x_1 +1\cdot x_2 = 1\\ +1\cdot x_2 +2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -7\\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +2\cdot x_3 = -7\\ -1\cdot x_2 -1\cdot x_3 = 3 \end{cases}$$

9.2.
$$\begin{cases} 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 -1\cdot x_3 +5\cdot x_4 = 1\\ 2\cdot x_1 +2\cdot x_2 -1\cdot x_3 +9\cdot x_4 = 2\\ -1\cdot x_1 -2\cdot x_2 +2\cdot x_3 -7\cdot x_4 = -1\\ -1\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 -5\cdot x_4 = -1 \end{cases}$$

10.1.
$$\begin{cases} 1\cdot x_1 +1\cdot x_3 = -3\\ -5\cdot x_1 +5\cdot x_2 +1\cdot x_4 = -6\\ -3\cdot x_1 +3\cdot x_2 +1\cdot x_3 +1\cdot x_4 = -6\\ +1\cdot x_2 -1\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -2\\ +1\cdot x_2 -1\cdot x_3 +1\cdot x_4 = -1 \end{cases}$$

10.2.
$$\begin{cases} 3\cdot x_1 +1\cdot x_2 +3\cdot x_3 -14\cdot x_4 = 3\\ 2\cdot x_1 -6\cdot x_2 -1\cdot x_3 -7\cdot x_4 = 2\\ -1\cdot x_1 +4\cdot x_2 +1\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -1\\ -2\cdot x_1 -3\cdot x_2 -3\cdot x_3 +10\cdot x_4 = -2 \end{cases}$$

11.1.
$$\begin{cases} -1\cdot x_1 +2\cdot x_2 -3\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 4\\ -1\cdot x_1 +1\cdot x_2 -2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 3\\ 4\cdot x_1 -3\cdot x_2 +5\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -6\\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_3 +1\cdot x_4 = -2\\ 4\cdot x_1 -4\cdot x_2 +5\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -5 \end{cases}$$

11.2.
$$\begin{cases} -1\cdot x_1 -1\cdot x_2 -1\cdot x_3 -3\cdot x_4 = -1\\ 4\cdot x_1 +3\cdot x_2 +2\cdot x_3 +6\cdot x_4 = 4\\ 2\cdot x_1 +1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +2\cdot x_4 = 2\\ 4\cdot x_1 +4\cdot x_2 +2\cdot x_3 +8\cdot x_4 = 4 \end{cases}$$

12.1. $$\begin{cases} -1\cdot x_1 -2\cdot x_2 -2\cdot x_3 = 4 \\ -1\cdot x_1 +2\cdot x_2 -1\cdot x_4 = -3 \\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +1\cdot x_3 = -1 \\ -1\cdot x_1 +1\cdot x_2 = -3 \\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +1\cdot x_3 = -1 \end{cases}$$

12.2. $$\begin{cases} 1\cdot x_1 -1\cdot x_2 +2\cdot x_3 +3\cdot x_4 = 1 \\ 1\cdot x_1 +4\cdot x_2 -3\cdot x_3 -2\cdot x_4 = 1 \\ 2\cdot x_1 -9\cdot x_2 +10\cdot x_3 +14\cdot x_4 = 2 \\ 2\cdot x_1 +4\cdot x_2 -3\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 2 \end{cases}$$

13.1. $$\begin{cases} 3\cdot x_1 -6\cdot x_2 = 0 \\ 4\cdot x_1 +2\cdot x_2 -8\cdot x_3 -5\cdot x_4 = -21 \\ -1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +2\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 4 \\ +2\cdot x_2 -2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -5 \\ -1\cdot x_1 -2\cdot x_2 +3\cdot x_3 +2\cdot x_4 = 8 \end{cases}$$

13.2. $$\begin{cases} 3\cdot x_1 +2\cdot x_2 -1\cdot x_3 -8\cdot x_4 = 3 \\ -2\cdot x_1 -2\cdot x_2 +2\cdot x_3 +6\cdot x_4 = -2 \\ -4\cdot x_1 -4\cdot x_2 +3\cdot x_3 +11\cdot x_4 = -4 \\ -1\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -1 \end{cases}$$

14.1. $$\begin{cases} 2\cdot x_1 -3\cdot x_2 +2\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -5 \\ -2\cdot x_1 +3\cdot x_2 -2\cdot x_3 -2\cdot x_4 = 3 \\ -2\cdot x_1 +5\cdot x_2 -3\cdot x_3 -3\cdot x_4 = 5 \\ 1\cdot x_1 -3\cdot x_2 +3\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -8 \\ -1\cdot x_1 +2\cdot x_2 -2\cdot x_3 -2\cdot x_4 = 5 \end{cases}$$

14.2. $$\begin{cases} -3\cdot x_1 -2\cdot x_2 -3\cdot x_3 +7\cdot x_4 = -3 \\ 4\cdot x_1 +1\cdot x_2 +3\cdot x_3 -8\cdot x_4 = 4 \\ -3\cdot x_1 -4\cdot x_2 -4\cdot x_3 +9\cdot x_4 = -3 \\ 5\cdot x_1 +4\cdot x_2 +5\cdot x_3 -13\cdot x_4 = 5 \end{cases}$$

15.1. $$\begin{cases} -1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 0 \\ +2\cdot x_3 +1\cdot x_4 = -1 \\ -1\cdot x_1 -1\cdot x_2 +2\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 2 \\ -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 2 \\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 -2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -2 \end{cases}$$

15.2. $$\begin{cases} -5\cdot x_1 +2\cdot x_2 -6\cdot x_3 +5\cdot x_4 = -5 \\ 2\cdot x_1 -2\cdot x_2 -1\cdot x_3 -3\cdot x_4 = 2 \\ -3\cdot x_1 +2\cdot x_2 -3\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -3 \\ -3\cdot x_1 +1\cdot x_2 -4\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -3 \end{cases}$$

16.1. $$\begin{cases} 1\cdot x_1 +3\cdot x_2 +4\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 4 \\ -1\cdot x_2 -2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -1 \\ +2\cdot x_2 +2\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 2 \\ -1\cdot x_1 -1\cdot x_2 -1\cdot x_3 = -1 \\ -2\cdot x_2 -4\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -4 \end{cases}$$

16.2. $$\begin{cases} -4\cdot x_1 +8\cdot x_2 +1\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -4 \\ -6\cdot x_1 +11\cdot x_2 +3\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -6 \\ -3\cdot x_1 +5\cdot x_2 +1\cdot x_3 +1\cdot x_4 = -3 \\ 7\cdot x_1 -13\cdot x_2 -3\cdot x_3 -3\cdot x_4 = 7 \end{cases}$$

17.1. $$\begin{cases} 3\cdot x_1 +3\cdot x_2 +3\cdot x_3 +1\cdot x_4 = -1 \\ -3\cdot x_1 -2\cdot x_3 -2\cdot x_4 = -3 \\ 2\cdot x_1 +1\cdot x_2 +2\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 1 \\ 5\cdot x_1 +1\cdot x_2 +3\cdot x_3 +2\cdot x_4 = 4 \\ 4\cdot x_1 +1\cdot x_2 +3\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 4 \end{cases}$$

17.2. $$\begin{cases} -1\cdot x_1 +3\cdot x_2 +2\cdot x_3 +13\cdot x_4 = -1 \\ 1\cdot x_1 -3\cdot x_2 +5\cdot x_3 -6\cdot x_4 = 1 \\ 1\cdot x_1 -3\cdot x_2 +2\cdot x_3 -9\cdot x_4 = 1 \\ -1\cdot x_1 +2\cdot x_2 +3\cdot x_3 +11\cdot x_4 = -1 \end{cases}$$

18.1. $$\begin{cases} -1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +2\cdot x_3 +2\cdot x_4 = 8 \\ 1\cdot x_1 -1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -5 \\ 1\cdot x_1 -1\cdot x_2 -1\cdot x_3 -2\cdot x_4 = -6 \\ 2\cdot x_1 +3\cdot x_2 -1\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -3 \\ 1\cdot x_1 +2\cdot x_2 +2\cdot x_4 = 1 \end{cases}$$

18.2. $$\begin{cases} 6\cdot x_1 -7\cdot x_2 -4\cdot x_3 +9\cdot x_4 = 6 \\ -3\cdot x_1 +4\cdot x_2 +2\cdot x_3 -4\cdot x_4 = -3 \\ -2\cdot x_1 +2\cdot x_2 +1\cdot x_3 -3\cdot x_4 = -2 \\ -3\cdot x_1 +5\cdot x_2 +3\cdot x_3 -4\cdot x_4 = -3 \end{cases}$$

19.1. $$\begin{cases} 4\cdot x_1 +1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 0 \\ 1\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -2 \\ -5\cdot x_1 +1\cdot x_2 -2\cdot x_3 = -2 \\ 3\cdot x_1 +1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -1 \\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 -1\cdot x_3 = 2 \end{cases}$$

19.2. $$\begin{cases} 6\cdot x_1 +8\cdot x_2 +7\cdot x_3 -5\cdot x_4 = 6 \\ -2\cdot x_1 -3\cdot x_2 -3\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -2 \\ 3\cdot x_1 +4\cdot x_2 +3\cdot x_3 -2\cdot x_4 = 3 \\ -4\cdot x_1 -6\cdot x_2 -4\cdot x_3 +2\cdot x_4 = -4 \end{cases}$$

$$20.1.\quad \begin{cases} +1\cdot x_2 -2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 2 \\ 1\cdot x_1 -1\cdot x_4 = 0 \\ 1\cdot x_1 -1\cdot x_2 +1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = -3 \\ +1\cdot x_2 -2\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 6 \\ +1\cdot x_2 -2\cdot x_3 = 4 \end{cases}$$

$$20.2.\quad \begin{cases} -5\cdot x_1 +7\cdot x_2 -2\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -5 \\ 4\cdot x_1 -7\cdot x_2 +1\cdot x_3 -7\cdot x_4 = 4 \\ -4\cdot x_1 +6\cdot x_2 -1\cdot x_3 +5\cdot x_4 = -4 \\ 6\cdot x_1 -9\cdot x_2 +1\cdot x_3 -9\cdot x_4 = 6 \end{cases}$$

$$21.1.\quad \begin{cases} 1\cdot x_1 -1\cdot x_2 = 0 \\ 3\cdot x_1 +1\cdot x_2 +6\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -17 \\ 2\cdot x_1 +3\cdot x_3 +1\cdot x_4 = -8 \\ -2\cdot x_1 -1\cdot x_2 -2\cdot x_3 -2\cdot x_4 = 10 \\ -1\cdot x_1 -1\cdot x_2 -4\cdot x_3 -2\cdot x_4 = 10 \end{cases}$$

$$21.2.\quad \begin{cases} -1\cdot x_1 -2\cdot x_2 -2\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -1 \\ -4\cdot x_1 -4\cdot x_2 -5\cdot x_3 +6\cdot x_4 = -4 \\ -1\cdot x_1 -3\cdot x_2 -3\cdot x_3 +4\cdot x_4 = -1 \\ 4\cdot x_1 +6\cdot x_2 +6\cdot x_3 -10\cdot x_4 = 4 \end{cases}$$

$$22.1.\quad \begin{cases} -5\cdot x_1 +2\cdot x_2 +1\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 7 \\ 3\cdot x_1 -1\cdot x_2 -2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 2 \\ 5\cdot x_1 -2\cdot x_2 -2\cdot x_3 = -3 \\ -3\cdot x_1 -1\cdot x_2 -2\cdot x_3 -2\cdot x_4 = 10 \\ 4\cdot x_1 +1\cdot x_2 +3\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -15 \end{cases}$$

$$22.2.\quad \begin{cases} 3\cdot x_1 -2\cdot x_2 +1\cdot x_3 +10\cdot x_4 = 3 \\ -3\cdot x_1 +3\cdot x_2 -1\cdot x_3 -13\cdot x_4 = -3 \\ -3\cdot x_1 +4\cdot x_2 -1\cdot x_3 -16\cdot x_4 = -3 \\ -2\cdot x_1 +4\cdot x_2 -1\cdot x_3 -14\cdot x_4 = -2 \end{cases}$$

$$23.1.\quad \begin{cases} 2\cdot x_1 +1\cdot x_3 = -2 \\ 1\cdot x_1 +3\cdot x_2 -2\cdot x_3 +1\cdot x_4 = 2 \\ -1\cdot x_1 -2\cdot x_2 +2\cdot x_3 -1\cdot x_4 = 0 \\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +1\cdot x_4 = 2 \\ -1\cdot x_1 -1\cdot x_3 = 0 \end{cases}$$

$$23.2.\quad \begin{cases} 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +1\cdot x_3 -3\cdot x_4 = 1 \\ -2\cdot x_1 +3\cdot x_2 +1\cdot x_3 +10\cdot x_4 = -2 \\ 1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +2\cdot x_3 -5\cdot x_4 = 1 \\ -1\cdot x_1 +1\cdot x_2 +1\cdot x_3 +3\cdot x_4 = -1 \end{cases}$$

24.1. $$\begin{cases} 5 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 4 \cdot x_4 = 0 \\ 3 \cdot x_1 - 3 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = 2 \\ 3 \cdot x_1 - 4 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = 4 \\ +2 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = -3 \\ -2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = -3 \end{cases}$$

24.2. $$\begin{cases} 8 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 - 8 \cdot x_4 = 8 \\ 7 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 - 8 \cdot x_4 = 7 \\ -4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = -4 \\ -5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = -5 \end{cases}$$

25.1. $$\begin{cases} 1 \cdot x_1 - 1 \cdot x_2 = 0 \\ +1 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = -4 \\ +1 \cdot x_3 - 1 \cdot x_4 = 0 \\ -1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = -5 \\ -1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = -3 \end{cases}$$

25.2. $$\begin{cases} -2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 6 \cdot x_4 = -2 \\ -1 \cdot x_1 - 1 \cdot x_2 - 1 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = -1 \\ 3 \cdot x_1 - 1 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 - 3 \cdot x_4 = 3 \\ -1 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 = -1 \end{cases}$$

Задания к контрольной работе №3

Задание IIX. Вычислить пределы.

1.1.	$\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2+4\cdot x-32}{x^2-12\cdot x+32}$	1.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-3\cdot x^4-4\cdot x^3-4}{9\cdot x^3-x^2-9}$
2.1.	$\lim\limits_{x\to -6}\frac{x^2+x-30}{x^2-x-42}$	2.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2\cdot x^8+x^2+3}{6\cdot x^6+4\cdot x^2+6}$
3.1.	$\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+10\cdot x+9}{x^2+4\cdot x+3}$	3.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-4\cdot x^6-x-7}{-x^6+5\cdot x^3-4}$
4.1.	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-7\cdot x+6}{x^2-3\cdot x+2}$	4.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7\cdot x^8+3\cdot x^5+1}{-3\cdot x^7-9\cdot x^3-7}$
5.1.	$\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2+3\cdot x-40}{x^2-12\cdot x+35}$	5.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-9\cdot x^8-2\cdot x^5+6}{5\cdot x^8+7\cdot x^3-1}$
6.1.	$\lim\limits_{x\to -5}\frac{x^2+3\cdot x-10}{x^2-25}$	6.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7\cdot x^3+8\cdot x-3}{-3\cdot x^3+8\cdot x-5}$
7.1.	$\lim\limits_{x\to -3}\frac{x^2-4\cdot x-21}{x^2-x-12}$	7.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-8\cdot x^6-2\cdot x^4+3}{-6\cdot x^6+4\cdot x-7}$
8.1.	$\lim\limits_{x\to 9}\frac{x^2-11\cdot x+18}{x^2-4\cdot x-45}$	8.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4\cdot x^6+2\cdot x-4}{2\cdot x^3-5\cdot x^2-5}$
9.1.	$\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2-5\cdot x-14}{x^2+6\cdot x+8}$	9.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-2\cdot x^6-4\cdot x^3-8}{-5\cdot x^6+7\cdot x+7}$
10.1.	$\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2+5\cdot x-36}{x^2-11\cdot x+28}$	10.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{8\cdot x^6+2\cdot x^2-1}{-5\cdot x^6+7\cdot x^4+5}$
11.1.	$\lim\limits_{x\to -8}\frac{x^2+10\cdot x+16}{x^2+5\cdot x-24}$	11.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2\cdot x^9+6\cdot x^6-9}{-8\cdot x^9-9\cdot x^6+4}$
12.1.	$\lim\limits_{x\to 7}\frac{x^2-8\cdot x+7}{x^2+x-56}$	12.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-8\cdot x^4-5\cdot x+9}{9\cdot x^4+x^2-6}$
13.1.	$\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2+3\cdot x-28}{x^2-13\cdot x+36}$	13.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-6\cdot x^5-4\cdot x^4+1}{x^5+5\cdot x^3+2}$
14.1.	$\lim\limits_{x\to -8}\frac{x^2-x-72}{x^2+5\cdot x-24}$	14.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-x^{11}+9\cdot x^8+1}{2\cdot x^9+6\cdot x+3}$
15.1.	$\lim\limits_{x\to -9}\frac{x^2+17\cdot x+72}{x^2+x-72}$	15.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{9\cdot x^4-x^2-7}{5\cdot x^7+2\cdot x+3}$
16.1.	$\lim\limits_{x\to 8}\frac{x^2-2\cdot x-48}{x^2+x-72}$	16.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3-8\cdot x^2-5}{-8\cdot x^3+8\cdot x^2-2}$
17.1.	$\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2-2\cdot x-8}{x^2+x-2}$	17.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-4\cdot x^5+7\cdot x^2+8}{7\cdot x^3+x^2-5}$
18.1.	$\lim\limits_{x\to 6}\frac{x^2-10\cdot x+24}{x^2+x-42}$	18.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{9\cdot x^{11}-9\cdot x^4-1}{x^9-9\cdot x^8-2}$
19.1.	$\lim\limits_{x\to -6}\frac{x^2+8\cdot x+12}{x^2+9\cdot x+18}$	19.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6\cdot x^9+x^8-5}{9\cdot x^9-3\cdot x^2-3}$
20.1.	$\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x^2-7\cdot x-8}$	20.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^9+8\cdot x^5+9}{3\cdot x^{12}-2\cdot x^3+5}$
21.1.	$\lim\limits_{x\to -9}\frac{x^2+12\cdot x+27}{x^2+14\cdot x+45}$	21.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{6\cdot x^{10}-4\cdot x^5+9}{3\cdot x^9+7\cdot x^2-7}$
22.1.	$\lim\limits_{x\to -8}\frac{x^2+17\cdot x+72}{x^2+7\cdot x-8}$	22.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7\cdot x^9+7\cdot x^7-9}{-2\cdot x^9+6\cdot x^4+8}$
23.1.	$\lim\limits_{x\to 7}\frac{x^2-2\cdot x-35}{x^2+2\cdot x-63}$	23.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5\cdot x^9+x^2-9}{8\cdot x^9+9\cdot x^5+8}$
24.1.	$\lim\limits_{x\to 8}\frac{x^2-7\cdot x-8}{x^2-x-56}$	24.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-2\cdot x^4+3\cdot x^3+3}{7\cdot x^4-8\cdot x^3-4}$
25.1.	$\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2-3\cdot x-10}{x^2-7\cdot x+10}$	25.2.	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-x^5-8\cdot x^2-6}{-4\cdot x^5-6\cdot x^3-6}$

Задание IX. Производная функции.

1. Найти производную указанной функции.
2. Найти производную указанной функции в данной точке.

1.1.	$f(x) = \sin\cos\sqrt{x}$	1.2.	$f(x) = \frac{-x^2-3\cdot x-9}{x+4}$,	$f(-3)$
2.1.	$f(x) = \sin\ln x^4$	2.2.	$f(x) = \frac{-x^2-2\cdot x+8}{x-2}$,	$f(3)$
3.1.	$f(x) = \sin e^{x^4}$	3.2.	$f(x) = \frac{-x^2+6\cdot x+6}{x-2}$,	$f(3)$
4.1.	$f(x) = \sqrt{\ln x^7}$	4.2.	$f(x) = \frac{-3\cdot x^2+7\cdot x-5}{x-3}$,	$f(4)$
5.1.	$f(x) = \sin^4\frac{4}{7}x$	5.2.	$f(x) = \frac{-2\cdot x^2-10\cdot x+9}{x+6}$,	$f(-5)$
6.1.	$f(x) = \frac{1}{4}\ln\sin x$	6.2.	$f(x) = \frac{-x^2-7\cdot x-4}{x+7}$,	$f(-6)$
7.1.	$f(x) = \sqrt{\ln x^6}$	7.2.	$f(x) = \frac{-2\cdot x^2-9\cdot x+5}{x-2}$,	$f(3)$
8.1.	$f(x) = \cos^3\frac{5}{7}x$	8.2.	$f(x) = \frac{-5\cdot x^2-x-5}{x-1}$,	$f(2)$
9.1.	$f(x) = \frac{2}{4}e^{x^3}$	9.2.	$f(x) = \frac{5\cdot x^2-8\cdot x+6}{x-2}$,	$f(3)$
10.1.	$f(x) = \cos\ln^4 x$	10.2.	$f(x) = \frac{2\cdot x^2+9\cdot x+2}{x+5}$,	$f(-4)$
11.1.	$f(x) = \sin^6\frac{5}{3}x$	11.2.	$f(x) = \frac{4\cdot x^2+9\cdot x-5}{x+4}$,	$f(-3)$
12.1.	$f(x) = \frac{4}{6}\sin\cos x$	12.2.	$f(x) = \frac{-x^2+10\cdot x+8}{x-1}$,	$f(2)$
13.1.	$f(x) = e^{\sin x^6}$	13.2.	$f(x) = \frac{2\cdot x^2+10\cdot x-3}{x+4}$,	$f(-3)$
14.1.	$f(x) = \ln\sin^5 x$	14.2.	$f(x) = \frac{3\cdot x^2-10\cdot x-5}{x-4}$,	$f(5)$
15.1.	$f(x) = \cos\sin e^x$	15.2.	$f(x) = \frac{-4\cdot x^2-8\cdot x+4}{x-1}$,	$f(2)$
16.1.	$f(x) = \sin^7\ln x$	16.2.	$f(x) = \frac{-3\cdot x^2-7\cdot x-3}{x+4}$,	$f(-3)$
17.1.	$f(x) = \frac{5}{5}\cos\ln x$	17.2.	$f(x) = \frac{x^2+3\cdot x+6}{x+3}$,	$f(-2)$
18.1.	$f(x) = e^{\sqrt{\frac{3}{6}x}}$	18.2.	$f(x) = \frac{-3\cdot x^2+7\cdot x+9}{x-3}$,	$f(4)$
19.1.	$f(x) = e^{\sin\ln x}$	19.2.	$f(x) = \frac{6\cdot x^2-6\cdot x-10}{x-1}$,	$f(2)$
20.1.	$f(x) = \sin e^{\frac{4}{3}x}$	20.2.	$f(x) = \frac{3\cdot x^2-x-10}{x+3}$,	$f(-2)$
21.1.	$f(x) = \sin\frac{3}{3}\ln x$	21.2.	$f(x) = \frac{-2\cdot x^2-6\cdot x+10}{x-1}$,	$f(2)$
22.1.	$f(x) = e^{\frac{5}{7}\cos x}$	22.2.	$f(x) = \frac{-7\cdot x^2+x-8}{x-1}$,	$f(2)$
23.1.	$f(x) = e^{\frac{3}{3}x^4}$	23.2.	$f(x) = \frac{2\cdot x^2-4\cdot x+9}{x-3}$,	$f(4)$
24.1.	$f(x) = \cos\ln^3 x$	24.2.	$f(x) = \frac{-4\cdot x^2-7\cdot x+5}{x-1}$,	$f(2)$
25.1.	$f(x) = \frac{4}{7}e^{\cos x}$	25.2.	$f(x) = \frac{9\cdot x^2-5\cdot x-5}{x-1}$,	$f(2)$

Задание X. Применение производной.

1. Найти точку максимума, точку минимума и точку перегиба.
2. Провести полное исследование и построить графики функции.

1.1.	$f(x) = x^3 + 21 \cdot x^2 + 135 \cdot x + 243$	1.2.	$y = (\frac{-3}{16}) \cdot (x+1)^2 \cdot (x+7)$
2.1.	$f(x) = x^3 + 3 \cdot x^2 - 72 \cdot x - 324$	2.2.	$y = (\frac{1}{16}) \cdot (x-1)^2 \cdot (x-7)$
3.1.	$f(x) = x^3 + 3 \cdot x^2 - 45 \cdot x - 175$	3.2.	$y = (\frac{-1}{27}) \cdot (x-3)^2 \cdot (x+6)$
4.1.	$f(x) = x^3 - 12 \cdot x^2 + 45 \cdot x - 54$	4.2.	$y = (\frac{-3}{2}) \cdot (x-2)^2 \cdot (x+1)$
5.1.	$f(x) = x^3 + 18 \cdot x^2 + 105 \cdot x + 196$	5.2.	$y = (\frac{1}{18}) \cdot (x+2)^2 \cdot (x-7)$
6.1.	$f(x) = x^3 + 6 \cdot x^2 - 36 \cdot x - 216$	6.2.	$y = (\frac{1}{18}) \cdot (x+3)^2 \cdot (x-6)$
7.1.	$f(x) = x^3 + 24 \cdot x^2 + 189 \cdot x + 486$	7.2.	$y = (\frac{1}{16}) \cdot (x+2)^2 \cdot (x-4)$
8.1.	$f(x) = x^3 - 12 \cdot x^2 + 21 \cdot x - 10$	8.2.	$y = (\frac{-3}{16}) \cdot (x+5)^2 \cdot (x-1)$
9.1.	$f(x) = x^3 + 15 \cdot x^2 + 63 \cdot x + 49$	9.2.	$y = (\frac{-1}{18}) \cdot (x+1)^2 \cdot (x+10)$
10.1.	$f(x) = x^3 - 18 \cdot x^2 + 105 \cdot x - 200$	10.2.	$y = (\frac{-5}{16}) \cdot (x+5)^2 \cdot (x-1)$
11.1.	$f(x) = x^3 - 3 \cdot x^2 - 9 \cdot x - 5$	11.2.	$y = (\frac{1}{16}) \cdot (x-5)^2 \cdot (x+1)$
12.1.	$f(x) = x^3 - 27 \cdot x^2 + 240 \cdot x - 704$	12.2.	$y = (\frac{-5}{2}) \cdot (x-2)^2 \cdot (x+1)$
13.1.	$f(x) = x^3 + 12 \cdot x^2 + 21 \cdot x - 98$	13.2.	$y = -(x+3)^2 \cdot (x+6)$
14.1.	$f(x) = x^3 - 21 \cdot x^2 + 144 \cdot x - 324$	14.2.	$y = (2) \cdot (x+4)^2 \cdot (x+1)$
15.1.	$f(x) = x^3 + 6 \cdot x^2 - 15 \cdot x - 100$	15.2.	$y = (\frac{-5}{16}) \cdot (x+2)^2 \cdot (x+8)$
16.1.	$f(x) = x^3 + 9 \cdot x^2 + 15 \cdot x - 25$	16.2.	$y = (\frac{-5}{16}) \cdot (x+1)^2 \cdot (x-5)$
17.1.	$f(x) = x^3 - 15 \cdot x^2 + 63 \cdot x - 81$	17.2.	$y = (\frac{5}{54}) \cdot (x-1)^2 \cdot (x+8)$
18.1.	$f(x) = x^3 - 9 \cdot x^2 - 21 \cdot x - 11$	18.2.	$y = (\frac{1}{4}) \cdot (x-1)^2 \cdot (x-7)$
19.1.	$f(x) = x^3 + 24 \cdot x^2 + 180 \cdot x + 400$	19.2.	$y = (\frac{1}{18}) \cdot (x+2)^2 \cdot (x-7)$
20.1.	$f(x) = x^3 - 21 \cdot x^2 + 135 \cdot x - 275$	20.2.	$y = (\frac{-5}{2}) \cdot (x-4)^2 \cdot (x-1)$
21.1.	$f(x) = x^3 + 9 \cdot x^2 + 24 \cdot x + 16$	21.2.	$y = (\frac{-5}{16}) \cdot (x+1)^2 \cdot (x+7)$
22.1.	$f(x) = x^3 - 18 \cdot x^2 + 96 \cdot x - 160$	22.2.	$y = (x-2)^2 \cdot (x-5)$
23.1.	$f(x) = x^3 + 9 \cdot x^2 - 48 \cdot x - 448$	23.2.	$y = (\frac{1}{54}) \cdot (x-3)^2 \cdot (x+6)$
24.1.	$f(x) = x^3 - 12 \cdot x^2 + 36 \cdot x - 32$	24.2.	$y = (\frac{-1}{2}) \cdot (x-4)^2 \cdot (x-1)$
25.1.	$f(x) = x^3 + 6 \cdot x^2 - 63 \cdot x - 392$	25.2.	$y = (\frac{-5}{16}) \cdot (x+5)^2 \cdot (x-1)$

Задания к контрольной работе №4

Задание XI. Неопределенный интеграл.

Вычислить неопределенные интегралы.

1.1.	$\int \frac{2\cdot x+24}{x^2+3\cdot x-10}\,dx$	1.2.	$\int(-6\cdot x+3)\cdot\cos(-2\cdot x+3)\,dx$
2.1.	$\int \frac{-4}{x^2+6\cdot x+5}\,dx$	2.2.	$\int(-9\cdot x+5)\cdot\sin(-3\cdot x-1)\,dx$
3.1.	$\int \frac{-x}{x^2+7\cdot x+12}\,dx$	3.2.	$\int(-16\cdot x-2)\cdot\ln x\,dx$
4.1.	$\int \frac{4\cdot x-5}{x^2+x-12}\,dx$	4.2.	$\int(2\cdot x-2)\cdot e^{(2\cdot x-5)}\,dx$
5.1.	$\int \frac{-3\cdot x-9}{x^2+4\cdot x-5}\,dx$	5.2.	$\int(4\cdot x+2)\cdot\ln x\,dx$
6.1.	$\int \frac{-x-14}{x^2+3\cdot x-4}\,dx$	6.2.	$\int(-16\cdot x+5)\cdot\ln x\,dx$
7.1.	$\int \frac{2}{x^2+4\cdot x+3}\,dx$	7.2.	$\int(4\cdot x-2)\cdot\ln x\,dx$
8.1.	$\int \frac{-x-8}{x^2+6\cdot x+8}\,dx$	8.2.	$\int(4\cdot x-4)\cdot\ln x\,dx$
9.1.	$\int \frac{-7\cdot x}{x^2+x-12}\,dx$	9.2.	$\int(12\cdot x-3)\cdot\ln x\,dx$
10.1.	$\int \frac{-6\cdot x-20}{x^2+7\cdot x+12}\,dx$	10.2.	$\int(3\cdot x-3)\cdot e^{(-3\cdot x+3)}\,dx$
11.1.	$\int \frac{-6\cdot x-15}{x^2+5\cdot x+4}\,dx$	11.2.	$\int(-16\cdot x+1)\cdot\ln x\,dx$
12.1.	$\int \frac{3\cdot x+7}{x^2+4\cdot x+3}\,dx$	12.2.	$\int(-8\cdot x-3)\cdot\ln x\,dx$
13.1.	$\int \frac{2\cdot x+4}{x^2+8\cdot x+15}\,dx$	13.2.	$\int(8\cdot x+3)\cdot\ln x\,dx$
14.1.	$\int \frac{-4\cdot x+3}{x^2+x-6}\,dx$	14.2.	$\int(-3\cdot x-3)\cdot\cos(-3\cdot x-4)\,dx$
15.1.	$\int \frac{4\cdot x+7}{x^2+x-6}\,dx$	15.2.	$\int(-2\cdot x-5)\cdot e^{(2\cdot x-4)}\,dx$
16.1.	$\int \frac{-5\cdot x+4}{x^2-x-2}\,dx$	16.2.	$\int(8\cdot x-3)\cdot\ln x\,dx$
17.1.	$\int \frac{-6\cdot x-3}{x^2+x-6}\,dx$	17.2.	$\int(-6\cdot x+4)\cdot\cos(2\cdot x+4)\,dx$
18.1.	$\int \frac{-3\cdot x-8}{x^2+7\cdot x+12}\,dx$	18.2.	$\int(4\cdot x-2)\cdot\cos(2\cdot x-5)\,dx$
19.1.	$\int \frac{-5\cdot x+4}{x^2+2\cdot x-8}\,dx$	19.2.	$\int(-8\cdot x+1)\cdot\ln x\,dx$
20.1.	$\int \frac{5\cdot x-14}{x^2-2\cdot x-8}\,dx$	20.2.	$\int(-9\cdot x-1)\cdot e^{(-3\cdot x+2)}\,dx$
21.1.	$\int \frac{-8}{x^2+6\cdot x+5}\,dx$	21.2.	$\int(-3\cdot x+5)\cdot\sin(-3\cdot x-1)\,dx$
22.1.	$\int \frac{3\cdot x-4}{x^2-x-6}\,dx$	22.2.	$\int(4\cdot x-5)\cdot e^{(2\cdot x-2)}\,dx$
23.1.	$\int \frac{-21}{x^2-x-12}\,dx$	23.2.	$\int(2\cdot x+5)\cdot e^{(2\cdot x-5)}\,dx$
24.1.	$\int \frac{6\cdot x+20}{x^2+7\cdot x+12}\,dx$	24.2.	$\int(6\cdot x-1)\cdot e^{(3\cdot x-4)}\,dx$
25.1.	$\int \frac{-x+1}{x^2+8\cdot x+15}\,dx$	25.2.	$\int(-3\cdot x-2)\cdot e^{(-3\cdot x+3)}\,dx$

Задание XII. Определенный интеграл.

Вычислить определенные интегралы.

1.1.	$\int_{-3}^{-2}\left(9\cdot x^2+8\cdot x+6\right)\,dx$	1.2.	$\int_{\pi/6}^{\pi/3}3\cdot\frac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx$
2.1.	$\int_{-2}^{1}\left(12\cdot x^2+8\cdot x-8\right)\,dx$	2.2.	$\int_{\pi/3}^{\pi/2}384\cdot\cos^5(x)\cdot\sin(x)\,dx$
3.1.	$\int_{-1}^{2}\left(-6\cdot x^2-6\cdot x+8\right)\,dx$	3.2.	$\int_{\pi/4}^{\pi/6}64\cdot\cos^3(x)\cdot\sin(x)\,dx$
4.1.	$\int_{4}^{5}\left(-3\cdot x^2+10\cdot x-1\right)\,dx$	4.2.	$\int_{\pi/2}^{\pi/3}384\cdot\sin^5(x)\cdot\cos(x)\,dx$
5.1.	$\int_{-2}^{-1}\left(15\cdot x^2+6\cdot x+5\right)\,dx$	5.2.	$\int_{\pi/3}^{\pi/4}9\cdot\frac{\cos x}{\sin^5 x}\,dx$
6.1.	$\int_{-1}^{1}\left(15\cdot x^2-6\cdot x-2\right)\,dx$	6.2.	$\int_{\pi/6}^{\pi/4}3\cdot\frac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx$
7.1.	$\int_{-1}^{5}\left(3\cdot x^2-8\cdot x-2\right)\,dx$	7.2.	$\int_{\pi/2}^{0}6\cdot\cos^5(x)\cdot\sin(x)\,dx$
8.1.	$\int_{-2}^{-1}\left(3\cdot x^2+8\cdot x-7\right)\,dx$	8.2.	$\int_{\pi/6}^{\pi/3}8\cdot\sin^3(x)\cdot\cos(x)\,dx$
9.1.	$\int_{4}^{5}\left(-3\cdot x^2+8\cdot x-6\right)\,dx$	9.2.	$\int_{\pi/3}^{\pi/4}\frac{\sin x}{\cos^5 x}\,dx$
10.1.	$\int_{-1}^{2}\left(12\cdot x^2+4\cdot x-5\right)\,dx$	10.2.	$\int_{\pi/3}^{\pi/4}64\cdot\cos^3(x)\cdot\sin(x)\,dx$
11.1.	$\int_{-3}^{2}\left(-3\cdot x^2-8\cdot x+2\right)\,dx$	11.2.	$\int_{0}^{\pi/6}6\cdot\frac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx$
12.1.	$\int_{-2}^{1}\left(9\cdot x^2-4\cdot x-5\right)\,dx$	12.2.	$\int_{0}^{\pi/6}36\cdot\frac{\sin x}{\cos^5 x}\,dx$
13.1.	$\int_{2}^{3}\left(3\cdot x^2-10\cdot x-3\right)\,dx$	13.2.	$\int_{\pi/6}^{0}64\cdot\sin^3(x)\cdot\cos(x)\,dx$
14.1.	$\int_{-2}^{2}\left(12\cdot x^2-8\cdot x-8\right)\,dx$	14.2.	$\int_{0}^{\pi/2}4\cdot\cos^3(x)\cdot\sin(x)\,dx$
15.1.	$\int_{-2}^{-1}\left(-3\cdot x^2+8\cdot x+4\right)\,dx$	15.2.	$\int_{\pi/2}^{\pi/4}48\cdot\sin^5(x)\cdot\cos(x)\,dx$
16.1.	$\int_{-4}^{2}\left(3\cdot x^2+6\cdot x-4\right)\,dx$	16.2.	$\int_{\pi/4}^{\pi/3}384\cdot\cos^5(x)\cdot\sin(x)\,dx$
17.1.	$\int_{-1}^{1}\left(12\cdot x^2+4\cdot x-2\right)\,dx$	17.2.	$\int_{\pi/6}^{\pi/4}3\cdot\frac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx$
18.1.	$\int_{-2}^{1}\left(12\cdot x^2-6\cdot x-8\right)\,dx$	18.2.	$\int_{\pi/4}^{\pi/6}384\cdot\cos^5(x)\cdot\sin(x)\,dx$
19.1.	$\int_{-3}^{-1}\left(-6\cdot x^2-6\cdot x-5\right)\,dx$	19.2.	$\int_{\pi/2}^{\pi/6}4\cdot\frac{\cos x}{\sin^5 x}\,dx$
20.1.	$\int_{-2}^{-1}\left(3\cdot x^2+10\cdot x+1\right)\,dx$	20.2.	$\int_{0}^{\pi/3}64\cdot\sin^3(x)\cdot\cos(x)\,dx$
21.1.	$\int_{-2}^{-1}\left(-6\cdot x^2+2\cdot x-3\right)\,dx$	21.2.	$\int_{\pi/3}^{\pi/6}9\cdot\frac{\sin x}{\cos^5 x}\,dx$
22.1.	$\int_{2}^{3}\left(6\cdot x^2-10\cdot x+8\right)\,dx$	22.2.	$\int_{\pi/6}^{\pi/2}128\cdot\cos^5(x)\cdot\sin(x)\,dx$
23.1.	$\int_{-2}^{1}\left(-12\cdot x^2-10\cdot x+8\right)\,dx$	23.2.	$\int_{\pi/6}^{\pi/3}3\cdot\frac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx$
24.1.	$\int_{-3}^{-2}\left(-3\cdot x^2-4\cdot x+4\right)\,dx$	24.2.	$\int_{0}^{\pi/4}4\cdot\frac{\sin x}{\cos^5 x}\,dx$
25.1.	$\int_{-2}^{-1}\left(-3\cdot x^2+8\cdot x-2\right)\,dx$	25.2.	$\int_{\pi/3}^{\pi/4}\frac{\sin x}{\cos^5 x}\,dx$

Задание XIII. Применение определенного интеграла.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями;
2. Найти объем тела получающегося вращением вокруг оси OX области, ограниченной линией и прямыми.

1.1.	$y = 2 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 5$	$y = -2 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 5$
1.2.	$y = \sqrt{117 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 2 \cdot x + 7$
2.1.	$y = x^2 - 4 \cdot x + 5$	$y = -x^2 + 6 \cdot x - 3$
2.2.	$y = \sqrt{77 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 4 \cdot x + 1$
3.1.	$y = 4 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 5$	$y = -4 \cdot x^2 + 16 \cdot x + 5$
3.2.	$y = \sqrt{252 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 7 \cdot x + 2$
4.1.	$y = x^2 + 6 \cdot x + 11$	$y = -x^2 - 4 \cdot x + 3$
4.2.	$y = \sqrt{96 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 4 \cdot x + 2$
5.1.	$y = 3 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 15$	$y = -3 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 15$
5.2.	$y = \sqrt{186 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 7, y = 2 \cdot x + 4$
6.1.	$y = x^2 + 4 \cdot x + 1$	$y = -x^2 - 2 \cdot x + 1$
6.2.	$y = \sqrt{279 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 7, y = 2 \cdot x + 7$
7.1.	$y = 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 10$	$y = -3 \cdot x^2 + 18 \cdot x - 14$
7.2.	$y = \sqrt{134 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 7, y = 1 \cdot x + 7$
8.1.	$y = x^2 + 4 \cdot x + 3$	$y = -x^2 - 2 \cdot x + 3$
8.2.	$y = \sqrt{43 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 6, y = 2 \cdot x + 1$
9.1.	$y = x^2 + 4 \cdot x + 1$	$y = -x^2 - 2 \cdot x + 1$
9.2.	$y = \sqrt{54 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 7, y = 1 \cdot x + 3$
10.1.	$y = 4 \cdot x^2 + 24 \cdot x + 33$	$y = -4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 1$
10.2.	$y = \sqrt{115 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 6, y = 2 \cdot x + 5$
11.1.	$y = x^2 + 6 \cdot x + 12$	$y = -x^2 - 4 \cdot x + 4$
11.2.	$y = \sqrt{138 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 6, y = 2 \cdot x + 6$
12.1.	$y = 3 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 2$	$y = -3 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 2$
12.2.	$y = \sqrt{246 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 7, y = 2 \cdot x + 6$
13.1.	$y = 3 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 4$	$y = -3 \cdot x^2 + 16$
13.2.	$y = \sqrt{96 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 2 \cdot x + 6$
14.1.	$y = 3 \cdot x^2 + 6 \cdot x$	$y = -3 \cdot x^2 + 12$
14.2.	$y = \sqrt{75 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 6, y = 1 \cdot x + 6$

15.1.	$y = 4 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 6$	$y = -4 \cdot x^2 + 22$
15.2.	$y = \sqrt{163 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 6, y = 2 \cdot x + 7$
16.1.	$y = 2 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 6$	$y = -2 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 10$
16.2.	$y = \sqrt{221 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 5 \cdot x + 5$
17.1.	$y = x^2 - 4 \cdot x + 2$	$y = -x^2 + 6 \cdot x - 6$
17.2.	$y = \sqrt{159 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 7, y = 2 \cdot x + 3$
18.1.	$y = 4 \cdot x^2 + 24 \cdot x + 33$	$y = -4 \cdot x^2 - 16 \cdot x + 1$
18.2.	$y = \sqrt{111 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 7, y = 1 \cdot x + 6$
19.1.	$y = 3 \cdot x^2 + 6 \cdot x + 5$	$y = -3 \cdot x^2 + 17$
19.2.	$y = \sqrt{221 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 4 \cdot x + 7$
20.1.	$y = 3 \cdot x^2 + 6 \cdot x$	$y = -3 \cdot x^2 + 12$
20.2.	$y = \sqrt{217 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 5, y = 2 \cdot x + 7$
21.1.	$y = 4 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 1$	$y = -4 \cdot x^2 + 16 \cdot x + 1$
21.2.	$y = \sqrt{21 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 2 \cdot x + 1$
22.1.	$y = x^2 + 2 \cdot x$	$y = -x^2 + 4$
22.2.	$y = \sqrt{221 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 7 \cdot x + 1$
23.1.	$y = 3 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 11$	$y = -3 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 11$
23.2.	$y = \sqrt{215 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 7, y = 2 \cdot x + 5$
24.1.	$y = x^2 - 2 \cdot x - 1$	$y = -x^2 + 4 \cdot x - 1$
24.2.	$y = \sqrt{56 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 5, y = 1 \cdot x + 4$
25.1.	$y = 3 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 15$	$y = -3 \cdot x^2 + 18 \cdot x - 9$
25.2.	$y = \sqrt{77 + 2 \cdot x}$	$x = 0, x = 4, y = 2 \cdot x + 5$

Список литературы

[1] Бондарь, А. А. Основы математической обработки информации[Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Бондарь, С. С. Коробков ; Урал. гос. пед. ун-т. – Электрон. дан. – Екатеринбург : [б.и.], 2018. – – 139 с.

[2] Коробков, С.С. Элементы математической логики и теории множеств [Текст]: учебное пособие / С.С. Коробков; Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург: [б.и.], 1999. – 64 с.

[3] Лунгу, К.Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. – 7-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2006. – 576 с.: ил. – (Высшее образование).

[4] Меньших В.В. Дискретная математика: учебно-методическое пособие для слушателей факультета заочного обучения / В.В. Меньших. - Воронеж: ВИ МВД России, 2010. – 155 с.

[5] Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д. Т. Письменный. – 4-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2006. – 608 с.: ил. – (Высшее образование).

Учебное издание

Методические указания и индивидуальные задания по дисциплине «Математика. Часть 1.»

Бондарь Александр Александрович

Компьютерная верстка: А.А Бондарь

Уральский государственный педагогический университет.
620017 Екатеринбург, пр-т Космонавтов, 26.
E-mail: uspu@uspu.me