

Министерство просвещения Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное общеобразовательное учреждение
высшего образования

«Уральский государственный педагогический университет»

Институт математики, физики, информатики и технологий

Кафедра высшей математики и методики обучения математике

Формирование конструктивных умений обучающихся в курсе геометрии

Выпускная квалификационная работа

Работа защищена
на отметку «_____»
«___»_____ 2019 г.

Исполнитель:
студентка 4 курса
группы МАТ-1601
Казакова Е.С.

Научный руководитель:
кандидат педагогических наук,
доцент кафедры высшей
математики и методики
обучения математике
Аввакумова И. А.

Екатеринбург 2020 г.

Введение

Одним из компонентов Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования является овладение предметными и метапредметными знаниями и умениями обучающимся, в числе которых выделены владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах, умение распознавать их на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием [14]. Данные требования могут быть реализованы посредством сформированности у обучающихся конструктивных умений. В связи с этим, на сегодняшний день, проблема их формирования является особо актуальной.

Объект исследования: процесс обучения математике обучающихся средней школы.

Предмет исследования: совокупность заданий для формирования конструктивных умений при решении задач на построение.

Цель курсовой работы: проанализировать возможность формирования конструктивных умений обучающихся в процессе обучения математике и выделить средства для их формирования.

Задачи, необходимые для достижения цели:

1. Проанализировать методическую литературу с целью определения понятия конструктивных умений и понятия задачи на построения.
2. Выделить средства для формирования конструктивных умений у обучающихся на уроках математики.
3. Сформулировать требования к заданиям при решении задач на построения.
4. Проиллюстрировать на примере возможные задания при решении задач на построения.

Глава 1. Психолого-педагогические основы формирования конструктивных умений у обучающихся в курсе геометрии.

Пункт 1.1. Определение понятия конструктивных умений и их классификация.

Понятие «конструктивные умения» в отечественной психолого – педагогической литературе чаще всего фигурирует с точки зрения умений педагогических или умений обучающихся дошкольного возраста. Для категории детей среднего и старшего школьного возраста определение данного понятия, в большинстве случаев, сводится к определению умений выполнять чертёж и решать геометрические задачи на построение.

Рассмотрим подходы к определению конструктивных умений дошкольников, различных категорий школьников, к определению конструктивной деятельности и в общем смысле конструирования. И с помощью контент - анализа уточним определение понятия «конструктивные умения обучающихся среднего и старшего школьного возраста».

Различные авторы рассматривают одни и те же понятия с разных точек зрения. Так, В. Г. Нечаева определяет конструирование как создание построек из деталей строительного материала, конструктора, изготовление игрушек и поделок из бумаги, картона, дерева, деталей различных конструкторов и другого материала [8. с. 21].

Л.А. Парамонова в автореферате диссертации выделяет определение понятия конструирования: под детским конструированием принято понимать создание ребенком конструкций, моделей из различных материалов, которые и определяют вид конструирования. Л.А. Парамонова также отмечает, что в широком понимании самого термина "конструирование", произошедшего от латинского слова "construere" и означает построение, приведение в порядок, в определенное взаимоотношение отдельных предметов, частей, элементов. Все это позволяет нам рассматривать конструирование не только как средство создания конкретных изделий, но и как деятельность, внутри которой

формируется общая способность по выстраиванию целостностей различного типа [10].

По мнению создателей образовательной программы «Развитие» Л. А. Венгера, О. М. Дьяченко, Н. С. Баренцевой и др. «конструирование является одним из важнейших и интереснейших видов детской деятельности...Конструктивная деятельность, несомненно, важна в общем умственном развитии ребенка, поскольку способствует становлению важнейшего умственного действия – наглядного моделирования. Конструирование развивает способность воспринимать такие внешние свойства предметного мира, как форма, пространственные и размерные отношения, понимать некоторые существенные зависимости структуры предмета от его функции, создавать новые, оригинальные образы.» Авторы, в частности, выделяют художественное конструирование и определяют его как «конструирование из плоских элементов конструктора (разнообразных по форме, размеру, цвету геометрических фигур, имеющих четкую геометрическую форму квадрата, треугольника, четырехугольника и др. и скрепляющихся с помощью ворсистой поверхности ткани) – является синтетической деятельностью, которая более всего схожа с сюжетной игрой, рисованием, аппликацией, но не приравнивается к ним. Конструирование изображения происходит путем соединения между собой геометрических фигур для передачи основных частей и деталей изображаемых объектов» [3].

А. Н. Давидчук в своём труде «Развитие у дошкольников конструктивного творчества» определяет детское конструирование как установление пространственного расположения элементов предмета и подчинение его определённой логике. Вместе с тем акцентирует внимание на понятии конструктивное творчество, что, по мнению автора, представляет сложный комплекс умственных и практических действий. А. Н. Давидчук выделяет два основных этапа, таких как: этап замысла и этап его практической реализации. На этапе замысла у ребёнка формируется представление о конечном результате предмета деятельности и способах его достижения. Конструктивный замысел рождается в процессе умственной деятельности

ребёнка. Сравнение, анализ, синтез уже известных конструкций лежат в основе замысла. На этапе практической реализации непосредственно происходит создание предмета замысла. Также А. Н. Давидчук, используя в своих исследованиях идеи Н. Н. Поддьякова и З. В. Лиштван, выделяет два основных вида конструирования: конструирование по образцу и «по условиям». В конструировании по образцу ребёнок отображает реальный предмет или его изображение. В конструировании «по условию» ребёнок создаёт предмет в соответствии с требованиями, которым должна отвечать постройка. Задачи конструирования в данном случае выражаются через условия и носят проблемный характер, поскольку способов их решения не дается. В процессе такого конструирования у детей формируется умение анализировать условия и на основе этого анализа строить свою практическую деятельность достаточно сложной структуры [4].

Анализ толковых и психолого – педагогических словарей показал, что понятия конструктивная деятельность, конструктивные умения не имеют четко-регламентированных определений. Единственное, что определяется в данных источниках, это определения более широких понятий как «умения», «деятельность», «конструирование».

Умение – способность делать что-нибудь, основанное на знании, опытности, навыке [13].

Умение – подготовленность к практическим и теоретическим действиям, выполняемым быстро, точно, сознательно, на основе усвоенных знаний и жизненного опыта У. формируется путем упражнений и создает возможность выполнения действия не только в привычных, но и в изменившихся условиях [11].

Конструирование (в пед.) – создание новых дидактических материалов, новых форм и методов организации пед. процессов [6].

Конструирование (лат. *construe* – создаю, строю) – процесс создания модели, машины, сооружения, технологии с выполнением проектов и расчетов. К. в учебном процессе – средство углубления и расширения полученных теоретических знаний и развития творческих способностей, изобретательных

интересов и склонностей учащихся. Различают К.: умственное (система мыслительных операций); графическое (выполнение эскизов, рисунков, чертежей, позволяющих конкретизировать и детализировать проект); предметно-манипулятивное (моделирование) [7].

Деятельность — форма психической активности личности, направленная на познание и преобразование мира и самого человека. Д. состоит из более мелких единиц — действий, каждому из которых соответствует своя частная цель или задача. Д. включает в себя цель, мотив, способы, условия, результат. Деятельность ведущая — деятельность, под влиянием которой происходят главнейшие изменения в психике ребенка, подготавливающие его переход к новой, высшей ступени развития [6].

Вопросами вывода определений конструктивной деятельности и конструктивных умений также занимались Л.Л. Тухолко, И.А. Аввакумова и Е.С. Казакова.

Л.Л. Тухолко определяет конструирование, как процесс выбора, комбинирования и соединения объектов, результатом которого является конструкция – совокупность объектов, представляющая собой единый (целостный) объект [12].

По мнению автора, конструктивная деятельность - «деятельность по созданию объекта методом конструирования». При этом, Л.Л. Тухолко ярко подчеркивает отличие конструктивной и творческой конструктивной деятельности, определяя и второе понятие как «конструктивная деятельность по созданию нового по замыслу объекта» [12].

Под конструктивными умениями Л.Л. Тухолко понимает способность целенаправленно выполнять каждое из конструктивных действий. Если процесс конструирования осуществляется в качестве отдельного действия, то выбор, комбинирование и соединение объектов являются операциями. Способность целенаправленно выполнять действие конструирования назовем умением конструировать [12].

И.А. Аввакумова и Е.С. Казакова при определении понятия конструктивных умений опирались на определение понятия конструктивной

деятельности, сформулированного Павелків, Р.В как практической деятельности субъекта, направленной на получение определенного, заранее задуманного реального продукта, соответствующего его функциональному назначению и понятия конструирования (от латинского слова *construere*) - приведение в определенное взаимоположение различных частей, элементов, предметов. [9,5].

В данной статье авторы определили конструктивные умения как умения приводить отдельные части/элементы/предметы в их определённое взаиморасположение [1].

Анализ литературы показал, что авторы по-разному определяют понятие конструктивных умений, при этом отождествляют их с такими понятиями как «конструктивная деятельность» и «конструирование».

Следует отметить, что из приведенных определений только Л.Л.Тухолко разграничивает данные понятия и дает определение каждому.

Для уточнения понятия «конструктивные умения» проведем контент-анализ приведенных определений. (Таблица 1)

Таблица 1

Контент-анализ определений понятий

| Определение | Ключевые слова | | | | | | | | | | |
|---|-----------------------|---------|----------|-----------------------------|--------------------------|-----------|--|----------------|---|---------------|--------------------|
| | создание/изготовление | процесс | средство | конструктивная деятельность | в основании знание/навык | результат | способность воспринимать внешние свойства предметного мира | сознательность | наличие конкретного метода деятельности | целеполагание | способность умение |
| В.Г. Нечаева [8] (конструирование) | + | | | | | + | | | | | |
| Л.А. Парамонова [10] (конструирование) | + | | + | | | + | | | | | |
| Л. А. Венгер, О.М.Дьяченко Н.С.Баренцева и др. [3] (конструирование) | + | | | | | + | + | | | | |

Продолжение таблицы 1

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|---|--|---|---|--|--|--|
| Коджаспирова Г.М. Коджаспиров А.Ю.[6] (конструирование) | + | | | | | | | | | | | |
| В.А. Мижериков [7] (конструирование) | + | + | + | | | | | | | | | |
| Л.Л. Тухолко [12] (конструирование) | | + | | | | + | | | | | | |
| Т.А. Иванина [5] (конструирование) | | | | | | + | | | | | | |
| Л.Л. Тухолко [12] (конструктивная деятельность) | | | | + | | | | | + | | | |
| Р.В. Павелків [9] (конструктивная деятельность) | | | | + | | + | | + | | | | |

Продолжение таблицы 1

| | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|---|---|---|--|--|--|--|---|---|
| Д.Н. Ушаков [13] (умение) | | | | + | + | | | | | | | |
| Л.Л. Тухолко [12] (конструктивные умения) | | | | | | | | | | | + | + |
| И.А. Аввакумова и Е.С. Казакова [1] (конструктивные умения) | | | | | | + | | | | | | + |

При анализе различных определений понятия «конструирование» посредством контент-анализа, наиболее полным оказалось определение Л.А. Парамоновой. Уточним это определение:

Конструирование – процесс создания обучающимся конструкций, моделей из различных материалов. Деятельность, посредством которой формируется общая способность по выстраиванию целостностей различного типа, а также происходит развитие способности воспринимать такие внешние свойства предметного мира, как форма, пространственные и размерные отношения, понимание некоторых существенных зависимостей структуры предмета от его функций, создание новых, оригинальных образов.

Определение понятия «конструктивная деятельность» синтезируем из двух определений, предложенных Тухолко Л.Л. и Павелків, Р.В.

Конструктивная деятельность – деятельность субъекта, направленная на получение определенного, заранее задуманного реального продукта методом конструирования, соответствующего его функциональному назначению.

Основываясь на вышесказанном, сформулируем определение понятия «конструктивные умения».

Конструктивные умения – способность целенаправленно выполнять каждое из конструктивных действий основанное на знании, опытности, навыке.

Рассмотренные понятия можно наглядно соотнести в виде кругов Эйлера (Рисунок 1):

Рисунок 1. Соотнесение понятий «конструирование», «конструктивная деятельность», «конструктивные умения».

Также выделяют типы конструктивных умений в зависимости от поставленных целей и задач, такие как умение выполнять конструктивную деятельность по:

- образцу;

- данным условия;
- замыслу [9].

При изучении предметной области «математика» могут быть реализованы все представленные типы конструктивных умений. Так, например, учитель может дать обучающимся задание построить треугольник по трём сторонам. При этом решая данную задачу, школьники будут выполнять конструктивную деятельность по данным условия, в результате которой они получают конечный искомый объект - треугольник. При анализе других типов задач данной предметной области, разрешающихся конструктивным путём, нетрудно заметить, что результатом их решения могут быть не только конечные объекты. В частности, решая задачи на доказательство результатом деятельности обучающихся будет построение полной процедуры доказательства.

На основе вышесказанного конструктивные умения обучающихся можно также классифицировать в зависимости от конечно результата. [1]:

- умение осуществлять конструктивную деятельность, результатом которой является система элементов и др.;
- умение осуществлять конструктивную деятельность, результатом которой является конечный объект;
- умение осуществлять конструктивную деятельность, результатом которой является какая-либо процедура.

Пункт 1.2. Средства для формирования конструктивных умений

Математика как учебный предмет, за счёт своего содержания, даёт большие возможности для формирования конструктивных умений у обучающихся. Однако перед учителем стоит задача в выборе методов и средств, для включения обучающихся в конструктивную деятельность, направленную на формирование соответствующих умений.

Анализ литературы (Тухолко Л.Л., Павелків, Р.В., Давидчук А.Н. и др.) позволил выделить следующие средства для формирования конструктивных умений обучающихся в процессе обучения математике:

- доказательство теорем;
- работа с текстом;
- построение геометрических фигур;
- построение графиков, диаграмм;
- построение алгоритмов решения задач и др.

Предметное содержание конструктивной деятельности определяется типом конструируемых объектов. В частности, при обучении геометрии можно выделить следующие компоненты этой деятельности: пространственный (конструирование пространственных образов геометрических фигур); графический (конструирование графических моделей геометрических фигур); абстрактный (конструирование геометрических фигур); логический (конструирование предложений, отражающих геометрические суждения); символичный (конструирование символических моделей геометрических предложений) и деятельностный (конструирование способов решения геометрических задач) [12]. Задачи, которые могут быть решены с помощью конструктивной деятельности обучающихся, будем называть конструктивными задачами.

Чаще всего под конструктивными задачами в предметной области математика понимаются задачи на построение геометрических фигур.

Пункт 1.3. Задачи на построение. Определение. Виды задач на построение.

Для уточнения понятия задачи на построение рассмотрим подходы нескольких авторов к его определению.

А.Д. Блинков и Ю.А. Блинков под задачей на построение понимают задачу, в которой требуется построить геометрический объект, используя только циркуль и линейку.

Также под задачей на построение понимают некоторое математическое предложение, которое указывает по каким данным и какими инструментами и какой геометрический образ необходимо найти так, чтобы этот образ удовлетворял всем условиям.

Задачей на построение называется изложение некоторого требования построить геометрическую фигуру, которая находится в указанных отношениях к некоторым давним фигурам, отношения между которыми также указаны.

Под геометрической задачей на построение автор понимает математическую задачу, которая решается «конструктивно», при этом постановка задачи и возможность ее решения непосредственно зависят от набора инструментов, который может быть использован для выполнения построений.

Задачей на построение называется задача, в которой требуется построить геометрический объект, пользуясь только двумя инструментами: циркулем и линейкой [2].

Задача на построение – задача, в которой требуется построить наперед указанными инструментами, определенную фигуру, если указана некоторая другая фигура и даны соотношения между элементами искомой фигуры и элементами данной фигуры.

С целью уточнения определения понятия «задача на построение», проведем контент-анализ представленных определений. Для этого определим следующие критерии сравнения состава определений (Таблица 2):

- наличие инструментария, при решении задачи;
- наличие соотношения между данными и искомыми фигурами;
- род задачи;
- уточнение конечной цели.

Контент-анализ определений понятия «задача на построение»

| Критерии Определения | наличие инструментария, при решении задачи | наличие соотношения между данными и искомыми фигурами | род задачи | уточнение конечной цели |
|-----------------------------|---|---|------------|-------------------------|
| Блинков А.Д. и Блинков Ю.А. | + | - | - | + |
| Воистинова Г.Х. | + | - | + | + |
| Аргунов Б.И., Балк М.Б. | - | + | - | + |
| Баранова Л.Н. | + | - | + | - |
| Адлер А. | + | - | - | + |
| Аргунов Б.И., Балк М.Б. | + | + | - | + |

Таким образом, на основе проведенного контент-анализа можно говорить о том, что среди выбранных определений понятия «задача на построение» нет формулировки, которая содержит все выделенные аспекты. Наиболее полным определением является определение Аргунова Б.И. и Балка М.Б., но оно не содержит уточнение о роде задачи на построение.

Исходя из вышесказанного можем уточнить определение понятия «задача на построение».

Задачей на построение назовем конструктивную задачу, в которой требуется построить наперед указанными инструментами, определенную фигуру, если указана некоторая другая фигура и даны соотношения между элементами искомой фигуры и элементами данной фигуры.

Рассмотрим подробно возможность формирования конструктивных умений в процессе работы с задачей на построения.

В литературе ([2], [3]) выделяют следующие этапы решения задач на построения:

1. Анализ.

На этапе анализа предполагается, что задача решена и фигура построена. После чего делается схематический рисунок. Полученное изображение анализируется с целью выявления алгоритма построения.

2. Построение.

На данном этапе пошагово реализуется найденный в первом пункте решения задачи алгоритм. При этом каждый шаг последовательно фиксируется.

3. Доказательство.

При доказательстве устанавливается соответствие результатов построения условию задачи, при помощи аксиом и теорем.

4. Исследование.

На этапе исследования необходимо установить область возможных решений задачи. То есть определить при каких соотношениях исходных данных задача имеет решение и сколько всего решений имеет задача.

Классификации геометрических задач на построение можно видеть у многих авторов методической литературы по математике ([2], [3], и др.). Так, например, Август Адлер непосредственно говорит о том, что «геометрические задачи на построение могут быть рассматриваемы с различных точек зрения и сообразно с этим разделяются на классы».

Таким образом, на основе его работы «Теория геометрических построений» можно выделить следующие классификации:

в зависимости от свойств построенной на втором этапе фигуры:

- визуальные;
- метрические.

в зависимости от степени уравнения, получаемом при решении задачи:

- алгебраические
 - а) первой степени;
 - б) второй степени;
 - в) третьей степени и т.д.

- трансцендентные.

по роду кривых, которые чертятся при решении:

- решаемые с помощью проведения одних прямых линий;
- решаемые с помощью проведения одних окружностей;
- решаемые с помощью проведения прямых линий, окружностей и одной конхоиды и т.д.

в зависимости от инструмента с помощью которого решается задача:

- с помощью одной линейки;
- с помощью одного циркуля;
- с помощью циркуля и линейки;
- с помощью эллиптического циркуля;
- с помощью интеграла Абданк - Абакановича и др.

Также конструктивные задачи можно классифицировать в зависимости от методов их решения [3]:

- метод геометрических мест;
- метод геометрических преобразований
 - a) метод центральной симметрии;
 - b) метод осевой симметрии;
 - c) метод параллельного переноса;
 - d) метод поворота;
 - e) метод подобия;
- метод алгебраического анализа.

Формирование конструктивных умений обучающихся происходит в процессе целенаправленной конструктивной деятельности. Представим модель структуры конструктивной деятельности, предложенной Тухолко Л.Л. [12]. (Рисунок 2)

Жизнедеятельность

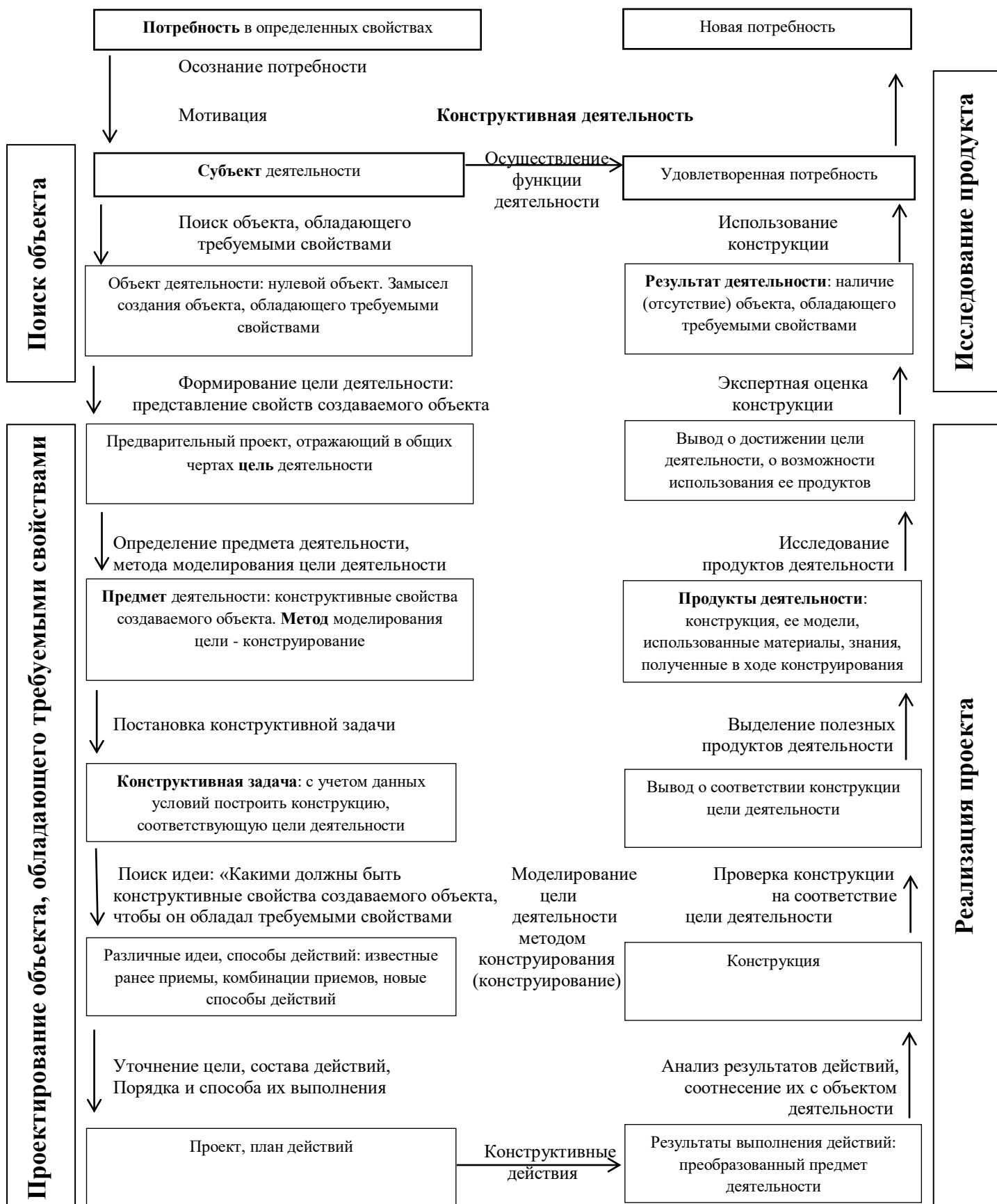


Рисунок 2. Модель структуры конструктивной деятельности.

Приведем сопоставление этапов решения задач на построение, элементов структуры конструктивной деятельности и конструктивных умений в зависимости от конечного результата. (Таблица 2)

Таблица 3

Сопоставление этапов решения задач на построение, элементов структуры конструктивной деятельности и конструктивных умений в зависимости от конечного результата

| Элементы структуры конструктивной деятельности | Этапы решения задач на построение | Конструктивные умения в зависимости от конечного результата |
|---|-----------------------------------|--|
| Замысел и поиск объекта, обладающего требуемыми свойствами. Предварительный проект, отражающий в общих чертах цель деятельности Определение конструктивных свойств создаваемого объекта, с целью его построения в соответствии с планом действий | Анализ | Умение осуществлять конструктивную деятельность, результатом которой является какая-либо процедура |
| Построение методом конструирования объекта, обладающего требуемыми свойствами, в соответствии с планом действий | Построение | Умение осуществлять конструктивную деятельность, результатом которой является конечный объект; Умение осуществлять конструктивную |

Продолжение таблицы 2

| | | |
|---|----------------|---|
| | | деятельность, результатом которой является система элементов |
| Анализ результатов действий, соотнесение их с объектом деятельности. Проверка конструкции на соответствие цели деятельности и формулирование вывода о соответствии конструкции цели деятельности | Доказательство | Умение осуществлять конструктивную деятельность, результатом которой является какая-либо процедура |
| Вывод о достижении цели деятельности, о возможности использования ее продуктов. Определение результата деятельности: наличие (отсутствие) объекта, обладающего требуемыми свойствами | Исследование | Процедура |

Заметим, что элементы структуры конструктивной деятельности можно однозначно поставить в соответствие этапам решения задач на построения, по содержанию деятельности, а также определить соответствующие конструктивные умения в зависимости от результата.

Таким образом, задачи на построение обладают арсеналом для формирования конструктивных умений обучающихся.

Выводы по главе 1

В первой главе был проведен анализ методической литературы, в процессе которого были рассмотрены различные подходы к определению ключевых понятий работы («конструирование», «конструктивная деятельность» и «конструктивные умения») с целью их дальнейшего уточнения посредством контент-анализа. В следствие чего было обосновано использование задач на построение как возможного средства для формирования конструктивных умений. Также в главе приведена классификация конструктивных умений обучающихся, в зависимости от конечно результата и рассмотрены теоретические и методические основы геометрического раздела «задачи на построения». Выделены возможные средства для формирования конструктивных умений обучающихся в процессе обучения математике. На основе проведенного сопоставления этапов решения задач на построение, элементов структуры конструктивной деятельности, выделенной Тухолко Л.Л. и конструктивных умений в зависимости от результата, получено следующее заключение: элементы структуры конструктивной деятельности можно однозначно поставить в соответствие этапам решения задач на построения, по содержанию деятельности, а также определить соответствующие конструктивные умения в зависимости от результата. Проведенное сопоставление позволило сдать вывод, что, задачи на построение обладают арсеналом для формирования конструктивных умений обучающихся.

Глава 2. Использование задач на построения при формировании конструктивных умений у обучающихся на уроках геометрии

Пункт 2.1. Требования к заданиям при решении задач на построения при формировании конструктивных умений

Основным средством формирования конструктивных умений при обучении математике является вариативность заданий, направленных на выполнение различных видов деятельности. Именно выполнение всего пооперационного состава конструктивной деятельности обучающимися в процессе обучения будет способствовать успешному формированию у них соответствующих умений.

Таким образом, при обучении математике, в частности, в процессе решения задач на построение, возможно использование учебных заданий для формирования конструктивных умений. Внедрение учебных заданий учителем в процесс решения задач на построение будет эффективным, если задания будут способствовать выполнению обучающимися всех элементов структуры конструктивной деятельности.

В соответствии с вышесказанным можем сформулировать следующие требования к учебным заданиям при решении задач на построение (при этом будем учитывать, что элементы структуры конструктивной деятельности можно однозначно поставить в соответствие этапам решения задач на построение, по содержанию деятельности, а также определить соответствующие конструктивные умения в зависимости от результата):

1. На этапе анализа требуется *определить объект, обладающий заданными свойствами.*

Учебные задания на данном этапе должны способствовать установлению связей обучающимися между данными и искомыми фигурами. Тем самым, в процессе выполнения анализа, обучающиеся, с учетом

выделенных данных, смогут определить замысел создания объекта, обладающего требуемыми конструктивными свойствами.

2. На втором этапе осуществляется построение объекта, обладающего требуемыми свойствами, методом конструирования, в соответствии с планом действий, которым является первый пункт решения задачи.

Учебные задания должны помочь обучающимся на данном этапе выделить, на основе проведенного анализа поэтапный план действий по построению требуемого объекта и, в соответствии с выделенным планом действий, построить конструкцию, которая будет соответствовать цели деятельности.

3. На следующем этапе необходимо проверить полученную конструкцию на соответствие цели деятельности.

На третьем этапе, учебные задания должны способствовать проведению обучающимися анализа результатов проведенных действий, и соотнесению их с объектом деятельности. Учитель на данном этапе, при возникновении у обучающихся трудностей, может задать наводящие вопросы, имеющие следующую структуру:

- a. Какими свойствами должен обладать построенный нами объект?
- b. Что необходимо доказать, чтобы...?
- c. Каким образом можно доказать, что...?
- d. Достаточно ли только того факта, что ..., чтобы доказать, что...?

4. На последнем этапе исследования при решении задачи на построение необходимо *сделать вывод о возможности достижения цели деятельности, а также определить результат деятельности: наличие (отсутствие) объекта, обладающего требуемыми свойствами.*

Учебные задания последнего этапа решения задач на построение должны помочь обучающимся сделать вывод о возможности достижения

цели деятельности, в частности рассмотреть различные варианты взаимного расположения геометрических фигур.

Пункт 2.2. Совокупность возможных заданий для формирования конструктивных умений в процессе решения задач на построение.

На основе положений, сформулированных в 1 главе и пункте 2.1., проиллюстрируем организацию деятельности обучающихся с применением возможных заданий для формирования конструктивных умений в процессе решения задач на построение.

Задача 1. Построить треугольник по стороне и двум высотам, проведенным к другим двум сторонам.

Первым этапом решения задачи на построение является анализ.

I. На данном этапе требуется *определить объект, обладающий заданными свойствами.*

Совместно с учителем обучающиеся предполагают, что такой треугольник (*объект с заданными свойствами*) существует и построен. Фигура изображается на доске и фиксируется в тетрадях. (Рис.3)

Рисунок 3. Треугольник, удовлетворяющий условию задачи

Учитель совместно с обучающимися вводят дополнительные обозначения: вершины треугольника буквами А,В,С, сторону ВС буквой а ($[BC]=a$), а высоты BB_1 и CC_1 , h_b и h_c соответственно.

Таким образом, перед обучающимися появился *предварительный проект, отражающий в общих чертах цель деятельности.*

Учебные задания на данном этапе должны способствовать установлению связей обучающимися между данными и искомыми фигурами. Тем самым, в процессе выполнения анализа, обучающиеся, с учетом выделенных данных, смогут определить замысел создания объекта, обладающего требуемыми конструктивными свойствами.

В данном случае возможно использование следующего учебного задания:

Расставьте этапы выполнения анализа в правильном порядке:

1. Определить, что точки C_1 и B_1 принадлежат пересечению окружностей.
2. Выяснить пересечением каких лучей может быть получена точка А.
3. Обозначить получившиеся окружности.
4. Сделать вывод о возможности построения окружностей.
5. Определить каким фигурам принадлежат точки C_1 и B_1 .

Учитель с помощью наводящих вопросов помогает обучающимся *установить связь* между данными и искомыми фигурами:

Тем самым, в процессе выполнения анализа, обучающиеся, с учетом выделенных данных, *определяют замысел создания объекта, обладающего требуемыми конструктивным свойствами.*

II. Вторым этапом решения задачи является построение.

На данном этапе осуществляется *построение объекта, обладающего требуемыми свойствами, методом конструирования, в соответствии с планом действий*, которым является первый пункт решения задачи.

Учитель вызывает к доске одного из обучающихся и дает ему задание: выделить, на основе проведенного анализа поэтапный план действий по построению требуемого объекта.

Обучающийся пишет на доске соответствующий план:

- 1) $BC=a$;
- 2) ω с диаметром BC ;
- 3) $\omega_1(C, h_c), \omega_2(B, h_b)$;
- 4) $C_1 = \omega \cap \omega_1(C, h_c), B_1 = \omega \cap \omega_2(B, h_b)$;
- 5) $[BC_1), [CB_1)$;
- 6) $A = [BC_1) \cap [CB_1)$;
- 7) $\triangle ABC$.

Другие обучающиеся фиксируют данный план в тетради.

Учитель даёт задание всем обучающимся: самостоятельно, *в соответствии с выделенным планом действий*, построить конструкцию, которая будет соответствовать цели деятельности.

Далее можно дать следующее задание:

Отметить букву, под которой изображение, удовлетворяющее полученному плану построения (Рис.4, Рис.5, Рис.6):

А)

Рисунок 4. Вариант «А»

Б)

Рисунок 5. Вариант «Б»

В)

Рисунок 6. Вариант «В»

III. Третьим этапом решения задачи на построение является доказательство.

На данном этапе необходимо *проверить полученную конструкцию на соответствие цели деятельности*.

Обучающиеся, с помощью наводящих вопросов учителя, *проводят анализ результатов проведенных действий, и соотносят их с объектом деятельности*.

Учитель задаёт обучающимся следующие наводящие вопросы:

- Какими свойствами должен обладать построенный нами объект?

Обучающиеся отвечают, что построенная конструкция должна являться треугольником, у которого задана одна сторона, и проведены две высоты заданной длины, прилежащие к двум другим сторонам треугольника.

- Определена ли по условию хотя бы одна из трёх сторон треугольника?

Обучающиеся отвечают, что да, это отрезок $[BC]$ равный «а» по построению.

- Что необходимо доказать, чтобы отрезки h_b и h_c были высотами?

Обучающиеся делают вывод, что отрезки h_b и h_c будут высотами в треугольнике, если будет доказано, что углы $\angle CC_1B = \angle BB_1C = 90^\circ$.

- Каким образом можно доказать, что равные углы $\angle CC_1B$ и $\angle BB_1C$ прямые?

Обучающиеся предлагают способ доказательства, который заключается в следующем: отметим, что $\triangle BB_1C$ – прямоугольный, так как вписан в окружность ω с диаметром BC . Отсюда следует, что $\angle BB_1C = 90^\circ$.

Аналогично, $\angle CC_1B = 90^\circ$.

- Достаточно ли только того факта, что $\angle CC_1B = \angle BB_1C = 90^\circ$, чтобы доказать, что h_b и h_c являются высотами искомого треугольника?

Обучающиеся делают вывод, что еще необходимо доказать, что длины отрезков $[BB_1]$ и $[CC_1]$ равны h_b и h_c соответственно.

- Каким образом можно доказать, что длины отрезков $[BB_1]$ и $[CC_1]$ равны h_b и h_c соответственно?

После ответов на вопросы выше обучающимся дается следующее задание:

Сформулировать возможный план доказательства, на основе ответов, полученных ранее.

IV. Четвёртым этапом решения задачи на построение является исследование.

В последнем пункте решения задачи на построение необходимо *сделать вывод о возможности достижения цели деятельности, а также определить результат деятельности: наличие (отсутствие) объекта, обладающего требуемыми свойствами.*

Учебные задания последнего этапа решения задач на построение должны помочь обучающимся сделать вывод о возможности достижения цели деятельности, в частности рассмотреть различные варианты взаимного расположения геометрических фигур.

Учитель говорит обучающимся, что для того, чтобы сделать вывод о возможности достижения цели деятельности необходимо рассмотреть различные варианты взаимного расположения окружностей $\omega, \omega_1(C, h_c), \omega_2(B, h_b)$, так как их взаиморасположение непосредственно зависит от заданных длин высот и одной из сторон треугольника.

Задание: заполните пропуски в следующей таблице соответствия длин радиусов окружностей ω_2, ω_1 по отношению к радиусу окружности ω и количества решения задачи.

| Длины радиусов окружностей ω_2, ω_1 по отношению к радиусу окружности ω | Количество решений задачи |
|--|---------------------------|
| | 4 решения |
| $h_b \leq \frac{a}{2}$ и $h_c \geq \frac{a}{2}$ | |
| $h_b \geq \frac{a}{2}$ и $h_c \leq \frac{a}{2}$ | |
| | Нет решений |

Задача 2. Вписать в данную окружность прямоугольник так, чтобы две его смежные стороны проходили через две данные точки.

I. Первым этапом решения задачи на построение является анализ.

На данном этапе требуется *определить объект, обладающий заданными свойствами.*

Совместно с учителем обучающиеся предполагают, что такой прямоугольник (*объект с заданными свойствами*) существует и построен.

Заданные точки назовем E, F. Можем ли мы решать задачу при условии, что точки лежат внутри окружности?

Фигура изображается на доске и фиксируется в тетрадах (Рис.7).

Рисунок 7. Прямоугольник, удовлетворяющий условию задачи

Какие фигуры содержат данные точки E и F? У каких из выделенных фигур наибольшее количество свойств и признаков?

Рассмотрим $\triangle EDF$ – прямоугольный.

Учитель напоминает обучающимся, что вокруг прямоугольного треугольника можно всегда описать окружность с центром, лежащим на середине гипотенузы. Таким образом, точка $D \in \omega(C, CD)$ (Рис. 8).

Рисунок 8. Пересечение прямоугольного треугольника, окружности

$\omega(C, \frac{EF}{2})$ и ω в точке D.

Точки $H \in \omega \cap [DE)$, $G \in \omega \cap [DF)$ соответственно.

Как можно получить четвертую точку прямоугольника?

II. *На основе проведенных рассуждений составьте план построения данного прямоугольника. Сравните свой план построения с эталоном. При необходимости исправьте его или дополните.*

Эталон плана построения:

1. C – середина EF (Рис.9).

Рисунок 9. C – середина EF

2. $D \in \omega \cap \omega(C, \frac{EF}{2})$ (Рис.10).

Рисунок 10. $D \in \omega \cap \omega(C, \frac{EF}{2})$

3. $H \in \omega \cap [DE)$.

4. $G \in \omega \cap [DF)$ (Рис. 11).

Рисунок 11. $H \in \omega \cap [DE)$, $G \in \omega \cap [DF)$

5. $I \in \omega \cap [DA)$.

6. DHIG-прямоугольник (Рис.12).

Рисунок 12. Искомый прямоугольник

III. На данном этапе необходимо *проверить полученную конструкцию на соответствие цели деятельности.*

Обучающиеся, с помощью наводящих вопросов учителя, *проводят анализ результатов проведенных действий, и соотносят их с объектом деятельности*

В приведенном ниже доказательстве найдите ошибку и исправьте ее.

Доказательство:

1. $\triangle EFD$ – прямоугольный.
 $\angle D = 90^\circ$, $\angle D \in DHIG$. Таким образом, $[DG] \perp [DH]$.
2. Так как $[DA] \cap \omega = I$, то DI -радиус окружности. Значит $DG \perp GI$ и $DH \perp HI$.
3. Так как $HI \parallel DG$, $DH \parallel GI$, $HI = DG$, $DH = GI$, $\angle D = 90^\circ$, то DHIG-прямоугольник, вписанный в окружность.

От чего зависит количество решений данной задачи?

IV. На этапе исследования необходимо *сделать вывод о возможности достижения цели деятельности, а также определить результат деятельности: наличие (отсутствие) объекта, обладающего требуемыми свойствами.*

Для проведения этапа исследования заполните следующую таблицу:

| Взаиморасположение данных точек и окружности | Количество решений | Обоснование |
|--|--------------------|-------------|
| Обе точки лежат в окружности | | |
| Одна точка лежит в окружности, а другая лежит вне окружности | | |
| Обе точки лежат вне окружности | | |

Задача 3. Построить отрезок x , заданный условием: $x = \frac{c^2 \cdot \sqrt[4]{243ab}}{\sqrt{81c \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}}$.

I. Первым этапом решения задачи на построение является анализ.

На данном этапе требуется *определить объект, обладающий заданными свойствами.*

Рассмотрим следующие элементарные построения:

1. $\frac{x}{c} = \frac{a}{b}$, где a, b, c – заданные отрезки (Рис.13).

Рисунок 13. Элементарное построение $\frac{x}{c} = \frac{a}{b}$

2. $x = \sqrt{ab}$, где a, b – заданные отрезки (при построении используется следующий факт: высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна среднему геометрическому отрезков, на которые она делит гипотенузу) (Рис.14).

Рисунок 14. Элементарное построение $x = \sqrt{ab}$

3. $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, где a, b – заданные отрезки (при построении используется теорема Пифагора) (Рис.15).

Рисунок 15. Элементарное построение $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Заполните следующую цепочку преобразований (Рис.16):

Рисунок 16. Схема для проведения анализа задачи

II. На основе заполненной схемы обучающиеся совместно с учителем составляют план построения отрезка.

1. $x_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$.

2. $x_2 = \sqrt{3ab}$.

$$3. x_3 = \sqrt{c \cdot x_2}.$$

$$4. x = \frac{c \cdot x_3}{x_1}.$$

Выполните построение отрезка x , в соответствии с полученным планом.

Сравните каждый из этапов построения с эталоном.

Эталон построения:

$$1. c = x_1 = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ (Рис. 17).}$$

Рисунок 17. Построение отрезка x_1

$$2. h = x_2 = \sqrt{3ab} \text{ (Рис.18).}$$

Рисунок 18. Построение отрезка x_2

$$3. x_3 = \sqrt{c \cdot x_2} \text{ (Рис.19).}$$

Рисунок 19. Построение отрезка x_3

$$4. x = \frac{c \cdot x_3}{x_1} \text{ (Рис.20).}$$

Рисунок 20. Построение отрезка x

III. Обучающиеся, с помощью наводящих вопросов учителя делают вывод о том, что построенный отрезок удовлетворяет условию в силу проведенных выше равносильных преобразований, тем самым, *проводят анализ результатов проведенных действий, и соотносят их с объектом деятельности.*

Возможные наводящие вопросы:

- С помощью каких алгебраических операций получен искомый отрезок?
- Что необходимо доказать, чтобы утверждать, что полученный отрезок удовлетворяет условию задачи?

IV. На последнем этапе решения задачи учитель дает задание: самостоятельно сделать вывод о возможности наличия других решений задачи.

Выводы по главе 2

Во второй главе были сформулированы возможные требования к заданиям при решении задач на построения при формировании конструктивных умений, при учете, того факта, что элементы структуры конструктивной деятельности можно однозначно поставить в соответствие этапам решения задач на построение, по содержанию деятельности, а также определить соответствующие конструктивные умения в зависимости от результата. После чего полученные результаты проиллюстрированы на примере решения задачи на построение, посредством формирования совокупности возможных заданий для формирования конструктивных умений.

Заключение

В результате проделанной работы, полученные следующие результаты: в первой главе на основе анализа литературы получен вывод, что многие авторы отождествляют понятия «конструирование», «конструктивная деятельность» и «конструктивные умения». Были рассмотрены различные подходы к определению каждого из этих понятий и проведен контент-анализ определений с целью смыслового разделения данных понятий и уточнения каждого из них. На основе полученных результатов осуществлено соотнесение рассмотренных понятий в виде кругов Эйлера. Приведена классификация конструктивных умений обучающихся в зависимости от конечно результата. Также рассмотрены подходы к определению понятия «задачи на построения», и их возможные классификации. Выделены возможные средства для формирования конструктивных умений обучающихся в процессе обучения математике. На основе проведенного сопоставления этапов решения задач на построение, элементов структуры конструктивной деятельности, выделенной Тухолко Л.Л. и конструктивных умений в зависимости от результата, получено следующее заключение: элементы структуры конструктивной деятельности можно однозначно поставить в соответствие этапам решения задач на построения, по содержанию деятельности, а также определить соответствующие конструктивные умения в зависимости от результата. Проведенное сопоставление позволило сделать вывод, что, задачи на построение обладают арсеналом для формирования конструктивных умений обучающихся.

Во второй главе работы на основе, сформулированных теоретических положений, представлены возможные требования к заданиям при решении задач на построения при формировании конструктивных умений, также проиллюстрирована на примере задачи на построение совокупность возможных заданий для формирования конструктивных умений.

Таким образом, все задачи, необходимые для достижения цели выполнены. Цель выпускной квалификационной работы достигнута.

Литература

1. Аввакумова И.А., Казакова Е.С. К вопросу о формировании конструктивных умений у обучающихся в процессе обучения математике //Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. Екатеринбург: ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет», 2019.
2. Адлер А. Теория геометрических построений. - 3 изд. – М.: Учпедгиз, 1940. - 232 с.
3. Александров А.А. Сборник геометрических задач на построение. - 18 изд. - М.: Учпедгиз, 1950. - 176 с.
4. Блинков А.Д., Блинков Ю. А. Геометрические задачи на построение. М.: МЦНМО, 2010. 152 с.
5. Венгер Л.А., Дьяченко О.М., Баренцева Н.С. и др. Образовательная программа «Развитие». М.: Гном-Пресс, 1972.
6. Давидчук А. Н. Развитие у дошкольников конструктивного творчества. 2 доп. изд. М.: Просвещение, 1976.
7. Иванина Т. А. Роль конструктивной деятельности в развитии ребёнка // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. Красноярск: 2010. С. 128.
8. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Педагогический словарь: Для студ. высш. и сред. пед. учеб, заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2001. 176 с.
9. Мижериков В.А., под ред. П.И. Пидкасистого Психолого – педагогический словарь. М.: Академия, 2010. 380 с.
10. Нечаева В.Г. Конструирование в детском саду. М.: Уч.пед.гиз, 2014.
11. Павелків, Р.В. Детская психология: науч. пособие. Киев: Академвидав, 2008.
12. Парамонова Л.А. «Система формирования творческого конструирования у детей 2-7 лет»: автореф. дис. ... д-р. пед. наук: 13.00.01. М., 2001. 248 с.

13. Педагогический словарь // Вокабула URL: <http://www.xn--80aacc4bir7b.xn-p1ai/%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%80%D0%B8/%D0%BF%D0%B5%D0%B4%D0%B0%D0%B3%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9-%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%80%D1%8C/%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5> (дата обращения: 15.04.19.).
14. *Тухолко Л.Л. Условия Развития Конструктивной Деятельности Учащихся X–XI Классов При Обучении Геометрии // Весці. Минск: БДПУ, 2013.*
15. *Ушаков Д.Н. Толковый словарь русского языка. М.: Гос. изд-во иностр. и нац. слов, 1935-1940.*
16. *Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования – Министерство образования и науки Российской Федерации // URL: <https://минобрнауки.рф/документы/2365> (дата обращения 01.04.2019).*