

Министерство просвещения Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики и технологий
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

**ФОРМИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ
ОБУЧАЮЩИХСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОЗМОЖНОСТЕЙ
ЭЛЕКТРОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ**
Выпускная квалификационная работа

Направление подготовки «Педагогическое образование.
Профиль: Математика»

Допущена к защите
«__» _____ 20__ г.
Научный руководитель:

Работа защищена на оценку

Исполнитель:
Илькив Я.В. – студентка
группы МАТ-1601
дневного отделения

Научный руководитель:
Блинова Т.Л. – к.пед.н., доцент
кафедры высшей математики и
методики обучения математике

ВВЕДЕНИЕ

В Федеральном государственном образовательном стандарте указаны следующие результаты изучения предметной области "Математика и информатика":

- развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений;
- формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач.
- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

В основе этих требований лежит необходимость формирования пространственного мышления, которое необходимо, как при изучении математических наук, так и других отдельных предметов. А в дальнейшем является незаменимым компонентом практической деятельности по таким специальностям как инженер, архитектор, строитель, геодезист, топограф, чертежник, оператор, художник, модельер, дизайнер и многим другим.

Также в настоящее время в России идет становление новой системы образования, ориентированной на вхождение в мировое информационно-образовательное пространство, в котором компьютерные технологии призваны стать неотъемлемой частью целостного образовательного процесса и значительно повышать его эффективность.

Данной проблемой занимались многие ученые-методисты: И.В. Асланян, А.Д. Ботвинников, А.Б. Василевский, Г.Д. Глейзер, В.А. Гусев, Н.С. Подходова, А.Я. Цукарь, З.Р. Федосеева, И.С. Якиманская и др.

Таким образом, актуальным становится исследование, связанное с внедрением информационных технологий в процесс обучения геометрии с целью формирования пространственного мышления учащихся.

Объект исследования – процесс формирования пространственного мышления учащихся при обучении математике в общеобразовательной школе.

Предмет исследования – возможности электронно-образовательной среды для формирования пространственного мышления.

Целью дипломной работы является разработка системы заданий, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся с использованием возможностей электронно-образовательной среды.

Задачами дипломной работы в связи с указанной целью являются:

1. Провести теоретический анализ психолого-педагогической и специальной литературы с целью изучения формирования пространственного мышления обучающихся.

2. Охарактеризовать виды заданий, направленных на развитие пространственного мышления обучающихся.

3. Исследовать возможности электронно-образовательной среды с целью разработки системы заданий, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся.

4. Разработать систему заданий, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся с использованием возможностей электронно-образовательной среды.

Методы исследования: анализ, синтез, обобщение, сравнение, моделирование, проектирование.

Структура выпускной квалификационной работы. Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

1.1 Понятие «пространственное мышление». Уровни развития пространственного мышления.

Пространственное мышление является отличительной, универсальной и мощной формой мышления, используемой при решении проблем в различных дисциплинах и в реальной деятельности. Пространство, репрезентация и рассуждение неразрывно интегрированы в пространственное мышление, и поэтому оно является и всегда было центральным в преподавании и практике геометрии в школах, научных кругах и профессиях. Пространственное мышление может быть изучено и должно преподаваться на всех уровнях в системе образования, потому что жизнь в нашем пространственном мире невозможна без помощи пространственного мышления.

В психологии термин «пространственное мышление» не является общепринятым, а правомерность в его употреблении основывается на определении понятие «мышление».

Г.Д. Глейзер дает следующее определение: «пространственное мышление — вид умственной деятельности, обеспечивающей создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения практических и теоретических задач». И.С. Якиманская [28] утверждает, что это сложный процесс, включающий в себя логические операции и множество перцептивных действий, без которых мышление не может протекать, а именно опознавать объекты, которые представлены реально или изображены с помощью различных графических средств, создавать адекватные образы на этой основе и оперировать ими по представлению.

Образ, в котором представлены такие пространственные характеристики объекта, как величина, форма, взаимоотношение составляющих элементов, расположение их на плоскости и в пространстве относительно любой заданной

точки отсчета, является основной оперативной единицей пространственного мышления. Эти характеристики и отличают пространственное мышление от других форм образного мышления. В процессе оперирования происходит воссоздание, перестройка, видоизменение объекта в требуемом направлении. Образы здесь являются как исходным материалом, так и основной оперативной единицей, и результатом мыслительного процесса.

Пространственные представления позволяют выделить из реальных объектов и графических моделей пространственные свойства и отношения, делать их объектом анализа и преобразования.

Б.Г.Ананьев [1] подчеркивает, что важной особенностью пространственных связей является отражение отношений между объектами. Он рассматривает пространственные свойства не во всем своем многообразии или в отдельных изолированных предметах, а лишь в ходе активной деятельности субъекта, направленной на трансформацию объектов, их видоизменение, в ходе которого могут быть выделены пространственные свойства и отношения.

По мнению Г.Д. Глейзера [8], деятельность представления есть основной механизм пространственного мышления. Его содержанием является оперирование образами, их преобразование, причем нередко длительное и многократное. В этот процесс вовлекаются образы, возникающие на различной графической основе, поэтому в пространственном мышлении происходит постоянное перекодирование образов, т.е. переход от пространственных образов реальных объектов к их условно-графическим изображениям; от трехмерных изображений к двумерным и обратно.

В ходе онтогенеза, на начальном этапе становления, пространственное мышление связано с другими видами мышления, а в дальнейшем оно выступает в виде пространственных образов.

Физиологическая основа для становления логического мышления окончательно формируется к младшему подростковому возрасту, до этого момента ребенок имеет образное мышление, при этом степень обобщённости

образов невысокая. Они схожи с чувственным восприятием. Достигнув 12 лет, подросток способен конструировать в своём сознании последовательные выводы, выполнять простейшие рассуждения, его логическое мышление начинает развиваться. Поэтому в его пространственном представлении вместе сочетаются два компонента: образное и логическое мышления. Их роль одинаково важна при решении геометрических задач, в решении задач по физике методом математического моделирования, астрономии, географии, различных практических, профессиональных задач. Также пространственное мышление позволяет творчески подойти к решению необходимой задачи.

Пространственные представления, при правильном использовании, поддерживают обучение чтению, математике и естественным наукам. Они также обеспечивают интеллектуальное моделирование и визуализацию, которые стимулируют инновации и научные открытия. Пространственные представления, как внешние рисунки, так и внутренние изображения, используют сложную систему восприятия-движения людей. Воплощение мысли в процессах восприятия имеет многообещающие последствия для обучения.

Как и во всех когнитивных компетенциях, между людьми существуют значительные различия в том, как быстро и как хорошо они могут что-то сделать. Пространственное мышление не является исключением. В области знаний есть «эксперты» и «новички». Различия между ними можно объяснить уровнем обучения и опытом. В разных группах также существуют значительные различия в подходах людей к пространственному мышлению. Например, дети и взрослые на разном уровне оперируют пространственными объектами. Эти различия могут объясняться зрелостью, образованием и опытом.

Основная цель состоит в том, чтобы научиться извлекать функциональную информацию из пространственных структур и понимать, как и почему что-то работает. Чтобы научиться это делать необходимо овладеть тремя компонентами пространственного мышления.

Первый шаг – извлечение пространственных структур. Этот процесс включает в себя выявление отношений между компонентами пространственного представления и понимание их с точки зрения отдельных частей и целых объектов. Второй шаг – выполнение пространственных преобразований. Переводы в пространстве или масштабные преобразования (изменения расстояния), вращение или изменение перспективы (изменения угла обзора). Вообразить движения различных частей относительно друг друга – управление объектом. Третий шаг – составление функциональных умозаключений, является центральным в процессе научного мышления. Это требует установления временных последовательностей и причинно-следственных связей.

Сложность каждого из этих этапов возрастает с увеличением размерности: пространственные структуры легче понять в двухмерном пространстве, чем в трехмерном. В научных приложениях сложность также увеличивается в зависимости от качества и количества данных. Ошибка данных приводит к неопределенности и увеличению сложности. Частичные и неполные данные требуют еще более сложных процессов вывода.

Люди используют представления как в уме, так и во внешнем мире, чтобы понять и запомнить набор концепций, а также сделать выводы и открытия об этих концепциях. Понимание пространственных отношений и структуры диаграммной системы является относительно простым для большинства учащихся, потому что диаграмма показывает части в их пространственных отношениях, используя схематическое пространство для отображения реального пространства. Большинство людей могут понять основные части и их пространственные отношения из диаграммы. Гораздо сложнее понять смысл, интерпретацию, функцию и причинно-следственную цепь, которую должна передать диаграмма. В то время как новичок может понять пространственную структуру, те, кто обладает определенным опытом, могут понять функциональные и причинные связи между частями.

Во многих образовательных учреждениях диаграммы принимаются как должное. Эти исследования показывают, что обучение рассуждению на основе диаграмм может принести значительные выгоды. Такое обучение будет необходимо в ряде областей: география, арифметика и математика, биология, геология, химия, физика, инженерия и так далее. Диаграммы распространены как в истории, так и в гуманитарных науках. В рамках учебного плана учащиеся должны выполнять упражнения по интерпретации пространственных объектов и пространственных отношений диаграмм, делать выводы, а также делать открытия.

Пространственное мышление отличается от других форм когнитивного мышления тем, что пространственные представления участвуют в процессах восприятия и опираются на опыт. Тем не менее, пространственные представления – это не просто отголоски восприятия. Они могут интегрировать знания, которые позволяют людям представлять вещи, которых они не видели. Пространственные представления имеют четыре ключевых свойства, которые определяют их уникальную ценность для образования.

Создание пространственных образов идет на различной графической основе путем ее мысленного преобразования. Оперирование пространственными образами осуществляется в условиях графических задач, часто с отвлечением от исходной наглядной основы и подчинено целями поставленной задачи. Преобразование пространственных образов нередко осуществляется одновременно в нескольких направлениях или, наоборот, очень избирательно, что отражается на структуре пространственных образов. Этим определяется сложность выполняемых мысленно преобразований, а тем самым и структура пространственного мышления. Выделение двух видов деятельности представления, направленной на создание образов и оперирование ими, анализ их психологических механизмов, показывает, что мы имеем здесь дело с различными уровнями развития пространственного мышления.

В целях формирования пространственных представлений как важного условия успешного познания окружающей деятельности обучающимися является необходимостью определиться в показателях развития пространственного мышления.

Для изучения состояния развития пространственного мышления учащихся и его формирования И.С. Якиманская использует такие показатели как [28]:

- 1) успешность создания пространственного образа;
- 2) тип оперирования образом;
- 3) широта оперирования;
- 4) полнота образа, т. е. отражение в нем различных характеристик: формы, величины, взаимоотношения составляющих его элементов, расположения их на плоскости, в пространстве относительно любой заданной точки отсчета.

Охарактеризуем каждый из них более подробно.

Успешность создания пространственного образа показывает ту особенность графической основы, на которой образ формируется наиболее продуктивно (наглядный рисунок – условный чертеж – схема), и динамичность образа, т. е. его подвижность, возможность создания образа в условиях вариативной экспозиции воображения.

Тип оперирования образом есть доступный способ преобразования созданного образа. Сложность оперирования учитывается типами пространственных преобразований:

- а) изменения образа по пространственному положению (мысленные вращения, перемещение и др.);
- б) мысленное преобразование структуры образа путем перегруппировки его отдельных элементов, используя приемы наложения, совмещения, рассечения и т.п.;
- с) одновременное изменение пространственного положения его образа и его структуры.

Широта оперирования выражается в простоте «перекодирования» наглядной информации, позволяющей с одинаковой легкостью создавать образы на различном графическом материале.

Полнота образа характеризует структуру образа, т.е. набор элементов, связи между ними, их динамическое соотношение. В образе отражается не только форма и величина предмета, но и его положение в пространстве (относительно заданной плоскости или взаимного расположения элементов). Важной характеристикой образа является его динамичность, которая выражается в умении мысленно фиксировать изменения в содержании образа и произвольно изменять точку отчета. Динамичность образа проявляется не только в умении видоизменять, но и видеть в статистическом изображении движение, перемещение объектов, способ их создания.

С помощью этих показателей можно проанализировать способы представления: широта их использования, учет меры наглядности, преимущественное оперирование формой, величиной или пространственными соотношениями, произвольное изменение точки отчета и т.п.

Основываясь на этих показателях, И.С. Якиманская [28] выделяет три уровня развития пространственного мышления: высокий, средний, низкий.

I. Высокий уровень развития пространственного мышления

Он включает в себя обучающихся, которые наиболее эффективно выполняют диагностические задания. На решение каждого задания им необходимо около 5 минут. Объем правильно выполненных заданий равен 8-9 из 10. Обучающиеся успешно и с одинаковой силой справляются с заданиями разного уровня сложности, которые требуют от них умений оперировать образами всех четырех типов. У ребят данной группы больше проявляются такие показатели, как тип оперирования и широта оперирования образом. Они выражаются в простоте преобразования созданного образа и в свободном использовании различных изображений (как наглядных, так и условных).

Для этих обучающихся характерен быстрый переход от одного графического изображения к другому, они с легкостью ориентируются в исходных данных изображения, способны мысленно перегруппировать отдельные их элементы. Все задания не представляют для них трудности и являются увлекательными, требующие не столько знаний, сколько сообразительности, смекалки и нестандартного подхода. Они одинаково продуктивно могут работать как с формой, так и величиной, пространственными соотношениями. Для их установления обучающиеся используют разные точки отчета. Таким образом, можно сделать вывод о таком хорошо выраженном показателе, как полнота образа. Также для обучающихся данной группы характерна успешность создания пространственного образа.

II. Средний уровень развития пространственного мышления

Для данного уровня развития темп и количество выполненных заданий немного отличается в сравнении с предыдущим, но в целом обучающиеся хорошо справляются с диагностическими заданиями. Время их выполнения возрастает примерно на 1 минуту, что составляет около 6 минут. Количество выполненных заданий равно 6-7 заданиям из 10. Увеличение времени может быть связано с аккуратностью выполнения заданий. Обучающиеся II уровня развития ПМ будут пытаться заменить отношения целой цепью рассуждений, логических ходов. Менее продуктивны, такие показатели, как тип и широта оперирования образом. Такой показатель, как полнота образа, мало развит, поэтому могут возникнуть трудности при изменении точки отсчета или при преобразовании пространственных соотношений. Также при создании пространственных представлений, образ у них «рассыпается» или вовсе теряется. Обучающиеся этой группы могут просить помощь у экспериментатора.

III. Низкий уровень развития пространственного мышления

Обучающимся данной группы решение большинства заданий дается с трудом. Велико время выполнения каждого задания, которое составляет от 7

до 9 минут. Количество выполненных заданий уменьшается до: 5-6 из 10, что в сравнении с другими группами мало. Продуктивность решения заданий низкая, что может быть связано с неумением создавать пространственные образы или не владением такого показателя, как полнота образа. Обучающиеся сталкиваются с трудностью сменить базу отчета при необходимости, рассмотреть изображение с разных точек зрения. Особенно сложно мысленно оперировать пространственными образами. Тип оперирования образом и широта оперирования образом – это такие показатели, которые в меньшей мере проявляются у учащихся III уровня развития пространственного мышления, по сравнению с первыми двумя уровнями.

Приведем примеры заданий, с помощью которых определялся уровень развития пространственного мышления [2,3,28].

Задание 1. Выделение простых многоугольников из состава чертежа.

Инструкция. Посмотрите на чертеж (рис. 1). Определите, сколько и каких имеется многоугольников. Каждый выделенный многоугольник вычерчивать не надо. Следует записать лишь его буквенные обозначения и поставить номер, соответствующий порядку его выделения. Различные многоугольники можно получить, по-разному сочетая элементы чертежа. Стремитесь к наиболее полному выделению всех многоугольников.

Задание 2. Нахождение пересечения трех фигур.

Инструкция. Посмотрите внимательно на чертеж и найдите пересечение трех фигур: круга, треугольника и прямоугольника (рис. 2). Найдя пересечение, заштрихуйте его от руки карандашом или поставьте соответствующую букву.

Задание 3. Установление сходства и различия между изображениями.

Инструкция. Посмотрите на изображения и скажите есть ли различия между фигурами (1 и 2) и в чем вы его видите (рис.3)? Ответ на вопрос дайте письменно (кратко).

Задание 4. Сопоставление изображений на основе мысленного поворота одного из них.

Инструкция. Посмотрите на изображение модели (рис. 4). Мысленно поверните эту модель к себе разными гранями и дайте ответ: какому из видов (А, В, С или D) соответствует положение модели, повернутой к нам гранью W, N или H? Можно ли увидеть ее так, как она изображена на А, В, С и D? Перечерчивать виды не следует. Мысленно поворачивая модель, придавая ей то или иное положение, сопоставьте его с соответствующим изображением, например: N – А.

Задание 5. Мысленное конструирование фигур на основе заданных треугольников.

Инструкция. Даны четыре конгруэнтных прямоугольных треугольника (рис. 5). Составьте из них мысленно, используя каждый раз все четыре треугольника: треугольник, прямоугольник, ромб, трапецию, шестиугольник и параллелограмм общего вида, не являющийся ни ромбом, ни прямоугольником. Сколько различных фигур можно составить? Результат решения надо оформить в виде рисунка, сделанного от руки.

Задание 6. Изменение угла зрения на предмет.

Инструкция. Нарисуйте объемную букву К (Х), глядя на нее слева снизу (справа снизу). Вначале нарисуйте саму букву, показывая ее толщину прямоугольниками и параллелограммами, затем покажите ее объемность. Наибольшую трудность в этом задании представляют наклонные составляющие этих букв. Поэтому вначале обдумайте, как показать именно их объемность.

Задание 7. Преобразование фигур.

Инструкция. На правой (передней) грани куба нарисована буква «У» («Ю») (рис.7). Ты находишься внутри куба. Нарисуй отдельно правую (переднюю) грань и букву «У» («Ю») такой, какой ты видишь ее изнутри.

Таким образом, на основе выполнения диагностических заданий, обучающиеся распределяются на 3 уровня развития пространственного

мышления, которые характеризуются четырьмя показателями: успешность создания пространственного образа; тип оперирования образом; широта оперирования; полнота образа. Основываясь на этом, во второй главе будут приведены задания для всех уровней развития.

1.2 Виды заданий, направленные на развитие пространственного мышления обучающихся

Курс геометрии – эффективное средство формирования навыков конструирования и преобразования пространственных объектов, что обеспечивает развитие пространственного мышления.

В процессе изучения проблемы развития пространственных представлений обучающихся и поиске средств для ее решения было решено использовать на уроках геометрии задачи, ориентированные на развитие умений представлять и преобразовывать геометрические образы.

В детском возрасте у ребенка пространственные образы формируются на наглядной основе за счет игровых средств (игрушек, конструкторов, кубиков и т.п.) и наблюдения материальных объектов окружающего мира. Дальнейшее развитие пространственных представлений происходит в школе. В начальных классах основой для формирования новых образов служат новые объекты (макеты, глобусы, модели и т.п.), с которыми обучающиеся знакомятся в процессе обучения, различные схемы и рисунки, используемые при решении задач. В 5-11 классах в качестве наглядной основы чаще выступают графические модели (схемы, рисунки, чертежи и т.п.). Использование в процессе обучения геометрии графических моделей способствует формированию навыков, направленных на произвольное создание и оперирование образами, то есть на развитие пространственного мышления человека.

В связи с этим возникает необходимость построения задач с учетом возможностей использования геометрической графики для систематического развития пространственных представлений обучающихся. При этом важно,

чтобы задачи носили комплексный характер, способствовали усилению познавательной самостоятельности и активизации мыслительной деятельности обучающихся, позволяли осуществлять контроль умений обучающихся мысленно оперировать пространственными объектами.

Используемые задачи на уроках планиметрии характеризуется следующими положениями.

1. Систематическое рассмотрение задач на комбинацию двух и более геометрических фигур, условия которых сопровождаются графическими моделями, направлено на обучение учащихся умению получать информацию об одной геометрической фигуре в контексте другой, что способствует развитию навыков чтения графической информации.

Рассмотрим пример. Задача 1. Из точки A к окружности проведены две касательные AB и AC , где B и C – точки касания. Через точку D этой окружности проведена еще одна касательная, которая пересекает лучи AB и AC в точках F и T соответственно (рис. 8). Вычислите длину отрезка FT , если известно, что $BF=TC=2$ см.

Комментарий. Для решения данной задачи требуется распознать отрезки касательных, проведенные из одной точки, в контексте угла. Например, точка F воспринимается как точка пересечения касательной TF и стороны AB угла A , а не как точка, из которой проведены два отрезка касательных FB и FD к данной окружности.

Пространственные представления обучающихся при изучении геометрии формируются главным образом на графической основе. Решение геометрической задачи связано с необходимостью воспроизведения в памяти образа геометрической фигуры, соответствующей условию задачи, и с целесообразностью построения ее графической модели.

2. Рассмотрение задач, развивающих умение создавать графические модели на основе анализа условия задачи, - механизм формирования навыков мысленного перехода «пространственный образ – графическая модель».

Рассмотрим пример. Задача 2. Диагонали BT и CP правильного шестиугольника $ABCDTP$ пересекаются в точке O . Площадь четырехугольника $ABCO$ равна $18\sqrt{3}$ см². Вычислите расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники BCO и OTP .

Комментарий. Для решения данной задачи на графической модели достаточно изобразить правильный шестиугольник (рис.9), его диагонали BT и CP , их точку пересечения O и центры окружностей, вписанных в треугольники BCO и OTP . Нет необходимости изображать: 1) окружности, так как в условии задачи не указаны точки, лежащие на окружности и какие-либо соотношения, связанные с ними; 2) четырехугольник $ABCO$, так как его площадь используется только для нахождения площади треугольника BCO .

3. Использование графических моделей, иллюстрирующих процесс создания моделей плоских фигур направлено на развитие у обучающихся умения оперировать образами, изменяющими свою структуру.

Рассмотрим пример. Задача 3. Точки O и F лежат соответственно на сторонах DC и BC квадрата $ABCD$, точка P лежит внутри него и $FP \parallel CD$, $PO \parallel BC$ (рис.10, а). От квадрата отделили четырехугольник $PFCO$ (рис. 10, б). Вычислите периметр шестиугольника $ABFPOD$, если периметр квадрата равен 18 см.

Комментарий. На графических моделях, соответствующих условию задачи, проиллюстрирован процесс создания модели новой фигуры – шестиугольника, периметр которого равен периметру квадрата.

4. Использование графических моделей, выполненных с помощью геометрической графики, направлено на развитие умений учащихся распознавать геометрическую фигуру, свойства которой позволят отыскать первые шаг решения задачи.

Под геометрической графикой понимается «вид техники изображения геометрических фигур, использующей в качестве изобразительных средств точки, отрезки, штрихи, цветовые пятна».

Рассмотрим пример. Задача 4. Отрезок BD – медиана треугольника ABC . Точка O – точка пересечения медиан треугольника, удалена от прямой BC на расстояние, равное $\sqrt{3}$ см (рис. 11). Вычислите длину медианы BD , если $\angle DBC = 60^\circ$.

Комментарий. Выделенный треугольник является основным смысловым элементом графической модели, с установления его свойств начинается решение задачи.

Представленные задачи направлены на развитие пространственного мышления обучающихся на уровне 7-9 классов. В процессе обучения их накопленный пространственный опыт станет надежной базой для дальнейшего его расширения в курсе стереометрии в 10-11 классах.

Р.С. Черкасовым [25], А.Д. Семушиным [20], И.В. Трайневым [21], Г.Ф. Хакимовым [22] было установлено, что обучение, основанное на наглядности, опирается на конкретные образы, поэтому для увеличения запаса зрительных представлений необходимо применять на практике различные средства визуализации. Чтобы достичь высоко уровня развития пространственного мышления необходимо уметь преобразовывать пространственные образы. К средствам наглядности отнесем: вещественные модели – это рисунки, фотографии, реальные предметы, муляжи, геометрические тела; условно-графические изображения – чертежи, проекции, разрезы, сечения; знаковые модели – математические формулы и символы; компьютерные модели – текстовые, графические, звуковые материалы.

Еще одним средством для развития пространственного мышления является система задач, рассмотренная Василенко А.В. в своей статье [6].

О.Н. Орлянская [14] проанализировала трактовки систем задач, представленные российскими учеными-методистами, и выделила следующие их характеристики:

- общность – задачи, объединенные одной идеей (методом решения, кругом используемых понятий, дидактическими назначениями) или темой общего курса, обладающие разным уровнем глобальности;

- способ построения (анalogии, обобщения, конкретизации и другие) – каждая новая задача обобщена предыдущей, конкретизирует ее, является аналогом или ключевой задачей;

- уровень организации – строго детерминированное расположение уровней связей между задачами;

- связность элементов в системе – возможность представить совокупность задач в виде связного графа;

- полнота – совокупность задач включает в себя задачи на все изучаемые понятия, факты, способы деятельности, в том числе мотивационные, подходящие под понятие, на аналогию, следствия из фактов и прочие;

- целевая достаточность – достаточное количество задач для работы в классе и дома; аналогичных задач для закрепления метода решения; задач для индивидуальных и групповых работ разной направленности; задач для самостоятельной, в том числе исследовательской, деятельности учащихся; задач для текущего и итогового контроля с учетом запасных вариантов;

- целевая ориентация – каждая задача имеет свое место и назначение в блоке уроков;

- последовательность расположения, наличие усложнений и разветвлений.

Рассмотрим подходы различных ученых-методистов к составлению систем задач (упражнений, заданий и т.п.), направленных на развитие пространственного мышления или его компонентов.

Для формирования и развития пространственных представлений у обучающихся А. Пардала [15] выделяет такие виды деятельности, как математические игры, задачи на исследование конкретных геометрических фигур и преобразований, конструктивные и прикладные задачи; проекционные и стереометрические задачи, построение сечений, диагностические задания на проверку сформированности пространственных представлений.

Г.Д. Глейзер [], Н.С. Подходова [16], Н.Ф. Четверухин [26], И.С. Якиманская [28] выделили виды задач, направленные на развитие компонентов пространственного мышления:

- задачи, направленные на восприятие, наблюдение, осмысление и запоминание пространственных объектов реального мира и их предметных макетов и изображений;
- распознавание необходимых объектов или изображений среди всех предложенных;
- самостоятельное создание рисунков, чертежей, моделей и их разверток;
- выполнение необходимых измерений, оценивание величины объекта на глаз;
- наблюдение и работа с учебными наглядными пособиями (неподвижными и подвижными);
- решение задач, требуемых мысленного воспроизведения пространственных объектов, определения их признаков, создания новых образов, задачи на изменение положения образа, его структуры или ориентации в пространстве;
- решение геометрических задач на построение;
- решение позиционных и метрических задач на проекционном чертеже.

В работах Е.Н. Кабановой-Меллер [11] и А.Д. Ботвинникова [4] доказывалось, что, работа с графическим материалом, повышает продуктивность умения видеть одну и ту же фигуру с разных позиций, точек зрения. А данное умение необходимо при правильном чтении чертежа потому, что только путем многократного анализа под углом зрения разных проекций можно верно определить форму объекта, изображенного на чертеже. Однако, все это не обеспечивает успешности в оперировании пространственными представлениями.

В исследованиях И. Г. Вяльцева подчеркнута, что под оперированием пространственными образами понимается мыслительная деятельность, которая направлена на работу с данными образами в нужном направлении в зависимости от задачи, их видоизменение и трансформацию, а также получение новых образов на этой основе. Чертеж в данном случае является основным средством графической передачи образов.

Поэтому знание способов изображения пространственных фигур на плоскости создает необходимые базовые умения для воссоздания пространственных образов по восприятию их изображений (чертежей) и выполнения мысленных операций над ними.

Г. Д. Глейзер [8], В. Н. Литвиненко [13] предложили с целью развития пространственного мышления использовать задачи, решаемые по чертежу; на мысленное разбиение объемных фигур по частям; выполнение построения изображений объемных фигур на плоскости; построение сечений пространственных фигур.

Для преодоления трудностей, причиной которых является недостаточно развитое пространственное мышление, вышеперечисленные ученые-методисты предлагают давать теоретический материал по геометрии в виде заданий, требующих построения пространственных фигур и построений на изображениях этих фигур. Такой подход позволяет при обучении геометрии:

- 1) сформировывать пространственное мышление обучающихся, необходимое для более эффективного усвоения теоретических знаний и дальнейшего применения этих знаний на практике;
- 2) сделать учебный предмет наглядным, доступным и интересным для изучения;
- 3) систематизировать полученные знания;
- 4) увеличить вариативность методов обучения и усилить их эффективность.

В исследовании Е.В. Знаменской [9] моделирование имеет особое место в формировании пространственного мышления и его компонентов. Оно заключается в следующем:

1. Процесс создания модели соединяет в себе элементы логического и чувственного, абстрактного и конкретного, общего и единичного, наглядного и ненаглядного мышления. Он выводит предмет изучения из области логики в область предметную, и наоборот, дает информацию, допускающую опытную проверку, измерения и расчеты. Таким образом реализуется связь геометрии с жизнью.

2. Создание модели является высшей формой обобщения теоретических и практических знаний о форме геометрической фигуры и способах ее материального воплощения, включая выполняемые расчеты, построения, изготовления разверток.

3. Модель, сделанная своими руками, доставляет большое эстетическое удовольствие исполнителю. А сам процесс создания позволяет выявлять творческие способности, придумывать оригинальные идеи и способы изготовления.

4. Модель является результатом и средством контроля соответствия воображаемого объекта и оригинала.

5. Процесс изготовления модели включает в себя практически все виды учебной деятельности.

Образы могут представлять собой как реальные объекты окружающего мира, так и геометрические фигуры. Графическими моделями геометрических фигур являются рисунки и чертежи.

Развитие пространственного мышления в процессе обучения геометрии можно начать с любого ее структурного элемента и двигаться в любом направлении. Однако по законам онтогенеза его развитие идет по следующей схеме: реальный объект → образ → геометрическая фигура.

Так как окружающие нас объекты трехмерные, то им соответствуют пространственные геометрические фигуры и пространственные образы.

В результате моделирования можно получить изображение, или развертку, или предметную модель. Одним из элементов моделирования является изображение геометрических фигур и объектов окружающего мира.

Достичь наилучших результатов в развитии навыков моделирования может помочь специально разработанная система задач, ориентированная на обучаемых всех возрастных категорий, использование компьютерных технологий на всех этапах развития и обеспечение использования возможностей моделирования.

Предлагаемая система задач должна включать:

- а) задачи на создание пространственного образа (определенного или неопределенного прообраза), определение его вида и свойств (задача 1);
- б) задачи, в которых требуется установить соответствие между образом и прообразом, или между двумя различными образами (задача 2);
- в) задачи, решение которых начинается с рассмотрения уже определенного образа, и заключается либо в восстановлении прообраза, либо в определении свойств прообраза (задача 3);
- г) задачи на мысленное преобразование пространственных образов (задача 4).

Задача 1. Отмеченные точки – вершины некоторого многогранника (рис.12). Начертите многогранник так, чтобы грань ВСD была видимой, а грань АКО – невидимой.

Задача 2. На рисунке 13а представлена развертка кубика. Определите, изображение какого кубика из представленных на рисунке 13б может быть получено из этой развертки.

Задача 3. Изобразите фигуру, получающуюся при вращении равностороннего треугольника вокруг прямой, параллельной оси треугольника и проходящей через его вершину.

Задача 4. Как могут располагаться в пространстве два отрезка, чтобы их параллельными проекциями были фигуры, изображенные на рисунке 14?

Василенко А.В. [6] рекомендует предлагать обучающимся задачи на развитие пространственного мышления при изучении следующих тематических блоков курса геометрии:

1. Взаимное расположение точек, прямых и плоскостей.
2. Взаимное расположение плоских и пространственных фигур.
3. Многоугольники и многогранники.
4. Тела вращения.
5. Объединение и пересечение фигур. Сечения.
6. Моделирование пространственных фигур.
7. Преобразования плоскости и пространства.
8. Геометрическое место точек (ГМТ).

Таким образом, система заданий на формирование пространственного мышления должна соответствовать выделенным в параграфе характеристикам и содержать в себе следующие задания (задачи):

- Задачи, направленные на исследование конкретных геометрических фигур и преобразований;
- задачи на построение сечений;
- задачи на изображение рисунков, чертежей, моделей и их разверток;
- решение геометрических задач на построение;
- задачи, решаемые по чертежу;
- выполнение построения изображений объемных фигур на плоскости;
- задачи на пространственное представление следующих видов: нахождение нужного объекта из всех предложенных, который соответствует данному изображению; завершение изображения известного объекта по его фрагменту; построение проекций геометрических фигур; построение изображения объекта по его проекциям; создание объекта по его описанию; изготовление модели по ее чертежу, по предъявленному объекту, по

описанию; узнавание и изображение объекта, полученного мысленным изменением с помощью поворота, симметрии, параллельного переноса.

ГЛАВА 2. ПРИМЕНЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЭЛЕКТРОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Электронная информационно-образовательная среда — это системно организованная совокупность информационных и образовательных ресурсов, средств вычислительной техники, информационных, телекоммуникационных технологий, аппаратно-программного и организационно-методического обеспечения, ориентированная на удовлетворение потребностей пользователей в информационных услугах и ресурсах образовательного характера [27].

Электронные образовательные ресурсы (ЭОР) – это наиболее общий термин, объединяющий средства обучения, разработанные и реализуемые на базе компьютерных технологий.

Для формирования пространственного мышления были выделены следующие ЭОР: компьютерные программы, образовательные Интернет-ресурсы, мобильные приложения.

2.1. Обзор возможностей ЭОС для формирования пространственного мышления обучающихся в процессе обучения математике

2.1.1. GeoGebra

GeoGebra (Геогейбра) — это динамическая математическая программа, объединяющая геометрию, алгебру и исчисления. Она была разработана для изучения и преподавания математики в школах Маркусом Гогенвартером (Markus Hohenwarter) и международным сообществом программистов.

Сопоставим возможности данной программы с выделенными выше задачами.

1. Задачи на построение сечений.

В данной программе можно наглядно продемонстрировать как будет проходить сечение в любой геометрической фигуре. Например, в треугольной

призме (рис. 15). С помощью бегунков можно регулировать плоскость сечения. Также можно выбрать построение сечения по точкам (рис. 16).

GeoGebra содержит в себе задания для самостоятельного построения сечения. Пример (рис. 17), построить сечение куба IJK .

2. Исследование конкретных геометрических объектов - фигур и преобразований.

Программа содержит в себе множество различных упражнений. Рассмотрим задание на классификацию четырехугольников (рис. 18). С помощью инструмента линейка необходимо измерить длину сторон и углы фигур, после чего сделать выбор и раскрасить фигуру в нужный цвет.

Также в данной программе имеется теоретический материал по любой из школьных тем, сопровождаемый наглядным материалом. Например, теорема о сумме углов в треугольнике (рис 19).

3. Изготовление рисунков, чертежей, моделей и их разверток.

Именно этой возможности GeoGebra в основном и посвящен данный сайт. Любой документ, созданный с помощью программы, представляет собой двумерное и трехмерное пространство. Создавая объёты на плоскости, получаем двумерные чертежи, создавая в пространстве – трёхмерные.

Пространственные инструменты GeoGebra позволяют строить геометрические тела, их комбинации, проводить плоскость через три заданные точки (либо через две прямые или через прямую и точку), строить сечения и другие дополнительные элементы геометрических тел, проводить измерения, отмечать углы и многое другое. Отдельного упоминания заслуживает функция построения выносных рисунков, благодаря которой можно быстро построить чертеж любого двумерного объекта (например, изобразить отдельно от основного рисунка сечение многогранника или его грань).

4. Решение геометрических задач на построение (фактическое и воображаемое).

Набор заданий (задач) в данной программе небольшой. Она больше направлена на демонстрацию конкретного примера или самостоятельное построение. Есть возможность добавления собственных материалов.

2.1.2. TINKERCAD

Tinkercad – это бесплатная онлайн-программа для 3D-моделирования, которая работает в веб-браузере и отличается простотой и удобством использования.

Е.В. Знаменская подчеркивает роль моделирования в формировании пространственных представлений. Поэтому работа в данной программе способствует формированию пространственного мышления.

Рассмотрим возможности Tinkercad.

Разработчиками предоставлено обучение в 3 уровня:

- стартовые наборы (определяют основные функции 3D-проектирования и связаны с соответствующими уроками для освоения навыков);
- уроки (помогут получить необходимые навыки всего за несколько шагов);
- проекты (содержат понятные инструкции, которые позволят быстро научиться проектировать в 3D).

В основном процесс создания 3D-моделей в Tinkercad сводится к группировке объёмных тел и отверстий. На панели справа находятся доступные формы, которые можно использовать для создания своей модели. По умолчанию показываются основные формы, такие как параллелепипед, цилиндр, сфера и т.п. Но также предоставлены и другие группы объектов: текст и номера, фигуры, соединители и несколько готовых макетов (скелет, динозавр и другое).

Все фигуры можно изменять по размеру и поворачивать (рис.20), как вручную (с помощью точек и стрелок), так и задавая необходимые данные в

числовом виде, а также создавать на любой грани фигуры рабочую плоскость (рис.21), после чего выполнять необходимые построения на ней.

Фигуры можно копировать, объединять с помощью действия «сгруппировать» (рис.21), а также делать отверстия в одной фигуре с помощью другой и действия «отверстие» (рис.22). Есть возможность выровнять фигуры, т.е. поместить одну ровно по центру или на грани.

С помощью данной программы возможно моделировать различные детали, технику, архитектурные сооружения, животных, людей и многое другое (рис.23-24).

2.1.3. КОМПАС-3D

КОМПАС-3D – мощная и универсальная система трёхмерного проектирования, ставшая стандартом для тысяч предприятий, благодаря простоте освоения и широким возможностям твердотельного, поверхностного и прямого моделирования.

Рассмотрим возможности данной системы для применения ее к выделенным задачам.

В среде КОМПАС-3D возможно построение сечения. Сечения в зависимости от размещения их на чертежах разделяются на наложенные и вынесенные. Наложённые сечения располагают на изображении предмета и обводят тонкими линиями. Вынесенные сечения чаще всего располагаются на свободном поле чертежа и обводятся основной линией (рис. 25).

Функционал КОМПАС-3D, позволяет строить чертежи и модели, а также создавать чертеж в Компас 3D по модели детали (рис.26).

Рассмотрим примеры решения школьных геометрических задач на построение с помощью двумерного редактора КОМПАС-3D.

Пример 1. Построить квадрат по точкам *A* и *B* на серединах смежных сторон.

Решение. На рис.27 показаны этапы построения квадрата с указанием необходимых для решения команд.

Пример 2. Построить квадрат $A'EF'G'$, площадь которого вдвое меньше площади квадрата $ABCD$, а вершина F' принадлежит диагонали AC .

Решение. На рис.28 показаны этапы построения квадрата с указанием необходимых для решения команд.

Пример 3. Построить параллелограмм по серединам трех сторон – точкам A, B, C .

Решение. На рис.29 показаны этапы построения квадрата с указанием необходимых для решения команд.

Таким образом КОМПАС-3D, обладая широким спектром возможностей, позволяет решать геометрические задачи любой сложности. А также его применяют в школах для уроков черчения и компьютерной графики.

2.1.4. Мобильные приложения

На данный момент создана масса различных приложений, охватывающие все сферы жизни человека. Рассмотрим те, которые связаны с развитием пространственного мышления.

1. Пифагория

Охватывают такие темы как: длина и расстояние, параллели, равнобедренные треугольники, медианы и средние линии, отражение, перпендикуляры, параллелограммы, трапеции, квадраты, окружности, прямоугольники, центральная симметрия, теорема Пифагора, длина и пропорции, биссектрисы, площадь, вращение и др.

Приложение «Пифагория» содержит в себе задания, направленные на построение фигур и нахождение расстояний на координатной сетке.

На рисунках 30, 31 представлены некоторые из них.

2. Euclidea

Игра включает в себе задания на геометрические построения только с помощью циркуля и линейки. Дополнительная сложность заключается в том, что выполнить решение необходимо за указанное число элементарных построений. Игра содержит подсказки для тех, у кого возникают сложности с

прохождением. Подсказки заключаются в указании последовательности ходов или в полезном для решения факте из геометрии. Сложность повышается с каждым пройденным заданием.

На рисунке 32 представлено одно из заданий.

3. XSection

XSection – это продолжение серии геометрических игр Euclidea/Пифагория. Данная игра включает в себя задачи по следующим категориям: проекции, метод следов, сечения.

Также это интерактивный учебник по стереометрии. С его помощью удобно воспринимать двумерные изображения многогранников, линий и плоскостей из трехмерного пространства. Никаких вычислений, небольшое количество теоретического материала и много практических задач. Одна из них представлена на рис. 33.

Представленные выше электронные ресурсы содержат в себе все необходимые инструменты для реализации учебной деятельности на уроке, а также работая в дистанционном режиме. Все задания направлены на формирование и развитие пространственного мышления.

GeoGebra является хорошим наглядным средством. Его инструменты востребованы при изучении нового материала, например при доказательстве теорем и свойств геометрических фигур, а также при проверке фронтальных самостоятельных работ.

Tinkercad хорошо использовать для организации факультативных занятий. Он прост в использовании, а также имеет курс обучения. Его возможности позволяют смоделировать предмет любой сложности.

КОМПАС-3D широко применяется в школах. В основном для занятий по моделированию и черчению. Также на примерах показано применение данной программы и на уроках геометрии при решении задач на построение.

Мобильные приложения являются хорошим тренажером для самостоятельной деятельности. Также предложенные в них задания удобно

применять на уроке в целях проверочной работы или же для разнообразия учебной деятельности.

Таким образом, при правильном использовании ЭОР обучение становится разнообразнее и интереснее, что так же позволяет мотивировать обучающихся.

2.2. Система заданий, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся с использованием возможностей ЭОС

Перед созданием системы заданий было решено использовать раздел: «Многогранники», тему: «Правильная пирамида».

В рабочей программе по геометрии 10 класса данной теме посвящено 7 часов. После изучения обучающийся должен: уметь изображать правильную пирамиду, выполнять чертежи по условиям задачи, строить простейшие сечения, решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).

Задание 1. Изучите с помощью программы GeoGebra развертку правильной пирамиды, изменяя ее высоту и количество ребер в основании, используя бегунки (рис.34). Дайте ответ на следующие вопросы:

- а) какая фигура лежит в основании?
- б) чем являются боковые грани?
- в) запишите формулу S поверхности четырехугольной правильной пирамиды.

Комментарий. Задание направлено на исследование конкретного геометрического объекта с помощью наблюдения. После выполнения которого, обучающиеся должны сделать выводы о том, что основанием правильной пирамиды является правильный многоугольник, боковые ребра и грани равны между собой, вершина пирамиды проецируется в центр многоугольника.

Задание 2. Посмотрите предложенный видео урок и постройте правильную четырехугольную пирамиду в КОМПАС-3D (рис.35).

Комментарий: Задания на построение формируют и развивают у обучающихся пространственные представления. Данное задание направлено на обучение учащихся работать в программе КОМПАС-3D, а именно как выполнить построение правильной пирамиды.

Задание 3. Постройте пятиугольную и шестиугольную правильную пирамиду, основываясь на задании 2.

Комментарий. Задание выполняется с помощью тех же инструментов, отличие заключается только в построении основания правильной пирамиды. Построение начинается с основания, после чего создается вторая плоскость, на которой отмечается вершина, и используя функцию выдавливания получаем пирамиду. Таким образом осуществляется связь между планиметрией и стереометрией, что обеспечивает развитие пространственного мышления.

Задание 4. Постройте правильную пирамиду с заданными характеристиками, где n – количество ребер в основании, h – высота пирамиды в см, a – длина стороны основания в см.

а) $n = 3, h = 10, a = 5$;

б) $n = 4, h = 13, a = 8$;

в) $n = 6, h = 15, a = 4$.

Комментарий. Задание направлено на обучение учащихся выполнять построения с заданными величинами. Что в дальнейшем поможет решать необходимые задачи.

Задание 5. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды образует угол в 60° с плоскостью основания. Найдите площадь поверхности пирамиды, если боковое ребро равно 12 см. Решите задачу и выполните проверку с помощью КОМПАС-3D.

Комментарий. Задача включает в себя работу с проекцией, что помогает развивать пространственное мышление обучающихся.

Задание 6. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания

равен 60° . Найдите боковой ребро пирамиды. Решите задачу и выполните проверку с помощью КОМПАС-3D.

Комментарий. Решение геометрической задачи связано с необходимостью воспроизведения в памяти образа геометрической фигуры, соответствующей условию задачи, и с целесообразностью построения ее графической модели. В задаче применяется теорема о трех перпендикулярах.

Задание 7. Выполните все задания в мобильном приложении XSection в разделе пирамида. При затруднении воспользуйтесь глоссарием приложения, нажав на знак вопроса.

- а) Постройте правильную пирамиду, в основании которой лежит квадрат (рис.36);
- б) Укажите все ребра пирамиды, скрещивающиеся с данным (рис. 37);
- в) Укажите все ребра пирамиды, скрещивающиеся с данным (рис. 38);
- г) Укажите все точки, не являющиеся точками пересечения ребер пирамиды (рис.39).

Комментарий. Завершение изображения известного объекта по его фрагменту является еще одним заданием на формирование пространственных представлений, как и нахождение необходимых частей данной фигуры. Также данные задания являются первым шагом к изучению сечения правильной пирамиды.

Задание 8. Изучите с помощью программы GeoGebra сечение правильной пирамиды, меняя положение плоскости сечения и уровень наклона (рис.40, 41).

Задание 9. Выполните следующие задания в мобильном приложении XSection в разделе сечения, диагональные сечения. При затруднении воспользуйтесь глоссарием приложения, нажав на знак вопроса.

- а) Постройте сечение пирамиды, проходящее через данные точку и отрезок (рис.42);
- б) Постройте все диагональные сечения пирамиды (рис.43).

Комментарий. Задания на построение сечений являются одним из основных средств для формирования пространственных представлений обучающихся.

Задание 10. Постройте правильную треугольную пирамиду в КОМПАС-3D. Как располагаются между собой скрещивающиеся прямые. Докажите, ваш вывод.

Комментарий. Задачи, в которых плоские объекты располагаются различным образом в пространстве, позволяют рассматривать решение с разных точек отсчета, что ведет к развитию умения обучающихся оперировать образами. Программа обеспечит наглядность и свободу действий (дополнительное построение, измерение, перенос и т.д.).

Задание 11. В правильной пирамиде $MABCD$ точки K , L и N лежат соответственно на ребрах BC , MC и AD , причем $KN \parallel BA$, $KL \parallel BM$. Выполните чертеж к задаче в КОМПАС-3D и с его помощью: а) Постройте сечение пирамиды плоскостью KLN и определите вид сечения. б) Докажите, что плоскость KLN параллельна плоскости ABM .

Задание 12. Аналогично заданию 11 с помощью КОМПАС-3D решить следующую задачу. Основанием пирамиды, высота которой 2 дм, а боковые ребра равны друг другу, является прямоугольник со сторонами 6 дм и 8 дм. Найдите площадь сечения, проведенного через диагональ основания параллельно боковому ребру.

Комментарий. Задания 11 и 12 являются завершающими. Они направлены на проверку приобретенных умений.

Задание 13 (Творческое задание). С помощью программы TINKERCAD смоделировать объект, состоящий из правильных пирамид и других, ранее изученных геометрических фигур. Примеры объектов: архитектурное сооружение, животное, автомобиль, воображаемый (выдуманый) предмет и так далее.

Комментарий. Самостоятельный процесс создания модели позволяет раскрыть в обучающихся творческий потенциал, вызвать интерес к обучению.

Моделирование является основой для развития пространственного мышления обучающихся, что было доказано ранее. Поэтому задание 13 имеет место в данной совокупности задач и является завершающим.

Все вышеприведенные задания направлены на освоение темы «Правильная пирамида», расположены в порядке возрастания по сложности, и каждая последующая задача требует от обучающихся знаний и умений, полученных в процессе решения предыдущих.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время в России компьютерные технологии занимают все больше места в образовательном процессе, значительно повышая его эффективность. Поэтому выпускная квалификационная работа посвящена проблеме формирования пространственного мышления обучающихся с помощью ЭОС.

В первой главе описаны особенности формирования пространственного мышления, его роль в образовательной и профессиональной сферах деятельности человека. Выделен список заданий, направленный на формирование пространственных представлений.

Во второй главе представлены возможности таких программ как GeoGebra, TINKERCAD и КОМПАС-3D, а также мобильных приложений «Пифагория», «Euclidea» и «XSection» с целью применения их в образовательном процессе на уроках геометрии. Разработана система заданий по теме «правильная пирамида», с использованием описанных ресурсов и состоящая из задач, выделенных в первой главе.

Таким образом задачи решены в полном объеме, а поставленная цель достигнута.

Разработанную систему задач можно применять в общеобразовательных учреждениях.

Также с помощью представленных ЭОР можно осуществлять работу по следующим тематическим блокам курса геометрии:

1. Взаимное расположение точек, прямых и плоскостей.
2. Взаимное расположение плоских и пространственных фигур.
3. Многоугольники и многогранники.
4. Тела вращения.
5. Объединение и пересечение фигур. Сечения.
6. Моделирование пространственных фигур.
7. Преобразования плоскости и пространства.
8. Геометрическое место точек (ГМТ).