

Министерство просвещения Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Уральский государственный педагогический университет»  
Институт математики, физики, информатики и технологий  
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

## **Формирование познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 7-9-х классов в процессе решения уравнений**

Выпускная квалификационная работа

Направление подготовки: «44.03.01 –Педагогическое образование».  
Профиль: «Математика»

Работа допущена к защите:  
Заведующий кафедрой:

\_\_\_\_\_

дата                      подпись

\_\_\_\_\_

оценка

Исполнитель: Ермакова Дарья  
Сергеевна, студентка группы  
МАТ-1601, очного отделения

Научный руководитель:  
Аввакумова И.А., кандидат  
педагогических наук, доцент  
кафедры высшей математики и  
методики обучения математике

Екатеринбург 2020

## **Введение**

В настоящее время, Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) нового поколения, наряду с формированием предметных знаний, умений и навыков, предусматривает в процессе обучения овладение обучающимися универсальными учебными действиями (познавательными, регулятивными, коммуникативными), способностью их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельного планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории.

Достижение ранее перечисленных результатов должно проходить в процессе освоения всех дисциплин, в том числе математики, которая занимает особое место в школьном образовании. Одной из основных единиц школьного курса математики являются уравнения. В процессе обучения решению уравнений и применению не только формируются математические знания, умения и навыки (ЗУН), но и развиваются мыслительные способности; формируется умение выбора наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий; умение структурировать знания; рефлексии способов и условий действий. Указанные умения и являются компонентами познавательных универсальных учебных действий.

Вопросами теории и методики формирования универсальных учебных действий у обучающихся занимались такие авторы как Александр Григорьевич Асмолов, Галина Васильевна Бурменская, Инна Андреевна Володарская, 5 Ольга Александровна Карабанова, Нина Гавриловна Салмина, Сергей Владимирович Молчанов, Наталья Михайловна Горленко, Ольга Валентиновна Запятая, Владимир Борисович Лебединцев, Татьяна Федоровна Ушева и другие.

Все вышесказанное обуславливает актуальность данной темы

**Объект исследования:** процесс обучения математике в основной школе

**Предмет исследования:** задания для формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе решения уравнений.

**Цель:** разработать примеры заданий, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при решении уравнений.

**Задачи:**

1. Проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу с целью определения понятия, сущности и структуры познавательных универсальных учебных действий.

2. Выявить возможности формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при решении уравнений

3. Разработать рекомендации по организации деятельности обучающихся, направленной на формирование познавательных универсальных учебных действий, на уроке математики при работе уравнениями.

4. Разработать комплект заданий для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при решении уравнений.

Работа состоит из двух глав, в каждой – по два параграфа. В первой главе даётся определение понятия «познавательные универсальные учебные действия», структура данного рода действий, их функции и виды. Далее определяется понятие «уравнение», соотносятся этапы решения квадратного уравнения с компонентами познавательных универсальных действий с целью выявления возможности уравнений для формирования познавательных универсальных учебных действий.

Во второй главе приведён пример организации деятельности обучающихся по формированию познавательных универсальных учебных действий при решении уравнений, а также представлен комплект задач.

В тексте работы 8 таблиц, 2 рисунка.

# **Глава 1. Психолого-педагогические и методические основы формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе решения уравнений**

## **1.1 Понятие познавательных универсальных учебных действий, их структура и виды**

В настоящее время, основной целью образовательного процесса является определение способов формирования универсальных учебных действий (УУД), в частности познавательных (ПУУД).

Под термином «универсальные учебные действия» понимается, в широком значении, «умение учиться», то есть самосовершенствование и саморазвитие путем активного и сознательного присвоения нового социального опыта. В узком значении «универсальные учебные действия» подразумевают совокупность действий обучающегося, обеспечивающих его социальную толерантность, культурную идентичность, компетентность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса [11].

Универсальные учебные действия обеспечивают обучающимся возможность самостоятельно осуществлять деятельность учения, ставить учебные цели, искать и использовать способы их достижения, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности, обеспечивают успешное усвоение знаний, формирование умений, навыков и компетентностей в любой предметной области.

Выделяют четыре группы универсальных учебных действий:

- 1) личностные (ЛУУД);
- 2) регулятивные (РУУД);
- 3) познавательные (ПУУД);
- 4) коммуникативные (КУУД) [9] (рис.1).

Рис.1 Схема видов универсальных учебных действий

Петрова И.В. [16] выделяет следующие функции УУД:

- обеспечение возможностей обучающихся самостоятельно осуществлять деятельность учения, определять учебные цели, выбирать и использовать необходимые средства и способы их достижения;
- создание условий для гармоничного развития и самореализации личности на основе ее готовности к непрерывному образованию;
- обеспечение высокого уровня усвоения знаний, формирования умений, навыков и компетенций в любой предметной области;
- осуществление контроля и оценки результатов деятельности.

Предметная область «Математика» за счёт своих средств и содержания предоставляет большие возможности для формирования познавательных универсальных учебных действий. Рассмотрим некоторые из подходов к определению понятия познавательные УУД.

А.Г. Асмолов под познавательными универсальными действиями понимает сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работа с научными понятиями и освоение общего приема доказательства как компонента воспитания логического мышления [5].

Согласно Л.И. Боженковой, познавательные действия – это такие действия, которые обеспечивают познание – умственный творческий процесс получения и постоянного обновления знаний, необходимых человеку [8].

И.А. Садыкова определяет понятие познавательные универсальные учебные действия как систему способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупности операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации [17].

Анализ предложенных определений показывает, что основными признаками познавательных универсальных учебных действий являются: «переработка и структурирование информации», «получение и обновление

знаний», «процесс познания», «способ познания». Пользуясь данными признаками, можно определить ПУУД как действия, обеспечивающие познание, включающее в себя поиск, переработку и структурирование информации, и использование ее, как в образовательном процессе, так и в жизненных ситуациях.

Блок познавательных универсальных учебных действий состоит из:

- общеучебные действия, включая знаково-символические;
- логические действия;
- действия постановки и решения проблем.

Основываясь на [11] представим компоненты ПУУД (таблица 1).

**Таблица 1.**

**Компоненты ПУУД**

<i>ПУУД</i>	<i>Состав ПУУД</i>
<i>Общеучебные действия</i>	исследовательские (самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели, гипотез и их проверка)
	информационные (поиск и выделение необходимой информации, в том числе с помощью компьютерных средств, обработка, хранение, защита и использование информации)
	знаково-символические действия (замещение, создание и преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область, использование модели для решения задач)
	умение структурировать знания
	умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме
	выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий

*Продолжение таблицы 1.*

<i>ПУУД</i>	<i>Состав ПУУД</i>
<i>Общеучебные действия</i>	познавательная и личностная рефлексия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности
	смысловое чтение на основе осознания цели чтения и выбора вида чтения в зависимости от цели, извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров, определение основной и второстепенной информации; умение адекватно, подробно, сжато передавать содержание текста
	понимание и адекватная оценка языка средств массовой информации
	рефлексия способов и условий действия
<i>Логические действия</i>	анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных)
	синтез как составление целого из частей, в том числе с самостоятельным достраиванием, восполнением недостающих компонентов
	выбор оснований и критериев для сравнения, сериации, классификации объектов
	подведение под понятия, выведение следствий
	установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений
<i>Действия постановки и решения проблем</i>	формулирование проблемы
	самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера

В процессе формирования познавательных УУД при обучении математике школьники должны приобрести опыт работы с информацией, а именно: уметь осуществлять расширенный поиск информации с использованием

ресурсов библиотек и Интернета; решать задачи с избытком информации (требуется уметь отделить значимую информацию от второстепенной); решать задачи с недостатком информации (требуется уметь определить, каких именно данных не хватает и откуда их можно получить); использовать знаково-символические средства для обработки информации, осуществлять переработку математической информации для её дальнейшего использования.

Рассмотрим пооперационный состав некоторых познавательных универсальных учебных действий, согласно [9].

Умение сравнивать состоит из следующих действий:

- выделять признаки, по которым сравниваются объекты;
- выделять признаки сходства;
- выделять признаки различия;
- выделять главное и второстепенное в изучаемом объекте.
- выделять существенные признаки объекта.

Умение анализировать состоит из следующих действий:

- разделять объект на части;
- располагать части в определенной последовательности;
- характеризовать части этого объекта;

Умение делать выводы состоит из следующих действий:

- находить главное в изучаемом явлении или объекте;
- устанавливать главную причину явления;
- кратко оформлять высказывание, связывающее причину и следствие.

Умение схематизировать включает действия:

- разделять объект на части;
- располагать части в определенной последовательности;
- определять связи между частями;
- оформлять графическое изображение

Таким образом, в первом параграфе рассмотрены понятие, сущность и структура познавательных универсальных учебных действий. Во втором параграфе рассмотрим такие понятия как: «уравнение», «корни уравнения», «решить уравнение». Рассмотрим уравнения, изучаемые в 7-9 курсе алгебры, алгоритмы их решения. Разберем этапы сведения квадратного уравнения к простейшему виду и нахождения его корней. Соотнесем выделенные этапы с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий.

## 1.2 Возможности формирования ПУУД в процессе решения уравнений

Для достижения заявленной цели необходимо определить, какие уравнения изучаются в школьном курсе математики 7-9 класса, выделить основные методы и этапы решения этих уравнений и соотнести их с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий для исследования возможности формирования познавательных универсальных учебных действий и основные этапы организации данного процесса.

В данном параграфе вспомним основные понятия, с которыми мы часто будем встречаться на протяжении всей работы. В данном исследовании основополагающими будут являться терминами «уравнение», «корни уравнения», и такое понятие, как «решить уравнение». Рассмотрим некоторые из подходов к определению данных понятий.

Барсуков А.Н. считает, что уравнение – это равенство, содержащее неизвестное число, обозначаемое буквой. Тогда понятие «корень уравнения» определяется, как значение неизвестного, при котором это уравнение обращается в верное равенство [6].

С другой стороны, равенство с переменными называется уравнением, если поставленная задача: найти все значения переменных, при подстановке которых оно превращается в верное числовое равенство. В этом случае под понятием «корень уравнения» понимается значение переменной, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство. (Найти источник)

Разница этих определения заключается в том, что в определении понятия «уравнение» используется один из двух терминов: «переменная» или «неизвестное». Различие между ними в том, что переменная пробегает ряд значений, не выделяя ни одного из них специально, а неизвестное представляет собой буквенное обозначение конкретно числа.

Решить уравнение – это найти множество всех его корней, или доказать, что данное равенство не имеет решений.

Для выявления содержательных особенностей изложения материала содержательно-методической линии уравнений в современном курсе математики 7-9 классов проанализируем учебные пособия под редакцией А.Г. Мерзляка, Ш.А. Алимова. Результаты представим в виде таблицы (таблица 3)

Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.В. Ткачева, Алгебра 7 класс [2].

- вспоминаются ранее изученные понятия, такие как: уравнение, корни уравнения, решить уравнение, линейное уравнение и др.;
- вводятся следующие новые определения: уравнение первой степени с двумя неизвестными, коэффициенты при неизвестных, свободный член, решение уравнения с двумя неизвестными;
- рассматриваются основные методы решения системы уравнений, такие как: способ подстановки, способ сложения, графический метод.

Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.В. Ткачева, Алгебра 8 класс [3].

- рассматриваются основные методы решения системы уравнений, такие как: способ подстановки, способ сложения, графический метод;
- рассматривается тема «Уравнения, содержащие знак модуля», способы решения уравнений, содержащие модуль;
- вводятся такие понятия, как: квадратное уравнение, коэффициенты квадратного уравнения, рассматривается решение уравнения с помощью разложения на множители, находятся корни.
- рассматриваются способы решения неполного квадратного уравнения
- рассматриваются различные способы решения, такие как: выделение полного квадрата, через дискриминант, с использованием теоремы Виета, графическим методом, сопровождающиеся подробным решением и комплектом задач;

- рассматриваются простейшие системы, содержащие уравнения второй степени;

- рассматриваются квадратные уравнения с комплексными неизвестными.

Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.В. Ткачева, Алгебра 9 класс [4].

- повтор ранее изученных тем.

А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир, Алгебра 7 класс [12].

- вводится понятие линейного уравнения с одной неизвестной;

- вводится понятие уравнения с двумя неизвестными.

Рассматриваются свойства уравнений с двумя переменными, и их график;

- рассматривается тема «Системы уравнений с двумя переменными». Вводятся следующие понятия: общее решение системы уравнений, система двух линейных уравнений с двумя переменными.

Рассматриваются графический метод решения систем уравнений, способ подстановки и способ сложения.

А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир, Алгебра 8 класс [13].

- рассматривается тема «Равносильные уравнения. Рациональные уравнения». Вводятся понятия равносильных и рациональных уравнений, рассматриваются основные свойства равносильных уравнений;

- вводится понятия: квадратное уравнение, коэффициенты квадратного уравнения, приведенное квадратное уравнения, неполное квадратное уравнение. Рассматриваются виды неполных квадратных уравнений и способы их решения;

- рассматривается формула нахождения корней квадратного уравнения. Вводятся понятия дискриминанта и формулы корней квадратного уравнения;

- рассматривается теорема Виета и обратная теорема Виета. Также рассматриваются уравнения с параметром;

- рассматриваются биквадратные уравнения и уравнения, решаемые заменой переменной;

- рассматривается тема «Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций», в котором разбираются текстовые задачи, решаемые с помощью уравнений.

А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир, Алгебра 9 класс [14].

- тем, связанных с уравнениями нет.

Таким образом, в школьном курсе алгебры 7-9 класса изучаются следующие виды уравнений:

1. уравнения первой степени с двумя неизвестными (системы уравнений с двумя неизвестными);
2. рациональные и дробно-рациональные уравнения;
3. квадратные уравнения.

Рассмотрим некоторые из приемов решения каждого типа вышеперечисленных уравнений.

*1. Система уравнений первой степени с двумя неизвестными.*

Пусть дана система двух уравнений с двумя неизвестными.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

где  $x, y$  – переменные, которые нужно найти  $a, b, c, d, e, f$  – произвольные числа.

*1 способ (метод подстановки).*

Выделим алгоритм решения системы уравнений первой степени с двумя неизвестными методом подстановки:

1. Выражаем из первого или второго уравнения одну из неизвестных переменных. Например, выразим неизвестную переменную  $x$  из первого уравнения:

$$x = \frac{c - by}{a}$$

2. Подставляем полученный результат во второе уравнение. Получим уравнение с одной неизвестной, в данном случае  $y$ :

$$d \cdot \frac{c - by}{a} + by = c$$

3. Находим из полученного уравнения значение  $y$ .

Подставляем найденное значение  $y$  в одно из первоначальных уравнений, тем самым находим  $x$ .

4. Записываем ответ.

*2 способ (метод сложения).*

Выделим алгоритм системы уравнений первой степени с двумя неизвестными методом сложения:

1. Добиваемся, чтобы один из коэффициентов при неизвестной первого уравнения был равен коэффициенту со знаком «минус» при той же неизвестной из второго уравнения. Например, добьемся, чтобы при неизвестной  $x$  выполнялись эти условия. Если  $a = d$ , то переходим к следующему шагу. В противном случае умножим первое уравнение на  $d$ , а второе уравнение на  $(-a)$ . Получим:

$$+ \begin{cases} (ad)x + (bd)y = cd \\ (-ad)x + (ed)y = fd \end{cases}$$

2. Почленно сложим уравнения, тем самым

$$(ad)x - (ad)x = 0$$

В результате получаем уравнение с одной неизвестной:

$$(bd)y + (ed)y = cd + fd$$

Решаем полученное уравнение и находим значение уравнение и находим значение переменной  $y$ .

3. Найденное значение  $y$  подставляем в одно из первоначальных уравнений, тем самым находим значение переменной  $x$ .
4. Записываем ответ.

*3 способ (графический метод).*

Выделим алгоритм системы уравнений первой степени с двумя неизвестными графическим методом:

1. Выражаем из первого уравнений переменную  $y$ , тем самым получаем уравнение прямой.
2. Строим график.
3. Повторяем пункты 1 и 2 для второго уравнения.
4. Координаты точек пересечения полученных графиков и будут являться решением данной системы уравнений.
5. Записываем ответ.

### **Рациональные и дробно-рациональные уравнения**

*Дробно-рациональные уравнения* (дробные рациональные уравнения или просто дробные уравнения) — это уравнения с одной переменной вида:

$$f(x) = g(x),$$

где  $f(x)$  и  $g(x)$  — рациональные выражения, хотя бы одно из которых содержит алгебраическую дробь (то есть в таких уравнениях в знаменателе есть переменная).

В общем виде дробно-рациональные уравнения решают по следующему алгоритму:

1. Находим общий знаменатель дробей, входящих в уравнение.
2. Умножаем обе части уравнения на общий знаменатель.
3. Решаем получившееся целое уравнение.
4. Исключаем из него те корни, которые обращают в ноль общий знаменатель. (Никольский)

## Квадратные уравнения

*Квадратное уравнение* — это уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  — произвольные числа, причем  $a \neq 0$ .

### 1. Неполные квадратные уравнения.

#### 1.1 случай: $b=0$ .

Имеем уравнение вида:

$$ax^2 + c = 0$$

Выделим алгоритм решения неполного квадратного уравнения:

1. Вычитаем из обеих частей свободный член.
2. Находим, чему равен  $x^2$ .
3. Извлекаем корень из правой части уравнения, тем самым находим корни уравнения.
4. Записываем ответ.

#### 1.2. случай: $c = 0$ .

Имеем уравнение вида:

$$ax^2 + bx = 0$$

Выделим алгоритм решения неполного квадратного уравнения:

1. Выносим общий множитель за скобку.
2. Решаем уравнение вида «произведение равно нулю» (приравниваем первый и второй множитель к нулю).
3. Решаем полученные уравнения.
4. Записываем ответ.

#### 1.3. случай: $b = 0, c = 0$ .

Имеем уравнение вида:

$$ax^2 = 0$$

Из уравнения видно, что  $x_{1,2} = 0$ .

## 2. Полные квадратные уравнения.

### 2.1 Решение полного квадратного уравнения через дискриминант.

Пусть дано уравнение вида:

$ax^2 + bx + c = 0$ , где коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  — произвольные числа, причем  $a \neq 0$ .

Выделим алгоритм решения полного квадратного уравнения через дискриминант:

1. Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac.$$

Если  $D > 0$ , то уравнение будет иметь два различных корня;

Если  $D = 0$ , то уравнение будет иметь два совпадающих корня;

Если  $D < 0$ , то уравнение не будет иметь корней в действительных числах.

2. Находим корни квадратного уравнения:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

3. Пишем ответ.

### 2.2 Решение квадратного уравнения с помощью теоремы Виета.

Выделим алгоритм решения квадратного уравнения с помощью теоремы Виета:

1. Пусть дано уравнение вида:

$x^2 + px + q = 0$ , где коэффициенты  $p$  и  $q$  — произвольные числа.

Тогда:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = q \end{cases}$$

2. Решая это уравнение, Находим  $x_1$  и  $x_2$ .

3. Пишем ответ.

### 2.3 Графический метод решения квадратного уравнения.

Выделим алгоритм решения квадратного уравнения графическим методом:

1. Пусть дано уравнение вида:

$x^2 + px + q = 0$ , где коэффициенты  $p$  и  $q$  — произвольные числа.

2. Вычитаем из обеих частей уравнения  $(px + q)$ . Получим:

$$x^2 = -px - q.$$

3. Строим графики

$$y = x^2, y = -px - q.$$

4. Абсциссы точек пересечения этих графиков и будут являться искомыми корнями уравнения.

5. Пишем ответ.

Следует отметить, что большинство уравнений не дается для решения в стандартном виде, прежде чем использовать определенный метод обучающемуся необходимо выполнить ряд сложных преобразований для определения вида этого уравнения и выбора метода для его решения. Зачастую, уравнения даются в громоздком виде. Как правило, проведение необходимых преобразований, могут вызывать значительные затруднения у обучаемых при решении уравнений. Для сведения к уравнения к модели общего вида, обучающийся должен обладать следующими умениями и мыслительными операциями такими, как: умение анализировать; умение находить ошибки в решении; умение разделять объект на части; умение устанавливать связи между объектами; умение определять наиболее простой способ решения задачи из представленных в определенных условиях; умение располагать части в определенной последовательности; умение определять

условия по заданным исходным данным и конечному результату; умение определять условия, при которых представленный способ решения задачи будет наиболее простым; умение решить задачу несколькими способами.

Рассмотрим приемы организации учебной деятельности при решении уравнений алгебраическим методом, предложенную О. Б. Епишевой [10]:

- 1) Определить, является ли данное уравнение простейшим какого-либо вида (если «да», то выполнять п.5, если «нет» – п.2).
- 2) Определить, если необходимо, ОДЗ уравнения.
- 3) Установить, какие и в каком порядке необходимо выполнить тождественные (общие – раскрытие скобок, приведение подобных, разложение на множители, приведение к общему знаменателю – и специальные для данного вида) и равносильные (общие – перенесение слагаемых из одной части в другую, умножение или деление обеих частей на одно и то же число, замена переменной – и специальные для данного вида) преобразования, чтобы привести данное уравнение к простейшему данного вида.
- 4) Выполнить выбранные преобразования, используя соответствующие приемы.
- 5) Решить известным способом (по формуле, алгоритму) полученные простейшие уравнения.
- 6) Если нужно, сделать проверку, исследование, выполнить дополнительные требования к задаче.
- 7) Запись ответа, используя приемы записи решения.

Основываясь на сформулированных выше положениях, выделим этапы решения квадратного уравнения, не являющегося простейшим данного вида. Представим полученные результаты в виде блок-схемы (рис. 2).

В процессе анализа указанной блок-схемы можно сделать вывод о том, что прежде чем определить общий вид уравнения обучающимся необходимо владеть рядом преобразований. Успешность выполнения этих

преобразований будет зависеть от формирования познавательных УУД у обучающихся.

Рассмотрим возможности использования уравнений для формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий. Соотнесем этапы сведения квадратного уравнения к простейшему с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий. Результаты представим в виде таблицы (табл. 2).

Рис. 2. Этапы сведения квадратного уравнения к простейшему виду и нахождения его корней

**Таблица 2**

**Соотнесение этапов сведения квадратного уравнения к простейшему виду и элементов структуры познавательных универсальных учебных действий**

<i>Этапы решения квадратного уравнения к простейшему виду</i>	<i>Содержание деятельности обучающегося</i>	<i>Компоненты ПУУД</i>
1. Проверка наличия скобок в уравнении	Шаг 1. Обучающийся анализирует уравнение с целью выявления наличия скобок. При наличии скобок переходит к следующему шагу. В противном случае,	Знаково-символические; познавательная и личностная рефлексия, контроль и оценка процесса

*Продолжение таблицы 2.*

<i>Этапы решения квадратного уравнения к простейшему виду</i>	<i>Содержание деятельности обучающегося</i>	<i>Компоненты ПУУД</i>
1. Проверка наличия скобок в уравнении	<p>переходит к следующему этапу.</p> <p>Шаг 2. Обучающийся раскрывает скобки.</p> <p>Шаг 3. Проверяет правильность выполненных действий</p>	<p>и результатов деятельности;</p> <p>рефлексия способов и условий действий</p>
2. Проверка наличия слагаемых в правой части уравнения	<p>Шаг 1. Обучающийся анализирует уравнение с целью выявления наличия слагаемых в правой части уравнения. При наличии слагаемых в правой части переходит к следующему шагу. В противном случае, переходит к следующему этапу.</p> <p>Шаг 2. Используя равносильные преобразования, добивается того, чтобы в правой части был только 0.</p> <p>Шаг 3. Проверяет правильность выполненных действий</p>	<p>Анализ объектов с целью выделения признаков; знаково-символические;</p> <p>контроль и оценка процесса и результатов деятельности;</p> <p>рефлексия способов и условий действий</p>

*Продолжение таблицы 2.*

<i>Этапы сведения квадратного уравнения к простейшему виду</i>	<i>Содержание деятельности обучающегося</i>	<i>Компоненты ПУУД</i>
3.Проверка наличия подобных членов в уравнении	<p>Шаг 1.. Обучающийся анализирует уравнение с целью выявления подобных слагаемых. При наличии подобных слагаемых переходит к следующему шагу. В противном случае, переходит к следующему этапу.</p> <p>Шаг 2. Приводит подобные слагаемые.</p> <p>Шаг 3. Обучающийся проверяет правильность выполненных действий</p>	Установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений; подведение под понятия, выведение следствий; знаково-символические
4. Проверка наличия наивысшего показатель степени при неизвестной	<p>Шаг 1. Обучающийся анализирует уравнение с целью выявления наивысшего показателя степени при неизвестной. Если показатель степени не равен 2, то делает вывод, что уравнение не является квадратным. В противном случае делает вывод, что</p>	Установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений; подведение под понятия, выведение следствий; знаково-символические

	уравнение будет являться квадратным	
--	-------------------------------------	--

*Продолжение таблицы 2.*

<i>Этапы сведения квадратного уравнения к простейшему виду</i>	<i>Содержание деятельности обучающегося</i>	<i>Компоненты ПУУД</i>
5. Проверка наличия неизвестной в первой степени	Шаг 1. Обучающийся анализирует уравнение с целью выявления неизвестной в первой степени. Если неизвестная в первой степени в уравнении есть, то переходит к следующему этапу (шаг 1.1). В противном случае переходит к следующему этапу (шагу 1.2).	Знаково-символические; контроль и оценка процесса и результатов деятельности;
6. Проверка наличия свободного члена	Шаг 1.1 Обучающийся анализирует уравнение с целью выявления свободного члена. Если он есть, то решает алгоритмами 2.1, 2.2, 2.3. В противном случае, решает алгоритмом 1.2. Шаг 1.2. Обучающийся анализирует уравнение с	Рефлексия способов и приемов действия, выбор наиболее эффективных способов решения в зависимости от конкретных действий

	целью выявления свободного члена. Если он есть, то решает алгоритмами 1.1.	
--	--	--

*Продолжение таблицы 2.*

<i>Этапы сведения квадратного уравнения к простейшему виду</i>	<i>Содержание деятельности обучающегося</i>	<i>Компоненты ПУУД</i>
6. Проверка наличия свободного члена	В противном случае, решает алгоритмом 1.3. Шаг 2. Проверяет правильность выполненных действий	

Следует отметить, что аналогично можно выделить и соотнести этапы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий.

Приведенное соответствие позволило сделать вывод о том, что на всех этапах решения уравнений возможно формирование у обучающихся познавательных универсальных учебных действий. Однако, решение уравнений нестандартного вида, за счет не простой структуры и необходимости выполнения обучающимися различных действий по их

преобразованию, в отличие от простейших уравнений, в большей степени способствует формированию познавательных УУД.

### **Выводы по материалам главы 1**

В настоящее время, образовательными результатами являются универсальные учебные действия. Анализ литературы по теме исследования позволил уточнить понятие познавательных универсальных учебных действий. Выделены компоненты познавательных универсальных учебных действий, их функции и пооперационный состав.

Во втором параграфе работы были рассмотрены уравнения, решаемые в 7-9 курсе алгебры, алгоритмы их решения. Для конкретики мы рассмотрели этапы сведения квадратного уравнения к простейшему виду и нахождения его корней. Далее были соотнесены этапы решения квадратных уравнений с элементами структуры познавательных универсальных учебных действий. Таким образом, уравнения могут быть использованы для формирования познавательных универсальных учебных действий.

## **Глава 2. Методические аспекты формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе работы с уравнениями**

### **2.1 Рекомендации по организации деятельности обучаемых при работе с уравнениями на уроках математики, направленные на формирование познавательных универсальных учебных действий**

В главе 1 нами показано, что на каждом этапе решения уравнений могут быть сформированы определенные познавательные универсальные учебные действия. При этом было отмечено, что целенаправленная организация деятельности по решению уравнений нестандартного вида в большей степени в большей степени способствуют формированию ПУУД.

Проиллюстрируем теоретические положения, сформулированные в первой главе на конкретном примере работы с квадратным уравнением для формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий.

Задача. Решите уравнение:  $(2x - 1)(2x + 1) + x(x - 1) = 2x(x - 1)$ .

Рассмотрим возможную организацию деятельности при решении данной задачи в соответствии с этапами, выделенными в первой главе.

Заметим, что для того, чтобы решить данное уравнение, нужно воспользоваться рядом преобразований для того, чтобы свести его простейшему виду.

1. Проверка наличия скобок в уравнении. Учитель организует совместную деятельность с обучающимися и обсуждает с ними следующие вопросы:

- Ответьте на вопрос: есть ли в данном уравнении скобки?

Предполагаемый ответ: да.

- Определите, какими способами удобнее всего раскрыть скобки в данном уравнении?

Предполагаемый ответ: Первые две скобки удобнее всего раскрыть по формуле разности квадратов, а остальные используя распределительное свойство умножения.

После обсуждения обучающиеся выполняют раскрытие скобок вышеперечисленными способами и проверяют правильность выполненных действий. В результате должно получиться следующее выражение:

$$4x^2 - 1 + x^2 - 1 = 2x^2 - 2x.$$

На данном формируются такие компоненты ПУУД, как выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий и знаково-символические действия.

2. Проверка наличия слагаемых в правой части уравнения. Учитель организует совместную деятельность с обучающимися и обсуждает с ними следующие вопросы:

- Ответьте на вопрос: есть ли в полученном уравнении слагаемые в правой части?

Предполагаемый ответ: да.

- Ответьте на вопрос: какие преобразования нам нужно использовать, чтобы добиться того, чтобы все слагаемые оказались в правой части?

Предполагаемый ответ: нужно воспользоваться тождественными преобразованиями. В результате должно получиться следующее выражение:

$$4x^2 - 1 + x^2 - 1 - 2x^2 + 2x = 0.$$

После обсуждения обучающиеся используя тождественные преобразования добиваются того, чтобы в правой части остался только 0 и проверяют правильность выполненных действий.

3. Проверка наличия подобных членов в уравнении. Учитель организует совместную деятельность с обучающимися и обсуждает с ними следующие вопросы:

- Ответьте на вопрос: возможно ли решить уравнение в полученном виде, не используя никаких преобразований?

Предполагаемый ответ: нет.

- Ответьте на вопрос: какие преобразования необходимо выполнить?

Предполагаемый ответ: нужно привести подобные слагаемые.

- Ответьте на вопрос: какие группы подобных слагаемых есть в данном уравнении?

Предполагаемый ответ: первая группа подобных слагаемых:

$4x^2; x^2; 2x^2$ . Вторая группа:  $-1; -1$ .

- Подчеркните первую группу подобных слагаемых в уравнении одной чертой, а вторую группу – двумя чертами.

Предполагаемый ответ:  $\underline{4x^2 - 1} + \underline{x^2 - 1} - 2x^2 + 2x = 0$ .

- Приведите подобные слагаемые.

Предполагаемый ответ:  $3x^2 + 2x - 2 = 0$ .

#### 4. Проверка наличия наивысшего показателя степени при неизвестной.

- Ответьте на вопрос: какое уравнение является квадратным?

Предполагаемый ответ: квадратным уравнением называется уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $b, c$  – некоторые числа, причем  $a \neq 0$ .

- Ответьте на вопрос: данное уравнение является квадратным?

Обоснуйте свой ответ.

Предполагаемый ответ: данное уравнение является квадратным, т.к. наивысший показатель степени при неизвестной равен 2.

- Ответьте на следующие вопросы: какое квадратное уравнение является приведенным? Данное уравнение является приведенным?

Предполагаемый ответ: приведенное квадратное уравнение – это уравнение, в котором коэффициент  $a = 1$ . Данное уравнение не является приведенным, т.к. коэффициент  $a = 3$ .

#### 5. Проверка наличия неизвестной в первой степени.

- Ответьте на следующие вопросы: есть ли в данном уравнении коэффициент  $b$ . Если есть, то чему он равен?

Предполагаемый ответ: в данном уравнении есть коэффициент  $b$ , который равен 2.

6. Проверка наличия свободного члена.

- Ответьте на следующие вопросы: есть ли в данном уравнении коэффициент  $c$ . Если есть, то чему он равен?

Предполагаемый ответ: в данном уравнении есть коэффициент  $c$ , который равен  $-2$ .

- Ответьте на вопрос: данное квадратное уравнение является полным?

Предполагаемый ответ: да.

- Ответьте на вопрос: какие основные методы решения полных квадратных уравнений нам известны?

Предполагаемый ответ: способы решения полных квадратных уравнений: через дискриминант, с помощью теоремы Виета, графический способ.

- Ответьте на следующие вопросы: какой способ решения квадратного уравнения будет наиболее удобен в нахождении корней данного уравнения? Объясните почему?

Предполагаемый ответ: в данном случае удобнее воспользоваться методом решения квадратного уравнения через дискриминант, т.к. если использовать теорему Виета корни найти будет сложно. Использование графического способа, в свою очередь, требует построение графиков, что может занять много времени.

- Решите уравнение выделенным способом.

Предполагаемый ответ:  $x_1 = \frac{-2+2\sqrt{7}}{6}$ ;  $x_2 = \frac{-2-2\sqrt{7}}{6}$ .

- Запишите ответ, расположив корни к порядку возрастания.

Предполагаемый ответ:  $x_1 = \frac{-2-2\sqrt{7}}{6}$ ;  $x_2 = \frac{-2+2\sqrt{7}}{6}$ .

Формировать познавательные УУД нужно последовательно, этап за этапом. Формирование каждого универсального учебного действия происходит в четыре этапа [7]:

Первый этап – выполнение учебного действия, содержащего метапредметный способ, на основе многократных применений близких образцов, аналогий и т.д. Учитель предлагает обучающимся задание, требующее для своего решения применения того или иного способа действия, которым ученик пока не владеет, не знает ни его алгоритма, ни названия. На этом этапе школьник в большинстве случаев не готов самостоятельно различать существенные и несущественные стороны выполняемого способа, а поэтому может выполнить задание только опираясь на образец на конкретном предметном материале.

Второй этап – выполнение учебного действия, построенного на метапредметном способе с помощью подводящих вопросов учителя. Обучающий уже не задает образец выполнения, но помогает ученикам двигаться от одного этапа выполнения задания к другому. В результате обучающиеся, решая предметные задания, учатся ориентироваться на существенные стороны способа, содержащегося в этих заданиях. Пока же способ «спрятан» для них в задании. В определенный момент учитель открывает его ученикам: дает название способа, помогает осознать основные этапы его осуществления, назначение. С этого момента он и его ученики готовы перейти к третьему этапу формирования УУД.

Третий этап – применение известного способа действия при выполнении учебной задачи. На этом этапе обучающийся ориентируется на назначение и существенные аспекты способа действия. Он учится видеть в конкретном задании общие закономерности осуществления способа, которые не зависят от предметного содержания и предмета вообще. Ученик узнает, как называется этот способ в общепринятой или специально введенной педагогом терминологии. Он также знает и может сознательно выполнить определенную последовательность действий, приводящую к нужному

результату, может описать эту последовательность словами, не опираясь на конкретный предметный материал.

Четвертый этап – применение способа в контексте учебной деятельности. Обучающийся уже готов сознательно выбирать и применять тот или иной способ, ориентируясь на цель и условия учебной деятельности, этап ее реализации. Школьник также выстраивает саму деятельность, поскольку владеет представлениями о ее структуре и имеет опыт самостоятельного построения отдельных этапов деятельности. То есть на этапе применения УУД ребенок может самостоятельно выбрать оптимальный для приведенных условий способ достижения цели из тех, что ему известны.

Приведем примеры задач для каждого уровня формирования познавательного универсального действия «умения сравнивать».

Задача: Решите каждое уравнение наиболее рациональным для него способом:

- 1)  $x^2 + 2x - 3 = 0$ ;
- 2)  $x^2 + x = 0$ ;
- 3)  $x^2 - 4 = 0$ ;
- 4)  $3x^2 - 7x + 2 = 0$ .

Первый этап.

*Таблица 4.*

*Деятельность учителя и обучающихся на первом этапе формирования умения сравнивать*

<b>Деятельность учителя</b>	<b>Деятельность обучающихся</b>
Задаёт вопрос: что нужно сделать для правильного решения данной задачи?	Отвечают: Решить рациональным способом каждое уравнение.
Задаёт вопрос: Какой способ является рациональным?	Отвечают: Более удобный, простой, способ, при котором нужно делать

	меньше всего действий.
--	------------------------

*Продолжение таблицы 4.*

Деятельность учителя	Деятельность обучающихся																																																																						
<p>Задаёт вопрос: Какие способы решения уравнений вы знаете?</p>	<p>Отвечают: Способы решения неполных квадратных уравнений, через дискриминант, с помощью теоремы Виета, графический способ.</p>																																																																						
<p>Чтобы верно выбрать способ составим следующую таблицу</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>где 1),2),3) – уравнения;</p> <p>A – способ решения неполного квадратного уравнения при <math>b=0</math>;</p> <p>B – способ решения неполного квадратного уравнения при <math>c=0</math>;</p> <p>C – способ решения неполного квадратного уравнения при <math>b = 0, c = 0</math>;</p> <p>D – способ решения квадратного уравнения через дискриминант;</p> <p>E – способ решения квадратного уравнения с помощью теоремы Виета;</p> <p>F – графический способ решения</p>		A	B	C	D	E	F	1)							2)							3)							4)							<p>Перечерчивают таблицу в тетрадь. Заполняют таблицу.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>2)</td> <td></td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3)</td> <td>+</td> <td></td> <td></td> <td>+</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> </tr> </tbody> </table>		A	B	C	D	E	F	1)				+	+	+	2)		+		+			3)	+			+			4)				+		+
	A	B	C	D	E	F																																																																	
1)																																																																							
2)																																																																							
3)																																																																							
4)																																																																							
	A	B	C	D	E	F																																																																	
1)				+	+	+																																																																	
2)		+		+																																																																			
3)	+			+																																																																			
4)				+		+																																																																	

квадратного уравнения. Отметьте напротив каждого	
---	--

*Продолжение таблицы 4.*

<b>Деятельность учителя</b>	<b>Деятельность обучающихся</b>
уравнения знаком «+» те способы, которыми это уравнение можно решить.	

Второй этап.

*Таблица 5.*

*Деятельность учителя и обучающихся на втором этапе формирования умения сравнивать*

<b>Деятельность учителя</b>	<b>Деятельность обучающихся</b>
Задаёт вопросы: Что от нас требуется? Как вы будете сравнивать полученные способы? По каким характеристикам вы будете сравнивать? Как удобнее оформит результаты, чтобы выбрать нужный способ?	Отвечают: От нас требуется выбрать наиболее рациональный способ решения для каждого уравнения. Будем выбирать способ, при котором нужно делать меньше всего действий. Напротив наиболее удобного способа будем ставить галочку.

Третий этап.

Учитель разбирает алгоритм сравнения, составляет памятку, как нужно сравнивать. Например, для выбора рационального способа для первого уравнения мы будем выбирать из трех методов (через дискриминант, с помощью теоремы Виета и графический метод).

Для решения данного уравнения графическим методом нужно выполнить следующие действия:

- 1) вычитаем из правой части уравнения  $(2x - 3)$ . Получаем, что в правой части находится только неизвестная переменная во второй степени;
- 2) построить график параболы;
- 3) построить график линейной функции;
- 4) находим абсциссы точек пересечения полученных графиков.

Для решения данного уравнения через дискриминант, нужно будет выполнить следующие действия:

- 1) выписать коэффициенты квадратного уравнения;
- 2) найти дискриминант;
- 3) найти корни уравнения.

Для решения уравнения используя теорему Виета нужно выполнить следующие действия:

- 1) подставить значения  $p$  и  $q$  в теорему Виета;
- 2) подбором найти корни.

Для того, чтобы правильно выбрать метод решения, нужно провести действие сравнения. Прочитайте условие задачи и определите признак сравнения. Оформите результаты так, чтобы было удобно сделать правильный выбор рационального способа решения для каждого уравнения.

#### Четвертый этап.

Учитель: Вы познакомились с условиями задачи. Ответьте на вопрос: Какой способ решения будет рациональным для каждого уравнения и почему?

Таким образом, уравнения могут являться средством формирования познавательных УУД, но для эффективности формирования ПУУД у обучающихся учитель должен организовывать работу с уравнениями на основе выделенных рекомендаций, с учетом этапа сформированности ПУУД у обучающихся.

## 2.2 Комплект заданий, направленных на формирование у обучающихся познавательных универсальных учебных действий.

В данном пункте разработан комплект заданий для обучающихся 7-9 [8] классов по теме «Квадратные уравнения» с целью формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий.

Задача 1. Решите следующие уравнения:

- 1)  $x^2 + 2x = 0$ ;
- 2)  $3x - 3x^2 + 1 = 0$ ;
- 3)  $x^2 + 6x + 17 = 0$ .

*Таблица 6.*

Организация деятельности обучающихся на этапе анализа задачи, направленной на формирование познавательных универсальных учебных действий

Деятельность учителя	Деятельность обучающегося	Формируемые ПУУД
<p>Определите, какое уравнение не имеет действительных корней. Объясните почему.</p>	<p>Отвечают: в уравнении под цифрой 3) нет действительных корней, т. к. дискриминант меньше нуля.</p>	<p>умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме; установление причинно-следственных связей, построение логической цепи</p>

		рассуждений
--	--	-------------

*Продолжение таблицы 6.*

<b>Деятельность учителя</b>	<b>Деятельность обучаемого</b>	<b>Формируемые ПУУД</b>
---------------------------------	------------------------------------	-----------------------------

<p>Расположите во втором уравнении слагаемые по уменьшению степени <math>x</math>, запишите результат в тетрадь.</p>	<p>Анализируют уравнение с целью выявления слагаемого, содержащего <math>x^2</math>. Находят слагаемое <math>-3x^2</math>. Анализируют уравнение с целью выявления слагаемого, содержащего <math>x^1</math>. Находят слагаемое <math>3x</math>. Анализируют уравнение с целью выявления слагаемого, содержащего <math>x^0</math>. Находят слагаемое <math>1</math>. Записывают ответ: <math>-3x^2 + 3x + 1 = 0</math>.</p>	<p>Умение анализировать: располагать части в определенной последовательности</p>
<p>Ответьте на вопросы: какими способами можно решать первое уравнение? Каким способом удобнее решить данное уравнение?</p>	<p>Отвечают: данное уравнение можно решать через дискриминант, графическим методом и используя способ решения неполного квадратного уравнения, при <math>c = 0</math>. Последним способ является рациональным.</p>	<p>Выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий</p>

Задача 2. Приведите уравнения к стандартному виду и решите их.

- 1)  $2x^2 + 5x - 4 = x^2 + 2x$ ;
- 2)  $x^2 - 6x + 5 = x^2 - 2$ ;
- 3)  $x(x^2 + 3x) = 5$ .

Таблица 7.

Организация деятельности обучающихся на этапе анализа задачи, направленной на формирование познавательных универсальных учебных действий

Деятельность учителя	Деятельность обучающегося	Формируемые ПУУД
Определите, какое уравнение не получается решить? Почему?	Уравнение под цифрой 3) не получается решить, т.к. наивысшая степень неизвестной в равна 3. Решение таких уравнений мы еще не проходили.	умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме
Ответьте на следующие вопросы. Какое из указанных уравнений является линейным? Сформулируйте определение линейного уравнения.	Отвечают: второе уравнение является линейным. Линейное уравнение – это уравнение, наивысшая у которого наивысшая степень при неизвестной равна 1.	подведение под понятия, выведение следствий
Ответьте на следующие вопросы. Какое из указанных уравнений является квадратным?	Отвечают: первое уравнение является квадратным. Квадратное уравнение – это уравнение, у которого	

	наивысшая степень при неизвестной равна 2.	
--	--	--

*Продолжение таблицы 7.*

<b>Деятельность учителя</b>	<b>Деятельность обучаемого</b>	<b>Формируемые ПУУД</b>
Сформулируйте определение квадратного уравнения. На основе изученных уравнений попробуйте сформулировать определение уравнения третьей степени.	Уравнение третьей степени – это уравнение у которого наивысшая степень при неизвестной равна 3.	

Обобщая вышесказанное, можно сделать следующий вывод, что организация целенаправленной деятельности обучающихся при решении уравнений позволяет сформировать указанные в первой главе познавательные универсальные учебные действия.

Приведём примеры заданий, направленных на формирование у обучающихся 7-9-х [8] классов познавательных универсальных учебных действий при решении квадратных уравнений.

Комплект задач на формирование познавательных УУД:

Задача 1. Решите уравнения:

а)  $7x - 16 + x^2 + 7 = 7(x + 1)$ ;

б)  $x^2 + 2x = 50 + 2(x + 3)$ ;

в)  $\frac{1}{4}x - x^2 = 0$ .

Задание 1 (умение анализировать: располагает части в определённой последовательности).

Расположите в каждом уравнении слагаемые по уменьшению степени  $x$ . Запишите полученные результаты.

Задание 2 (умение анализировать: разделяет объект на части).

Заполните следующую таблицу коэффициентов для каждого квадратного уравнения.

Таблица 8

	a	b	c
$7x - 16 + x^2 + 7 = 7(x + 1) = 0$			
$x^2 + 2x = 50 + 2(x + 3) = 0$			
$\frac{1}{4}x - x^2 = 0$			

Задание 3 (умение сравнивать: выделять признаки сходства).

Сравни уравнения по следующим признакам:

- наличие коэффициента  $b$ ;
- наличие коэффициента  $c$ ;
- наличие отрицательных коэффициентов;
- количество слагаемых в каждом уравнении.

Выделите те признаки, которые присутствуют: в одном уравнении; в двух. Придумайте признак, который присутствует в двух уравнениях.

Задача 2. Реши уравнения:

а)  $3x^2 - 4\frac{1}{1}x + 3 = \frac{1}{2}(x - 6)$ ;

б)  $4 - 3x = x^2$ ;

в)  $8x(x + 1) = 448$ .

Задание 1 (умение схематизировать: оформлять графическое изображение).

Ответьте на вопрос. С помощью каких преобразований можно упростить каждое уравнение? Изобразите графически алгоритмы решения уравнений.

Задание 2 (познавательная и личностная рефлексия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности)

Произведите проверку каждого уравнения. Найдите ошибку в решении, если был получен неверный ответ.

Таким образом, было показано, что представленные задания для обучающихся при работе уравнениями способствуют формированию познавательных универсальных учебных действий.

### **Выводы по материалам главы 2**

Во второй были проиллюстрированы теоретические положения, сформулированные в первой главе на конкретном примере работы с квадратным уравнением для формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий. Также были выделены этапы формирования познавательных УУД и приведены примеры задач для каждого уровня формирования познавательного универсального действия «умения сравнивать».

В практической части разработан комплект заданий для обучающихся 8 классов по теме «Квадратные уравнения» с целью формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий.

## Заключение

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи.

1. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы определены понятие и виды познавательных универсальных учебных действий. Для решения данной задачи были рассмотрены определения познавательных универсальных учебных действий таких исследователей, как Л.И. Боженковой, А.Г. Асмолова, И.А. Садыковой. Выбрано определение А.Г. Асмолова: «сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работа с научными понятиями и освоение общего приема доказательства как компонента воспитания логического мышления», поскольку в нём учтены виды деятельности. Также рассмотрены компоненты, входящие в познавательные универсальные учебные действия, описанные Горлеко Н.М.

2. Выявлены возможности формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся при решении уравнений. Для решения данной задачи были выделены основные методы и этапы решения уравнений, изучаемых в курсе алгебры 7-9 классов; определены этапы сведения уравнений к простейшему виду и было произведено соотнесение компонентов познавательных универсальных учебных действий с этапами решения квадратных уравнений. Было отмечено, что на этапе «сведения уравнения к простейшему виду» формируются несколько познавательных универсальных учебных действий, что обуславливает важность данного этапа при решении задач

3. Разработаны рекомендации по организации деятельности обучающихся, направленные на формирование познавательных универсальных учебных действий, на уроке математики при работе уравнениями. Для решения данной задачи был представлен пример решения

уравнения с указанием, каким образом происходит формирование каждого универсального учебного действия. Также были выделены этапы формирования познавательных УУД и приведены примеры задач для каждого уровня формирования познавательного универсального действия «умения сравнивать».

4. Разработан комплект заданий, направленных на формирование у обучающихся познавательных универсальных учебных действий при решении уравнений. Для решения данной задачи была представлена организация деятельности обучающихся, направленной на формирование познавательных универсальных учебных действий и был разработан комплект заданий по теме «Квадратные уравнения».

Таким образом, все задачи решены, цель работы достигнута.