

Министерство просвещения Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Уральский государственный педагогический университет»

Институт математики, физики, информатики и технологий

Кафедра математики и методики обучения математике

Формирование функциональной математической грамотности при изучении темы «Уравнения» в 7-9-х классах

Выпускная квалификационная работа

Работа допущена к защите
« ____ » _____ 2022 г.

Зав. кафедрой _____

Исполнитель:
Закирова Александра Викторовна,
студент группы МИ-1701
Руководитель:
Семенова Ирина Николаевна,
Доцент кафедры ВМиМОМ,
кандидат педагогических наук

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ СРЕДСТВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ	6
1.1 Сущность и определение функциональной математической грамотности.....	6
1.2 Выделение «ядерного» материала содержательной линии «Уравнения».....	16
1.3 Сопоставление компонентов функциональной математической грамотности и «ядерного» материала линии «Уравнения».....	30
Выводы по главе 1	32
ГЛАВА 2. ОСНОВЫ ВЫДЕЛЕНИЯ (ПОСТРОЕНИЯ) ЗАДАНИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В 7-9-Х КЛАССАХ	33
2.1 Психолого-педагогическая характеристика обучающихся 7-9-х классов	33
2.2 Совокупность заданий для формирования функциональной математической грамотности при изучении темы «Уравнения» в 7 – 9 классах	41
Выводы по главе 2	44
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	45
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	47

ВВЕДЕНИЕ

В федеральном образовательном стандарте основного общего образования новым направлением развития умений школьников является функциональная грамотность (ФМГ).

Актуальность обращения в нашей работе к теме функциональной математической грамотности, как особого вида функциональной грамотности, определяется не только федеральным государственным образовательным стандартом, но и рядом обстоятельств, в частности:

- усилением внимания образовательной структуры к подготовке нынешних учеников к взрослой жизни;
- значимостью повышения мотивации к изучению математической науки при рассмотрении её практического применения в жизни;
- необходимостью повышения общего профессионального уровня при владении функциональной математической грамотностью;
- наличием запроса на формирование функциональной математической грамотности при нехватке заданий, обеспечивающих ее достижение.

В дополнение к выделенным обстоятельствам, укажем, что исследователи PISA отмечают тот факт, который означает, что способность учеников применять школьные знания в жизни — это важнейший аспект функциональной грамотности и навыков XXI века.

Несмотря на принципиальную значимость достижения этого образовательного результата, в литературе не в полной мере представлены задания, обеспечивающие его достижение. Ситуация обусловлена тем, что создание полной и исчерпывающей базы таких заданий для учета разных особенностей обучающихся, всех тематик школьного курса математики, индивидуальных условий учебного процесса и др. требует длительного времени.

Так же отметим, что в ноябре 2021 года в Свердловской области проводились диагностические работы по функциональной грамотности у

обучающихся 4-х, 7-х и 10-х классов, результат которых не показал того, что у обучающихся в школах области сформирована функциональная грамотность, что является одним из важных факторов актуальности данной темы.

В рамках сказанного вопрос необходимости заданий для формирования функциональной математической грамотности остается открытым – это заставило нас обратить внимание на средства формирования функциональной математической грамотности и самостоятельно выделить задания, способные формировать функциональную математическую грамотность. Так как задания по функциональной математической грамотности должны быть распределены на разные этапы обучения учащихся, нами было принято решение выбрать для исследования тему «Уравнения» в 7-9-х классах.

Объект работы – формирование функциональной математической грамотности в процессе изучения линии уравнений в 7-9-х классах.

Предмет исследования – средства формирования функциональной математической грамотности при изучении темы «Уравнения» в 7-9-х классах.

Цель – создание совокупности заданий для формирования функциональной математической грамотности при изучении линии «Уравнения» в 7-9-х классах.

Поставленной целью определяются следующие задачи работы:

- выделить сущность понятия и определить понятие «Функциональная математическая грамотность»;
- провести сопоставительный анализ УМК и выделить «ядерный» материал по содержательной линии «Уравнения» (в частности, для 7-9-х классов);
- сопоставить элементы функциональной математической грамотности и элементы содержательной линии «Уравнения»;

- составить психолого-педагогическую характеристику личности обучающихся для формирования функциональной математической грамотности при решении данных заданий;
- составить совокупность заданий на формирование функциональной математической грамотности при изучении темы "Уравнения" в 7-9-х классах.

Структура работы.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы, состоящего из 63 наименований.

В тексте работы 3 таблицы, 1 рисунок.

Апробация результатов исследования:

1. Обсуждение результатов проводилось на занятии со студентами первого курса института математики, физики, информатики и технологий Уральского государственного педагогического университета (группы МИ-2131, МИ-2132)
2. Закирова А.В., Семенова И.Н. «Формирование функциональной математической грамотности при изучении темы «Уравнения» в 7-8-х классах» / ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ СОВРЕМЕННЫХ СОЦИАЛЬНО ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ. Сборник научных трудов по материалам XXVIII Международной научно-практической конференции (г.-к. Анапа, 20 мая 2022 г.). – Анапа: Изд-во «НИЦ ЭСП» в ЮФО, 2022. – 79 с.
3. Секционный доклад «Формирование функциональной математической грамотности при изучении темы «Уравнения» в 7-9-х классах», форум «Физико-математическое образование: современные тренды развития», ГАОУ ДПО СО «ИРО», 10 июня 2022

г.

ГЛАВА 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ СРЕДСТВ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

1.1 Сущность и определение функциональной математической грамотности

Новое время диктует новые требования к условиям жизни, неотъемлемой частью которой является образование. На вопрос о комфортном существовании в реальности двадцать первого века молодые люди отвечают совсем иначе, нежели раньше, потому образование должно идти в след за потребностями поколения сегодняшних школьников. Современный образовательный стандарт диктует не только предметный результат, который заключается в овладении основами предметной деятельности, умениями, связанными с конкретным предметом, формировании научного мышления, но и метапредметный, а также личностный.

Согласно метапредметным результатам, обучающиеся должны освоить «межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории» [42]. Запрос на возможность формирования у учеников навыков решения проблем общества и индивидуума способна решить функциональная грамотность.

Наличие навыка функциональной грамотности необходимо для положительного опыта взаимодействия личности в социальной среде. То, насколько положительным будет этот опыт, насколько быстро человек сможет адаптироваться и применять имеющиеся навыки, знания, умения, определяет

уровень владения функциональной грамотностью. Потому настолько актуальным в последние годы стал вопрос о формировании функциональной грамотности в учебных заведениях, ведь она влияет не только на уровень жизни отдельного человека, но и демонстрирует показатель общественного сознания.

Владения навыком функциональной грамотности, как индикатор образованности человека, обозначает «знание правил, норм, инструкций, применение правил в известных ситуациях, обоснование и применение известных правил в новых ситуациях, использование универсальных способов деятельности для решения функциональных проблем в учебных ситуациях, решение функциональных проблем, связанных с реализацией отдельных социальных функций» [23]. Помогая человеку в повседневной жизни, способствуя налаживанию контактов, выбору профессиональной деятельности, выполнению повседневных дел, решению личных проблем и социальных, функциональная грамотность подтверждает свою актуальность. Но, несмотря на это, в структуре школьного образования функциональная грамотность не отличается целостностью и системностью: «как правило, общеобразовательные учреждения работают над формированием общеучебных умений и навыков (технологический компонент), но без опоры на субъектный опыт учащихся, что не способствует развитию качеств личности, необходимых современному школьнику для успешного функционирования и адаптации в обществе (личностный компонент)» [4].

Исследователи не придерживаются единого мнения о классификации функциональной грамотности. Наиболее обоснованной нам показалась классификация Л.В. Блинковой, Н.П. Вебер и Л.П. Виноградовой [6]. Они подразделяют функциональную грамотность на языковую грамотность, математическую грамотность, общекультурную грамотность и естественнонаучную грамотность.

Языковой грамотность исследователи считают «способность человека осознанно относиться к языку как духовной ценности, средству общения и

получения знаний в разных сферах человеческой деятельности. Основное внимание уделяется речевой и мыслительной деятельности, коммуникативным умениям, обеспечивающим свободное владение русским (иностранном) литературным языком в разных сферах и ситуациях общения, готовности и способности к речевому взаимодействию и взаимопониманию, потребности в речевом совершенствовании» [6].

Общекультурную грамотность авторы рассматривают как «способность человека осваивать способы физического, духовного, интеллектуального развития. Главное овладеть способами деятельности в собственных интересах, что выражается в непрерывном развитии личностных качеств, формировании культуры общения, поведения и мышления. Особое внимание уделяется собственному здоровью, комплексу качеств, связанных с основами безопасности жизнедеятельности» [6].

Определения математической и естественнонаучной грамотности в работе Л.В. Блинковой, Н.П. Вебер и Л.П. [6]. Виноградовой представлены из Федерального компонента государственного стандарта общего образования, где: «естественнонаучная грамотность - способность использовать естественнонаучные знания для выделения в реальных ситуациях проблем, которые могут быть исследованы и решены с помощью научных методов, для получения выводов, основанных на наблюдениях и экспериментах. Эти выводы необходимы для понимания окружающего мира и тех изменений, которые вносит в него деятельность человека, и для принятия соответствующих решений», а «математическая грамотность - способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» [42].

Отметим критерии, характеризующие центральный для нашей работы компонент функциональной грамотности – математической грамотности, которые выделяют исследователи:

- способность придумать нестандартную альтернативу к решению;
- способность выстроить прямую линию рассуждения;
- способность воспользоваться изученными математическими теориями и формулами;
- способность к изучению и проведению анализа полученного материала;
- способность увидеть математический элемент представленных условий.

Еще один подход к определению понятия «математическая функциональная грамотность» предлагает Г.С. Ковалева. Автор называет математическую грамотность «способностью человека определять роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и в будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину». [19] В данном подходе математическая грамотность подразумевает формирование способностей к:

- обнаружению жизненных задач, которые возможно решить при использовании математики;
- изложению их на языке математической терминологии;
- разрешению их при помощи математических алгоритмов;
- умению произвести анализ решения;
- истолкованию результатов с опорой на исходные задачи;
- изложению полученных результатов.

Таким образом, можно сказать, что определение Г.С. Ковалевой является крайне узко направленным. Математическая грамотность в ее определении представляется строго научным понятием без опоры на жизненный опыт и личностный опыт изучения математики.

В ответ на размышления Г.С. Ковалевой, Т.А. Иванова и О.В. Симонова в работе [16] дали весьма полную и разностороннюю структуру математической грамотности.

Первым структурным компонентом авторы выделили наличие определенного уровня информации (алгоритмы, формулы, определения). Вторым структурным компонентом является умение оперировать имеющейся информацией – способность воспользоваться формулами, алгоритмами, определениями. Третий компонент – способность воспользоваться не только логическими и дедуктивными методами, но и эвристическими. Следующими компонентами, включенными в функциональную математическую грамотность, авторы называют эмоционально-ценностный, смысловой и мотивационный – формирование эмоционально – ценностного отношения к предмету математики, личностный смысл, полученный жизненный опыт при применении их на реальных задачах. Обобщая свои наблюдения, исследователи подводят итог: «наконец, математическая грамотность в контексте формирования функциональной грамотности предполагает формирование у школьников опыта по применению математических знаний для решения реальных или близких к ним проблем» [16].

Т.А. Иванова в исследовании [16] предлагает компоненты другого понятия, близкого по значению с функциональной математической грамотностью – «математически образованный выпускник». Термин непосредственно соединяет математическую науку, изученную в школе и ее использование в реальной жизни, что объединяет его с функциональной математической грамотностью. Термин «математически образованный выпускник» включает в себя:

- понимание основ математической науки;
- осознание специфики математического метода изучения окружающего мира;
- осознание, что научный математический взгляд является способом познания окружающего мира;
- знание математической терминологии и умение ею воспользоваться;
- наличие представления о математическом моделировании и опыт его применения в действительности;
- познание в прикладной математике;
- представление о влиянии науки на социум и социальное устройство;
- наличие опыта в применении математики в творческой деятельности;
- знание основных методов познания и умение их применить;
- понимание специальных математических приемов и умение их применить;
- обладание мыслительной культурой;
- обладание культурой коммуникации;
- знание ключевых периодов развития математической науки.

Несмотря на схожесть терминов «функциональная математическая грамотность» и «математически образованный выпускник», по нашему мнению, список критериев математически образованного выпускника достаточно обширный, а некоторые из пунктов не подразумевают под собой особой точности или возможности к объективной оценке. Критерии хоть и организует единство математического знания, в теории считаются нормой для школьного образования, но на практике исполняются редко. Тем не менее, отметим, что автор добавляет не только пункты, доказывающие математические познания, но и, например, «обладание культурой

коммуникации», личностный навык, который формируется в том числе и на уроках математики в школе, при групповых работах, общении с учителем и одноклассниками, дискуссиях и в процессе изучения предмета.

Н.В. Дударева и Е.А. Утюмова в работе [12] интерпретируют определение, созданное в рамках исследования PISA-2021: «в рамках международного исследования PISA-2021, которое направлено на исследование уровня математической грамотности учащихся в различных странах мира, под математической грамотностью понимается способность человека в разнообразных практических ситуациях интерпретировать, формулировать математические знания и применять их для решения задач, умение мыслить математически. В математическую грамотность входят факты, понятия, инструменты, необходимые для описания, объяснения и прогнозирования явлений и событий профессиональной и окружающей жизни. Математические знания, умения и навыки позволяют субъекту принимать решения, аргументировать свои суждения и умозаключения, понять роль математики в мире» [12].

Исследователи также определяют компоненты математической грамотности учеников: когнитивный, деятельностный, прогностический и рефлексивный. К когнитивному компоненту они отнесли знания предмета математики и умение использовать эти знания. Деятельностный компонент отвечает за практические навыки решения проблем с помощью математики и наличие опыта трактовки результатов под исходную задачу. Прогностический компонент включает в себя эмоциональное и оценочное отношение к математике и осознание возможного применения математики в других сферах жизни и науки. В рефлексивном компоненте содержится способность произвести анализ результата, осуществить самоконтроль и оценку, суметь скорректировать метод или алгоритм с учетом ошибок или трудностей.

Показателями для определения математической функциональной грамотности с учетом заданных компонентов, по мнению Н.В. Дударевой и Е.А. Утюмовой, являются:

- количество и уровень понимания приобретенных знаний (относится к когнитивному компоненту);
- способность применить имеющийся запас математических знаний для решения реальных задач и интерпретировать результаты под исходную задачу (деятельностный компонент);
- осознание важности применения математики для решения реальных задач и представление актуальности математических знаний для положительного опыта профессиональной деятельности (прогностический компонент);
- наличие способности к контролю, оцениванию и корректировке результата, возможность менять алгоритмы решения в зависимости от ситуации (рефлексивный компонент).

Исследователь И.И. Валеев, в отличие от большинства коллег, выстраивающих крупную цепочку многоступенчатых компонентов определения математической функциональной грамотности, дал весьма емкое, доступное и обобщенное определение: «функциональная математическая грамотность - способность человека выявлять и понимать роль математики в окружающем мире, высказывать математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворить потребности, свойственные созидательному и мыслящему гражданину» [8].

Похожее определение принадлежит А.А. Лентьеву, по его мнению, функциональная математическая грамотность: «предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах деятельности, общения и социальных отношений» [24].

Производя общий понятийный анализ представленных определений и выделенных исследователями компонентов, обратим внимание на то, что общим для всех определений является практический характер применения математических знаний в действительности. Исследователи делают упор на возможность использования обучающимися накопленных ими знаний в области математики при решении жизненных проблем, профессиональных сложностей или личностных задач.

При этом, многие исследователи настаивают на том, что обладать навыком функциональной математической грамотности, означает понимать роль функционирования математики в повседневной жизни и других науках, иметь способность оперировать научной математической терминологией, производить решение и, в последствии, анализ и оценку.

Некоторые исследователи сужают определение исключительно до практического применения, другие же, наоборот, расширяют термин, добавляя критерии владения математической терминологией, понимания важности математики в общественной среде.

Рассмотрим еще несколько определений функциональной математической грамотности. Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане [17].

Под математической грамотностью понимается способность учащихся: распознавать проблемы, возникающие в окружающей действительности, которые могут быть решены средствами математики; формулировать проблемы на языке математики; решать проблемы, используя

математические знания и методы математического моделирования;
анализировать использованные методы решения;
интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы;
формулировать и записывать окончательные результаты решения
поставленной проблемы [28].

На основании анализа и сопоставления совокупности всех определений, рассмотренных нами ранее, определим в нашей работе функциональную математическую грамотность как способность обучающегося интерпретировать полученные математические знания при изучении школьного курса математики в различные бытовые и научные ситуации, формулировать математические суждения и использовать математические инструменты.

1.2 Выделение «ядерного» материала содержательной линии

«Уравнения»

В пункте 1.1 мы выделили определение функциональной математической грамотности. Продолжая решать задачи исследования, выделим ядерный материал содержательной линии «Уравнения».

Линию «Уравнения» некоторые называют линией «Уравнения и неравенства», но хотим заметить, что мы берем исключительно уравнения.

Начиная с 5-го и заканчивая 11-м классом, обучающиеся работают с различными уравнениями, такими, как:

- линейное уравнение,
- квадратное уравнение,
- некоторые степенные уравнения (биквадратные, уравнения третьей степени, частные случаи уравнений высших степеней)
- рациональное уравнение,
- иррациональное уравнение,
- логарифмическое уравнение,
- тригонометрическое уравнение.

Анализируя материалы различных УМК, например, [49], [58], [48] и др.), на рисунке 1 представим структуру содержательной линии «Уравнения» (для случая уравнений с одной переменной).

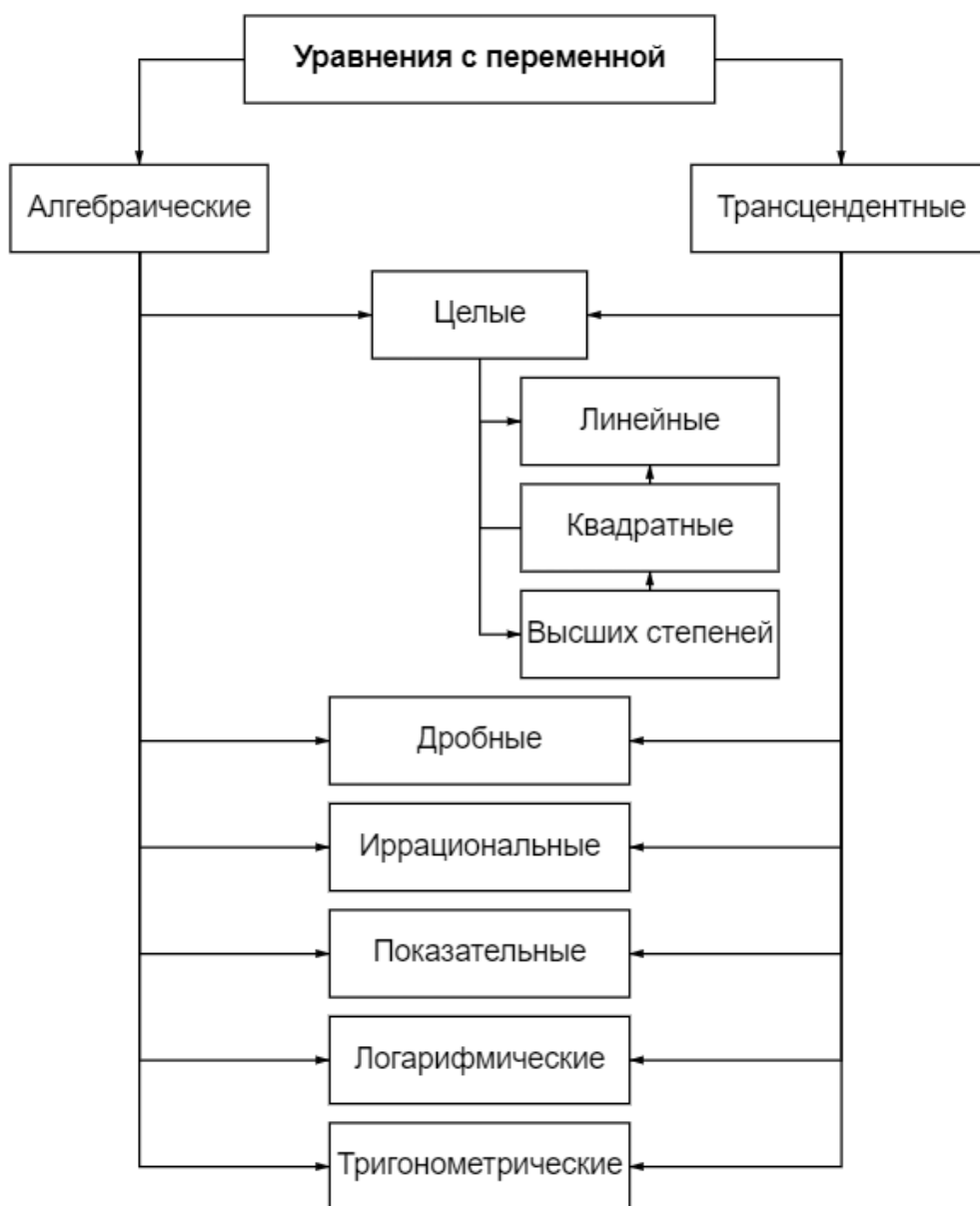


Рис. 1 Схема структуры линии «Уравнения» школьного курса математики

Поясняя приведенную схему, укажем, что центральным вопросом темы является вопрос о нахождении решения уравнения.

Выделяя способы и приемы решения, отметим, что формирование умения решать уравнения начинается уже в начальной школе. Здесь решаются простейшие уравнения (например, $3 + \dots = 7$). Решение идет по правилу нахождения одной из трех компонент действия.

При решении квадратного уравнения, берется иной подход. Для решения нелинейных уравнений используются формулы или теоремы, при повышении степени используются формулы или теоремы, уравнения степени 4-й и выше (за исключением биквадратных) практически не решаются.

Рассмотрим развитие линии «Уравнения». Результаты представим в таблице 1.

Таблица 1

Развитие линии «Уравнения»

Класс	Основные способы решения уравнения. Знания о решении.
5, 6, 7 классы	<p>5 класс: решаются элементарные уравнения, которые содержат переменную только в одной части. Например, $a + x = b, a - x = b, x - a = b$ и т.д.</p> <p>Правило решения данных уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определяем вид уравнения; 2. Определить, что неизвестно, найти неизвестно; 3. Найти корень уравнения; 4. Выполнить проверку <p>6-7-е классы: решение уравнения усложняется. Появляется понятие «Линейное уравнение».</p> <p>В простых уравнениях корень очевиден или находится методом подбора. В более сложных уравнениях ответ сразу не виден, тогда применяются равносильные преобразования.</p> <p>Чтобы найти корень уравнения нужно равносильными преобразованиями привести данное нам уравнение к виду $x = [\text{число}]$. Данное число и будет являться корнем уравнения.</p> <p>В данных уравнениях есть несколько исходов решения, уравнение может не иметь корня, может иметь один корень уравнения или может иметь бесконечное количество корней.</p>

	<p>Преобразования, применяемые при решении линейных уравнений:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Прибавление или вычитание из обеих частей уравнения одинакового числа или выражения. 2. Умножение или деление обеих частей уравнения на одинаковое число или выражение. 3. Использование свойств и законом математики: раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых, сокращение дробей и т.д.
<p>8-9 классы</p>	<p>В 8 классе начинается изучение квадратного уравнения. Данное уравнение может решаться несколькими способами:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Способ выделения полного квадрата 2. Через дискриминант по формуле корней 3. Теорема, обратная теореме Виета 4. Графический способ <p>Также обучающиеся должны уметь решать не только квадратные уравнения, но неполные квадратные уравнения. Квадратное уравнение может иметь два корня, два одинаковых корня или не иметь решения.</p> <p>В 9 классе появляются дробно-рациональные уравнения и биквадратные уравнения, иррациональные уравнения.</p> <p>Дробно рациональные уравнения решаются с помощью равносильных преобразований. Появляется область допустимых значений (ОДЗ), которая позволяет нам «отсеивать» лишние корни уравнения.</p> <p>Биквадратные уравнения сводятся к замене и к решению квадратного уравнения.</p> <p>Иррациональные уравнения отличается от других уравнений так как появляются неравносильные преобразования, при решении</p>

	<p>уравнения появляются лишние корни, соответственно появляются специальные решения, чтобы избежать лишних корней.</p> <p>Методы решения иррациональных уравнений:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Метод пристального взгляда 2. Метод возведения обеих частей уравнений в одну и ту же степень 3. Решение уравнений с использованием замены переменной 4. Метод разложения на множители выражений, входящих в уравнение 5. Метод выделения полных квадратов при решении иррациональных уравнений 6. Метод оценки
<p>10 – 11 класс</p>	<p>10 класс: появляются иррациональные уравнения, содержащие степени выше второй.</p> <p>Тригонометрические уравнения – это уравнения, содержащие переменную под знаком тригонометрической функции. Решение любого тригонометрического уравнения нужно стремиться свести к одному из видов: $\sin x = a, \cos x = a, tg x = a, ctg x = a$.</p> <p>При решении тригонометрических уравнений используются тригонометрические формулы и особые методы решения уравнений.</p> <p>Методы решения тригонометрических уравнений:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Метод введения новой переменной 2. Метод разложения на множители 3. Метод вспомогательных аргументов <p>Важное отличие тригонометрических уравнений состоит в том, что число корней в тригонометрическом уравнении – бесконечное.</p> <p>При решении логарифмического уравнения нужно преобразовать</p>

	<p>его к виду $\log_a f(x) = \log_a g(x)$, после этого сделать переход к $f(x) = g(x)$. Данный переход можно сделать только при ОДЗ, иначе могут появиться лишние корни, число (выражение) в основании логарифмов в обеих частях уравнения одинаково, а также у логарифмов не должно быть коэффициентов, умножений, делений и т.д.</p> <p>Существует несколько методов решения показательных уравнений:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Метод уравнивания показателей, 2. Метод введения новой переменной, 3. Метод вынесения общего множителя за скобки, 4. Функционально-графический метод, 5. Метод почленного деления, 6. Метод группировки, 7. Метод оценки. <p>При решении показательных уравнений производятся преобразования, которые не равносильны исходным уравнениям и неравенствам.</p>
--	---

Рассмотрим несколько учебно-методических комплексов 7-11-х классов и проведем анализ ведущих терминов, определения «ядерный» материал содержательной линии «Уравнения». Результат представим в таблице 2.

Таблица 2

«Ядерный» материал линии «Уравнения»

Класс уравнения, УМК	Определения уравнения, метод, способ (прием) решения
----------------------	--

Линейное с одной переменной [47]	Линейным уравнение с одной переменной x называют уравнение вида $ax+b=0$, где a и b – любые числа (коэффициенты)
Линейное с одной переменной [48]	Решение многих практических задач сводится к решению уравнений, которые можно преобразить в уравнение $ax=b$, где a и b – заданные числа, x – неизвестное. Такое уравнение называют линейным уравнением
Линейное с одной переменной [49]	Уравнение вида $ax=b$, где x – переменная, a и b – некоторые числа, называют линейным уравнением с одной переменной
Линейное с одной переменной [50]	Уравнение вида $ax=b$, где x - переменная, a и b – некоторые числа, называют линейным уравнением с одной переменной
Линейное с одной переменной [51]	Линейным уравнением с одним неизвестным называют уравнение, левая часть которого представляет собой многочлен первой степени с одним неизвестным, а правая часть равна нулю Такие уравнения ещё называют уравнениями первой степени с одним неизвестным Общий вид линейного уравнения с одним неизвестным: $ax + b = 0$ Здесь a и b – некоторые числа, которые называются коэффициентами уравнения. Поскольку степень многочлена, стоящего в левой части уравнения, – первая, то значение a не равно нулю
Линейное с двумя переменными [52]	$5x+3y=500$ или $5x+3y-500=0$. Такую математическую модель называют линейным

	уравнением с двумя переменными x, y . Вообще $ax+by+c=0$, где a, b, c - числа (коэффициенты), - линейное уравнение с двумя переменными x и y (или с двумя переменными x и y)
Линейное с двумя переменными [49]	Пару значений переменных, обращающую уравнение в верное равенство, называют решением уравнение с двумя переменными
Линейное с двумя переменными [50]	Линейным уравнением с двумя переменными называют уравнение вида $ax+by=c$, где x и y - переменные, a, b и c - некоторые числа
Линейное с двумя переменными [51]	Линейным уравнением с двумя неизвестными принято называть уравнение вида $ax+by=c$, где a, b и c - некоторые числа, причем хотя бы одно из чисел a или b не равно нулю
Линейное с двумя переменными [53]	Уравнение вида $ax + by = c$, где x и y — переменные, a, b и c — некоторые числа, называется линейным уравнением с двумя переменными
Квадратное уравнение [54]	Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где a, b, c - заданные числа, $a \neq 0$; x неизвестное
Квадратное уравнение [55]	Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x — переменная, a, b, c — некоторые числа, причем $a \neq 0$, называется квадратным уравнением. Число a называется первым коэффициентом, b — вторым коэффициентом, c — свободным членом
Квадратное уравнение [56]	Квадратным уравнением называют уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x - переменная, a, b, c — параметры, причем $a \neq 0$

Квадратное уравнение [57]	Квадратным уравнением называют уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x – переменная, a , b и c — некоторые числа, причем $a \neq 0$
Квадратное уравнение [58]	Квадратным уравнением с неизвестным x называют уравнение, левая часть которого есть квадратный трехчлен относительно x , а правая – нуль
Иррациональное уравнение [60]	В уравнениях $\sqrt{x+1} = x-1$, $\sqrt{5x-4} = 2 + \sqrt{x}$ неизвестное x находится под знаком корня. Такие уравнения называются иррациональными
Иррациональное уравнение [61]	Уравнения, содержащие переменную под знаком корня называются иррациональными
Рациональное уравнение [63]	Уравнение, левая и правая части которого есть рациональные выражения относительно x , называют рациональным уравнением с неизвестным x
Показательное уравнение [60]	Показательное уравнение – это уравнение, в которых неизвестное содержится в показателе степени
Логарифмическое уравнение [60]	Логарифмическое уравнение – это уравнение, содержащее переменные под знаком логарифма и (или) в его основании
Логарифмическое уравнение [62]	Уравнение вида $\log_a x = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$, называют простейшим логарифмическим уравнением
Логарифмическое уравнение [63]	Пусть a – данное положительное, не равное 1 число, b – данное действительное число. Тогда уравнение $\log_a x = b$ называют простейшим логарифмическим уравнением
Тригонометрические уравнение [60]	Определение дается через примеры решений
Тригонометрическое уравнение [61]	Определение дается через примеры решений

Тригонометрическое уравнение [63]	Уравнение $f(x) = a$, где a – данное число, а $f(x)$ – одна из основных тригонометрических функций, называют простейшим тригонометрическим уравнением
-----------------------------------	--

Материалы представленной таблицы позволяют выделить следующую логику в генезисе формирования умений решать уравнения: умение решать уравнения начинает формироваться еще в начальной школе, со временем уравнения усложняются, добавляются новые способы решения и «изюминки».

Комментируя представленную логику, отметим, что согласно Федеральному государственному образовательному стандарту, при изучении темы «Уравнения» обучающийся должен:

- овладеть приемами решения уравнений;
- овладеть приемами решения систем уравнений;
- овладеть приемами решения неравенств и систем неравенств;
- научиться решать линейные и квадратные уравнения и неравенства;
- научиться решать уравнения и неравенства, сводящиеся к линейным или квадратным, системы уравнений и неравенств;
- уметь изображать решения неравенств и их систем на числовой прямой.

Рассмотрим основные приемы решения уравнений, формируемые в школьном курсе математики в 7-9-х классов [59]:

- обобщенный прием решения линейных уравнений и их систем,
- обобщенный прием решения квадратных уравнений,
- обобщенный прием решения рациональных уравнений с одной переменной,

- обобщенный прием решения дробно-рациональных уравнений с одной переменной,
- обобщенный прием решения иррациональных уравнений с одной переменной.

Основными методами решения уравнения являются:

- разложение на множители,
- замена переменных,
- сведение к системе уравнений и неравенств,
- функциональный,
- графический.

Таблица 3

Анализ линии уравнений в курсе математики средней школы [64].

Класс	Тема	Содержание, основное понятие, факт	Обоснование решений уравнений	Опорные знания
V	Натуральные числа и действия над ними Проценты	Понятие об уравнении. Нахождение неизвестного компонента действия Понятия о дроби, форме записи дроби, проценте	На основе зависимости между компонентами и результатами действий ->-	Зависимость между компонентами и результатами действий. Взаимосвязь между величинами (знания по природоведению из начальных классов) Десятичные дроби, запись десятичной дроби. Основное свойство дроби
VI	Арифметические действия над обыкновенными дробями Пропорции	Решение простейших линейных уравнений, свойства действий над обыкновенными дробями. Нахождение неизвестного компонента действия Составление и	->-	Основное свойство дроби. Законы арифметических действий. Возникновение дробей Взаимосвязь между величинами. Основное свойство дроби

	<p>Линейные уравнения с одним неизвестным</p>	<p>решение простейших уравнений; отношение, равенство отношений, пропорция, свойство пропорции</p> <p>Понятие об уравнении, решение уравнения на основе свойств равенств, приведение подобных членов, составление и решение уравнений</p>	<p>-»-</p> <p>На основе свойств равенств и определений понятий «модуль числа» и «степень»</p>	<p>Действия над рациональными числами, приведение подобных членов, свойства равенств</p>
VII	Линейные уравнения	<p>Понятия о линейном уравнении; о решении линейного уравнения с двумя неизвестными, о системе двух уравнений с двумя неизвестными, о графике линейного уравнения с двумя неизвестными.</p> <p>Геометрическая интерпретация линейного уравнения с двумя неизвестными, способы решения системы двух уравнений с двумя неизвестными</p>	<p>На основе алгебраических преобразований и свойств равенств</p>	<p>Решение линейного уравнения с одним неизвестным. Координатная плоскость. График уравнения. Принадлежность и непринадлежность точек графику</p>
VIII	Квадратные	<p>Понятия о квадратном</p>	<p>На основе</p>	<p>Корень уравнения. решение</p>

	уравнения Рациональные уравнения	уравнении, о видах квадратных уравнений, о формулах корней квадратного уравнения. Теорема Виета. Система двух уравнений с двумя неизвестными выше первой степени, Способы решения таких систем Понятия о дробно-рациональном уравнении, о постороннем корне, о проверке корней. Способы решения дробно-рационального уравнения	тождественных преобразований и свойств равенств На основе тождественных преобразований	системы, арифметический корень, извлечение корня, формулы сокращенного умножения, тождественные преобразования рациональных выражений Свойство алгебраических дробей, тождественные преобразования дробно-рациональных выражений
IX	Решение уравнений и неравенств	Понятие о равносильности уравнений. Неравенство второй степени с одним неизвестным. Решение дробно-рациональных неравенств методом интервалов и замены неизвестных	На основе тождественных преобразований и понятий равносильности уравнений	Свойства квадратичной функции, свойства ранее изученных функций, корень уравнения, решение неравенств
X	Тригонометрические уравнения	Понятие о тригонометрическом уравнении, о решении простейших уравнений (неравенств). Способы решения уравнений. Приближенное решение уравнений	На основе понятий тригонометрической функции, основных тригонометрических тождеств, тождественных преобразований. Понятие о равносильности уравнений	Свойства тригонометрических функций, метод интервалов. Основные тригонометрические тождества, понятие о равносильности уравнений
XI	Степень с	Корень степени и его	На основе	Свойства изучаемых функций,

рациональным показателем	свойства. Решение простейших уравнений. Понятие об иррациональном уравнении, виды уравнений и способы их решения	тождественных преобразований иррациональных выражений, понятия равносильности уравнений	корень уравнения, равносильность уравнений, свойства степени с рациональным показателем
Показательная и логарифмическая функции	Понятие о показательном логарифмическом уравнениях. Виды уравнений. Способы решения показательных логарифмических уравнений	На основе определения функции, действий со степенями, тождественных преобразований, понятий равносильности	Свойства степеней, свойства показательной и логарифмической функций, равносильность уравнений

Анализ линии уравнений в курсе математики средней школы [64], показывает нам что «ядерный» материал строиться из основных понятий различных видов уравнений, «ядерный» материал линии «Уравнения» - это способы решения этих уравнений.

Таким образом, можно выделить ядерный материал линии уравнения в 7-9-классах:

1. Нахождение неизвестного компонента действия;
2. Способы решения линейного уравнения;
3. Формулы корней для решения квадратного уравнения;
4. Теорема Виета;
5. Понятия о постороннем корне, о проверке корней.
6. Понятие о равносильности уравнений.

1.3 Сопоставление компонентов функциональной математической грамотности и «ядерного» материала линии «Уравнения»

В пункте 1.2 мы выделили «ядерный» материал линии «Уравнения» Для достижения цели сопоставим этот материал с компонентами функциональной математической грамотности для составления заданий по функциональной математической грамотности по теме «Уравнения» в 7-9-х классах.

В пункте 1.1 мы определили функциональную математическую грамотность как способность обучающегося интерпретировать полученные математические знания при изучении школьного курса математики в различные бытовые и научные ситуации, формулировать математические суждения и использовать математические инструменты.

Из принятого определения мы выделим компоненты функциональной математической грамотности.

В определении функциональной математической грамотности выделяем глагол-действие, это и будет являться компонентом функциональной математической грамотности. [46]

В данном случае выделяем глагол-действие – интерпретация.

После того как мы выделили основной компонент функциональной математической грамотности, соотносим его с «ядерным» материалом линии «Уравнения» (результат представим в таблице 2).

Таблица 2

Сопоставление компонентов «функциональной математической грамотности» с ядерным материалом линии «Уравнения»

Элемент ФМГ	«Ядерный» материал линии «Уравнения» 7-9-е классы
Интерпретация	Способы решения линейного уравнения. Основа для интерпретации – связь трех величин $ax = b$
	Формула корней для решения квадратного уравнения. Основа для интерпретации – информация, которая приводит к решению в зависимости от ситуации
	Теорема Виета. Основа для интерпретации – обоснование решения на основе алгебраических преобразований и свойств равенств, то есть информация, которую мы получаем на основе каких-либо действий
	Проверка корней. Основа для интерпретации – информация, которая говорит о том, подходит данное решение или нет
	Нахождение неизвестного компонента действия. Основа для интерпретации – информация, позволяющая привести ситуацию к нужному решению
	Понятие о равносильности уравнения. Основа для интерпретации – информация, которая дает следствие из одной ситуации в другую.

Материалы представленной таблицы показывают, что при изучении «ядерного» материала линии «Уравнения» можно формировать функциональную математическую грамотность, а именно интерпретацию.

Выводы по главе 1

1. Анализ нормативных документов по теме, которую мы исследуем позволил нам выделить актуальность данной работы. Функциональная математическая грамотность должна формироваться у обучающихся при изучении не только линии «Уравнения», но и при изучении математики в целом, также при рассмотрении различных определений выделяется определение функциональной математической грамотности, которое будет использоваться на протяжении всей работы.
2. При изучении темы «Уравнения» рассматриваются различные определения уравнений, в зависимости от того класса, в котором находится обучающийся, рассмотрено развитие линии «Уравнения», на основании этого выделяется «ядерный» материал линии, который в дальнейшем используется в создании заданий для формирования функциональной математической грамотности.
3. На основании определения, выделенного в пункте 1.1 выделяется компонент функциональной математической грамотности, который при сопоставлении с «ядерным» материалом из пункта 1.2 дает основание для того, чтобы говорить, что при изучении «ядерного» материала формируется функциональная математическая грамотность.

ГЛАВА 2. ОСНОВЫ ВЫДЕЛЕНИЯ (ПОСТРОЕНИЯ) ЗАДАНИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В 7-9-Х КЛАССАХ

2.1 Психолого-педагогическая характеристика обучающихся 7-9-х классов

В главе 1 мы выделили основное понятие функциональной математической грамотности, выделили «ядерный» материал линии «Уравнения», а также выделили компонент функциональной математической грамотности. В п. 1.3 сопоставили компонент функциональной математической грамотности и «ядерный» материал линии «Уравнения», на основании этого в главе 2 будут созданы задания для формирования функциональной математической грамотности, учитывая особенности психолого-педагогической характеристики обучающихся 7-9-х классов.

Ранее мы определили компоненты функциональной математической грамотности: интерпретация, интеграция, моделирование и воспроизведение. Рассмотрим характеристики, необходимые ученикам для реализации компонентов функциональной математической грамотности.

По нашему мнению, важным в данной ситуации объектом изучения являются универсальные учебные действия – в частности, познавательные универсальные учебные действия. Универсальные учебные действия – «это способы осуществления деятельности, обеспечивающие человеку готовность и способность учиться и самостоятельно строить свою жизнь» [5].

Федеральный государственный образовательный стандарт дает следующую классификацию универсальных учебных действий:

- регулятивные;
- познавательные;

- коммуникативные.

А.В. Залецкая и Э.А. Петросян к познавательным учебным действиям относят следующие[15]:

- действия по владению способами решения проблем творческого и поискового характера;
- действия по использованию знаково-символических средств представления информации;
- действия по владению логическими действиями сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации по родовидовым признакам;
- действия по установлению аналогий и причинно-следственных связей, отнесению к известным понятиям.

Познавательные универсальные учебные действия отвечают за воспроизведение логической операции и ее осуществление для достижения результата. Таким образом, формирование познавательного универсального учебного действия сводится к двум этапам: развитие умения сформулировать и воспроизвести логическую операцию и формирование такого познавательного универсального учебного действия, которое способно выполнить данную операцию.

Среди познавательных универсальных учебных действий выделяют:

- действия по постановке и решению проблем.
- общеучебные действия;
- логические действия;

Универсальные учебные действия, как и функциональная математическая грамотность, относятся к метапредметным результатам освоения образовательной программы. Выработка большинства познавательных универсальных учебных действий необходима для реализации компонентов функциональной математической грамотности.

Отметим общеучебные познавательные учебные действия, важные для реализации компонентов функциональной математической грамотности:

- выделение необходимой информации;
- структурирование имеющихся знаний;
- выбор способов решения;
- контроль и оценка действий;
- распределение информации на основную и второстепенную;
- создание алгоритмов действия.

Логические познавательные универсальные учебные действия, участвующие в реализации компонентов функциональной математической грамотности:

- анализ и выделение существенных или актуальных к заданию признаков;
- выведение причин и следствий (причинно-следственных связей);
- классификация и выбор критериев для неё;
- синтез;
- выстраивание логических цепочек;
- доказательство.

Формирование и развитие речевых навыков, умение формулировать высказывание, также относится к метапредметным результатам ФГОС. Одним из требований освоения навыка является умение работать с математическим текстом. Речевые навыки необходимы ученику для решения задач. Отметим основные речевые особенности интересующего нас возраста – ученики 7-9-х классов.

Средний возраст обучающихся 7-9-х классов составляет 12-15 лет. Период подросткового возраста, начала взросления и серьезного становления.

Как отмечает Л.С. Выготский, речь совмещает в себе функции коммуникации и функции мышления [10], из этого следует, что изменения в сознании и мышлении ученика, решительно происходящие в период подросткового возраста, напрямую воздействуют на его речь.

Навыки формулирования, говорения, аудирования, чтения, уже достаточно сформированы к возрасту 12-15 лет для грамотного понимания и выражения своих мыслей в устной и письменной форме. Речевые новшества этого возраста характеризуются влиянием социальных сетей, коллектива, появлением сленга. Тем не менее, новые для возраста явления, психологическое и физическое развитие, может вызывать затруднения в словесном выражении. Как отмечает А.А. Глазырина: «для подросткового возраста, в контексте развития языка, характерен переход от вербального реализма в реальность самого языка. Дети дошкольного и младшего школьного возраста строят свои высказывания, используя только реальный опыт или реальные объекты, известные им. Подростки же переходят от связи слов с реальными объектами к восприятию речи и слов как новой конструкции, которая зачастую описывает неизвестные им объекты и явления»[11].

Новым для обучающихся является и речевая область в контексте математики – разделение учебного предмета на «Алгебру» и «Геометрию». Таким образом, ученик должен овладеть языком двух дисциплин, суметь их разграничить. Целью педагога в данном случае становится формирования умения выстраивать математические высказывания в области алгебры и геометрии, корректно использовать понятийный аппарат, в дальнейшем расширение базы знаний и умения её применять.

Отметим основные речевые компетенции, которыми должен обладать ученик для решения задач:

- формулирование устных и письменных монологических суждений в зависимости от различных целей и обстоятельств;
- способность анализировать, классифицировать, обобщать и разделять – работать с математическим текстом, использовать терминологию;
- умение моделировать на математическом языке реальные ситуации, интерпретировать;
- умение использовать язык геометрии – владеть терминологией.

О.Б. Епишева [14] выделяет отмеченные психологами ступени понимания математического материала:

1. Фрагментарное понимание (усвоение отдельных свойств понятия, отдельных фрагментов доказательства или решения).

2. Логически необобщенное понимание (понимание определения понятия без понимания его места в общей математической теории, понимание доказательства или решения без возможности выделить его метод).

3. Логически обобщенное понимание (возможность включать новые понятия в установленную систему, способность найти идею доказательства и привести его в различных условиях, понимание метода решения задач и его применения).

Ранее мы установили, что такое интерпретация. Для формулировки задания необходимо выделить готовность учащихся, для этого обратимся к определению О.Б. Епишевой термина «понимание». Понимание – «готовность к преобразованию изученного из одной формы в другую, к его интерпретации» [14] Таким образом, термины «интерпретация» и «понимание» у автора оказываются схожи.

Среди целей формирования понимания или интерпретации автор выделяет три уровня.

Первый уровень:

- узнавание и воспроизведение изученных терминов, фактов, формул;
- формулирование теорем и задач, краткой записи и иллюстраций, правил, доказательств, целей учебной деятельности, алгоритмов и приемов решения;
- приведение примеров, демонстрирующих понятия и свойства.

Второй уровень:

- интерпретация словесного и графического материала, пользуясь символами и приемами;
- приведение контрпримеров;
- подведение объектов под понятие, свойство;
- выделение ситуаций применимости приемов.

Третий уровень:

- преобразование словесного и графического материала в математические выражения и обратные действия;
- использование обобщенных связей между объектами и приемами;
- выведение следствий;
- выделение идеи и метода рассуждения;
- перестраивание известных и поиск новых приемов учебной деятельности. [14]

Далее рассмотрим функционирование этих действий на примере каждого компонента.

Компонент интерпретация. Для того, чтобы ребенок смог «интерпретировать», он должен обладать навыками осмысления информации, анализа, установления причинно-следственных связей, установления аналогий, синтеза, уметь выстраивать логические цепочки,

формулировать высказывания. У.Ш. Кулымбетова исследует формирование навыка интерпретации у обучающегося при помощи технологий критического мышления. «Критическое мышление включает развитие таких навыков, как приобретение доказательств посредством наблюдения и слушания, с учетом контекста, и применение соответствующих критериев для принятия решений. Поэтому ученикам необходимо предоставить возможность для развития навыков наблюдения, анализа, суждения и интерпретации» [7]. Таким образом, можно сделать вывод, что критическое мышление и интерпретация – навыки взаимодополняющие.

Компонент моделирование. Моделирование – «преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта» [39]. Способность осуществлять математическое моделирование – одна из самых важных, среди составляющих базу математической культуры ученика. Так, например, один из авторов учебников седьмого класса представляет понятие «математическая модель»: «Алгебра в основном занимается тем, что описывает реальные ситуации на математическом языке в виде математических моделей, а затем имеет дело уже не с реальными ситуациями, а с этими моделями, используя различные правила, свойства, законы, выработанные в алгебре... нам нужно учиться описывать реальные ситуации словами (словесная модель), алгебраически (алгебраическая модель), графически (графическая модель)»[21].

Н.А. Муртазина в своем исследовании [26] отмечает, что уже на этапе обучения математики в начальной школе, разрабатывая модели разного вида, ученики должны использовать такие навыки, как:

- сравнение;
- анализ;
- классификация;
- абстрагирование;
- обобщение;

- выполнение предметных и графических действий.

Изучение математических моделей начинается с изучения готовых моделей. Например, исследования моделей и поиск сходств – на начальном этапе это различия в цвете, размере, количестве. Затем задача усложняется и происходит переход к формированию способности создания собственных моделей разного вида.

Так или иначе, составление моделей в основном опирается на работу с информацией – выборка по определенным признакам; сравнение данной информации или предложенных условий; умение классифицировать по определенным признакам; абстрагироваться от ненужной информации, выделить главное; возможность произвести анализ общей картины. При составлении такой модели, как, например, таблица, будут задействованы все перечисленные ранее элементы.

Компонент воспроизведение. Для воспроизведения требуются такие навыки, как: анализ, выстраивание логических цепочек, умение осмыслить информацию, обобщение, поиск причинно-следственных связей, абстрагирование от ненужной информации.

Компонент интеграция. Чтобы выполнить задание на интеграцию, в первую очередь, ребенок должен обладать навыками тематического разделения, систематизации, объединения, анализа и выделения существенных признаков, установления причинно-следственных связей, обобщения, сравнения.

Таким образом, сделаем вывод, что для того, чтобы решать задания на формирование функциональной математической грамотности, обучающийся должен обладать следующими навыками:

1. Развитая речь;
2. Приведение примеров и контрпримеров;

3. Умение осмысливать информацию;
4. Умение анализировать, классифицировать, обобщать и разделять;
5. Умение устанавливать причинно-следственные связи;
6. Установление аналогий, синтеза;
7. Критическое мышление;
8. Умение моделировать на математическом языке реальные ситуации, интерпретировать.

2.2 Совокупность заданий для формирования функциональной математической грамотности при изучении темы «Уравнения» в 7 -9-х классах

Ранее, в п. 2.1 мы создали психолого-педагогическую характеристику обучающихся для решения заданий для формирования функциональной математической грамотности, далее на основании этой психолого-педагогической характеристики, создадим сами задания.

Для разработки заданий будем использовать следующую методологию: выбрав определение ФМГ, содержащее деятельностный состав, который должен быть выполнен обучающимся, интерпретируем состав в задания на ФМГ, фиксируя соответствие деятельностного состава и интерпретации в надежно опознаваемых действиях обучающихся. При этом систематизация заданий проводится на основе перебора всех видов деятельности, указанных в определении. Так как определений функциональной математической грамотности в литературе на сегодняшний день несколько, в процессе описанной работы появляется возможность составить широкий диапазон заданий, для дальнейшей систематизации которых важно их формулировать на одном языке [46].

Тема – линейное уравнение.

Компонент ФМГ – интерпретация.

Ядерный материал – стандартный вид линейного уравнения.

Основа для интерпретации – связь трех величин $ax = b$.

Задание: Приведите жизненную ситуацию, где связаны между собой три каких-либо фактора, и эти факторы дают возможность находить один через два имеющихся (например, при покупке какого-то количества единиц товара с одинаковой стоимостью)

Тема – квадратное уравнение.

Компонент ФМГ – интерпретация.

Ядерный материал – формула для решения квадратного уравнения с использованием дискриминанта.

Основа для интерпретации – информация, которая приводит нас к решению в зависимости от ситуации.

При решении квадратного уравнения мы обращаемся к понятию «Дискриминант», именно от него зависит решение уравнения:

1. Если дискриминант меньше нуля, то уравнение не имеет решения
2. Если дискриминант равен нулю, то уравнение имеет два одинаковых решения
3. Если дискриминант больше нуля, то уравнение имеет два различных решения

Задание: приведите жизненную ситуацию, где от принятия какого-либо решения, зависит исход ситуации. Сформулируйте те положения, которые будут определять решение (здесь: значение коэффициентов, в ситуации - ...), Составьте суждение об этих положениях для принятия решения (здесь – выражение для дискриминанта).

Тема – иррациональное уравнение.

Компонент ФМГ – интерпретация.

Ядерный материал – область допустимых значений.

Основа для интерпретации – информация, которая показывает решение есть или нет.

Задание: Принять решение о том, ставить прививку или нет, учитывая факторы:

- возраст
- состояние здоровья на момент принятия вакцины
- общее состояние здоровья

Задание: Сформулируйте суждение, обоснуйте ответ на вопрос от чего зависит вывод врача (дать больничный или нет), когда человек болеет?

Задание: Примите решение пропустить человека или нет, когда человек заходит в метро или на станцию железнодорожного вокзала;

Задание: Сформулируйте суждение, обоснуйте ответ на вопрос в какой университет Вам поступать после окончания школы, опираясь на следующие факторы:

- предметы, в которых Вы преуспеваете;
- ваши личные интересы;
- представление о том, кем Вы видите себя в будущем;
- семейные традиции в плане профессии (если они есть).

Выводы по главе 2

1. Исходя из изученной литературы и возрастного ограничения обучающихся, можно сделать вывод, что при решении созданных нами заданий обучающийся в достаточной мере будет обладать всеми необходимыми навыками и умениями.
2. После выделения компонентов функциональной математической грамотности и выделения «ядерного» линии «Уравнения» были созданы задания для формирования функциональной математической грамотности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставим результаты исследовательской работы с поставленными задачами и целью ВКР.

Согласно ФГОС третьего поколения новым направлением развития умений школьников является функциональная математическая грамотность.

В работе в п. 1.1 мы разобрали изучили литературу и рассмотрели различные определения функциональной математической грамотности, после этого выделили определение, с которым работали на протяжении всего исследования. Функциональную математическую грамотность мы определили, как способность обучающегося интерпретировать полученные математические знания при изучении школьного курса математики в различные бытовые и научные ситуации, формулировать математические суждения и использовать математические инструменты.

Далее в п. 1.2 и 1.3 мы рассмотрели линию «Уравнения», далее выделили ту часть линии, с которой будем работать и выделили «ядерный» материал. После этого ядерный материал сопоставили с компонентом функциональной математической грамотности, компонентом являлся глагол-действие.

Далее в ходе работы мы определили какими психолого-педагогическими характеристиками должен обладать обучающийся для решения заданий, которые в дальнейшем мы будем создавать. После анализа литературы, можно было сделать вывод, что обучающиеся нужного нам возраста (12-15 лет) обладают всеми необходимыми навыками для решения заданий для формирования функциональной математической грамотности.

После были созданы сами задания на основе того, что мы сделали в главе 1, стоит заметить, что разработанные задания являются моделью заданий для формирования функциональной математической грамотности,

которые в полной мере формируют функциональную математическую грамотность.

Таким образом, стоит заметить, что все цели и задачи исследовательской работы выполнены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеева Е.Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности // МНКО. 2020. №4 (83). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskie-osobennosti-formirovaniya-matematicheskoy-gramotnosti-uchaschihsya-kak-sostavlyayushey-funktsionalnoy-gramotnosti> (дата обращения: 12.03.2022).
2. Алимов Ш.А. Алгебра 7 [Текст]: учеб. Пособие для общеобразовательных учреждений. / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, Н.Е. Федорова, М.И. Шабунин, – М.: Просвещение, 2007. – 208 с.
3. Асмолов А.Г. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли: пособие для учителя / А.Г. Асмолов [и др.]. 2-е изд. — М.: Просвещение, 2010.
4. Бахарева Е.В. Развитие профессиональной компетентности учителя по формированию функциональной грамотности учащихся основной школы //диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук – М, 2009 , 198 С.
5. Беглова Т.В., Битянова М.Р., Меркулова, Т.В., Теплицкая А.Г. Универсальные учебные действия: теория и практика проектирования: научно-методическое пособие / науч. ред. М.Р. Битянова. – Самара: Издательский дом «Фёдоров», 2016. – 304 с.
6. Блинкова Людмила Владимировна, Вебер Нина Петровна, Виноградова Людмила Петровна Педагогическая система формирования функциональной грамотности школьников // Природные ресурсы Арктики и Субарктики . 2009. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/pedagogicheskaya-sistema-formirovaniya-funktsionalnoy-gramotnosti-shkolnikov> (дата обращения: 06.12.2021).

7. Бутенко А. В., Ходос Е. А. Критическое мышление: метод, теория, практика. Учеб.-метод. пособие. М.: Мирос, 2002.
8. Валеев, И. И. Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции / И. И. Валеев // Бизнес. Образование. Право. – 2020. – № 4 (53). – С. 353- 360. – DOI: 10.25683/VOLBI.2020.53.417.
9. Вершловский С.Г., Матюшкина М.Г. Функциональная грамотность выпускников школы // Социологические исследования, № 5, Май 2007, С. 140-144.
10. Выготский, Л. С. Мышление и речь : психологические исследования / Л. С. Выготский — Москва; Ленинград: Государственное социально-экономическое издательство, 1934. — 323 с.
11. Глазырина А.А. Задания для формирования у школьников умения строить речевые высказывания в процессе работы с математическим материалом / Глазырина А.А., И. Н. Семенова // II международная научно-практическая конференция «Качество обучения как проблема контроля и оценки образовательной деятельности образовательных организаций (учреждений)» Луганск, 27–28 января 2022 года.
12. Дударева Н. В. Утюмова Е. А. Модель формирования функционально-математической грамотности в процессе обучения математике // Педагогическое образование в России. 2021. №4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/model-formirovaniya-funktsionalno-matematicheskoy-gramotnosti-v-protssesse-obucheniya-matematike> (дата обращения: 06.12.2021).
13. Евтыхова Н. М., Багова Л. Л. Формирование функциональной математической грамотности младших школьников средствами межпредметной интеграции // Вестник Майкопского государственного технологического университета. 2019. №4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-funktsionalnoy-matematicheskoy-gramotnosti-mladshih-shkolnikov-sredstvami-mezhpredmetnoy-integratsii> (дата обращения: 16.02.2022).

14. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 2003.
15. Залецкая А. В., Петросян Э. А. Формирование познавательных универсальных учебных действий на уроках математики (на примере сравнения) // Школьные технологии. 2017. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-poznavatelnyh-universalnyh-uchebnyh-deystviy-na-urokah-matematiki-na-primere-sravneniya> (дата обращения: 20.04.2022).
16. Иванова Т. А., Симонова О. В. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности // Вестник ВятГУ. 2009. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/struktura-matematicheskoy-gramotnosti->
17. Калинин Е.Н. Сборник заданий по развитию функциональной математической грамотности обучающихся 5-9 классов. – Новокуйбышевск, 2019. – 22 с.
18. Ковалева Г. С. Первые результаты международной программы PISA-2009. Презентация и обсуждение первых результатов международной программы PISA-2009, 7 декабря 2010 г. URL: http://www.centeroko.ru/pisa09/pisa09_pub.html.
19. Ковалёва Г. С. Результаты международного исследования PISA: качество образования // Школьные технологии. 2011. №4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rezultaty-mezhdunarodnogo-issledovaniya-pisa-kachestvo-obrazovaniya> (дата обращения: 22.04.2022).
20. Коначова Н.Ю., СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ ПО ОЦЕНКЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ Методическое пособие. 2012 Г. 138 с.
21. Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021. – URL: <https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978> (дата обращения: 13.07.2021). – Текст : электронный. Денищева Л. О., Краснянская К. А. Оценка учебных достижений учащихся 8 класса по

- математике в рамках международного сравнительного исследования TIMSS 2015 // Педагогические измерения. 2017. № 2. С. 46—55.
22. Кулымбетова, У. Ш. Формирование умения интерпретации информации на уроках математики через стратегии критического мышления / У. Ш. Кулымбетова. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2016. — № 26.1 (130.1). — С. 27-29. — URL: <https://moluch.ru/archive/130/36297/> (дата обращения: 11.05.2022).
23. Лебедев О.Е. Образованность учащихся как цель образования и образовательный результат/ Лебедев, О.Е. //Образовательные результаты/ Под ред. О.Е. Лебедева. – СПб., 1999. – С.45
24. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / сост., предисл., коммент. Д.А. Леонтьева. М.: Смысл, 2016. 528 с
25. Макарычев Ю.Н. Алгебра 7 [Текст]: учеб. пособие для общеобразовательных учреждений. / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под редакцией С.А. Теляковского М.: Просвещение, 2009. – 240 с.
26. Марголина Н. Л., Налимова И. В. Математическая грамотность как важный компонент подготовки будущего учителя // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2021. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskaya-gramotnost-kak-vazhnyy-komponent-podgotovki-buduschego-uchitelya> (дата обращения: 12.03.2022).
27. Мартынец М.С. О классификации универсальных учебных действий // Народное образование. 2015. №8 (1451). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-klassifikatsii-universalnyh-uchebnyh-deystviy> (дата обращения: 20.04.2022).

28. Математика на каждый день. 6-8 классы : учеб. Пособие для общеобразоват. организаций / Т.Ф. Сергеева. – М. : Просвещение, 2020. – 112 с.
29. Мерзляк А.Г. Алгебра : 7 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — М. : Вентана-Граф, 2015. — 272 с.
30. Мордкович А.Г. Алгебра 7 [Текст]: учеб. пособие для общеобразовательных учреждений. / А.Г. Мордкович, Н.П. Николаев. – Часть 1. – М.: Мнемозина, 2009. – 193 с.
31. Муртазина Н. А. Реализация идеи математического моделирования на уроках математики в начальной школе // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения. 2010. №16-2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-idei-matematicheskogo-modelirovaniya-na-urokah-matematiki-v-nachalnoy-shkole> (дата обращения: 08.05.2022).
32. Никольский С.М. Алгебра 7 [Текст]: учеб. пособие для общеобразовательных учреждений / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2009. 272 с.
33. Приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 N 1897 Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования. URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/>
34. Рослова Л.О., Краснянская К.А., Квитко Е.С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т. 1, № 4 (61). С. 58–79.
35. Рубин А.Г. Алгебра. 7 кл. : учеб. для организаций, осуществляющих образовательную деятельность / А.Г. Рубин, П.В. Чулков. – М. : Баласс, 2015. – 224 с. : ил. (Образовательная система «Школа 2100»).
36. Рыдзе О. А., Краснянская К. А. Преемственность в формировании математической функциональной грамотности учащихся начальной и

- основной школы // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. №4 (61). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/preemstvennost-v-formirovanii-matematicheskoy-funktsionalnoy-gramotnosti-uchaschihsya-nachalnoy-i-osnovnoy-shkoly> (дата обращения: 03.04.2022).
- 37.Симонова О.В. Особенности проектирования занятий в v классе в системе формирования математической функциональной грамотности // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. 2015. №1 (37). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-proektirovaniya-zanyatyy-v-v-klasse-v-sisteme-formirovaniya-matematicheskoy-funktsionalnoy-gramotnosti> (дата обращения: 10.03.2022).
- 38.Скрябина А. Г., Иванова А. В. Формирование функциональной грамотности школьников на уроках математики // Проблемы современного педагогического образования. 2021. №72-2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-funktsionalnoy-gramotnosti-shkolnikov-na-urokah-matematiki> (дата обращения: 12.05.2022).
- 39.Смирнова В. А. Теоретические основы формирования познавательных универсальных учебных действий у школьников // Ярославский педагогический вестник. 2015. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/teoreticheskie-osnovy-formirovaniya-poznavatelnyh-universalnyh-uchebnyh-deystviy-u-shkolnikov> (дата обращения: 20.04.2022).
- 40.Толмачева Л.Н. Основные подходы к оценке математической грамотности школьников // Вестник науки. 2020. №6 (27). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osnovnye-podhody-k-otsenke-matematicheskoy-gramotnosti-shkolnikov> (дата обращения: 10.02.2022).
- 41.Тюменева Ю. А, Вальдман А. И. Что дают предметные знания для умения применять их в новом контексте? Первые результаты сравнительного анализа TIMSS-2011 и PISA-2012, проведенного на

- одной и той же выборке российских учащихся // Вопросы образования. 2014. № 1. С. 8—24.
42. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования, приказ 'Об утверждении федерального компонента государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования^а от 5 марта 2004 г. № 1089. Офиц. сайт. <http://www.ed.gov.ru/ob-edu/noc/rub/standart/>
43. Функциональная грамотность младшего школьника: книга для учителя / Н. Ф. Виноградова, Е. Э. Кочурова, М. И. Кузнецова и др. М. : Российский учебник : Вентана-Граф, 2018. 288 с.
44. Хнычкина Е. Е. Познавательные универсальные учебные действия и их оценка - стратегия развития учителя // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. 2014. №4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/poznavatelnye-universalnye-uchebnye-deystviya-i-ih-otsenka-strategiya-razvitiya-uchitelya> (дата обращения: 11.04.2022).
45. Шакирова Г. Ф. Решение задач на основе рассуждения как средство формирования математической грамотности // Интерактивная наука. 2022. №3 (68). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/reshenie-zadach-na-osnove-rassuzhdeniya-kak-sredstvo-formirovaniya-matematicheskoy-gramotnosti> (дата обращения: 12.03.2022).
46. Семенова, И. Н. Подбор и конструирование заданий для формирования функциональной математической грамотности у школьников при работе с математическим материалом / И. Н. Семенова, И. Р. Негомодзянова, А. В. Слепухин // Эвристическое обучение математике : V Международная научно-методическая конференция, Донецк, 23–25 декабря 2021 года. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2021. – С. 329-334.

47. Мордкович А.Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович. – 13-е изд., испр. – М. : Мнемозина, 2009. – 160 с.
48. Ш.А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.В. Ткачева, Н.Е. Федорова, М. И. Шабунин Алгебра. 7 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др.] – 18-е изд. – М. : Просвещение, 2011. – 224 с.
49. Мерзляк А.Г. Алгебра : 7 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков. – 3-е изд., стереотип. – М. : Вентана-Граф, 2019. – 285, [3] с.
50. Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С.Б. Суворова. Алгебра. 7 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова]; под ред. С. А. Теляковского. – 18-е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 240 с.
51. Рубин А.Г. Алгебра. 7 кл. : учеб. для организаций, осуществляющих образовательную деятельность / А.Г. Рубин, П.В. Чулков. – М. : Баласс, 2015. – 224 с.
52. Мордкович А.Г. Алгебра. 7 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (углубленный уровень). В 2 ч. Ч. 1 / А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. – 11-е изд., стер. – М. : Мнемозина, 2019. – 232 с.
53. Арефьева И.Г., Пирютко О.Н. Алгебра : 7 класс : учебное пособие для 7 класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения – Минск, 2017. – 316 с.
54. Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / [Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др.] – 17-е изд. – М. : Просвещение, 2010. – 255 с.
55. Арефьева И.Г., Пирютко О.Н. Алгебра : 8 класс : учебное пособие для 8 класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения – Минск, 2018. – 276 с.

56. Мерзляк А.Г. Алгебра : 8 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков. – 2-е изд., стереотип. – М. : Вентана-Граф, 2019. – 384 с.
57. Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций с прил. На электрон. носителе / [Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова] ; под ред. С. А. Теляковского. – М. : Просвещение, 2013. – 287 с.
58. С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. Алгебра: учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / [С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин]. – 3-е изд. – М.: Просвещение, АО «Московские учебники», 2006. – 287 с.
59. Сафарян А.А. Линия уравнений в школьном курсе алгебры основной школы // Вестник Таганрогского института имени А.П. Чехова. 2016. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/liniya-uravneniy-v-shkolnom-kurse-algebry-osnovnoy-shkoly> (дата обращения: 04.06.2022).
60. Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва и др.]. – 3-е изд. – М. : Просвещение, 2016. – 463 с.
61. А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. Б. Полонский, М. С. Якир. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учебное пособие – 4-е изд. – М. : Вентана-Граф, 2019. – 366 с.
62. А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. М. Поляков. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. Углубленный уровень. 11 класс : учебное пособие – 4-е изд. – М. : Вентана-Граф, 2019. – 415 с.

63. С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. Уровни / [С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин]. – 8-е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 430 с.
64. Е. И. Лященко, К. В. Зобкова, Т. Ф. Кириченко, З. И. Новосельцева, Н. Л. Стефанова / Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. Ин-тов / Е. И. Лященко, К. В. Зобкова, Т. Ф. Кириченко и др.; Под ред. Е. И. Лященко. – М : Просвещение, 1988.-223 с.