

**Дударева Наталия Владимировна,**

кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, Институт математики, информатики и информационных технологий, Уральский государственный педагогический университет (Екатеринбург); 620151, г. Екатеринбург, ул. К. Либкнехта, 9, к. 21; e-mail: dudareva-geom@yandex.ru.

**Унегова Татьяна Александровна,**

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, Институт математики, информатики и информационных технологий, Уральский государственный педагогический университет (Екатеринбург); 620151, г. Екатеринбург, ул. К. Либкнехта, 9, к. 21; e-mail: unta@mail.ru.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА «CASE STUDY»  
ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ**

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** интерактивные методы обучения; метод «case study»; характеристика математических кейсов; примеры кейс-заданий по математике; результаты обучения.

**АННОТАЦИЯ.** Описаны характерные черты кейс-заданий разных типов, используемых при обучении математике, приведены примеры математических кейс-заданий, рассмотрены подходы к разработке математических кейс-заданий разных типов и даны рекомендации по их использованию в учебном процессе.

**Dudareva Natalia Vladimirovna,**

Candidate of Pedagogy, Associate Professor of Department of Higher Mathematics, Institute of Mathematics, Informatics and Information Technologies, Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia.

**Unegova Tatyana Aleksandrovna,**

Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of Department of Higher Mathematics, Institute of Mathematics, Informatics and Information Technologies, Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia.

**METHODICAL ASPECTS OF THE CASE STUDY METHOD  
IN TEACHING MATHEMATICS IN A SECONDARY SCHOOL**

**KEY WORDS:** interactive teaching methods; case study method; mathematical cases characteristics; examples of case-tasks in mathematics; teaching results.

**ABSTRACT.** The paper describes characteristic features of various types case-tasks used in teaching mathematics; several examples of mathematical case study are given; different approaches to mathematical case study development are considered and some recommendations for applying them in the teaching process are given.

**В** настоящее время в российской школе происходит переход на новый федеральный государственный стандарт основного общего образования [2; 3], направленный на достижение учащимися, наряду с предметными, личностных и метапредметных результатов обучения. Достижение этих результатов невозможно без широкого использования в учебном процессе активных и интерактивных методов обучения. Среди интерактивных методов обучения в настоящее время все более популярным становится метод кейс-стади, case study (метод анализа конкретных ситуаций). Под конкретными ситуациями понимаются модельные ситуации, в основу которых кладутся реальные события и факты, встречающиеся или возможные в повседневной деятельности людей. При этом информация в описании ситуации не формализована и представлена в произвольной форме. Информация может быть избыточной, а проблема – точно не определенной.

Метод кейс-стади чаще всего применяют при обучении предметам общественно-научного направления, однако он может

быть использован и при обучении математике. Анализ научно-методической литературы, посвященной кейс-методу, позволяет сделать вывод, что почти нет теоретических работ по его применению при обучении школьников математике: не выделены типы кейсов, которые целесообразно использовать на уроках математики; не описаны подходы к разработке математического кейса; нет рекомендаций по организации работы учащихся с кейсами при обучении математике и т. п.

В научно-методической литературе, посвященной методу кейс-стади, дают различные классификации типов кейсов. Остановимся на наиболее простой и часто встречающейся классификации [1], которая хорошо укладывается в рамки рассматриваемой предметной области и включает следующие кейсы:

- 1) практический;
- 2) обучающий;
- 3) исследовательский.

Исходя из специфических особенностей математики и методики ее преподавания, представим краткую характеристику этих типов кейсов в таблице (табл. 1).

Таблица 1

Характеристика типов кейсов в предметной области «Математика»

Тип кейса	Характеристики математического кейса	
	Содержание кейса	Краткое описание кейс-задания
<i>Практический кейс</i>	Жизненные ситуации, в которых возможно применение математических знаний	Формулируется содержательная модель кейс-задания, приведенная в полном объеме, при этом может присутствовать избыточная информация. Возможно включение альтернативных ситуаций, из которых требуется выбрать оптимальный вариант
<i>Обучающий кейс</i>	Учебные (условные) ситуации в предметной области «Математика»	Формулируется содержательная модель кейс-задания. Приводится список взаимосвязанных подзадач, решение которых должно привести к решению поставленной задачи (обычно эта задача занимает в списке последнее место). Выполнение кейс-заданий данного типа осуществляется в рамках определенного раздела математики
<i>Исследовательский кейс</i>	Исследовательские ситуации, для решения которых целесообразно создание математической модели, ее исследование и интерпретация	Формулируется содержательная модель кейс-задания, возможно, с избыточной или недостающей информацией. Задание допускает построение нескольких математических моделей с использованием знаково-символических языков из различных разделов математики, в рамках которых может осуществляться решение кейс-задания

Поскольку разработка кейс-заданий по математике представляет собой значительные трудности, в качестве иллюстрации приведем несколько примеров кейс-заданий разных типов и выделим некоторые подходы к разработке таких заданий.

**Кейс 1 (практический, 6 класс).** В детский сад привезли большой деревянный куб, все грани которого окрашены. Папа Прохора распилил его на 64 маленьких кубика одинакового размера, а мама предложила покрасить все неокрашенные грани маленьких кубиков, чтобы они выглядели привлекательно. Директор садика задумалась, сколько всего потребуется краски, чтобы покрасить все неокрашенные грани маленьких кубиков, если на окраску *одной* грани большого куба было потрачено 100 граммов краски. Хватит ли у нее денег, если 1 кг краски стоит 300 рублей, а в наличии у нее всего 565 рублей?

**Кейс 2 (практический, 7 класс).** Строительной фирме нужно приобрести 170 кубометров строительного бруса. Анализ существующего рынка предложений показал, что требованиям фирмы удовлетворяет два поставщика: «Альтаир» и «Росслес». Компания «Альтаир» предлагает брус по цене 5600 рублей за 1 м<sup>3</sup>, фирма «Росслес» – на 50 рублей дешевле. Стоимость доставки в компании «Альтаир» составляет 1200 рублей за 1 машину, вмещающую до 20 кубометров, при этом доставка всего груза осуществляется бесплатно, если стоимость за-

каза составляет более 1 000 000 рублей. В фирме «Росслес» стоимость доставки по шоссе составляет 1550 рублей за 1 машину вместимостью 25 кубометров, а по грунтовой дороге увеличивается на 10%. Известно, что дорога от компании «Альтаир» до строительной фирмы шоссе типа, а от фирмы «Росслес» – грунтового типа. Определите, с какой фирмой выгоднее всего заключить контракт, и высчитайте его стоимость.

**Кейс 3 (обучающий, 8 класс).** Любопытный Матвей едет в поезде № 5 к своей бабушке Татьяне и играет с секундомером. При этом:

1. Он замечает, что поезд № 5 проходит мимо светофора за 5 секунд, а мимо платформы длиной 150 м – за 15 секунд. С какой скоростью едет поезд?

2. Матвей смотрит в окно поезда и видит, что встречный поезд проходит мимо его окна в течение 6 секунд. Какова скорость этого поезда, если его длина равна 120 м?

3. На подходе к крупному городу их начинает обгонять скорый поезд, идущий со скоростью 90 км/ч. Матвею интересно, через какое время скорый поезд перегонит поезд № 5, если известно, что длина скорого поезда такая же, как и поезда № 5?

4. Не доезжая до моста через реку, поезд № 5 дал длинный гудок. Позже из разговоров Матвей узнал, что в этот момент на мосту был человек, который уже прошел  $\frac{3}{8}$  длины моста. Если бы этот человек побежал обратно, то встретился бы с поездом в начале

моста. Но он побегал вперед и, хотя поезд нагнал его в конце моста, человек успел спрыгнуть с насыпи. С какой скоростью бежал этот человек?

**Кейс 4 (обучающий, 8 класс).** Дана функция  $y = Ax^2 + Bx + C$ , где  $A, B, C$  – действительные коэффициенты. Ответьте на следующие вопросы.

1. Определите, чем является график функции в зависимости от значений параметра  $A$ .

2. Заполните таблицу (табл. 2), поместив в каждую ячейку эскиз графика функции, удовлетворяющий условиям, задающим ячейку.

Таблица 2

$y = Ax^2 + Bx + C$	$D < 0$	$D = 0$	$D > 0$
$A > 0$			
$A < 0$			

Отметьте точки пересечения параболы с осью абсцисс (если они имеются), используя обозначения  $x_-, x_+, x_0$ , где

$$x_- = \frac{-B - \sqrt{D}}{2A}, \quad x_+ = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A}, \quad \text{если } D > 0,$$

и  $x_0 = \frac{-B}{2A}$ , если  $D = 0$ ; дискриминант  $D = B^2 - 4AC$ .

3. Применяя результаты, полученные в п. 1, 2, решите задачи:

- 1) определите, при каких действительных значениях параметра  $a$  неравенство  $x^2 - 4ax + 2a - 3 < 0$  не имеет решений;
- 2) определите, при каких  $a$  неравенство  $(1 + a) \cdot x^2 - (1 + a) \cdot x - 2 > 0$  имеет не более одного решения;
- 3) решите неравенство  $(6 + a) \cdot x^2 - (3 + a) \cdot x + 1 > 0$  при всех  $a$ .

**Кейс 5 (исследовательский, 10 класс).** Для пополнения школьной коллекции многогранников нужно изготовить из картона икосаэдр (додекаэдр) такого размера, чтобы максимальная длина отрезков, помещающихся внутри него, равнялась 20 см. Используя различные источники информации, постройте модели этого икосаэдра (додекаэдра) разными способами. Какое максимальное количество таких икосаэдров (додекаэдров) можно поместить в прямоугольную коробку размером  $40 \times 40 \times 60$  см или коробку цилиндрической формы с радиусом основания 50 см и высотой 60 см?

Разработка кейс-заданий по математике имеет свою специфику по сравнению с общественными дисциплинами, поскольку при построении математических моделей сложных реальных ситуаций и их решении необходимо владеть достаточно развернутым математическим аппаратом. В связи с этим, чтобы иметь возможность использовать метод кейс-стади при обучении математике школьников любого возраста, целе-

сообразно рассматривать математические задания, приближенные к реальности, с сохранением всех особенностей кейс-метода. В любом случае каждое кейс-задание должно включать в себя новое знание и представлять проблему для обучаемых.

Идеи и содержание кейс-заданий практического типа можно черпать из практико-ориентированных текстовых задач или задач геометрического содержания с практическим уклоном. Подобные задания уже включаются в контрольно-измерительные материалы ГИА и ЕГЭ по математике.

При разработке обучающих кейс-заданий по математике требуется выделить проблемную ситуацию, решение которой опирается на теоретический материал, находящийся в зоне актуального развития учащихся, но при этом представляет для них определенную новизну (по постановке задачи, по способу решения и т. п.). При этом кейс-задача в обучающем режиме может быть разбита составителем на несколько подзадач, решение которых позволит обучающемуся приблизиться к решению исходной задачи, проясняя для него заданную ситуацию и облегчая ее анализ.

Исследовательские кейс-задания являются заданиями более высокого уровня сложности, однако их содержание и методы решения должны находиться в зоне ближайшего развития обучаемых. Чтобы составить кейс-задание исследовательского типа, нужно выделить из школьного математического материала задания, требующие для своего решения изучения дополнительной информации (являющейся новой для учащихся) или привлечения теоретических знаний из разных разделов математики и других научных областей. Основой для разработки исследовательского кейс-задания может являться и содержательная олимпиадная задача.

Учебная работа с кейс-заданиями может носить как индивидуальный, так и групповой характер.

Кейс-задания по математике практического типа, как правило, ориентированы на индивидуальную работу учащихся. Они требуют незначительных временных затрат. Их можно предлагать для решения в классе или задавать на дом. Проверка этих заданий не представляет особой сложности и может осуществляться различными способами: путем фронтального обсуждения решения со всеми учащимися класса с выделением алгоритма действий и проверкой промежуточных ответов; в ходе обсуждения учащимися полученных индивидуальных решений в мини-группах по 2–4 человека с последующим итоговым выступлением представителя группы перед аудиторией.

Таблица 3

Влияние использования в процессе обучения метода кейс-стади на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов обучения

Личностные	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) готовность и способность обучающихся к саморазвитию, целенаправленной познавательной деятельности;</li> <li>2) способность ставить цели и строить жизненные планы;</li> <li>3) формирование ответственного отношения к учению</li> </ol>
Метапредметные	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками;</li> <li>2) умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные;</li> <li>3) владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности</li> </ol>
Предметные	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;</li> <li>2) развитие умений работать с учебным математическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;</li> <li>3) развитие умения моделировать реальные ситуации на языке математики, исследовать построенные модели с использованием аппарата математики, интерпретировать полученный результат;</li> <li>4) овладение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о простейших вероятностных моделях;</li> <li>5) развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости дополнительных материалов, полученных из разных источников информации</li> </ol>

Математические кейс-задания обучающего и исследовательского типов могут предлагаться как для индивидуальной работы учащихся, так и для групповой работы.

Кейс-задания обучающего типа доступны учащимся с хорошим и высоким уровнем математической подготовки без дополнительных указаний учителя. Для остальных учащихся необходимо разработать более детальную инструкцию и предусмотреть для них возможность осуществлять проверку промежуточных результатов. В условиях групповой работы к каждой группе в качестве консультанта (не исполнителя) целесообразно прикрепить ученика с высоким уровнем математической подготовки. Учителю необходимо организовать предварительное обсуждение рассматриваемого кейса с назначенными консультантами. При выставлении отметки членам группы консультант имеет право совещательного голоса.

Для решения кейс-заданий исследовательского типа целесообразно создавать рабочие группы из 4–5 человек, причем на решение кейса может быть выделено довольно продолжительное время (неделя и более). Если задание выдается на длительный срок, то для каждой группы учащихся необходимо провести одну-две консультации, на которых проходит обсуждение полученных промежуточных результатов ис-

следования и при необходимости даются рекомендации. По окончании работы предполагается организация конференции, на которой представители групп докладывают о полученных ими результатах, поэтому целесообразно выдавать группам либо одно и то же кейс-задание, либо разные, но взаимодополняющие.

Учащимся с высоким уровнем математической подготовки могут быть предложены индивидуальные кейс-задания.

При решении кейс-заданий по математике любого типа и при любом характере организации работы учащихся по решению таких задач следует придерживаться определенного сценария, который предполагает:

- анализ ситуации и определение проблемы;
- определение возможных методов решения проблемы;
- принятие решения по выбору метода и теоретического инструментария;
- описание задачи на языке выбранной научной теории (построение модели);
- решение проблемы;
- проверку решения на адекватность.

В заключение упомянем влияние, которое оказывает метод кейс-стади на достижение учащимися конечных результатов обучения, зафиксированных в федеральных образовательных стандартах [2; 3] (см. табл. 3).

**Л И Т Е Р А Т У Р А**

1. Долгоруков А. Метод case study как современная технология профессионально-ориентированного обучения. URL: [www.evolkov.net/case/case.study.html](http://www.evolkov.net/case/case.study.html) (дата обращения: 11.07.2014).
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. URL: <http://standart.edu.ru> (дата обращения: 11.07.2014).
3. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования. URL: <http://standart.edu.ru> (дата обращения: 11.07.2014).

Статью рекомендует канд. техн. наук, доц. М. В. Лапенко.