Министерство просвещения Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики и технологий
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕМ В КУРСЕ СТЕРЕОМЕТРИИ

Выпускная квалификационная работа

Направление «44.03.01 – Педагогическое образование»
Профиль «Математика»

Работа допущена к защите:

______________ ________________
дата подпись

____
оценка

Исполнитель:

Ясюкевич Алёна Владиславна
студент группы МАТ-1701z

Научный руководитель:

Блинова Т.Л.,

доцент, кандидат педагогических наук

Екатеринбург 2022

Оглавление

Введение

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования от учащегося требуется уметь самостоятельно планировать пути достижения своих целей и целей в учёбе, уметь самостоятельно определять цели своего обучения, устанавливать для себя новые задачи в учёбе, быть способным к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владеть основами самооценки, самоконтроля, принятием решений и осуществлением осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности. Поэтому одним из основных принципов деятельности педагога является организация деятельности школьников, направленной на формирование не только предметных знаний и умений, но и на формирование самостоятельности и творческой активности учащихся.

Современная модель образования предусматривает внушительное повышение доли самостоятельной работы обучающегося, для того, чтобы он смог успешно самореализоваться в новом, постоянно меняющемся мире. Поэтому сейчас школьное образование должно обеспечивать готовность учащихся к гармоничному, адаптированному существованию в современном обществе. Основательно овладеть различными навыками, сформировать и закрепить умения, выработать у учащихся мотивацию на постоянное увеличение собственных знаний помогает только целенаправленная регулярная самостоятельная работа каждого ученика.

Огромный вклад в расширение понятия самостоятельной деятельности учащихся принесли известные педагоги, методисты и психологи: Бабанский Ю.К., Огородников И.Т., Данилов М.А., Есипов Б.П., Махмутов М.И., Пидкасистый П.И., Богоявленский Д.Н., Выготский Л.С., Гальперин П.Я., Давыдов В.В., Занков Л.В., Менчинская Н.А., Рубинштейн С.Л., Эсаулов А.Ф., Моро Ц. И., Гусев В. А., Калягин Ю. М.,. Монахов В. М,. Черкасов Р.С. Ими исследовались приемы формирования и развития самостоятельной умственной деятельности учащихся. Эти исследования говорят нам о том, что одним из наиболее эффективных средств развития самостоятельности и творческой активности учащихся является самостоятельная деятельность.

Понятие "самостоятельная деятельность", цели, задачи, функции самостоятельной деятельности, дидактические принципы, формы и методы ее организации в процессе обучения проанализированы в исследованиях: Гарунова М.Г., Королькова Б.Е., Нильсона О.А., Орловского В.Г., Пидкасистого П.И., Цукаря А.Я., Чиканцевой Н.И.

Методикой работы над формулировкой, доказательством и закреплением теорем занимался Далингер В.А. в своей работе «Методика обучения учащихся доказательству математических предложений».

Но, не смотря на то, что тема глубоко изучена, одной из основных проблем современной методики обучения математике является организация самостоятельной деятельности учащихся, поэтому вопросы ее практического применения требует адаптации.

Объект исследования: процесс обучения стереометрии в общеобразовательной школе.

Предмет исследования: теорема как средство организации самостоятельной деятельности учащихся.

Цель исследования: разработать совокупность конспектов уроков, направленных на организацию самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем в курсе стереометрии.

На основании цели исследования были поставлены следующие **задачи исследования***:*

1) Проанализировать психолого–педагогическую и методическую литературу по теме исследования с целью раскрытия понятия «самостоятельная деятельность учащихся», рассмотреть классификацию самостоятельной деятельности учащихся.

2) Определить виды и формы организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе обучения математике.

3) Исследовать методику организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем.

4) Провести логико-математический анализ школьного курса стереометрии.

5) Проиллюстрировать методику организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем в курсе стереометрии.

6) Разработать совокупность конспектов уроков, направленных на организацию самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем в курсе стереометрии.

Глава 1. Теоритические основы организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе обучения математике

1.1. Понятие самостоятельной деятельности учащихся, различные подходы к ее классификации

Первое упоминание, которое можно считать началом изучения понятия самостоятельной деятельности, восходит к античным временам. Ученые, философы античности и Древнего Востока, такие как Пифагор, Сократ, Сенека, Конфуций высказывались за проявления молодыми людьми самостоятельности в обучении. Тогда обучение состояло в изучении окружающего мира и заучивании священных писем, поэтому проявление самостоятельности в обучении выражалось в наблюдении и подражании.

В настоящее время «самостоятельная деятельность учащихся» завоевало прочное положение в дидактике и имеет много смысловых значений. В некоторых вариантах – это форма и методы организации обучения, в которых представлены деятельность педагога и деятельность учащихся, в других случаях – это особый тип заданий, который предназначен для самостоятельного выполнения учащимися. Существует также интерпретация этого понятия как деятельность учащегося, протекающая в процессе обучения без непосредственного участия преподавателя. Из вышеизложенного следует, что однозначного определения термина «самостоятельная деятельность учащихся» не существует.

Понятие «самостоятельная деятельность» разными авторами выражается по-разному. Сформулированное Б.П. Есиповым понятие в современной педагогике имеет очень широкое распространение. Под самостоятельной деятельностью понимается вид работы, протекающий без непосредственного участия преподавателя, но в соответствии с предлагаемыми учащимися заданиями и отведенным на нее временем. У учащихся есть осознанное желание к достижению поставленных целей, проявление усилий и выражение результатов их умственных и физических действий в той или иной форме [19].

Из определения Б.П. Есипова можно выделить следующие признаки самостоятельной деятельности:

- выделение для самостоятельной деятельности специальное время;
- наличие задания учителя (фронтального, группового, индивидуального);
- отсутствие непосредственного участия учителя в работе;
- умственные и физические усилия учащихся, которые направлены на достижение цели;
- обязательное подведение итогов работы по её окончанию.

Также, по мнению И.А. Зимней, самостоятельная деятельность представляется как целенаправленная, внутренне мотивированная, структурированная самим объектом в совокупности выполняемых действий и корригируемая им по процессу и результатам деятельность. Она требует достаточно высокого уровня самосознания, рефлексивности, самодисциплины, личной ответственности, доставляет ученику удовлетворение как процесс самосовершенствования и самопознания [22].

В общем понятие «самостоятельная деятельность учащихся» необходимо рассматривать, как систему операций учителя и учащегося, т.е. применять систему признаков, которые предполагают диалектическое единство внутренней и внешней сторон, единение которых наблюдается в реальном учебном процессе. Самостоятельная деятельность рассматривается как наивысший вид учебной деятельности, который требуется от учеников высокого уровня самосознания, рефлексивности, самодисциплины, ответственности, и доставляющий ученику удовлетворение, как процесс самосовершенствования и самосознания, но при этом самостоятельная работа выполняет все функции учебно-воспитательного процесса:

- образовательная, включающая в себя систематизацию знаний учащихся;
- развивающая, включающая в себя развитие познавательных качеств ученика, т.е. внимания, памяти, мышления, речи;
- воспитательная – развитие стойких мотивов учебной деятельности, навыков культуры умственного труда, самоорганизацию и самодисциплину, а также трудолюбие, честность, требовательность к себе, самостоятельность.

Таким образом, самостоятельная деятельность – это такая форма обучения, которая:

- в каждой конкретной ситуации усвоения соответствует конкретной дидактической цели и задаче;
- создает у учащегося во время его движения от незнания к знанию необходимый объем и уровень знаний, соответственно продвижения от низших к высшим уровням мыслительной деятельности;
- вырабатывает у учащихся установку на то, что самостоятельное систематическое пополнение сферы своих знаний и выработку умений ориентироваться в огромном перечне научной информации при решении незнакомых ранее, познавательных задач;
- является важнейшим инструментом педагогического управления самостоятельной познавательной деятельностью учащегося в ходе обучения [8].

Постепенный переход к самоконтролю одна из особенностей самостоятельной работы. Предполагается, что со временем обучающийся сам станет устанавливать перед собой задачи и устраивать собственную деятельность с целью достижения установленной цели. Самостоятельность это внутреннее качество человека, которое формируется при выполнении самостоятельной работы. Это качество означает серьезный подход человека к своим действиям, способность действовать осознанно в любых обстоятельствах, принимать нестандартные решения. Е.Ю. Сулимова [39] полагает, что переход от самостоятельной работы к самостоятельности происходит в несколько шагов:

1. Знакомство учащихся с сущностью самостоятельной деятельности посредством разъяснений учителя.

2. Учитель предлагает учащимся самостоятельно выполнить конкретную задачу.

3. Со временем самостоятельная работа (при постоянном ее исполнении) становится для обучающихся обычной формой деятельности как и выполнение домашнего задания.

4. Постепенно (при добросовестном постоянном выполнении самостоятельной работы) ученики все легче и легче определяют цели своей деятельности, учатся организовывать ее, а основное, что со временем обучающиеся самостоятельно, добывают знания, выполняют задания, т.е. сам организует свою деятельность, проявляет самостоятельность.

5. Происходит окончательная трансформация самостоятельной деятельности в самостоятельность. Учащийся применяет полученный опыт не только в сфере обучения, но и в других сферах жизнедеятельности, что важно для самоопределения человека в обществе [39].

Значимость наличия самостоятельности в педагогическом процессе обусловливаются присутствием в педагогике принципа сознательности и активности учащихся.

В. Оконь же формулирует принцип самостоятельности, когда учитываются все проявления естественных предрасположенностей ребенка к самостоятельной деятельности, а также осознанное формирование оптимальных условий для развития самостоятельности в деятельности и мышлении учащихся [38].

Е.Н. Шиянов говорит о том, что педагог обязан сохранять стремление обучающихся осуществлять учебные задачи по-своему, чтобы они занимали активную позицию в процессе обучения. Ученики способны овладеть умениями принимать самостоятельные решения и прогнозировать свое развитие в учебе. Для этого педагог должен знать о возможных формах самоуправления в процессе обучения, он обязан уметь менять форму взаимодействия с обучаемыми, расширяя его демократические формы в связи с развитием самостоятельности как личностного качества [39].

И.Ф. Харламов считает что, активность и сознательность обучения обусловливаются, прежде всего, целевой установкой школы - необходимостью подготовки активных и сознательных членов общества. Без активной и сознательно осуществляемой учебно-познавательной деятельности учащиеся не могут овладевать изучаемым материалом и развивать свои умственные способности [17].

Также хочется отметить и недостатки самостоятельной деятельности учащихся, которые выделил автор статьи «Необходимость самостоятельной работы на уроках математики» О. А. Костюкова [25].

-действия учащегося могут оказаться бесполезными и не привести к результату, в случае недостаточной его подготовки к решению поставленной цели;

- ученик, который не овладел материалом, способен повторить одну и ту же ошибку от задачи к задаче, и этим закрепить неверный алгоритм. Таким образом, фронтальная и самостоятельная работы на уроках должны разумно сочетаться.

Анализ педагогической литературы [42] помогает нам понять, что в качестве главных свойств в понятии «самостоятельная деятельность» следует выделить:

- наличие задания,
- руководство учителя,
- самостоятельность учащихся,

- выполнение задания учащимися без непосредственного участия учителя,
- активность учащихся.

Хочется подытожить выводом из работы Буряк В.К, так как в его работе "Самостоятельная работа учащихся" [5] четко обозначена главная задача учителя при организации самостоятельной деятельности учащихся. Автор говорит о том, что «итоги самостоятельной работы позволяют видеть ученику его продвижение вперед. Поэтому задача учителя – организовать самостоятельную работу на уроке таким образом, чтобы она поставила ученика в активную позицию, учила усваивать предложенный способ проработки учебной информации, формировала умения планировать свою деятельность, осознанно ориентироваться в учебном материале».

Говоря о классификации самостоятельной деятельности учащихся можно сказать, что все виды самостоятельной деятельности, участвующие в процессе обучения, можно классифицировать по различным признакам.

Ю.К. Бабанский в своей книге пишет, что чтобы успешно организовывать самостоятельную деятельность учащихся на уроках математики, педагогу необходимо знать о существующих в теории основных классификациях самостоятельной работы. Учитель, в зависимости от определенных условий, сам осуществляет выбор нужных ему видов самостоятельных работ [3].

Классификации можно распределить следующим способом:

1. По степени самостоятельности учеников:

– воспроизводящие по образцу (нужны для запоминания способов действий по алгоритму в конкретных ситуациях);

– реконструктивно-вариативные (помогают находить самостоятельно способы решения задач применяемые к данным условиям на основе полученных ранее знаний и данной учителем общей идеи);

– творческие (решение задачи с необычным для ученика подходом; решение задач несколькими различными способами);

– эвристические (формируют умения и навыки поиска ответа за пределами известного образца).

2. По степени индивидуализации.

3. По источнику знаний:

– работа с учебником;

– работа со справочной литературой;

– задания по схемам, чертежам, графикам.

4. По дидактическим целям обучения:

– приобретение новых знаний, овладение умением самостоятельно приобретать знания;

– закрепление и уточнение знаний;

– выработка умения применять знания в решении учебных и практических задач;

– формирование умений и навыков практического характера;

– формирование творческого характера, умения применять знание в усложненной ситуации.

5. По виду контроля.

6. По виду выполнения работы:

– самостоятельные работы с логическими заданиями;

– самостоятельные работы в форме математических диктантов;

– домашние самостоятельные работы.

7. По форме исполнения:

– устные;

– письменные.

Классификация Виноградовой М.Д., и Первина И.В., которая зависит от форм организации обучения [7]:

1. Индивидуальные.

2. Групповые.
3. Фронтальные.

Индивидуальная форма организации самостоятельной деятельности преимущественна перед другими формами, так как она вовлекает в работу исключительно всех обучающихся. Эта форма организации позволяет каждому учащемуся работать в своем индивидуальном темпе и собственном стиле в соответствии со своими умениями и способностями.

Групповая форма организации самостоятельной деятельности это в первую очередь деление обучающихся на группы по несколько человек для выполнения каких-либо задач. Задание дается группе, а не отдельному ученику.

Фронтальная форма подразумевает организацию самостоятельной деятельности, когда учащиеся выполняют одинаковые задания. Поэтому часто проводят самостоятельные работы такой формы по вариантам, с разными заданиями.

Важным условием организации самостоятельной деятельности являются контроль и оценка результатов. Оценка является и отличным мотиватором для качественно выполненной самостоятельной работы. Также указание ответа может являться способом организации самоконтроля в процессе обучения математики. Некоторым ученикам будет достаточно просто свериться с правильным ответом. Другим учащимся может быть эффективно дать промежуточные ответы.

Таким образом, мы выяснили, что под самостоятельной деятельностью понимается вид работы, протекающий без непосредственного участия преподавателя, но в соответствии с предлагаемыми учащимися заданиями и отведенным на нее временем. Педагог должен знать об основных существующих в теории классификациях самостоятельной деятельности учащихся, чтобы эффективно организовывать самостоятельную деятельность учащихся на уроках математики. Учитель может в зависимости от определенных условий сам осуществлять выбор нужных ему видов самостоятельных работ.

1.2. Виды и формы организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе обучения математике

Самостоятельная деятельность это, во-первых, учебное задание, во-вторых – форма проявления соответствующей деятельности: памяти, мышления, логики, творческого воображения при выполнении учащимся задачи, приводящее ученика к получению чего-то нового, то, что ранее ему было неизвестно, либо к углублению и расширению своих уже полученных знаний.

Очевидно, что внедрение самостоятельной деятельности учащихся в процесс обучения является необходимостью. Поэтому учитель должен знать структуру самостоятельной деятельности учащихся и уметь грамотно построить ее, задействовав все возможные силы учеников.

Самостоятельные работы в зависимости от характера учебной деятельности принято разделять на следующие виды:

Обучающие самостоятельные работы.

Суть таких работ заключается в выполнении заданий по ходу объяснения нового материала на уроке. Цель обучающих самостоятельных работ направлена на формирование интереса к учебному процессу, увлечение работой в школе. Самостоятельную деятельность по расширению знаний организовывают на этапе подготовки к изучению нового материала, при первичном его закреплении, т.е. в тот момент, когда знания учеников еще не так прочны. Соответственно проверка правильности выполнения заданий нужна сразу же. Такая самостоятельная деятельность создает сразу понятную картину происходящего на уроке, позволяет сразу проанализировать степень первичного усвоения школьниками нового материала

Отметим, что такой вид самостоятельной деятельности целесообразно применять в таких случаях:

– на этапе установления связи нового материала с уже усвоенным, ранее полученным;

– для создания ситуации поиска и раскрытия мотивов предстоящей учебной деятельности;

– в момент переноса полученных умений познавательной деятельности на получение новых знаний.

Тренировочные самостоятельные работы.

Тренировочные самостоятельные работы это задания на распознавание и поиск различных объектов и свойств. В данных работах часто нужно воспроизвести или применить теоремы, свойства математических объектов и т.д. Тренировочные самостоятельные работы чаще всего состоят из почти одинаковых по структуре заданий, которые содержат в себе признаки и свойства данного правила или определения. Такая деятельность позволяет формировать основные знания по изучаемой теме и этим помогает создать основу для дальнейшего изучения материала. При выполнении тренировочных самостоятельных работ учащиеся могут просить помощь у преподавателя, могут пользоваться учебным материалом В таких условиях неуспевающие ученики тоже включаются в работу, для них создается благоприятная рабочая атмосфера.

Закрепляющие самостоятельные работы.

Данный вид самостоятельных работ способствует развитию логики и мышления, требует комбинированного применения правил и теорем. Такой вид деятельности показывает, как глубоко учащиеся усвоили новые знания. По результатам проверки данных работ учитель может эффективно определить количество времени необходимое потратить на повторение и закрепление этого материала.

Так же имеет важное значение в обучении применение так называемых *повторительных (обзорных или тематических) работ.*

Самостоятельные работы развивающего характера.

В данном виде самостоятельной деятельности представлены задания по оформлению докладов на конкретные темы, по подготовке к олимпиадам, научно-творческим семинарам и др. а на уроках это может быть самостоятельная деятельности исследовательского характера.

Самый высокий интерес вызывают у учащихся *творческие самостоятельные работы*, которые предполагают развитие высокого уровня самостоятельности. В такой деятельности учащиеся открывают для себя новые грани уже имеющихся знаний, они учатся применять эти знания в нестандартных ситуациях. Творческие самостоятельные работы обычно включают в себя задания, при выполнении которых нужно находить несколько способов для их решений.

Контролируемые самостоятельные работы.

Главная функция данных работ вытекает из названия – функция контроля. Есть условия, которые нужно соблюдать при организации данного вида самостоятельной деятельности:

– задания для контроля должны быть одинаковыми по своей структуре и объему;

– задания должны иметь направленность на отработку основных навыков и проверку полученных знаний;

– задания должны стимулировать учеников и позволять им показывать свои знания [24].

В 80-90-е годы ученые в области педагогики и дидактики в основу классификаций берут признак возможности развития творческого опыта учащихся в ходе самостоятельной деятельности. Рассмотрим, классификацию Ю. Б. Зотова [23], который определяет четыре группы работ:

- воспроизводящие работы по образцу, которые требуются для формирования умений и навыков, их прочного закрепления;

- реконструктивно-вариативные самостоятельные работы, приводящие к осмысленному переносу знаний в типичные ситуации. Такой вид деятельности создает учащимся условия для мыслительной активности;

- эвристические самостоятельные работы, которые формируют умения и навыки поиска ответа за пределами известного образца. Они учат отбирать необходимые знаний из множества информации, творческому подходу к поиску новых решений, систематизации знаний; вырабатывают такие качества, как гибкость ума, умение находить решение в нестандартной ситуации.

- творческие работы, в ходе которых учащиеся получают принципиально новые знания, закрепляют навыки самостоятельного поиска знаний, самообразования, решения проблемных задач.

Говоря о формах организации самостоятельной работы учащихся, хочется также отметить, что Буряк В.К. в своем исследовании [5] выделяет, виды самостоятельных работ, которые используют на уроке в соответствии с компонентами учебной деятельности:

1. Самостоятельная работа на этапе учебной задачи.

Это задания, которые направлены на формирование действий, которые заставляют школьника задуматься над тем, какие знания у него есть, а каких нет в предполагаемом для работы содержании. Самостоятельную деятельность такого типа эффективнее проводить в групповой форме.

2. Самостоятельная работа на этапе решения поставленной учебной задачи.

Это задания, где новый материал не вводится в готовом виде. Новые знания становятся результатом самостоятельной исследовательской деятельности ученика. Такой тип самостоятельной деятельности рекомендуется организовывать либо в парах, либо небольших группах до 6 человек.

3. Самостоятельная работа на этапе решения частно-практических задач.

Формирует способность умения выполнения поставленной задачи путем обращения к общему способу действия.

4. Самостоятельная работа на этапе контроля и самоконтроля.

Наиболее ценной проверкой для формирования у учащихся умений регулировать свою деятельность и поведение – это самоконтроль. Опыт показывает, что дети лучше замечают чужие ошибки, поэтому важно проводить на уроке взаимоконтроль. Это вырабатывает добросовестное отношение к работе [5].

Организуя деятельность учащихся по самостоятельному применению приемов в повседневной учебной деятельности, учитель акцентирует внимание учащихся на ситуациях, в которых это можно делать. С этой целью используются:

1) обобщающие уроки;

2) самостоятельная деятельность учащихся по изучению материала: самостоятельная формулировка теорем, определений, понятий, изучение новой информации в учебнике, самостоятельное доказательство теорем и поиски различных способов их доказательства;

3) самостоятельная учебная деятельность по решению математических задач: проверочные и контрольные работы, поиск наиболее рациональных способов решений задач, решение необычных задач.

4) практические и лабораторные работы исследовательского характера;

5) домашняя работа учащихся по усвоению теории и приемов решения учебных задач;

6) самостоятельное применение усвоенных приемов учебной деятельности в других предметах естественно-математического цикла.

Отметим, что творческие самостоятельные работы (научно-исследовательская и проектная деятельность) являются одними из самых ценных в самостоятельной деятельности учащихся. Эта деятельность помогает ученикам приобретать совершенно новые для них знания, закрепляет навык самостоятельного поиска и отбора информации. Психологи считают, что умственная деятельность школьников при организации им творческой самостоятельной деятельности бывает аналогична даже с умственной деятельности творческих и научных работников. Деятельность этого вида является одной из самых эффективных средств формирования творческих навыков у личности. Мыслительная деятельность учащихся должна быть тесно связана с их практической работой, тогда школьники будут усваивать материал, понимая его практическую значимость.

Таким образом, мы выяснили, что применение в процессе обучения разнообразных форм самостоятельной деятельности способствует развитию не только его мышления, логики, творческого воображения, но и качеств самостоятельности личности и совершенствованию умений работать самостоятельно. Однако, любая деятельность должна начинаться с осознания учащимися целей и задач действий, а также способов действий.

1.3. Методика организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем

В своём исследовании Баранова Е.В. [4] свидетельствуют о том, что все познавательные процессы эффективно развиваются при такой организации обучения, когда школьники включаются в активную поисковую деятельность. По её мнению, поиск нового составляет основу для развития воли, внимания, памяти, воображения и мышления. В обучении стереометрии особое значение в этой связи приобретает исследовательская детальность учащихся, непосредственно связанная с усвоением стереометрических знаний.

Одним из характерных признаков понятия учебного исследования Е.В. Баранова выделила то, что учебное исследование – это процесс поисковой познавательной деятельности, которое предполагает самостоятельность учащихся при выполнении задания.

Следуя точке зрения Е.В.Барановой в её исследовании [4], будем рассматривать учебное исследование как вид познавательной деятельности, который основывается на выполнении учебных задач, которые предполагают самостоятельное обнаружение школьниками новых для них знаний, способов деятельности, которые направлены на достижение целей обучения.

Анализируя литературу, мы пришли к выводу, что в этапах разных исследований, есть три главных и обязательных этапа, которые и образуют структуру учебного исследования:

1. постановка проблемы;

2. выдвижение гипотез;

3. доказательство (опровержение гипотез) [14].

«При более детальном анализе структуры учебного исследования по геометрии можно выделить и такие его этапы, как:

- мотивация учебной деятельности;
- постановка проблемы исследования;
- анализ имеющейся информации по рассматриваемому вопросу;
- экспериментирование (проведение измерений, испытаний, и т.д.) с целью получения фактического материала;
- систематизация и анализ полученного фактического материала;
- выдвижение гипотез;
- подтверждение или опровержение полученных гипотез;
- доказательство гипотез» [14, С. 274].

Разные типы учебных исследований имеют свои характерные черты, поэтому для любого из них свойственна своя собственная совокупность названных этапов.

Таким образом, при обучении учащихся работе с теоремой рекомендуется следующая схема**:**

1. Подготовительный этап (мотивация необходимости изучения факта, актуализация необходимых знаний и умений, выбор методов работы).

2. Введение теоремы (формулировка теоремы учителем, либо учеником)

3. Доказательство теоремы (обсуждение плана, запись, выделение этапов доказательства).

4. Усвоение и закрепление теоремы.

Для того чтобы раскрыть все этапы работы с теоремами рассмотрим каждый этап отдельно и выделим какие формы организации самостоятельной работы могут использоваться на каждом этапе.

На подготовительном этапе рационально на уроке создать проблемную ситуацию, которая бы мотивировала необходимость ее исследования. С этой целью, возможно применять разнообразные практические ситуации и мотивационные упражнения, которые также определят способы работы с данной теоремой [14].

Главные задачи подготовительного этапа – это вызвать интерес учащихся к новому материалу и определить, что учащиеся уже владеют знаниями, которые нужны для освоения теоремы, а также актуализировать их [13]. Наибольший интерес вызывают у школьников творческие самостоятельные работы, предполагающие развитый высокий уровень самостоятельности, и которые вызывают мотивацию для изучения нового материала. В данной работе ученики открывают для себя новые стороны уже приобретенных знаний, они учатся применять такие знания в неожиданных и необычных ситуациях. Интересную самостоятельную деятельность учащихся очень удобно воссоздавать именно на уроках стереометрии. Например: лабораторные работы на уроках построения сечений многогранников, опыты и эксперименты на уроках изучения объемов многогранников, построения 3D-моделей фигур стереометрии с применением ИКТ.

Также перед изучением новой теоремы необходимо убедиться, что учащиеся владеют знаниями и навыками, которые нужны для успешного изучения данной теоремы [14]. Для этого предварительно можно задать домашнее задание на повторение нужного материала, а в классе учитель может организовать повторительную самостоятельную работу, как пример: опорное повторение в форме системы заданий (например «задания на готовых чертежах»).

На этапе введения теоремы главная задача – это сформулировать теорему и усвоить её для дальнейшего доказательства. После того, как учащиеся, либо учитель сформулировали теорему нужно узнать, сознательно ли учащиеся усвоили формулировку теоремы. Для этого можно применить обучающую самостоятельную работу в формате упражнений с искаженными формулировками теорем, в которых требуется найти ошибки в формулировке теоремы, предложить записать теорему в текстовой и символической форме. С целью наилучшего усвоения формулировки теоремы необходимо предложить учащимся прочитать ее по учебнику, так как в таком случае упор будет сделан еще и на их зрительную память. Для сознательного усвоения формулировок теорем учитель должен специально вести работу по выяснению смысла таких логических связок как "и", "или", "если ..., то ...", "не", "неверно, что...", "тогда и только тогда", "необходимо", "достаточно", и т.п., которые часто входят в сами формулировки [14, С. 260].

Когда учащиеся четко сформулировали теорему можно переходить к её доказательству. Учитель, чтобы подготовить учащихся к осознанию доказательства, может предложить каждому учащемуся самостоятельно выполнить упражнение на замену понятия, содержащиеся в условии и заключении теоремы, их определениями.

Учащиеся должны понимать, что процесс доказательства состоит в построении поочередной цепочки рассуждений, обоснованных с помощью уже известных им математических фактов. Заключение - последнее ее звено [13].

Поэтому эффективно использовать метод самостоятельного изучения доказательства по учебнику. Учитель выступает здесь в роли консультанта и организатора. Учащимся даются указания к выполнению работы, обращается внимание на основные и наиболее трудные моменты в доказательстве. Для облегчения самостоятельного изучения педагог может использовать реконструктивно-вариативную самостоятельную работу: предложить учащимся готовый план доказательства данной теоремы. Затем чтобы понять структуру доказательства педагог может попросить учащихся оформить его в виде двух колонок, где в первой колонке утверждения, во второй – обоснования.

Закрепление теоремы происходит в два шага: на уроке, где происходило знакомство с теоремой, и на последующих уроках. Закрепление теоремы сводится к повторению ее формулировки и доказательства, к формированию у учащихся умений и навыков по применению теоремы к решению задач.

«Укажем некоторые условия, обеспечивающие успешное запоминание учащимися теорем и их доказательств.

1) Огромную значимость имеет установка на запоминание.

2) Запоминаемый материал обязан быть объектом деятельности ученика.

3) Смысловая группировка учебного материала.

4) Эффективная организация повторения, распределенного во времени.

5) Развитие памяти ученика.

6) Эмоциональная окраска изучаемого материала.

7) Мотивация изучаемого материала путем показа его практического применения» [14, С. 344].

Для успешного усвоения теоремы учитель может использовать закрепляющие самостоятельные работы. Например, учитель предлагает учащимся упражнения с несколькими вопросами, ответы на которые позволят повторить узловые части теоремы; ученикам предлагается по ходу доказательства теоремы составить план доказательства. Также проработать доказательство теоремы можно самостоятельно дома по учебнику.

Таким образом, мы показали структуру учебного исследования по геометрии и схему работы с теоремами, а также продемонстрировали некоторые из форм организации самостоятельной деятельности учащихся, которые можно использовать на каждом из четырех этапов работы с теоремой.

Выводы по Главе 1

Анализ психолого-педагогической и методической литературы по теме исследования позволил уточнить понятие «самостоятельная деятельность учащихся». Было показано, насколько значима самостоятельная деятельность в процессе обучения.

Самостоятельная деятельность - это не форма организации учебных занятий и не метод обучения. Это понятие лучше рассматривать скорее как средство вовлечения учащихся в самостоятельную познавательную деятельность, средство ее логической и психологической организации.

В процессе обучения применяются различные виды самостоятельной работы учащихся. Все виды самостоятельной работы, применяемые в учебном процессе, можно классифицировать по различным признакам: по дидактической цели, по характеру учебной деятельности учащихся, по содержанию, по степени самостоятельности и элементу творчества учащихся и т.д.

Говоря о формах организации самостоятельной деятельности учащихся, мы выяснили, что применение на практике разнообразных самостоятельных работ способствует развитию самостоятельности ученика и совершенствованию умений работать самостоятельно. Однако любая работа должна начинаться с осознания учащимися цели действий и способов действий.

Также мы определили структуру учебного исследования по геометрии и схему работы с теоремой, и показали, что на каждом этапе работы с теоремой можно организовать самостоятельную деятельность учащихся. Мы выяснили, что такая работа имеет большую ценность не только для формирования у учащихся умения проводить работу над формулировкой, доказательством и закреплением теоремы, но и для качественного обучения математике

Глава 2. ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕМ В КУРСЕ СТЕРЕОМЕТРИИ

2.1. Логико-математический анализ школьного курса стереометрии

Анализ курса стереометрии будет выполнен по учебнику геометрии Л.С. Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. 10-11 класс [2].

При изучении математики в 10-11 классе (2 часа в неделю) на раздел «Геометрия» отводят 68 часов. Общая недельная нагрузка в каждом году обучения составляет 2 часа. При этом на долю инвариантной части предмета отводится 70% учебного времени, 30% приходится на реализацию междисциплинарных программ и регионального компонента, финансовой грамотности.

Согласно программе данная тема включает в себя следующие разделы:

Глава 1. Параллельность прямых и плоскостей.

Глава 2. Перпендикулярность прямых и плоскостей.

Глава 3. Многогранники.

Глава 4. Векторы в пространстве.

Глава 5. Метод координат в пространстве. Движения.

Глава 6. Цилиндр, конус, шар.

Глава 7. Объемы тел.

Глава 8. Некоторые сведения из планиметрии.

В учебнике по геометрии для 10 – 11 классов Л.С. Атанасяна теория изложена строго, последовательно. Главные теоретические свойства исследуются с опорой на геометрические тела, что увеличивает доступность материала и эффективность обучения. Содержание теоретического материала в некоторых параграфах краткое, но доступное для понимания.

Геометрические задачи разного уровня сложности, рассмотрены решения наиболее важных задач. Также есть дополнительные задачи, которые предназначены для закрепления и отработки навыков решения. Большинство задач нацелены на развитие у учащихся пространственного воображения, и логического мышления.

Учебник имеет особенность: теоретические вопросы предложены в виде задач, которые надо доказать; некоторые теоремы появляются поздно, что делает процесс обучения для учителя затруднённым. Такой подход имеет положительный эффект, потому что предлагает вариативный подход к доказательству задачи.

Аксиомы введены, выделены в тексте, подробно описаны, разъясняются в приложении. Доказательство в краткой и понятной формах, опирается на аксиомы. Приводятся ссылки на предыдущие теоремы. Задачи на доказательство формулируются понятно. Сложные задачи сопровождаются развёрнутым решением. Методы доказательства: индуктивный, дедуктивный; анализ и синтез; аналогии.

Выделим требования к предметным результатам освоения курса стереометрии:

1) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;

2) сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;

3) применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием [40].

Основные задачи при изучении курса стереометрии [1]:

1) развитие и закрепление содержательных линий, начатых в неполной средней школе; обобщение основных математических методов относительно пространства;

2) изучение свойств пространственных фигур;

3) изображение пространственных фигур на плоскости, используя свойства параллельного проектирования;

4) развитие логического мышления учащихся при решении задач и доказательстве теорем курса стереометрии.

Выделим некоторые методические особенности изучения стереометрии:

1. Курс стереометрии полностью опирается на курс планиметрии.

Большинство задач курса сводятся к решению планиметрических задач, соответственно все недочеты, имевшие место при изучении планиметрии, ощущаются и при изучении стереометрии.

Следовательно, для успешного изучения стереометрии учитель должен постоянно возвращаться к планиметрическому материалу; перед изучением той или иной теоремы необходимо повторять нужные планиметрические сведения.

2. В стереометрии принципиально другой подход к геометрическим построениям.

Если при изучении планиметрии учащиеся пользуются чертежами, которые дают явные представления об изучаемом объекте, то в стереометрии нет чертежных инструментов, которые позволяют изобразить пространственные фигуры. Здесь мы имеем дело не с самим объектом, а лишь с его изображением.

Каждая стереометрическая задача является одновременно задачей на построение изображения фигуры с помощью свойств параллельной проекции. Это требует от учащихся значительно больших усилий, чем их требуется при решении планиметрических задач.

3. В курсе стереометрии уделяется большое внимание логической стороне проводимых умозаключений; приходится обосновывать каждый свой вывод, четко устанавливая предпосылки.

4. Программа по стереометрии предполагает более быстрый темп прохождения материала, чем в планиметрии. При этом времени на решение задач требуется гораздо больше, соответственно более значительное место занимает самостоятельная работа школьников. Необходим тщательный подбор заданий на уроке – включать только самое необходимое.

5. Курс стереометрии строится аксиоматически. При изучении аксиоматики стереометрии необходимо решить две основные методические задачи:

1) переформулировка аксиом планиметрии для пространства (некоторые должны быть с уточнениями). Здесь фактически под видом договоренности между учителем и учащимся вводится, как бы новая аксиома: В любой плоскости пространства выполняются все аксиомы планиметрии.

2) добавляются новые специфические аксиомы пространства, которые на первых этапах изучения иллюстрируются с помощью моделей, стереометрического ящика, рисунка, геометрии классной комнаты. При этом появляется возможность более эффективного выявления учащимися сущности аксиоматики и ее роли в построении геометрии.

Таким образом, проведя анализ, мы выделили особенности, содержание, задачи и цели школьного курса стереометрии для того, чтобы раскрыть в следующих пунктах методику организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем в курсе стереометрии. Исходя из задач курса стереометрии, мы понимаем, что учителю необходимо побуждать обучающихся к вопросам, ответы на которые они должны найти при самостоятельном изучении материала, способствовать их активной умственной работе, развитию пространственного мышления и логики.

2.2. Методика организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем курса стереометрии

Ранее в работе мы рассмотрели схему работы с теоремами. Данную схему мы используем для того, чтобы проиллюстрировать вариант организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем об из раздела «Объемы тел», которые учащиеся изучают в 11 классе.

На подготовительном этапе учитель должен способствовать появлению мотивации введения теоремы. Перед изучением теоремы целесообразно на уроке создать проблемную ситуацию, которая бы мотивировала необходимость ее изучения. С этой целью можно использовать различные практические ситуации и мотивационные упражнения. Практические и лабораторные самостоятельные работы особенно будут уместны именно для раздела «Объемы тел», так как одними из планируемых результатов освоения этого раздела стереометрии является развитие пространственного представления и логического мышления учащихся.

Например, формулы объемов тел вращения учащиеся могут получить, в результате практической самостоятельной работы. Для этого потребуются полые модели тел из твёрдых материалов: шар радиуса R; цилиндр с основанием, радиус которого R, а высота 2R; конус такой же, как и цилиндр. Экспериментальным путем, а именно переливанием воды учащиеся понимают, что цилиндр вмещает втрое больше воды, чем конус; пространство, остающееся в цилиндре свободным, после помещения в него шара, равновелико конусу. Отсюда следует, что объем шара равен двойному объему конуса или $\frac{2}{3}$ объема цилиндра $V_{\text{шара}} = \frac{2}{3} \cdot \pi R^2 \cdot 2 \cdot R = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$. В итоге: $V_{\text{цил}} : V_{\text{шар}} : V_{\text{кон}} = 3:2:1$.

Интересно заметить для учащихся, что полученное отношение Архимед считал самым важным своим открытием и просил высечь на надгробном камне рисунок, на котором должен быть изображен цилиндр, с вписанным в него шаром и конусом.

Таким образом, учащиеся самостоятельно смогут сформулировать теорему. Это в свою очередь помогает учащимся в их готовности и способности к самостоятельному поиску методов решения практических задач и к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации.

Преимущества вывода теоремы путем практической самостоятельной работы - развитие творческих способностей учеников, повышение интереса к изучению геометрии; недостатки - большие затраты времени, возможное распыление внимание на несущественные детали.

Следующий этап работы над теоремой – введение и усвоение формулировки, выбор методов доказательства теоремы. Для наилучшего усвоения формулировки теоремы надо предложить учащимся прочитать ее по учебнику, так как в таком случае упор будет сделан еще и на их зрительную память (самостоятельная работа с учебником).

Чтобы узнать, сознательно ли школьники усвоили формулировку теоремы, для группы теорем об объемах тел можно использовать обучающую самостоятельную - предложить им искаженные формулировки, а они должны будут найти ошибки. Приведем некоторые примеры заданий на нахождение ошибочных формулировок теорем:

Выделите ошибку в формулировках теорем, исправьте её:

- объем конуса равен произведению площади основания на высоту;
- объем цилиндра равен произведению высоты на длину окружности основания;
- объем тела равен произведению объемов тел его составляющих;
- отношение объемов подобных тел равно коэффициенту подобия;
- объем шара равен $V = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Выберите верную формулировку теоремы об объеме призмы:

- Объем призмы равен произведению площади основания на высоту: $V = S \cdot H$.

- Объем призмы равен одной третьей произведению площади основания на высоту: $V = \frac{1}{3}S \cdot H$.

Выберите верную формулировку теоремы об объеме усеченного конуса:

- Объем усеченного конуса равен $V = \frac{1}{3}\pi \cdot H(R^2 + R \cdot r + r^2)$, где R и $r -$ радиусы оснований усеченного конуса.

- Объем усеченного конуса равен $V = \frac{1}{3}\pi \cdot H(R + R^2 \cdot r + r^2)$, где R и $r -$ радиусы оснований усеченного конуса.

Ещё отметим, что большим подспорьем в работе учащихся над формулировкой теоремы служат информационно-коммуникационные технологии, которые позволяют создать различные тесты, которые при неверных ответах учащихся сразу указывают им на ошибку и её характер, а еще для наглядности фиксирует выполняемые действия на чертеже. Например, целесообразно будет предложить учащимся словесные формулировки теорем и некоторые понятия заменить пробелами или определениями, содержащиеся в условии теоремы. Приведем пример в рамках теорем на доказательство формул объемов тел:

объем ______________ равен произведению его измерений: $V = a \cdot b \cdot c$;

дв(а,е) треугольн(ых, ые) ____________ *(многогранник, составленный из n-угольника и n треугольников)*, имеющие равные высоты и равные площади оснований, имеют равные объемы $V_1' = V_2'$;

объем любой пирамиды равен одной третьей произведения _____________ на высоту: $V = \frac{1}{3}$____ $\cdot H$;

объем ______________ *(тело вращения, которое получается при вращении прямоугольника вокруг его стороны)* равен произведению площади основания на высоту: $V = \pi R^2 \cdot H$.

Также отметим, что целесообразно показывать учащимся различные формулировки одной и той же теоремы, которые могут им встретиться в школьных учебниках и пособиях.

Следующий этап – этап доказательства теоремы. В начале, на этапе обеспечения усвоения учащимися доказательства теоремы, обдумывается и коллективно обсуждается идея доказательства, осуществляется и оформляется доказательство теоремы. Ознакомить учащихся с доказательством теоремы можно различными путями, но мы рассмотрим метод самостоятельного изучения доказательства по учебнику. Учитель выступает здесь в роли консультанта и организатора. Учащимся даются указания к выполнению работы, обращается внимание на основные и наиболее трудные моменты в доказательстве. Следует при этом заметить, что полное доказательство теоремы, как правило, направлено на его запоминание, а краткое, схематичное доказательство теоремы, - на его понимание.

Для облегчения самостоятельного изучения доказательства теоремы учитель может предложить учащимся готовый план. Для примера покажем план доказательства теоремы об объеме конуса.

Теорема: «Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту: $V = \frac{1}{3} S \cdot H$».

План доказательства:

1) Вводим прямоугольную систему координат в пространстве.

2) Выведем зависимость радиуса произвольного сечения конуса от координаты x.

3) Выводим формулу площади сечения.

4) Находим объем конуса, применяя основную формулу для вычисления объемов тел $V = \int_a^b S(x)dx$.

При организации самостоятельного изучения доказательства теоремы учитель должен помнить о том, что ученики затрудняются в расчленение готового, целостного чертежа к теореме, в выделении на нем основных и второстепенных элементов. Вот почему в ряде случаев нужна особая работа, направленная на усвоение чертежа.

Самым трудным в доказательстве теоремы является построение цепочки логических рассуждений. Для облегчения этой работы учащимся следует дать соответствующие указания. Воспользуемся правилами для обучения учащихся поиску доказательства, для его оформления и для обобщения доказываемой теоремы, которые отражены в работе Далингера В.А. [14, С. 315]. Обобщенные правила для поиска доказательства:

«1) Отдели условие от доказываемого тезиса.

2) Каждое понятие в указанных условиях и доказываемом тезисе замени определениями и вспомни свойства и признаки определяемых понятий.

3) В условии и доказываемом тезисе четко выдели взаимосвязи и взаимоотношения объектов.

4) Если можно, изобрази на чертеже, рисунке, схеме то, о чем идет речь в условии теоремы.

5) Внимательно прочитав доказываемый тезис, поставь вопрос: какие признаки достаточно установить, чтобы доказать то, что требуется?

6) Посмотри, какой из признаков лучше выбрать для утверждения истинности тезиса.

7) Если на чертеже, рисунке, схеме нет фигур или элементов, необходимых для нахождения признаков искомого, то построй их (сделай дополнительные построения).

8) В процессе доказательства можно вычленить более простые задачи, аналогичные тем, которые решались ранее.

9) Можно преобразовать доказываемый тезис или заменить его равносильным, если это поможет найти путь доказательства.

10) Одни и те же объекты (о которых идет речь в условии и доказываемом тезисе) включай в различные системы связей и отношений между ними.

11) Постоянно обращайся к чертежу, схеме, рисунку и доказываемому положению с тем, чтобы не упустить чего-нибудь» [14, С. 315].

Следующий этап после этапа доказательства теоремы – это закрепление формулировки теоремы и ее доказательства. Закрепление теоремы осуществляется в два этапа: на уроке, где эта теорема изучалась, и на последующих уроках. Закрепление теоремы сводится к повторению ее формулировки и доказательства, к формированию у учащихся умений и навыков по применению теоремы к решению задач.

Покажем приемы, которые может использовать учитель для закрепления теорем на доказательство:

- после изучения теоремы учащиеся сразу приступают к решению задач, а в конце урока, при подведении итогов, возвращаются к теореме (тренировочные самостоятельные работы).

- Учащиеся могут отработать доказательство теоремы, используя задания с пропусками в ходе доказательства теоремы.

Рассмотрим доказательство теоремы: «Объем шара радиуса R равен $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Рассмотрим шар радиуса R с центром в точке O и выберем ось Ox произвольным образом. Сечение шара плоскостью, перпендикулярной к оси Ox и проходящей через точку M этой оси, является ________________________.

Обозначим радиус этого круга через r, а его площадь через $S(x)$, где x - ____________. Выразим $S(x)$ через x и R. Из прямоугольного треугольника ______ находим

$$r = \sqrt{OC^2 - OM^2} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.$$

Так как $S(x) = \pi r^2,$ то $S(x) =$ __________.

Заметим, что эта формула верна для любого положения точки M на диаметре AB, т.е. для всех x, удовлетворяющих условию $-R \ll x \ll R$. Применяя основную формулу для вычисления объемов тел при $a = -R, b = R$, получаем:

$V =$________________$=\pi R^2 \int_{-R}^{R} dx - \pi \int_{-R}^{R} x^2 dx =$________________.»

- Проработка доказательства теоремы по учебнику дома.

«Отметим, каким должен быть общий подход к выполнению домашних заданий по учебнику геометрии.

1. Воспроизведение материала, изученного в школе:

а) вспомнить главное из того, что осталось в памяти по изученному материалу после урока;

б) сделать по памяти чертеж и записи.

2. Восприятие изучаемого материала по учебнику:

а) прочитать весь текст в целом, сделать чертеж и сравнить его с выполненным;

б) разделить изучаемый пункт на смысловые части;

в) выделить в каждой части основную мысль и записать;

г) вспомнить тот материал, на который делаются ссылки;

д) выборочно прочитать наиболее трудные места, постараться осмысленно усвоить их.

3. Повторное воспроизведение изучаемого материала:

а) по выполненному чертежу и записям воспроизвести вслух изученное, отвечая на вопросы плана;

б) выучить формулировки, запомнить обозначения;

в) наметить схему будущего ответа.

4. Творческая деятельность учащихся в связи с изучением материала:

а) доказать теорему или воспроизвести текст (или его часть) для другого расположения чертежа и обозначений;

б) увидеть и выделить частные случаи;

в) попытаться обосновать выделенные частные случаи;

г) попытаться найти другой способ доказательства или вывода;

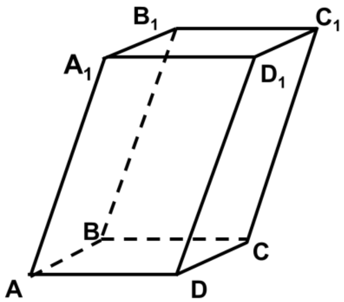
д) связать изучаемое с уже известным» [14, С. 349].

В данном пункте, мы рассмотрели возможность организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения раздела «Объемы тел». Можно сделать следующий вывод: успех в обучении учащихся доказательству теорем определяется не применением одного какого-нибудь приема или метода, а системой преподавания в целом. Но в то же время этот раздел отличается тем, что при его изучении учитель может активно применять практические, лабораторные самостоятельные работы, которые не только повышают мотивацию в обучении геометрии, но и помогают наилучшим образом понять формулировки теорем, доказательство, а также в дальнейшем успешно применять эти теоремы в решениях задач.

2.3. СОВОКУПНОСТЬ КОНСПЕКТОВ УРОКОВ НАПРАВЛЕННЫХ НА ОРГАНИЗАЦИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕМ В КУРСЕ СТЕРЕОМЕТРИИ

Урок №1: «Площадь боковой поверхности прямой призмы».

<table>
<tr><td>Цель урока</td><td colspan="2">Формирования представления знания о формуле для вычисления площади боковой поверхности прямой призмы.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Планируемые результаты обучения</td><td colspan="2">Личностные: готовность и способность к самостоятельной, творческой деятельности; готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию; навыки сотрудничества со сверстниками в образовательной деятельности.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные: овладение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; умение распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Метапредметные: готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников.</td></tr>
<tr><td>Этап урока:</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>1. Организационный</td><td>Приветствует обучающихся, настраивает на продуктивную работу.</td><td>Обучающиеся приветствуют учителя, проверяют готовность к уроку.</td></tr>
<tr><td>2. Актуализация знаний (подготовка к изучению нового материала)</td><td>Фронтальный опрос:
1. Какую тему мы изучаем?
2. С каким многогранником мы познакомились на прошлом уроке? Как он называется?
3. Что такое призма?</td><td>1. Тему «Многогранники»
2. На прошлом уроке мы познакомились с многогранником, который называется призма.
3. Призма – это выпуклый многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$, лежащих в параллельных плоскостях, и n параллелограммов.
4. Основания: ABCD, $A_1B_1C_1D_1$. Боковые грани:</td></tr>
</table>

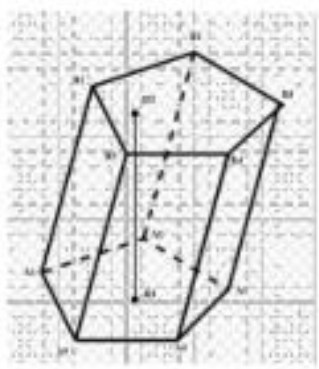
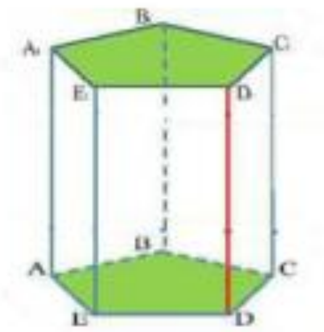
	 4. На рисунке изображена призма. Назовите основания призмы, её боковые грани и боковые ребра. 5. Какая призма называется прямой, а какая наклонной? 6. Что называется площадью полной поверхности призмы? Площадью боковой поверхности?	ABB_1A_1, BB_1C_1C, CC_1D_1D, DD_1A_1A. Боковые ребра: AA_1, BB_1, CC_1, DD_1. 5. Призма называется прямой, если её боковые ребра перпендикулярны к основаниям, в противном случае призма называется наклонной. 6. Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех её граней, а площадью боковой поверхности призмы – сумма площадей её боковых граней.
3. Изучение нового материала (1 этап изучения теоремы - подготовленный)	На прошлом уроке мы выяснили, что называется площадью полной и боковой поверхности призмы. Как выражается площадь полной поверхности призмы через площадь боковой поверхности? Учитель предлагает самостоятельно ответить на вопросы по задаче: Рабочему поступил заказ на изготовление 10 аквариумов разного размера. Аквариумы имеют форму прямых призм, в основании которых лежат различные многоугольники с разными значениями длин сторон. При этом высоты аквариумов также различны. Сколько квадратных метров стекла необходимо для изготовления аквариумов, если они имеют следующие размеры:	Учащиеся отвечают на вопрос учителя: Площадь полной поверхности призмы выражается формулой $S_{полн}=2S_{осн}+S_{бок}$.

Форма основания	Стороны основания (см)	Высота (см)
Прямоугольный треугольник	Катеты: 40; 80	100
Равнобедренная трапеция	Основание: 20; 80 Боковая сторона: 50	70
Прямоугольник	Длина: 70 Ширина: 40	50
Квадрат	30	40
Правильный шестиугольник	60	130
Треугольник	50, 70, угол между: 120гр.	150
Трапеция	Основание: 100, 40 Боковая сторона: 70, 50	110
Правильный треугольник	80	140
Ромб	Диагонали: 30, 70	120
Равнобедренный треугольник	Боковая сторона: 60 Высота: 40	120

1. Что нужно знать для того чтобы найти количество стекла, необходимое для изготовления аквариумов?
2. Если перевести эту задачу на математический язык, то, что нам нужно знать для того, чтобы её решить? Учитывая, что аквариумы имеют форму прямой призмы.
3. Как вычислить площадь полной поверхности прямой призмы?
4. Сможете ли Вы найти площади двух оснований? Как

Учащиеся, отвечают на вопросы. Записывают ответ.
1. Нужно знать, какую площадь имеют стенки аквариума, дно и крышка.
2. Необходимо знать площадь полной поверхности прямой призмы.
3. Для вычисления площади полной поверхности нужно найти площадь основания и площадь боковой поверхности.
4. Да, поскольку нам известны формулы для вычисления площадей многоугольника. Для того чтобы найти площадь боковой поверхности, нужно найти площади каждой боковой грани и сложить их.
Учащиеся обсуждают с учителем ответы на вопросы.
5. Да, потому что каждый раз придется находить отдельно площадь каждой боковой грани, потому что все призмы имеют разные размеры.
Процесс можно было бы ускорить, если бы была известна формула для вычисления площади боковой поверхности прямой призмы.
6. Учащиеся самостоятельно формулируют проблему.
Для упрощения и ускорения вычислений площади боковой поверхности необходимо знать формулу. Возникает проблема и

	найти площадь боковой поверхности? 5. Учитель слушает ответы на вопросы и вводит проблемную ситуацию: 5. Скажите, много ли времени займет нахождение площади боковой поверхности таким способом? Как можно было бы ускорить процесс вычисления? 6. Сформулируйте возникшую проблему. *Таким образом, учащиеся совершили постановку проблемы, выдвинули гипотезу, а также выделили и сформулировали познавательную цель.*	мотивация для изучения: какова формула для вычисления площади боковой поверхности прямой призмы?
(2 этап изучения теоремы - формулировка теоремы, выбор методов доказательства)	Учитель предлагает учащимся модели четырехугольной и шестиугольной призмы. Самостоятельно практическим способом вычислите площадь боковой поверхности с помощью линейки (практическая самостоятельная работа) Также учитель просит выделить в своих вычислениях *выражение, получившееся в скобках* и *общий множитель, который вы вынесли за скобки в каждом случае*. Ответьте на вопросы: Как выражение связано с основанием призмы? Как множитель связан с призмой? Сделайте предположение о том, какова формула для вычисления площади боковой поверхности. Учитель просит учащихся открыть учебник на нашей теме и прочитать формулировку теоремы: *Площадь боковой поверхности прямой n-угольной призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы.* (работа с учебником) Учащимся предложен алгоритм анализа формулировки	Обучающиеся выполняют самостоятельную работу: вычисляют площадь каждой боковой грани и складывают получившиеся площади. При сложении выносят общий множитель (высоту призмы за скобки). Учащиеся отвечают на вопросы: Выражение в скобках является суммой сторон основания призмы, т.е. периметром. Этот множитель в каждом случае является высотой призмы. Обучающиеся выдвигают предположение, что формула для вычисления площади боковой поверхности представленных призм имеет вид: $S\text{бок} = h \cdot P$. Учащиеся изучают формулировку теоремы. Учащиеся по алгоритму самостоятельно анализируют формулировку теоремы: 2) Условие: площадь боковой поверхности

	и содержания теоремы, по которому они самостоятельно должны её проанализировать (реконструктивно-вариативная самостоятельная работа по образцу): 1) прочитайте теорему; 2) выделите условие и заключение и запишите их в виде отдельных предложений; 3) уточните условие и заключение, т.е. выясните о каких фигурах идёт речь, сколько их, какие свойства фигуры указаны; 4) сформулируйте обратное утверждение; 5) определите, верно ли выполнен чертеж, моделирующий условие теоремы А)  Б) 	прямой призмы. Заключение: равна произведению периметра основания на высоту. 3) Речь формулировке идет про прямую призму и площадь её боковой поверхности. 4) Обратное утверждение: если площадь боковой поверхности многогранника равна произведению периметра основания на высоту, то этот многогранник является прямой призмой – теорема. 5) Чертеж под буквой А) неверный, т.к. данная призма не является прямой – она наклонная, т.е. не удовлетворяет условию теоремы. Чертеж под буквой Б) верно моделирует условие теоремы, поскольку на чертеже представлена прямая призма.
4. Рефлексия	Закончите предложение: «Сегодня на уроке я узнал…»; «Сегодня мне удалось…»; «У меня получилось…».	Отвечают на вопросы, подводят итоги.

Урок №2: «Площадь боковой поверхности прямой призмы».

Цель урока	Формирование умения доказывать теорему о нахождении площади боковой поверхности прямой призмы и применять её формулировку при решении задач.	
Планируемые результаты обучения	Личностные: готовность и способность к самостоятельной, творческой деятельности; готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию.	
	Предметные: владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; умение применять изученные свойства геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.	
	Метапредметные: владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности; владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.	
Этап урока:	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1. Организационный	Приветствует обучающихся, настраивает на продуктивную работу.	Обучающиеся приветствуют учителя, проверяют готовность к уроку.
2. Актуализация знаний (подготовка к изучению нового материала)	Фронтальный опрос: 1. На прошлом уроке мы выполняли практическую работу. Какова была её цель? 2. Какие результаты были получены? 3. Что было сделано на прошлом уроке для доказательства сформулированной теоремы? Давайте вспомним формулировку теоремы. На слайде появляется формулировка теоремы с пробелами: Площадь боковой поверхности __________________ призмы равна ________________ периметра __________ на __________ призмы. Каждый учащийся в своей тетради записывает	1. Целью практической работы было выяснить формулу для вычисления площади боковой поверхности прямой призмы. 2. Была сформулирована гипотеза, что площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы. После этого установлено, что данная гипотеза, являющаяся теоремой, требует доказательства. 3. Была проанализирована формулировка данной теоремы. Записали пропущенные слова в тетрадь.

	пропущенные слова. На следующем слайде появляется полная формулировка теоремы. Учащиеся должны проверить себя самостоятельно.	Когда учитель показал верную формулировку теоремы - самостоятельно проверили себя.
3. Изучение нового материала (3 этап изучения теоремы-рассматриваем доказательство)	Выполненная вами на прошлом уроке практическая работа позволила нам определить способ доказательства изучаемой теоремы. Для данной теоремы этот способ будет заключаться в следующем: вычисляем площадь каждой боковой грани прямой n-угольной призмы, после этого составляем сумму из найденных площадей и с помощью преобразований в получившемся выражении получаем нужную формулу. На основании того, что мы только что обсудили, составьте план доказательства теоремы, т.е. запишите все шаги, которые необходимо выполнить для доказательства данного утверждения (обучающая самостоятельная работа). А также выделите, какие понятия, свойства и теоремы мы уже изучили.	Обучающиеся самостоятельно составляют план доказательства: 1) найти площадь каждой боковой грани по формуле площади прямоугольника; 2) составить сумму из найденных площадей; 3) преобразовать получившееся выражение; 4) найти площадь боковой поверхности прямой призмы. Определение прямой призмы, боковой поверхности прямой призмы, формула для вычисления площади прямоугольника.
(4 этап изучения теоремы - доказательство теоремы)	Оформите составленный вами план в строгое доказательство.	Обучающиеся самостоятельно оформляют доказательство: записывают, что дано и что нужно доказать, и прописывают каждый шаг плана с обоснованием. Дано: $A_1A_2,\ldots A_nB_1B_2\ldots B_n$ – прямая призма, h - высота, $S_{бок}$ – площадь боковой поверхности прямой призмы. Доказать: $S_{бок} = P_{осн}h$. Доказательство: 1. Боковые грани прямой призмы

		– прямоугольника, основания которых – стороны основания призмы, а высоты равны высоте h призмы. Значит, площадь каждой боковой грани равна: $A_1A_2 \cdot h$, $A_2A_3 \cdot h$, … , $A_{n-1}A_n \cdot h$. 2. Площадь боковой поверхности призмы равна сумме площадей боковых граней, т.е. $S_{бок} = A_1A_2 \cdot h + A_2A_3 \cdot h + \ldots + A_{n-1}A_n \cdot h$. 3. Преобразуем данное выражение: $S_{бок} = h \cdot (A_1A_2 + A_2A_3 + \ldots + A_{n-1}A_n)$. В скобках получили сумму сторон основания, т.е. периметр. Таким образом, $S_{бок} = P_{осн} \cdot h$, ч.т.д.
4. Закрепление нового материала	Проанализируем выполненное доказательство и закрепим его: 1. Сформулируйте теорему. 2. Выделите идею доказательства. 3. Доказательство теоремы мы изучили, перейдем теперь к решению задач. Решите самостоятельно задачу, сравните ответ с ответом соседа по парте. Задача: «В правильной n-угольной призме сторона основания равна a и высота равна h. Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы, если: n = 4, a = 12 дм, h = 8 дм.» 4. Усложним задание: «Основание прямой призмы – треугольник со сторонами 5 см и 3 см и углом 120град. между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна 35 $см^2$. Найдите площадь боковой поверхности».	1. Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы. 2. Основная идея доказательства заключается в том, мы вычисляем площадь каждой боковой грани прямой n-угольной призмы, после этого составляем сумму из найденных площадей и с помощью преобразований в получившемся выражении получаем нужную формулу. 3. Дано: n=4, a=12 дм, h=8 дм. Найти: $S_{бок}$, $S_{пол}$ Решение: $S_{бок}=4ah$ $S_{бок} = 4 \cdot 8 \cdot 12 = 384$ ($дм^2$) $S_{пол} = 2S_{осн}+S_{бок}$ $S_{осн} = a^2 = 12^2 = 144$($дм^2$) $S_{пол} = 2 \cdot 144 + 384 = 672$ ($дм^2$) 4. Обучающиеся отвечают на вопросы учителя и

	1) Что нам известно? Что неизвестно? 2) Для того чтобы найти площадь боковой поверхности прямой призмы, что необходимо знать ещё? 3) Как найти третью сторону основания, используя имеющиеся данные? Чему она равна? 4) Для чего в условии задача дано значение наибольшей из площадей боковых граней? 5) Какая боковая грань имеет большую площадь и почему? 6) Как найти высоту призмы? 7) Чему тогда равна площадь боковой поверхности призмы?	один из них решает задачу на доске: 1) Известно две стороны основания, угол между ними, а также наибольшая из площадей боковых граней. 2) Необходимо знать третью сторону основания, чтобы найти периметр, и высоту призмы. 3) Нужно воспользоваться теоремой косинусов. $AB^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot cos120 AB^2 = 49, AB = 7$ 4) Для того, чтобы найти высоту призмы. 5) Большую площадь имеет грань, у которой сторона равна 7, потому что высоты призмы равны, значит, значение площадей отличается значением стороны основания. 6) Использовать то, что боковая грань прямоугольник, значит его площадь равна произведению смежных сторон. Получаем, что высота равна 5. 7) $S_{\text{бок}} = (3 + 5 + 7) \cdot 5 = 15 \cdot 5 = 75$ см^2.
5. Рефлексия	Закончите предложение: «Сегодня на уроке я узнал… «; «Сегодня мне удалось…»; «Я понял, что…"; «Теперь я могу…»; «Я научился…».	Отвечают на вопросы, подводят итоги.

Выводы по Главе 2

Во второй главе был проведен анализ школьного курса стереометрии с целью выделения характеристик, которые необходимо учитывать в процессе организации самостоятельной деятельности учащихся.

На основе выделенных характеристик, а также с учетом результатов, полученных, в ходе теоретического исследования данных, а именно форм организации самостоятельной деятельности и поэтапной схемы работы с теоремой, были разработаны и проиллюстрированы методические рекомендации для организации самостоятельной деятельности учащихся в рамках раздела стереометрии «Объёмы тел».

Для иллюстрации теоретических положений и демонстрации выполнения заявленных требований была сконструирована система конспектов уроков по теме «Площадь боковой поверхности прямой призмы».

Заключение

Цель данного исследования заключалась в разработке конспектов уроков, направленных на организацию самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем в курсе стереометрии и иллюстрации теоретических положений на примере системы конспектов уроков. Для достижения поставленной цели в ходе исследования был решен ряд задач.

Для решения первой и второй задачи были проанализированы работы таких авторов как Б.П. Есипов, П.И. Пидкасистый, В.К. Буряк, М.Г. Гарунова, Б.Е. Королькова, О.А. Нильсона с целью выделения сущности понятия самостоятельная деятельность учащихся, его классификации, форм и средств.

В ходе решения третьей задачи были изучены работы В.А. Далингера и определена сущность понятия обучения доказательству теорем, выделены основные этапы организации данного процесса. Мы выяснили, что при обучении учащихся работе с теоремой рекомендуется следующая схема:

1. Подготовительный этап (мотивация необходимости изучения факта, актуализация необходимых знаний и умений, выбор методов работы).

2. Введение теоремы (формулировка теоремы учителем, либо учеником)

3. Доказательство теоремы (обсуждение плана, запись, выделение этапов доказательства).

4. Усвоение и закрепление теоремы.

Проведенная работа позволила установить соответствие между деятельностью учащихся в процессе доказательства теоремы и средствами организации самостоятельной деятельности учащихся.

В ходе решения четвертой задачи был проведен анализ особенностей школьного курса стереометрии, выделены цели и задачи изучения стереометрии, требования к предметным результатам освоения курса стереометрии, с целью выделения характеристик, которые необходимо учитывать в процессе организации самостоятельной деятельности учащихся. Также были выделены методические рекомендации для организации самостоятельной деятельности учащихся в процессе изучения теорем раздела «Объемы тел».

Для иллюстрации теоретических положений и демонстрации выполнения заявленных требований была сконструирована система конспектов уроков по теме «Площадь боковой поверхности прямой призмы».

Таким образом, все задачи были решены и цель выпускной квалификационной работы достигнута.

Литература

1. Александров И.И., Александров А.Д. Наумович Н.В. Сборник геометрических задач на построение (с решениями): учебник. Москва: Едиториал УРСС, 2013. 176 с.

2. Атанасян Л.С.: Геометрия 10-11 классы. Москва, Просвящение, 2009. 255 с.

3. Бабанский Ю.К.: Педагогика. Москва: Просвещение, 2000. 251 с.

4. Баранова Е.В. Методические основы использования учебных исследований при обучении геометрии в основной школе. Саранск: Изд-во Мордовского госпединститута, 1999. 17 с

5. Буряк В.К.: самостоятельная работа учащихся. Москва: Просвещение, 1984. 146с.

6. Васильева Г.Н.: технологии и методики обучения математике. Пермь: Изд-во ПГГПУ, 2002. 340 с.

7. Виноградова М.Д., Первин И.Б. Коллективная познавательная деятельность и воспитание школьников. Москва: Просвещение, 1977. 159 с.

8. Гаврилычева Г.Д. Воспитание самостоятельности. Москва: АРТС М– 2008. 38 с.

9. Гальперин П.Я. Введение в психологию: учебное пособие для вузов / «Книжный дом «Университет». Москва, 1999. 332 с.

10. Голант Е.Я.: Методы обучения в советской школе. Москва: Учпедгиз, 1957. 152 с.

11. Гусев В.А.: теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы. Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 456 с.

12. Давыдов В.В.: содержание и структура учебной деятельности учащихся. Формирование учебной деятельности школьников. Москва: ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЛУЙС»,1982. 218 с.

13. Далингер В. А. Методика обучения стереометрии посредством решения задач : учеб. пособие для СПО / Издательство Юрайт. Москва, 2017. 370 с.

14. Далингер В.А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: Учебное пособие / ОмГПУ. Омск, 2006. 417 с.

15. Далингер В.А. Обучение учащихся доказательству теорем: учебное пособие / Изд-во ОмГПУ. Омск, 2002. 419 с.

16. Далингер В.А.: Проблемы обучения учащихся доказательству теорем. Москва: Альманах современной науки и образования, 2009. 52-54 с.

17. Даськова Ю.В.: Подходы к контролю и оценке творческой самостоятельности студентов-дизайнеров. Пенза: 2011. 163 с.

18. Епишева О.Б.: Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. Москва: Просвещение, 2003. 223 с.

19. Есипов Б. П. Самостоятельная работа учащихся на уроке: учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР / УЧПЕДГИЗ. Москва, 1961. 239 с.

20. Есипов. Б.П.: Проблема улучшения самостоятельной работы учащихся на уроке. Москва : Учпедгиз, 2001. 415 с.

21. Жарова Л.В.: учить самостоятельности, кн. для учителя. Москва: Просвещение, 1993 205 с.

22. Зимняя И.А. Педагогическая психология: Учебник для ВУЗов / Издательская корпорация «Логос». Москва, 2004. 250 с.

23. Зотов Ю.Б.: организация современного урока. Книга для учителя. Москва: Просвещение, 1984 г. 145 с.

24. Зяблицева Т.С. Формирование навыков самостоятельной работы учащихся на уроках математики. Эксперимент и инновации в школе. Москва, 2009. 31 с.

25. Костюкова О.А. Необходимость самостоятельной работы на уроках математики. Екатеринбург, 2016. 135 с.

26. Кочаровская З.Д.,. Омарокова М.И: Формирование у учащихся умений самостоятельно работать с текстом и контролировать себя. Москва : Начальная школа, 2001. 38 с.

27. Лукичева Е.Ю.: обновление содержания и технологий обучения математике в условиях введения ФГОС второго поколения. Санкт-Петербург: Вестник ЛОИРО, 2012. 96 с.

28. Малова И.Е., Горохова С.К., Малинникова Н.А. Теория и методика обучения математике в средней школе: учебное пособие / Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС. Москва, 2009. 445 с.

29. Математика. 5 класс: Учебник для учащихся общеобразовательных организаций / Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Москва: Вентана-Граф, 2014-2018г.

30. Пестерева В.Л., Власова И.Н. Методика обучения и воспитания (математика): Учебное пособие для организации самостоятельной работы студентов заочного отделения математики факультета высшего учебного заведений, обучающихся по направлению. 44.03.01.62 «Пед. образование, профиль «Математика» / Издательство ПГГПУ. Пермь, 2015. 163 с.

31. Пидкасистый П.И. Педагогика: Учебное пособие для студентов педагогических вузов и педагогических колледжей. - 3-е изд. / Педагогическое общество России. Москва, 1998. 640 с.

32. Полат Е.С., Бухаркина М.Ю. Современные и педагогические технологии в системе образования: учебное пособие для студ. высш. учеб. заведений. Академия. Москва, 2010. 368 с.

33. Садовников Н.В., Шакирзянова О.Г. Методические основы обучения теоремам в школьном курсе математики. Москва: Научное периодическое издание «IN SITU», 2015. 112-115 с.

34. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней

школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Просвещение. Москва, 2002. 224 с.

35. Саранцев Г.И.: Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе. Москва: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2005. 183 с.

36. Сластенин В.А. Педагогика: Учебное пособие для студ. высш. пед. учеб. Заведений /Издательский центр «Академия». Москва, 2007. 576 с.

37. Сластёнин, В.А. В.А. Сластёнин, И.Ф. Исаев, Е.Н. Шиянов Педагогика: Москва: Издательский центр "Академия", 2002. 576 с.

38. Современные педагогические технологии основной школы в условиях ФГОС: книга / Даутова О.Б., ИваньшинаЕ.В., ИвашедкинаО.А., КазачковаТ.Б., КрыловаО.Н., МуштавинскаяИ.В. Санкт-Петербург, 2014 176 с.

39. Сулимова Е.Ю Самостоятельность в учебном процессе на современном этапе образования: в помощь преподавателю: Энциклопедия / Челябинский государственный университет. Челябинск, 2008. 39 с.

40. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования — https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/

41. Хилькевич В.В.: Организация самостоятельной работы на уроках математики – как средство развития школьников». Москва: Просвещение, 2013. 81 с.

42. Чапкина И.А.: Проблема формирования самостоятельной деятельности учащихся при обучении математике в старшей школе. Вопросы современной педагогики и психологии: свежий взгляд и новые решения: сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции Том. III. Екатеринбург: Инновационный центр развития образования и науки, 2016. 57-59 с.

43. Якиманская, И.С. Психологические основы математического образования: Учеб. пособие для студентов

педагогических Вузов / Издательский центр «Академия». Москва, 2004. 320с.