

Министерство просвещения Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики и технологии
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

Формирование умения у учащихся осуществлять построение моделей при обучении математике

Выпускная квалификационная работа

Направление «44.03.01 – Педагогическое образование»

Профиль «Математика»

Работа допущена к защите:

_____	_____
дата	подпись

оценка	

Исполнитель:

Галиева Даяна Альбертовна
группа МАТ-1931z

Научный руководитель:

Аввакумова И.А.,
к.п.н. доцент кафедры
ВМиМОМ

Екатеринбург 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ	6
1.1 Определение понятия «модель», характеристика видов моделей, применяемых при обучении школьному курсу математики.....	6
1.2 Необходимые умения и основные действия учащихся для формирования умения осуществлять построение моделей в процессе обучения школьному курсу математики	16
1.3 Требования к отбору и конструированию заданий, направленных на формирование умений у обучающихся осуществлять построение моделей в процессе обучения математике.....	31
Вывод по 1 главе	36
ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЯ СТРОИТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ	38
2.1. Основные рекомендации для формирования умения строить модели в школьном курсе математики	38
2.2 Комплект заданий для формирования умения строить математические модели	46
Вывод по 2 главе	51
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	52
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	54

ВВЕДЕНИЕ

Изменения в системе образования, проводимые в нашей стране, связаны с изменением его цели. Приоритетным направлением теперь становится развитие индивидуальных способностей и возможностей каждого школьника, а также развитие быстро и адекватно реагировать на изменения в жизни и умение подстраиваться под них. ФГОС ООО (федеральный государственный образовательный стандарт общего основного образования) направлен на создание условий для полноценного развития личности ребенка в период от дошкольного до школьного старшего возраста. Одной из основных целей ФГОС ООО является формирование универсальных учебных действий (УУД), которые включают в себя умение учиться, готовность к саморазвитию и самообучению, организацию своей деятельности, сотрудничество и самостоятельность, культурную компетентность и др.

В Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования обозначены требования к метапредметным результатам обучения, одним из умений в блоке познавательных универсальных учебных действий выделено умение овладеть учебными знаково-символическими средствами, направленными на овладение и использование знаково-символических средств (замещение, моделирование, кодирование и декодирование информации, логические операции, включая общие приемы решения задач).

Математику, обладающую огромным арсеналом идей и методов, следует рассматривать в единстве систем развивающего знания и деятельности. Одним из универсальных методов использования математики является математическое моделирование. Применение его в обучении позволяет показать учащимся универсальность математического аппарата как средства описания разнообразных явлений и процессов. Важнейший этап

моделирования - это этап построения модели, поэтому особенно актуальным является овладение учащимися умением строить модели.

Проблемой формирования умения учащихся осуществлять построение моделей при обучении математики занимались следующие ученые и специалисты в области образования: А.Г. Асмолов, Л.А. Венгеров, Н. Ф. Овчинников, В.М. Полонский, Е.Н. Кочурова, И.И. Иванов, Е.П. Матвеева, Урбан М.А., Е.М. Ложкина и многие другие. Эти ученые проводили исследования в различных областях математики, таких как алгебра, геометрия, теория вероятностей, статистика, и изучали процессы формирования умений учащихся при обучении математики. Однако вопрос о формировании умений осуществлять моделирование в контексте ФГОС остается открытым, что и определяет актуальность исследования.

Объект исследования – процесс обучения математике.

Предмет исследования – средства направленные на формирование умения осуществлять построение моделей при обучении математике.

Целью исследования является разработка комплекса заданий, направленных на формирование умений строить модели при обучении математике.

Для достижения поставленной цели определены следующие **задачи**:

1. Проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу по проблеме исследования для определения понятия модели и характеристики видов моделей;
2. Определить понятие «умение строить модель», уточнить его структуру и основные действия учащихся, необходимые для реализации умения
3. Выделить требования для отбора и конструирования заданий, направленных на формирование умений осуществлять построение моделей в процессе обучения математике.

4. Выделить рекомендации для формирования умений осуществлять моделирование в процессе обучения математике.

5. Разработать задания для формирования умения строить модели.

Методологическую основу составляют такие методы как, аналогия, классификация, прогнозирование, сравнение, метод теоретического анализа, наблюдение.

Структура работы соответствует целям и задачам и состоит из введения, двух глав, пяти параграфов, заключения и списка использованных источников.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

1.1 Определение понятия «модель», характеристика видов моделей, применяемых при обучении школьному курсу математики

Понятие «моделирование» и «модель» используется во многих областях жизни и деятельности человека, от творческих сфер до технических. Моделирование позволяет абстрагироваться от сложных систем и процессов и представить их в более простом виде, для восприятия человеку.

Модель – это образ, искусственно созданный человеком, который отражает некоторые характеристики исследуемого объекта.

Моделирование – это процесс, в котором объект преобразовывается в модель, которая отображает его характерные признаки. Объект, по которому строится модель, называется оригиналом, а объект, который является результатом моделирования моделью. Так же следует отметить, что модель является упрощением и абстракцией реальности и может не учитывать все ее характеристики и свойства.

Научный термин «модель» произошел от латинского слияния таких терминов как, «MODUS», «MODULUS», который переводится как «мера», «образ», «способ», «прообраз».

Методологическая литература, так же играет важную роль в раскрытии понятия модель. Например, в книге «Основы общей теории обучения» А.Г. Асмолова рассматриваются основные принципы и механизмы формирования умения учащимися осуществлять построение моделей при обучении математики. В этой книге описываются методы и приемы, которые помогают учителю создавать условия для развития ученика, такие как организация проектной деятельности, работа в группах, использование игр,

тестов. Кроме того, существует множество методических пособий по формированию умения осуществлять построение моделей в обучении.

Понятие «модель» каждый ученый трактует, по своему (таблица 1):

Таблица 1

Определения понятия «модель».

Автор	Определение
В.А. Штофф	«Мысленно представляемая или материально реализованная система, которая отображает и воспроизводит объект так, что ее изучение дает новую информацию об этом объекте» [2].
Л.М. Фридман	«Некий объект, исследование которого служит средством для получения новых знаний о другом объекте (оригинале)» [3].
Х.Ж. Ганеев	«Моделью может служить объект любой природы, который способен замещать исследуемый объект так, что его изучение дает новую информацию об этом объекте» [4].
В.Ф. Чаплыгин	«Система, исследование которой служит средством для получения информации о другой системе» [8].
А.И. Уемов	«Система, исследование которой служит средством для получения информации о другой системе» [47].
Л.Г. Петерсон	«Модель как упрощенный заместитель объекта, сохраняющий его существенные для исследования свойства» [48].
П.В. Трусков	«Модель как объект-заменитель объекта оригинала, обеспечивающий изучение некоторых интересующих исследователя свойств оригинала. Под моделью (от лат.

	modulus — мера, образец, норма) понимают такой материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе познания (изучения) замещает объект-оригинал, сохраняя некоторые важные для данного исследования типичные его черты» [18]
А.Д. Нахман	«Модель – это упрощенная картина реального мира. Она обладает некоторыми, но не всеми свойствами реального мира. Она представляет собой множество взаимосвязанных предположений о мире. Модель проще тех явлений, которые она по замыслу отображает или объясняет» [5]

В результате комплексного анализа таблицы, можно сформировать следующее определение:

Модель – это объект, который заменяет оригинал, отображает его свойства, а исследование этих свойств дает возможность получить информацию об изучаемом объекте.

Вот некоторые виды моделей:

1) Художник-маринист создал картины с морскими пейзажами. В этот контексте картина, изображающая море, может быть рассмотрена как модель.

2) Инженер конструктор разрабатывает прототип нового автомобиля, который имеет ограниченные функциональные возможности, но отражает концепцию будущего транспортного средства. Такой прототип можно рассматривать как модель.

3) Перед началом строительства ледовой арены, архитектором создается уменьшенная копия-макет для визуализации строительного сооружения, который можно назвать моделью.

Модели могут быть классифицированы в соответствии с основными характеристиками объектов, которыми обладает объект моделирования. Рассмотрим некоторые типы классификации моделей.

Фридман, определяет классификацию моделей в зависимости из какого «материала», они построены (схема 1):

1) Материальные (реальные) модели (модели построенные из каких реальных предметов, таких как дерево, металл, картон, стекло и др).

2) Идеальные модели (символ, знак, схема, уравнение).

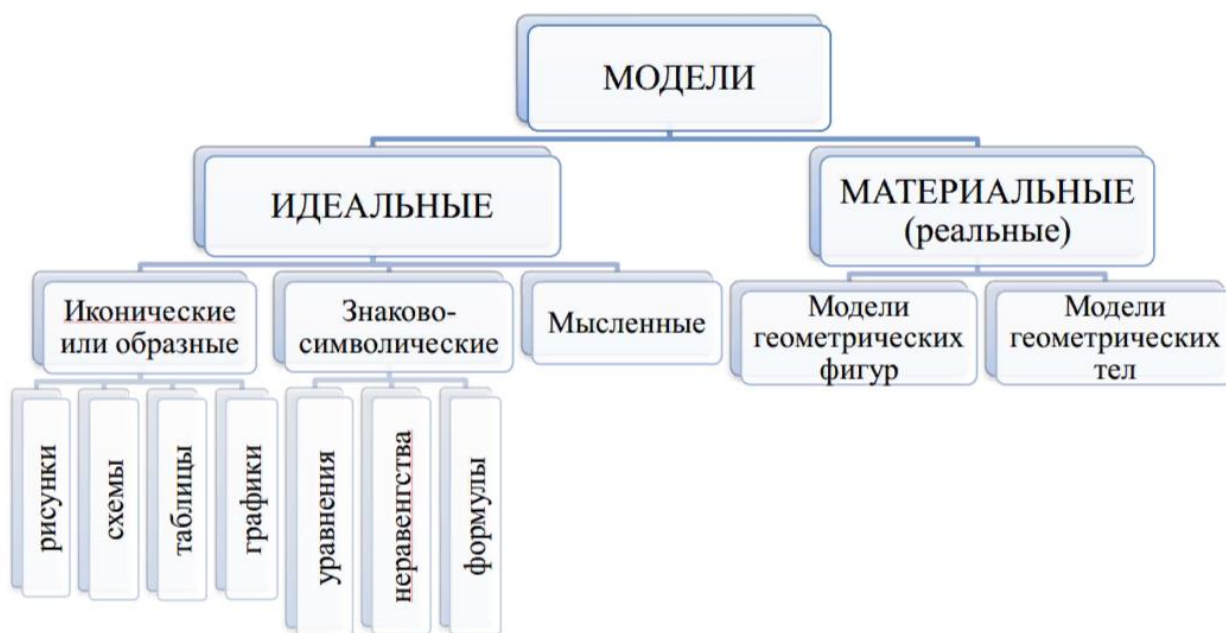


Схема 1. Виды моделей согласно классификации Л.М. Фридмана.

По мнению В.А. Штоффа модели делятся по способу их построения и по качественной специфике (схема 2):

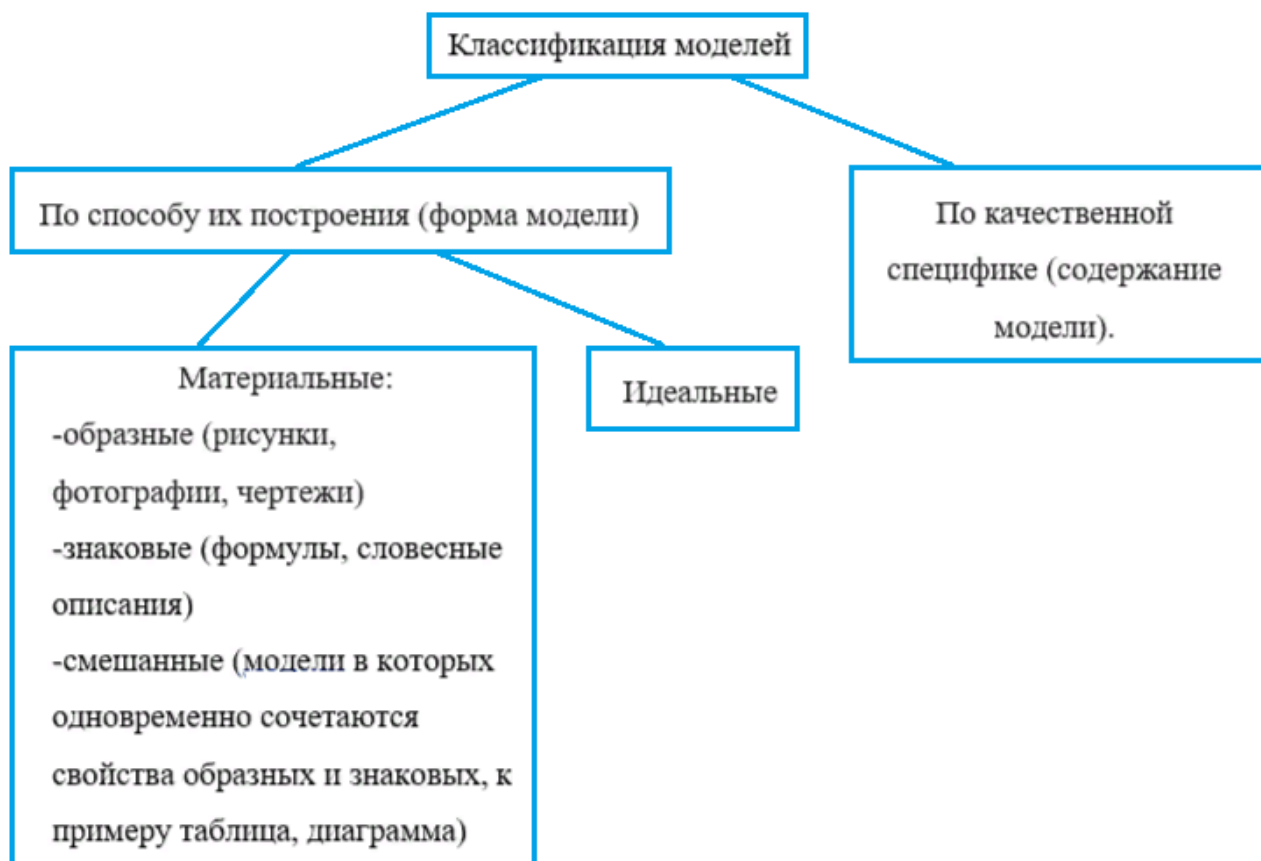


Схема 2. Классификация моделей по В.А. Штоффу.

Подведем итог, модель является средством для получения новой информации о объекте исследования, путем его отображения, замещения или воспроизведения. Это позволяет ученым лучше понять и изучить объект, используя модель как инструмент анализа и исследования.

«Моделирование – это есть процесс использования моделей (оригинала) для изучения тех или иных свойств оригинала (преобразования оригинала) или замещения оригинала моделями в процессе какой-либо деятельности» (например, для преобразования арифметического выражения можно его компоненты временно обозначить буквами)»

Моделирование в широком смысле слова подразумевает замену реальных объектов действиями с их уменьшенными копиями, образами, муляжами или макетами, а также замещение их рисунками, чертежами или схемами. Моделирование является эффективным инструментом, который

позволяет обеспечить ученика набором навыков, необходимых для успешной самостоятельной работы над задачами. Под моделью понимают описание некоторой идеи или условия в виде образа, муляжа, макета. Важно обеспечивать наглядность на протяжении всего процесса обучения, поскольку это способствует развитию наиболее сложных форм мышления у учащихся. Когда учебный материал представлен наглядно, школьники имеют возможность увидеть его в действии или представить себе концепцию, что позволяет им глубже с ней связаться. Наглядность также способствует улучшению памяти и удержанию информации в долгосрочной памяти, так как она помогает школьникам визуализировать и представлять себе важные концепции. Все это обеспечивает более эффективное обучение и развитие мышления. Использование моделирования при решении тестовых задач играет важную роль в активизации мыслительной деятельности учеников и помогает им осознать суть задачи. Моделирование предполагает создание модели или упрощенной версии проблемы, на основе которой ученик может анализировать и применять различные методы решения. Моделирование позволяет учащимся самостоятельно определить, какие условия и данные важны для решения задачи, и какие их аспекты требуют дополнительного изучения. Это способствует развитию критического мышления и аналитических навыков. Кроме того, моделирование помогает ученикам выявлять причинно-следственные связи и различные аспекты задачи, что способствует лучшему пониманию проблемы и поиску наиболее эффективного решения.

С.С. Попова считает, что моделирование в науке и жизни, это процесс который позволяет исследовать объекты, создавая им подобные. И для того, чтобы этому обучится в школьном курсе математики отводится большое количество времени на решение текстовых задач. [9].

Моделирование в ходе решения задач – популярный способ, который активизирует активную мыслительную деятельность школьников, это один

из главных и самых популярных способов включения обучающихся в активную и творческую деятельность. Действующая программа по математике требует развития самостоятельного поиска рационального способа решения текстовой задачи, определения условий при которых задача имеет или не имеет решение.

Рассмотрим подробнее, какие виды моделей используется для решения текстовых задач.

1. Таблица. Эта математическая модель помогает организовать все данные в задаче для облегчения восприятия. Наиболее удачно использовать эту таблицу при решении задачи о трех пропорциональных величинах: скорость-время-расстояние. Эта таблица будет использоваться, когда учащимся нужно использовать формулы для расчета скорости, времени или расстояния.

2. Чертёж. Этот вид модели очень удобно использовать, когда в задаче есть удобные числовые данные, позволяющие нарисовать отрезок прямой заданной длины. Учащиеся должны освоить пошаговое выполнение рисунка. Предлагаемая модель может быть использована для решения задачи движения двух объектов с малым числовым значением или масштабными данными.

Чертёж – условное изображение объекта, отношения между ними и количественное отношение, которое использует сегментацию и соответствует определенной пропорции. При обучении поиску решения проблемы используются конкретные рисунки, в которых взаимосвязи и взаимосвязи передаются приблизительно, без строгого соблюдения пропорций (их обычно называют диаграммами или диаграммами). После того, как дети ознакомятся с понятием «отрезки линии», они начинают рисовать схематические изображения.

В качестве вида модели рекомендуется использовать чертежи при следующих условиях:

- учащиеся обладают определенными навыками при рисовании деталей заданной длины;
- удобные числовые данные в задаче, позволяющие нарисовать отрезок линии заданной длины.

3. Схема. Эта схема используется для материалов обратной задачи, применяемых различными способами. Данная модель позволяет подняться на довольно высокую степень абстрактности. Это решение используется для решения задачи о движении двух объектов: встречный транспорт, движение в одном направлении, движение в противоположном направлении и движение с преследованием.

4. Блок-схема. Блок-схему лучше использовать в начале урока при знакомстве с определенным видом задачи, что позволяет установить, какой вид задачи рассматривается в данный момент на уроке. При решении задач эта модель не используется в качестве вспомогательной модели для задачи.

Эту модель еще называют «виноградная гроздь» или «дерево рассуждений». Некоторые методисты не выделяли блок-схему как отдельную модель. Это неверно, потому что технология, используемая в модели блок-схемы, отличается от других типов моделей.

Прежде всего, анализ проблемы начинается с вопроса (то есть аналитическим способом), что означает выбор «вопроса о двух значениях одинаковых или разных чисел, что дает ответ на вопрос». Использование других типов моделей позволяет синтезировать (то есть проблему данной проблемы) или метод анализа и синтеза (комбинацию первых двух методов) для рассуждений.

Во-вторых, в блок-схеме нет слов-ссылок, и можно направлять при выборе действия (например, в короткой записи).

В-третьих, нет визуальной точки отсчета для сравнения значений друг с другом (например, при использовании диаграмм и графиков).

В-четвертых, учащийся обращает внимание только на взаимоотношения и взаимосвязи, описанные в задании.

5. Вспомогательная модель - это графическая модель. Под графической моделью можно понимать изображение, реализованное с помощью графических действий, которое не только воспроизводит объект исследования, его индивидуальные атрибуты и взаимосвязи, но и позволяет проводить дальнейшие исследования на нем.

При решении текстовых задач используются такие модели как: таблица (помогает организовать все данные в задаче для облегчения восприятия), краткая запись (дает возможность представить выделить все, что известно в условии и что необходимо найти), чертеж (условное изображение объекта на плоскости с помощью линий, точек, символов и других обозначений), схема, блок-схема (представляет собой последовательность действий в виде блоков, которые соединены линиями) и другие виды моделей.

Таким образом, моделирование в обучении выступает способом познания при выявлении и фиксации в наглядной форме тех всеобщих отношений, которые отражают научно-теоретическую сущность изучаемых объектов. Моделирование-это особая и специфическая задача в математике, потому что ни одно понятие не может быть построено без моделирования. Но в то же время моделирование как вид умения учащихся можно сформировать только через специально организованное обучение. При разработке учебной программы учителя должны учитывать, что в классе есть разные дети, и их следует обучать по-разному, в зависимости от стиля обучения, который нравится и понятен учащимся.

Процесс моделирования стимулирует развитие активного и творческого мышление у школьников, так как требует от них самостоятельности и поиска различных способов подхода к решению задачи.

Они должны уметь отойти от реальной ситуации и перенести ее в модель, при этом выбрать подходящие инструменты и методы моделирования. Например, при решении задач на уроках геометрии, ученики могут создавать модели фигур или использовать теоремы для анализа свойств этих фигур.

«Моделирование также помогает развивать математическое мышление, так как ученикам приходится анализировать и интерпретировать информацию, формулировать гипотезы и проверять их, предлагать способ решения задачи на основе моделей, при этом аргументировать каждый свой шаг. Этот процесс помогает учащимся развивать логическое мышление и способность применять математические концепции и методы в реальных ситуациях» [54].

Подведем итог, моделирование в ходе решения задач является важным инструментом в обучении математике, который способствует развитию самостоятельности, творческого и логического мышления. Моделирование помогает им лучше понимать математические концепции и применять их на практике.

«Моделирование – это опосредованное практическое или теоретическое исследование объекта, при котором непосредственно изучается не сам интересующий нас объект, а некоторая вспомогательная искусственная или естественная система:

- 1) находящаяся в некотором объективном соответствии с познаваемым объектом;
- 2) способная замещать его в определенных отношениях;
- 3) дающая при ее исследовании, в конечном счете, информацию о самом моделируемом объекте» [26].

На основе перечисленного можно сформировать следующие цели моделирования:

- 1) Понимание устройства системы;
- 2) Управление системой;

3) Прогнозирование результатов.

Все три цели подразумевают в той или иной степени наличия механизма обратной связи, то есть необходима возможность не только переноса элементов, свойств и отношений моделируемой системы на моделирующую, но и наоборот.

Обобщая все вышеизложенное, можно сделать вывод о том, что модель – это концепция представления реальности математическим способом, вариант схемы как комплекса, изучение которого позволяет человеку обрести знания о некой другой системе.

Моделирование является универсальным способом познания и преобразования окружающей действительности. Наибольшей степенью обобщенности обладают математические модели. Содержание предмета математика способствует обучению обучающихся процессу моделированию. В школьной практике используются: познавательная, интерпретационная, объяснительные, дидактические и эвристические функции моделей. Выбор вида модели, используемых на уроках математики, зависит от возраста ученика, степени его обученности моделированию, творческих наклонностей и математических способностей.

1.2 Необходимые умения и основные действия учащихся для формирования умения осуществлять построение моделей в процессе обучения школьному курсу математики

В 21 веке, ключевой задачей нынешнего школьного образования является разностороннее развитие личности. За время школы, ученику предстоит не только освоить учебный школьный материал, но и научиться применять его на практике, самостоятельно получая новые знания. В школьном образовании необходимо учитывать индивидуальные особенности каждого ученика, его интересы, потребности, способности. Поэтому важную роль в развитии личности учащегося играет системно-деятельностный

подход. Таким образом, системно-деятельностный подход включает в себя, не только усвоение знаний, но и развитие практических навыков и умений.

Системно-деятельностный подход позволяет учащимся запомнить математические факты и правила и научиться их применять в реальных ситуациях. В данном аспекте системно-деятельностный подход играет важную роль в формировании необходимых умений и основных действий учащихся для формирования умения осуществлять построение моделей в процессе обучения школьному курсу математики играет.

В исследовании необходимо придерживаться следующего определения: системно-деятельностный подход – это способ организации учебно-познавательной деятельности, в ходе которой у школьника происходит переход от информационно-репродуктивного знания к знанию действия. Содержание учебного предмета выступает как система научных понятий, констатирующих определенную предметную область. В основе усвоения системы научных понятий лежит организация системы учебных действий. Как указывал Ф.А. Орехов, первичная форма существования теоретического знания – это способ действия [38].

Математика – это тот предмет, который занимает лидирующую позицию в формировании познавательных универсальных учебных действий. Так как на уроках математики развивается логическое мышление, умение рассуждать, анализировать, обобщать. Возраст с 11 до 15 лет характеризуется развитием познавательных процессов таких как, внимание, память, воображение, логическое мышление. Дети начинают лучше понимать причинно-следственные связи и умеют анализировать информацию, делать выводы. И в этом возрасте данные процессы приобретают самостоятельность, а мыслительные операции позволяют овладеть таким универсальным действием, как моделирование. Поэтому важно обеспечить эффективное развитие мыслительных операций учащихся путем овладения познавательными универсальными учебными действиями.

Практический опыт показывает, что особую трудность в овладении познавательными универсальными учебными действиями составляют знаково-символические действия. В частности, действие моделирования, так как оно является инструментальным базисом на уроках, позволяет упорядочить и систематизировать имеющиеся знания, вывести и конструировать новые знания. Существует несколько подходов к определению понятия «моделирование». Моделирование – преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта (пространственно-графическую или знаково-символическую) [25]. Моделирование в справочной литературе определяется как «метод исследования объектов и явлений при помощи их условных образов, аналогов» [49].

В педагогике выделяются два аспекта моделирования в обучении:

- 1) моделирование как содержание, которое учащиеся должны усвоить;
- 2) моделирование как учебное действие, средство обучения.

Возрастные психологические особенности обучающихся позволяют формировать универсальное учебное действие моделирования. Для математики это действие представляется наиболее важным, так как создаёт инструментарий для развития у детей познавательных универсальных действий: сравнения, классификации, анализа, и т.д. Поэтому возникает необходимость более подробно рассмотреть особенности формирования моделирования как универсального учебного действия.

Учебное моделирование – компонент содержательного анализа объекта. Несомненным достоинством учебного моделирования является то, что оно позволяет преодолеть элементы механического усвоения знаний в обучении, активизировать мыслительную деятельность учащихся. Содержание и форма моделирования зависят от того, что именно моделируется, что является предметом моделирования на конкретном этапе обучения.

Теория учебного моделирования основана на работах Д.Б. Давыдова, А.Ч. Варданяна и З.Д. Гольдина, а научно обосновывается в трудах П.Я. Гальперина. Теория учебного моделирования предполагает поэтапное формирование деятельности учащихся, соблюдая последовательность этапов освоения изучаемого материала, перехода от простого к сложному. В теории планомерно-поэтапного формирования умственных действий важен каждый шаг в формировании умственных действий и понятий, но ключевым является создание материальной и материализованной формы изучаемого действия.

Для того чтобы выделить необходимые умения и действия учащихся для формирования умения осуществлять построение моделей, рассмотрим сами этапы построения моделей (Таблица 2).

Таблица 2.

Этапы построения моделей

Автор	Этапы построения:
А.Г. Асмолов	Предлагает осуществлять моделирование придерживаясь таких этапов как [6]: <ol style="list-style-type: none"> 1) Первичный анализ материала; 2) Перевод текста задачи на знаково-символьно математический язык; 3) Построение модели; 4) Работа с моделью/преобразование модели; 5) Соотнесение полученных результатов с реальностью
А.А. Самарский	Процесс построения моделей состоит из следующих этапов [7]: <ol style="list-style-type: none"> 1) Формулировка предмодели; 2) Завершение идеализации объекта; 3) Выбор или формулировка закона, которому подчиняется объект;

	<ul style="list-style-type: none"> 4) «Оснащение» дополнительными сведениями; 5) Исследование модели доступными способами; 6) Установление адекватности модели, по сравнению с ее реальными характеристиками.
В.А. Далингер	<p>Определяет следующие этапы моделирования [9]:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1) Построение математической модели 2) Решение задачи 3) Интерпретация результатов 4) Дополнительные исследования модели (по необходимости)
Л.Г. Петерсон	<p>Выделяет три этапа математического моделирования [48]:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1) Построение математической модели некоторого фрагмента действительности; 2) Изучения математической модели, описание свойств полученной модели; 3) Приближение модели к оригиналу.
А.А. Столяр	<p>Выделяет следующие этапы моделирования [52]:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1) Поиск реальных объектов, ситуаций, обладающих определенным свойством; 2) Построению моделей данных объектов, ситуаций; 3) Исследование модели, описание ее свойств; 4) Построение модели, удовлетворяющую всем свойствам, которые были определены на предыдущем этапе;

Проведем анализ таблицы и сформируем основные этапы моделирования:

Основные этапы моделирования.

Этапы:	Совершаемые действия:	Результат:
Первый этап – замещение.	Построение математической модели. Замещения оригинала на модель с помощью знаково-символических средств.	Образ-заменитель реального объекта или явления.
Второй этап – кодирование	Перевод текстовой, словесной информации на язык знаков, который включает два направления: графический уровень и вещественный уровень. Шаги кодирования: 1 шаг – преобразование модели; 2 шаг – расшифровка модели; 3 шаг – видоизменение (преобразование) модели.	Создание образа-модели оригинала, с помощью знаково-символических действий.
Третий этап – декодирование.	Приближение модели к оригиналу. Сравнение результатов с реальным миром.	Модель приближенная к оригиналу.

При формировании у обучающихся действиям моделирования, этап замещения является основополагающим, так как обучающемуся необходимо хорошо усвоить механизм замещения оригинала на модель с помощью знаково-символических средств. В конечном результате, у учащихся получится образ-заменитель реального объекта или явления. После того, как учащиеся усвоили основные образы-заменители, можно переходить ко второму этапу – кодированию. На данном этапе осуществляется перевод

текстовой, словесной информации на язык знаков, который включает два направления: графический уровень и вещественный уровень. Результатом деятельности детей на данном этапе будет создание образа-модели оригинала с помощью знаково-символических действий.

Для успешного освоения действия кодирования целесообразно использовать в педагогической деятельности разноплановые операции, которые учат детей пошаговому усвоению действий на этом этапе.

Первым шагом является преобразование модели.

Вторым шагом в освоении действия кодирования является работа по расшифровке модели.

Третьим шагом является видоизменение модели.

Самым сложным этапом формирования универсального учебного действия моделирования является третий этап – декодирование, так как в практике обучения он недостаточно реализуется. Декодирование – это приближение модели к оригиналу.

Проведённый анализ позволил выделить условия формирования у обучающихся умения моделировать на уроках математики при решении задач:

- 1) Применение системно-деятельностного подхода, использующего предметное содержание для формирования метапредметных умений;
- 2) поэтапное формирование умения моделировать:
 - а) овладение обучающимися механизмом замещения оригинала на модель с помощью знаково-символических средств;
 - б) овладение навыками кодирования – переводом текстовой информации на язык знаков;
 - в) овладение навыками декодирования – приближения модели к оригиналу.

Рассмотрев все этапы моделирования, можно выделить необходимые умения, которые нужны обучающимся, для формирования умения строить модели: умение анализировать данные; исследовать данные, выявлять и

оценивать свойства и отношения; наглядно представлять полученные данные; выделять существенные (несущественные) признаки; умение формулировать и применять определения, правила; преобразовывать простейшие алгебраические выражения; интерпретировать данные.

Теперь соотнесем эти умения с этапами моделирования (схема 3):

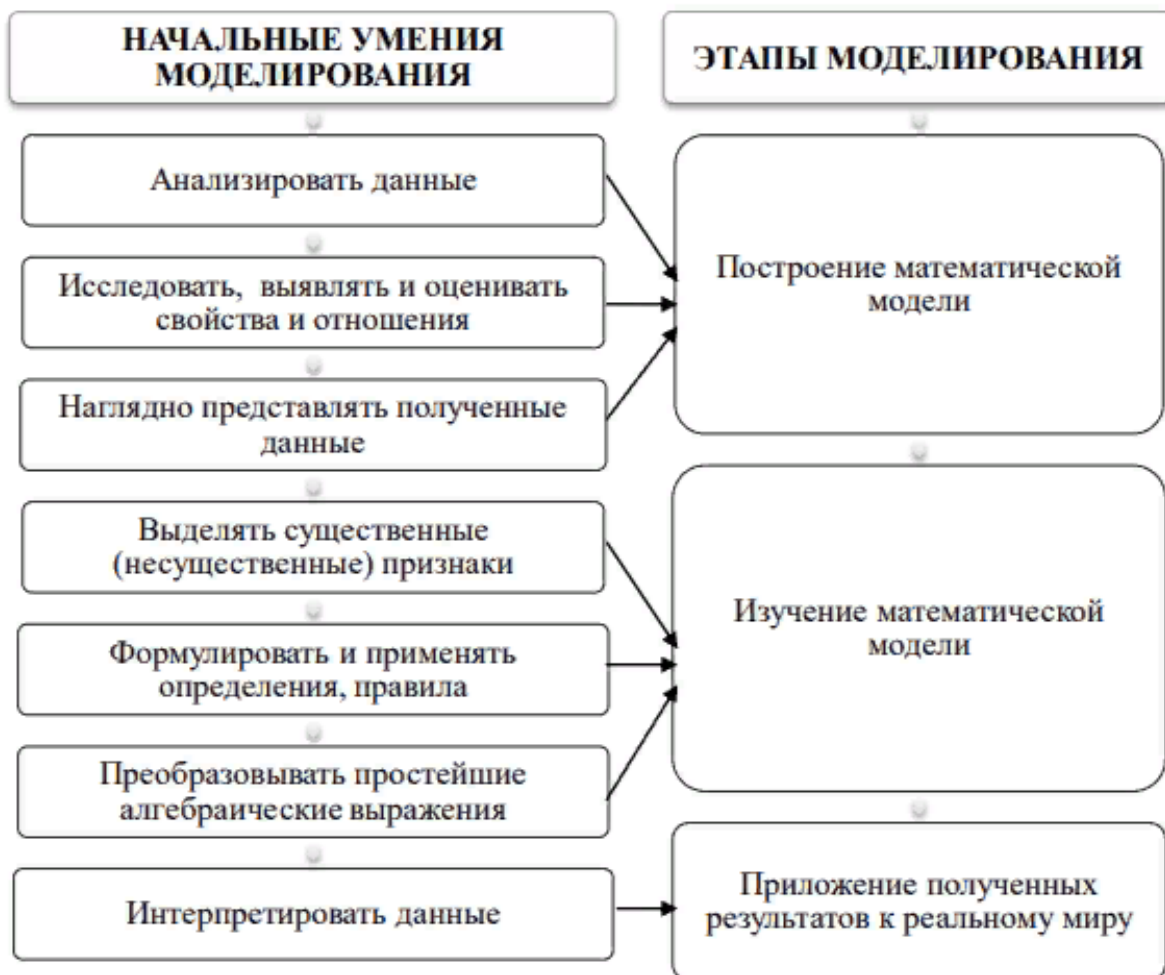


Схема 3. Соотнесение умений с этапами моделирования.

Таким образом, реализация системно-деятельностного подхода на всех рассмотренных этапах системы «оригинал – модель – оригинал» способствует эффективному формированию у обучающихся универсального учебного действия моделирования и познавательных универсальных учебных действий в целом.

По мнению С.М. Комаровой, для формирования и развития у школьников умения строить модели можно использовать следующую методику [17]:

1. Постановка цели. Целью обучения должно быть формирование у школьников умения строить модели. Это умение является важным для применения математических знаний и умений в реальной практической деятельности.

2. Определение основных целей образования по математике. Основные цели образования должны включать овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности и изучения смежных дисциплин. Также в целях образования должно быть интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств личности, необходимых для полноценной жизни в современном обществе, и воспитание культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры.

3. Выбор методов и приемов обучения. Для формирования у школьников умения строить модели можно использовать различные методы и приемы обучения. Например, можно предлагать задачи и упражнения, которые требуют от учащихся построения математических моделей для анализа и решения. Также можно использовать проектные и исследовательские задания, где учащиеся должны строить модели для изучения различных явлений и процессов [50].

4. Организация самостоятельной работы учащихся. Важным компонентом формирования умения строить модели является организация самостоятельной работы учащихся. Они должны иметь возможность самостоятельно исследовать объекты и явления, строить математические модели для анализа и понимания.

5. Оценка и контроль. Процесс обучения должен сопровождаться оценкой и контролем достижения поставленной цели. Учащиеся должны получать обратную связь о своих достижениях и ошибках, чтобы корректировать свою деятельность и развиваться дальше.

«Цели обучения построению моделей должны быть сформулированы с учетом возрастных особенностей учащихся и должны быть диагностическими, то есть могут быть оценены по определенным критериям и шкале. Они должны удовлетворять познавательные потребности учащихся и иметь личную значимость для них. Кроме того, цели должны быть определены во времени, то есть иметь четко указанный срок для достижения» [21].

На первом, мотивационно-репродуктивном этапе (5-6-е классы), учащиеся формируют отдельные действия, неосознанно осуществляя их под руководством учителя. Они еще не полностью осознают процесс моделирования и его цели, но активно участвуют в нем, следуя указаниям и поддержке учителя. Учащиеся на этом этапе учатся принимать цель учебного задания, выделять элементы задания, выделять существенные признаки и связи, анализировать их, а также выполнять построение моделей выражений и формул. Они также могут переводить текст задачи на символично-логический язык и осуществлять контроль на уровне произвольного внимания [30].

На втором, осознанно-репродуктивном этапе (6-8-е классы), учащиеся осознают необходимость формализации и применения комплекса действий в знакомых ситуациях. В этом возрасте учащиеся также начинают осознавать важность правильной последовательности действий и понимают, что некоторые задачи могут быть решены более эффективно, если следовать определенным шагам или алгоритмам. Они развивают представление о модели и учатся строить модели и различные типы функций, определения и свойства. На этом этапе они также развивают уже усвоенные умения, осознавая сущность действий

На третьем, основном этапе (8-9-е классы), происходит доведение умения построения модели до стадии применения в новых ситуациях. Учащиеся самостоятельно ставят цели, выделяют элементы учебного задания, анализируют характеристики и связи, осуществляют актуальный контроль и обогащают уже построенные модели. Они также учатся преобразовывать модели в соответствии с уточненной целью, измененными характеристиками или элементами. На этом этапе также важно то, что учащиеся учатся преобразовывать модели в соответствии с уточненной целью, измененными характеристиками или элементами. [51].

Необходимые умения учащихся для построения для формирования умения осуществлять построение моделей:

- самостоятельное уточнение цели согласно заданию;
- принятие цели задания;
- самостоятельная постановка цели по требуемому результату;
- неосознанное выделение элементов учебного задания (по аналогии с ранее выполненными заданиями, без соотнесения с целью);
- осознанное выделение элементов учебного задания;
- самостоятельное выделение элементов учебного задания, позволяющих получить новую структуру;
- неосознанный выбор отношения;
- осознанный отбор отношения;
- самостоятельное составление отношения по аналогии;
- контроль на уровне непроизвольного внимания;
- потенциальный контроль на уровне произвольного внимания;
- актуальный контроль на уровне произвольного внимания.

Е.П. Матвеева выделяет следующие уровни сформированности умений деятельностного компонента осуществления моделирования (Таблица 4).

Таблица 4.

Уровни сформированности умений деятельностного компонента осуществления моделирования.

Уровни	Формируемые умения в соответствии с уровнями	Возрастные группы (этапы)		
		5-6 кл (I)	6-8 кл (II)	8-9 кл (III)
1	Определение цели построения модели			
	-принятие цели задания	+	+	+
	2	-самостоятельное уточнение цели согласно заданию		+
3	-самостоятельная постановка цели по требуемому результату			+
1	Формирование носителя модели (разбиение на элементы в соответствии с целью)			
	-неосознанное выделение элементов учебного задания (по	+	+	+

2	<p>анalogии с ранее выполненными заданиями, без соотнесения с целью)</p> <p>-осознанное выделение элементов учебного задания</p> <p>-самостоятельное</p>		+	+
3	<p>выделение элементов учебного задания, позволяющих получать новую структуру</p>			+
1	<p>Выделение системы характеристик модели</p> <p>-неосознанное выделение характеристик (по аналогии с ранее выполненными заданиями);</p>	+	+	+
2	<p>-осознанное выделение характеристик;</p>		+	+
3	<p>-самостоятельное</p>			+

	формулирование недостающих характеристик			
	Составление системы отношений модели			
1	-неосознанный выбор отношения;	+	+	+
2	-осознанный отбор отношения;		+	+
3	-самостоятельное составление отношения по анalogии с ранее выполненными заданиями			+
	Контролирование соответствия цели и результата			
1	-контроль на уровне непроизвольного внимания;	+	+	+
2	-потенциальный контроль на уровне произвольного внимания;		+	+
3	-актуальный контроль на уровне произвольного			+

	внимания			
--	----------	--	--	--

На основании таблицы 4, выделим содержательный компонент заданий на формирование умений по построению модели:

На основании таблицы 1, выделим содержательный компонент заданий на формирование умений по построению модели:

5-6 кл (I этап) - построение модели выражений, формул, натурального числа, обыкновенной дроби, десятичной дроби, уравнения с одной переменной, координатного луча, простейших геометрических фигур (угла, треугольника, четырехугольника, куба, пирамиды, прямоугольного параллелепипеда), перевод условия задачи на математический язык (символьно-логический, табличный) и наоборот, введение в информационную базу представлений о географических моделях;

6-8 кл (II этап) - обогащение построенных моделей, построение модели числа (целого, рационального), степени числа, уравнения (линейного с двумя переменными, рационального, квадратного), системы линейных уравнений, линейного неравенства, системы линейных неравенств, многочлена, функций линейной, квадратичной, свойств, признаков, геометрических фигур на плоскости, в том числе вектора, утверждений, теорем, аксиом, задач на построение, -перевод условия задачи на математический язык (символьно-логический, табличный, графический) и наоборот, введение в информационную базу представлений о химических, биологических, физических моделях;

8-9 кл (III этап) - обогащение построенных моделей, построение модели квадратного неравенства, функций, заданных формулами $y = x^n$, $y = x^{-n}$, где $n \in \mathbb{N}$, системы рациональных неравенств, числовой последовательности, прогрессий (арифметической, геометрической), обобщенных по темам

повторения, методов (векторного и координатного), введение в информационную базу представлений о компьютерных моделях.

Обобщая вышеизложенное, можно сделать вывод о том, что процесс по формированию и развитию у школьников умения строить модели должен учитывать основные цели образования по математике и включать различные методы обучения, организацию самостоятельной работы и систему оценки и контроля. На каждом из этих этапов обучающие цели будут зависеть от содержания этапов и конкретных учебных задач. Все этапы формирования у школьников умения осуществлять построение модели основаны на мотивации, осознании и развитии познавательных способностей учащихся: мотивационно-репродуктивный, осознанно-репродуктивный, основной.

1.3 Требования к отбору и конструированию заданий, направленных на формирование умений у обучающихся осуществлять построение моделей в процессе обучения математике

В нашем веке существует огромное количество учебного материала, как в электронном, так и бумажном виде, которого с каждым днем становится все больше и больше, но не каждое учебное пособие отвечает всем требованиям, которые предъявляются современным обществом к выпускнику школы.

Учебный материал, используемый при обучении школьников, должен быть качественным, информативным, структурированным и быть доступным для понимания и усвоения. Он должен соответствовать учебным целям и задачам, содержать в себе актуальную, достоверную информацию. Так же должен быть разнообразным, включать различные виды заданий и упражнений от простого к сложному (под разные уровни подготовки учащихся). Также важно, чтобы учебный материал был доступен в разных форматах, учитывая разные формы обучения и потребности учащихся.

Учебный материал, направленный на формирование у школьников навыков математического моделирования, должен включать все средства прямого и косвенного управления формированием данного умения [45]:

- теоретический материал, направленный на усвоение школьниками знаний, лежащих в основе умения осуществлять математическое моделирования;

- задания, которые помогут школьникам закрепить и отработать теоретический материал. Эти задания должны включать выполнение каких-то отдельных этапов, которые входят в процесс математического моделирования;

- текстовые задачи, при решении которых происходит овладение школьниками всеми этапами математического моделирования. Это поможет им освоить не только технические навыки решения задач, но и понять, как математические модели могут быть применены к реальной жизни;

- задания на конструирование текстовых задач, задания к текстовым задачам, к наборам задач, задачным ситуациям, выполнение которых направлено на осознание школьниками специфики математических моделей, овладение умением осуществлять расчленяющее абстрагирование, строить математические модели и работать с ними на основе анализа и обобщения собственного субъектного опыта, установления связей с различными учебными предметами;

- задачные ситуации, наборы задач.

Теоретический материал, применяемый в обучении математическому моделированию, должен обеспечивать формирование у школьников всех методологических знаний, лежащих в основе данного умения и включать:

- сконструированные на основе критериев модели определение математической модели;

- структуру математической модели;
- специфику математических моделей;
- определения моделирования и математического моделирования;
- этапы математического моделирования, их содержание и примеры их реализации при решении текстовых задач; оформление решения текстовой задачи в соответствии с этапами математического моделирования;
- определения существенных и несущественных для цели построения модели свойств объекта;
- типологию моделей, применяемых в решении текстовых задач, деление' всех моделей в зависимости от их роли в решении текстовой задачи на вспомогательные и решающие, решающих математических моделей (по их содержательному компоненту) - на арифметические, алгебраические, геометрические; примеры моделей каждого вида; структуру вспомогательных и решающих математических моделей;
- различные виды вспомогательных для решения текстовых задач моделей (краткая запись задачи в столбик, в виде таблицы, двумерной диаграммы, схемы и другие), а также сведения о том, как по тексту задачи установить тот вид вспомогательной модели, применение которого позволит найти решение данной задачи.

По мнению Н.Н. Мерлиной [56], математическое моделирование (двунаправленный процесс между повседневной жизнью и математикой) стало одной из наиболее обсуждаемых и широко известных тем в преподавании математики в последние годы. Однако во всем мире к теме моделирования проявляется меньший, чем хотелось бы, уровень интереса. Основная причина этого заключается в том, что ученикам и учителям приходится нелегко из-за разрыва между образовательными целями и школьной практикой. Фактически, математика – это дисциплина,

преподавание и изучение которой считаются трудными. Эта трудность проистекает из сложной природы математики. Другая причина этого связана с «внешним смыслом» математического мышления. Например, что значит «половина чего-то»? По этой причине важно связать математику с событиями и приложениями в нашей среде. Однако сделать это не так просто. Важная часть математики состоит из правил и открытых систем, которые являются самосогласованными. Примером тому может служить система ценностей чисел. Дети проводят деятельность по изучению качеств систем и отношений чисел в дошкольном периоде. Позже они узнают, как манипулировать алгебраическими выражениями. Таким образом, они достигают реальности, которая является следующим шагом. Математические термины могут иметь много разных значений. Например, дробь можно интерпретировать как часть целого, соотношение двух величин или деление одного числа на другое. Это соответствует десятичному числу, дробной или процентной форме.

Подведем итоги, предъявляемые, к отбору и конструированию заданий, направленных на формирование умений у обучающихся осуществлять построение моделей в процессе обучения математике:

1. Задания должны содержать проблемную ситуацию.
2. Ответ к заданиям должен нести новое качественное знание.
3. Задание должно обладать свойством точности, адекватности, продуктивности.
4. Задание содержит в себе полную информацию.
5. Задание содержит в себе свойство продуктивности и экономичности.
6. Задание должно быть наглядным.
7. Задания должны содержать принцип постепенного усложнения.
8. Задания должны обладать принципом согласованности.

Обобщенные типы заданий направленных на формирование умений осуществлять построение моделей:

- задания, в которых по предложенному алгоритму необходимо решить задачу/уравнение;
- задания, в котором необходимо из действий расположенных в хаотичном порядке составить алгоритм/правило решения задачи;
- задания, в которых ученикам необходимо решить типовую задачу по алгоритму/приему/правилу/схеме;
- задания, в которых необходимо найти ошибку в решении и исправить ее;
- задания, которые необходимо решить разными способами;
- задания, в которых ученикам необходимо будет исправить ошибку в условии по предложенному правильному решению;
- задания, в которых ученикам, необходимо будет сначала ответить на наводящие вопросы, а уже после решить задачу самостоятельно;
- задания, в которых необходимо решить задачу, а после ответить на вопросы связанные с условиями выполнения действий по решению задачи (доказать теорему, которая была использована в ходе решения задачи);
- задания, в которых необходимо составить алгоритм/правило решения задачи.

Вывод по 1 главе

Таким образом, одним из результатов Федерального государственного стандарта основного общего образования является использование моделей и моделирования. Моделирование занимает важную роль в образовательном процессе, оно помогает ученикам понимать сложные концепции и явления, представляя их более простым и наглядным способом. Это особенно актуально сейчас, когда школьники сталкиваются с огромным объемом учебной информации и разнообразием ее источников.

Моделирование помогает не только запомнить факты и понятия, но и применить их на практике. Оно развивает логическое мышление, аналитические навыки. Школьники могут создавать модели реальных объектов, явлений и процессов, анализировать их свойства, взаимосвязи и воздействия.

Кроме того, моделирование помогает школьникам в учебе как на базовом уровне изучения математики, так и на углубленном уровне. Школьники могут использовать моделирование для изучения сложных и абстрактных понятий, для объяснения явлений и процессов, которые не могут быть наблюдаемыми или доступными для непосредственного опыта.

Под моделью понимают представление объекта или системы, которая позволяет исследовать и анализировать его свойства. Модель может быть представлена как в форме материальной конструкции, так и в форме мысленного образа или символического представления

Моделирование осуществляется в три этапа: первый построение, второй изучение, третий приложения полученных результатов и сравнение их с действительностью.

Моделированием называют изучение с помощью модели соответствующих явлений, процессов, систем объектов, т.е. их оригиналов. Таким образом моделирование является методом познания интересующих нас качеств объекта, явлений, событий.

Проведённый анализ позволил выделить необходимые умения и основные действия учащихся для формирования умения осуществлять построение моделей в процессе обучения школьному курсу математики при решении задач: применение системно-деятельностного подхода, использующего предметное содержание для формирования метапредметных умений; поэтапное формирование умения моделировать: овладение школьниками механизмом замещения оригинала на модель с помощью знаково-символических средств; овладение навыками кодирования – переводом текстовой информации на язык знаков; овладение навыками декодирования – приближения модели к оригиналу.

Так же были выделены основные требования к отбору и конструированию заданий, направленных на формирования умения осуществлять построение моделей на уроках математики и были предложены обобщенные типы заданий на формирование данного умения

ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЯ СТРОИТЬ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

2.1. Основные рекомендации для формирования умения строить модели в школьном курсе математики

В настоящее время образование ставит перед собой задачу не только передачи знаний и навыков, но и развития у учащихся аналитического мышления и способности к решению проблем. Поэтому важным результатом образования становится не только запас знаний, но и умение использовать их для анализа и разрешения сложных задач.

Математическое моделирование реальных процессов играет важную роль в этом процессе. Оно представляет собой метод исследования объектов и явлений путем создания и анализа их моделей – аналогов реальности. Моделирование позволяет учащимся лучше понять сложные явления, выявить и изучить их закономерности, применить полученные знания для решения реальных проблем [10].

Исследование, с другой стороны, акцентирует внимание на процессе получения новых знаний и понимания закономерностей, которые лежат в основе обучения и воспитания. Оно включает изучение структуры, механизма обучения и воспитания, а также разработку методик организации учебно-воспитательной работы.

Таким образом, основным результатом образования является не только знания и навыки, но и развитие аналитического мышления и способности решать проблемы, а также получение новых знаний о процессе обучения и воспитания.

Модель является понятием, которое отражает связь и схожесть между моделируемым объектом и самой моделью. При этом, модель должна быть неотличимой от объекта в отношении некоторых существенных свойств, но отличной от него по всем остальным несущественным свойствам.

Математическое моделирование играет важную роль в научных исследованиях. Математические модели позволяют отразить различные явления реального или проектируемого мира и позволяют глубже понять суть этих явлений. Они позволяют абстрагироваться от несущественных деталей и концентрироваться на основных закономерностях [20].

Методические условия для формирования умения строить модели в школьном курсе математики [12]:

- создание ситуаций и задач, требующих применения математических моделей для анализа и решения;

- развитие абстрактного мышления и логического мышления, необходимых для работы с математическими моделями;

- применение различных стратегий и методов, таких как визуализация, обобщение, анализ, сравнение и т. д., для работы с моделями;

- использование различных математических представлений и инструментов, таких как графики, таблицы, символы и т. д., для создания и анализа моделей;

- обратная связь и рефлексия, позволяющие ученикам оценивать и корректировать свои модели и их применение к реальным ситуациям;

- применение математического моделирования в различных областях знания, чтобы продемонстрировать его практическую значимость и применимость.

1. Учет уровня усвоения учебного материала.

Дифференциация – это одно из ключевых понятий математического анализа, которое является фундаментальным для понимания процессов изменения функций. Она позволяет находить производные функций, которые, в свою очередь, помогают понять изменение величин и устанавливать связь между различными явлениями [24].

Математика, как отрасль науки, требует логического мышления, высокой абстрактности и точности в решении задач. Она не терпит неточностей и ошибок, поэтому каждый шаг в решении задачи должен быть обоснован и логичен. Это может быть вызовом для многих школьников, особенно для тех, кто не обладает достаточным уровнем абстрактного и логического мышления.

I. По уровню сложности задач [13]:

- 1) задачи минимального уровня (нужно применить знания в аналогичной ситуации);
- 2) задачи общего уровня (применение знаний в частично измененных задачах);
- 3) задачи продвинутого уровня (решение нестандартных задач).

II. По мере помощи учителя:

- 1) учитель помогает и в составлении модели, и в решении задач;
- 2) учитель помогает составить модель, но решение учащиеся предлагают сами, и наоборот;
- 3) самостоятельное составление модели и её решение.

2. Учет межпредметных связей.

Это позволяет учащимся лучше понимать математические концепции и их взаимосвязь со знаниями из других предметов. Кроме того, межпредметные связи способствуют развитию аналитического мышления, умения решать сложные задачи, учитывая различные аспекты и перспективы. Они также помогают учащимся видеть математику в контексте реальной жизни и применять ее в различных ситуациях. Таким образом, учет межпредметных связей в обучении математике является важным элементом эффективного и глубокого усвоения материала [14].

Развивающая функция межпредметных связей заключается в их способности развивать системное и творческое мышление учащихся. При помощи межпредметных связей учащиеся могут лучше понимать взаимосвязи между разными предметами и применять полученные знания в решении различных задач. Это способствует формированию познавательной активности, самостоятельности и интереса к познанию математики [13].

Межпредметные связи также помогают преодолеть предметную инертность мышления, так как они расширяют кругозор учащихся и позволяют им видеть связи между разными предметами. Таким образом, межпредметные связи выполняют воспитывающую функцию, способствуя развитию различных направлений воспитания в обучении математике.

Конструктивная функция межпредметных связей заключается в том, что они помогают учителю математики совершенствовать содержание учебного материала и разрабатывать новые методы и формы организации обучения. При помощи межпредметных связей учитель может лучше структурировать учебный материал и показать его связь с другими предметами, что делает обучение более целостным и понятным для учащихся [29].

Для реализации межпредметных связей необходимо планирование работы учителей разных предметов, в том числе естественнонаучного цикла. Это предполагает знание учебников и программ смежных предметов, а также совместное планирование комплексных форм учебной и внеклассной работы. Таким образом, реализация межпредметных связей требует сотрудничества и совместных усилий учителей разных предметов.

Одним из главных предметов естественно-математического цикла является математика. Она играет важную роль в формировании учащихся расчетно-измерительных умений, которые необходимы в повседневной жизни и трудовой деятельности человека.

Изучение математики связано с другими предметами естественно-научного цикла, такими как физика, химия, биология и география. Применение математических знаний и навыков в решении практических задач в этих предметах помогает учащимся увидеть практическую ценность математики и ее связь с реальным миром.

Основными гармоничными задачами естественно-математического цикла является всестороннее и гармоничное развитие личности учащихся. Эти предметы позволяют получить знания о живой и неживой природе, о материальном единстве мира, о природных ресурсах и их использовании в хозяйственной деятельности человека. Такое образование помогает формированию целостного научного мировоззрения учащихся [19].

Однако, осуществление и развитие межпредметных связей является важным условием решения этих задач. Учителя предметников должны сотрудничать и согласованно работать, чтобы обеспечить полноценное обучение учащихся и развитие межпредметных связей.

В итоге, предметы естественно-математического цикла играют важную роль в образовании учащихся. Они дают знания и умения, необходимые в повседневной жизни и трудовой деятельности, а также способствуют формированию целостного, научного мировоззрения [35].

Моделирование как метод познания включает в себя следующие этапы [36]:

1. Построение модели: в данном этапе происходит перевод условия задачи с обыденного языка на математический язык. Модель может быть математической, графической, физической или компьютерной.

2. Исследование модели: на данном этапе проводится экспериментальное или мысленное исследование модели. Экспериментальное исследование предполагает проведение реального эксперимента, а мысленное - анализ модели в уме. Целью этого этапа

является получение данных или результатов, которые можно использовать для дальнейшего анализа.

3. Анализ полученных данных и перенос на подлинный объект изучения: на данном этапе происходит анализ полученных данных или результатов, которые были получены на предыдущем этапе. Эти данные сравниваются с реальной ситуацией, с которой модель была связана, и осуществляется перенос полученных знаний на подлинный объект изучения.

При решении прикладных задач проходятся эти три этапа [28]:

1. Построение модели: мы переводим условия задачи на математический язык и создаем соответствующую модель.

2. Работа с моделью: мы решаем уравнения, неравенства и другие математические задачи, связанные с моделью.

3. Ответ на вопрос задачи: исходя из результатов работы с моделью, мы приходим к ответу на вопрос, поставленный в задаче.

Современная концепция межпредметных связей в естественно-математическом цикле ориентирует учителей на систематическое установление связей между учебными предметами. Это предполагает активное использование межпредметности в содержании, методах и формах организации обучения, а также во внеклассной работе.

В рамках данной концепции приветствуется широкое внедрение интегрированных уроков и элективных курсов, которые объединяют знания из различных научных и практических областей. Целью такого подхода является развитие у учащихся глубокого понимания предметных знаний и способности применять их в реальных жизненных ситуациях.

Межпредметные связи в естественно-математическом цикле могут быть реализованы путем взаимодействия различных предметов, таких как математика, физика, химия, биология и др. При этом учителя должны

осознавать взаимосвязь между этими предметами и активно использовать ее при планировании учебного процесса.

Такой подход к обучению способствует развитию у учащихся интегративных и системных способностей мышления, а также помогает им усваивать и усовершенствовать знания и навыки в различных областях. Кроме того, он способствует развитию критического мышления, самостоятельности, творческого подхода к решению задач и обеспечивает более глубокое освоение учебного материала [1].

3. Интегрированное обучение.

Таким образом, общепредметные умения формируются не только в рамках отдельных предметов, но и через совместную работу учителей различных предметов. Важными составляющими этого процесса являются единые требования, структура умений, последовательность действий и этапы их развития. Учащимся предлагаются различные задания, включающие в себя применение общепредметных умений на материале разных предметов. Также значимым является закрепление этих умений через выполнение комплексных межпредметных заданий и самостоятельные творческие работы. Все это позволяет формировать и развивать общепредметные умения у учащихся.

Рабочая карта урока - это инструмент, который помогает структурировать и организовать процесс обучения. Она содержит основные этапы урока, цели, задания для учащихся, методы и формы работы.

Ознакомление с рабочей картой урока позволяет учащимся лучше понять, какой результат от них ожидается, какие действия и задания им предстоит выполнять, какую информацию и материалы использовать. Это помогает им активизировать свою работу, повысить мотивацию, улучшить понимание учебного материала.

Также рабочая карта урока способствует формированию навыков самостоятельной работы учащихся. Они могут самостоятельно выбирать задания, определять порядок их выполнения, вести собственные исследования и эксперименты. Это развивает их самоорганизацию, критическое мышление, творческое мышление, аналитические и исследовательские навыки [31].

Таким образом, ознакомление учащихся с рабочей картой урока является важным шагом для достижения эффективного обучения. Она помогает им активно и самостоятельно включаться в учебный процесс, развивает их умения и навыки, способствует достижению поставленных целей и задач урока.

Обобщая все вышеизложенное, можно сделать вывод о том, что методические условия для формирования умения строить модели в школьном курсе математики:

- создание ситуаций и задач, требующих применения математических моделей для анализа и решения;

- развитие абстрактного мышления и логического мышления, необходимых для работы с математическими моделями;

- применение различных стратегий и методов, таких как визуализация, обобщение, анализ, сравнение и т. д., для работы с моделями;

- использование различных математических представлений и инструментов, таких как графики, таблицы, символы и т. д., для создания и анализа моделей;

- обратная связь и рефлексия, позволяющие ученикам оценивать и корректировать свои модели и их применение к реальным ситуациям;

- применение математического моделирования в различных областях знания, чтобы продемонстрировать его практическую значимость и применимость.

Также необходимо соблюдать такие аспекты, как:

-учет уровня усвоения учебного материала;

-классифицировать задачи по уровню сложности, по мере помощи учителя

-учёт межпредметных связей;

-интегрированное обучение.

2.2 Комплект заданий для формирования умения строить математические модели

В данном параграфе представлен комплект заданий, для обучающихся 7 класса.

Тип задания:	Задание:
Задания, в которых по предложенному алгоритму необходимо решить задачу или уравнение.	1)расстояние между двумя причалами 35 км. Сколько времени потратит теплоход на путь по реке от одного причала до другого и обратно, если собственная скорость теплохода 17 км/ч, а скорость течения реки - 3 км/ч? Алгоритм решения задачи: Находим скорость теплохода по течению реки => Находим время, которое он потратил на движение по течению реки => Находим скорость теплохода против течения реки => Находим время, которое он потратил на движение против течения реки => Находим общее время, которое потратил теплоход на путь по реке от одного причала до другого и обратно

	<p>Смешав 60%-ый и 30%-ый растворы кислоты и добавив 5 кг чистой воды, получили 20%-ый раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг воды добавили 5 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 60%-го раствора использовали для получения смеси?</p> <p>Решите задачу используя следующий алгоритм:</p> <p>Шаг 1. Составьте таблицу, занесите в нее данные и составьте математическую запись задачи</p> <p>Шаг 2. Составьте и решите систему уравнений.</p> <p>Шаг 3. Проведите проверку.</p>
<p>Задания, в которых необходимо составить алгоритм/правило решения задачи.</p>	<p>Прочитайте задачу и выясните лишнюю информацию в плане: Маша, Катя и Даша ели вишню. Маша съела 10 вишен, Катя на 5 больше, а Даша съела в 4 раза меньше, чем Маша и Катя вместе. Вычислите, сколько всего вишен съели девочки?</p> <p>Для выполнения заданий учащимся выдается перечень с избыточными пунктами плана решения задачи:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Вычисли количество вишен, съеденных Машей. 48 2) Вычисли количество вишен, съеденных Катей. 3) Вычисли количество вишен, съеденных Дашей. 4) Вычисли количество вишен, съеденных мальчиками вместе. 5) Вычисли количество вишен, съеденных Дашей и Машей вместе. 6) Вычисли количество вишен, съеденных Дашей и Сашей вместе.

<p>которых необходимо решить задачу, а после ответить на вопросы связанные с условиями выполнения действий по решению задачи (доказать теорему, которая была использована в ходе решения задачи).</p>	<p>стороны: 3, 4, 5? Если может, то сформулируй и докажи теорему которой ты воспользовался в ходе решения, а если такой треугольник не может существовать, обоснуй почему это так.</p>
<p>Задания, которые необходимо решить самостоятельно, а потом свое решение сверить с предложенным.</p>	<p>С двух станций, расстояние между ними 800 км, вышли в одно и тоже время навстречу друг другу 2 железнодорожных состава. Скорость 1-ого состава 55 км/ч, а 2-ого на 25 км/ч больше. Найдите расстояние между составами через 5 часов?</p> <p>Используя ключ проверить решение задачи.</p> <p>1) Найдём скорость 2-ого состава: $55+25= 80$ (км/ч)</p> <p>2) Потому как составы передвигались на встречу, то скорость их сближения будет равняться сумме скоростей: $55+80= 135$ (км/ч)</p>

	<p>3) За пять часов они вместе проехали $135 \cdot 5 = 675$ (км)</p> <p>4) Между составами остался промежуток $800 - 675 = 125$ (км) Ответ. 125 км.</p> <p>Исправить решение, если были допущены ошибки</p>
<p>Задания, в которых ученикам, необходимо будет сначала ответить на наводящие вопросы, а уже после решить задачу самостоятельно .</p>	<p>1) «Огород занимает площадь 9 га. Картофель занимает в огороде 50% площади. Определите количество гектаров занятых картофелем?»</p> <p>1) Что такое 1%? 2) Как представить проценты в виде дроби (десятичной)? 3) Количество гектаров всего огорода? 4) Количество процентов площади всего огорода, отведенного под картофель? 5) В виде какой дроби можно представить 45%: десятичной или обыкновенной? 6) Определите 45% в виде десятичной дроби: $45\% =$ 7) Сколько частей от всего огорода занимает картофель? 8) Предложенный тип заданий можно отнести к какому виду заданий? 9) Каким способом можно найти дробь от числа?</p>

Вывод по 2 главе

Во второй главе данной работы получены следующие результаты:

1. Выделены два основных этапа применения метода математического моделирования: на первом этапе учитель систематически и целенаправленно формирует у учащихся важные общеучебные и математические умения, необходимые для математического моделирования. На втором этапе учитель уделяет основное внимание выявлению зависимостей между величинами, о которых говорится в тексте задачи. Необходимо обучать переводу зависимостей величин на математический язык. В соответствии с выделенными умениями рассмотрены приемы работы учителя, направленные на их формирование.

2. Выявлены и рассмотрены этапы решения текстовых задач. Сформулированы основные методические особенности применения математического моделирования при решении текстовых задач.

3. Представлены примеры текстовых задач, решаемых методом математического моделирования. Представлен набор задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведенной исследовательской работы были реализованы все поставленные задачи.

Была определена и изучена сущность модели, рассмотрены ее виды и представлена классификация, а также даны основы теоретической базы моделирования. Так как объект изучения исследовательской работы – математическое моделирование, то необходимо было дать более общие понятия: «модель», «моделирование».

Раскрыта суть математического моделирования как одного из самых эффективных методов математического познания и развития математических способностей у учеников. Математическое моделирование предполагает использование в качестве специфического средства исследования оригинала его математическую модель, изучение которой дает новую информацию об объекте познания, его закономерностях.

Приведены основные функции математического моделирования в школьном курсе математики, а также в соответствии с ними и основная цель. Математическое моделирование служит особым видом образно-знаковой идеализации и построения научной предметности. Моделирование позволяет видеть предмет как объект исследования, определять действия с ним задолго до того, как будет получен конечный результат. А это означает, что с самого первого момента конструирования создается образ, который позволит ориентироваться в предмете и анализировать его, служит средством продвижения в содержании.

Была изучена методика изучения элементов математического моделирования в рамках школьного курса математики.

Проведённый анализ позволил выделить ряд условий формирования у школьников умения моделировать на уроках математики при решении задач.

Так же мы это все было реализовано на практике: были предложены задачи, решение которых основано на выделенных и формируемых у учащихся навыков и умений моделирования.

Таким образом, если в процессе обучения составлению математических моделей использовать вспомогательные упражнения (задания на выделение условия и вопроса задачи, задания на развитие умения выражать изменения величин, задания на перевод текстовых формулировок на математический язык и обратно), а также принцип наглядности (использовать схемы, чертежи и рисунки), то процесс обучения математическому моделированию будет эффективнее.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Федеральный государственный стандарт основного общего образования – Режим доступа: <http://standart.edu.ru> (дата обращения 07.08.2023).
2. Штофф, В.А. Моделирование и философия / В.А. Штофф. – Л.: Наука, 1966. - 303 с.
3. Фридман, Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений / Л.М. Фридман. – М: Московский психолого-социальный институт: Флинта, 1998. – 224 с.
4. Ганеев, Х.Ж. Пути реализации развивающего обучения математике: Учебн. пособие / Х.Ж. Ганеев. – Екатеринбург: Урал. пед. ин-т., 1997. – 102 с.
5. Нахман А.Д. Математическое моделирование как инновационная содержательно-методическая линия в курсе математики [Электронный ресурс] / А.Д. Нахман // Вестник Тульского государственного университета. Серия: современные образовательные технологии в преподавании естественнонаучных дисциплин. – 2014. - №1 (13). – С. 93-96. – Режим доступа: http://elibrary.ru/download/elibrary_22535277_36435525.pdf - Последнее обновление 12.05.2023.
6. Асмолов, А.Г. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др. — М.: Просвещение, 2008. – 151 с.
7. Самарский, А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с
8. Чаплыгин В.Ф. Некоторые методические соображения по решению текстовых задач / В.Ф. Чаплыгин // Математика в школе. – 2020. – № 4. – С. 28 – 31.

9. Далингер, В.А. Обучение учащихся моделированию как универсальному учебному действию при изучении математики / В.А. Далингер. Научное периодическое издание «Ceteris paribus», № 3, 2016. – с. 63 – 66.
10. Киберев В.В. О методической подготовки учителя математики // Вестник Бурятского государственного университета. Философия. 2007. - №10. – С. 60-64.
11. Омельченко Е.А. Методика формирования умений работы с математическими моделями на уроках геометрии в общеобразовательных школах // Современная высшая школа: инновационных аспект. 2022. - №4. – С. 44-52
12. Далингер В.А. Контекстные задачи как средство реализации прикладной направленности школьного курса // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2013. – № 10 – С. 112- 113.
13. Боженкова Л.И. Формирование саморегуляции при обучении математике учащихся общеобразовательной школы // Преподаватель 21 век. 2010. - №2. – С. 86-96.
14. Добрышкина Е.Н. Система учебных задач, направленных на формирование у школьников познавательных УУД на уроках математики // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2016. - №3. – С. 167-173.
15. Пенская У.К. Изучение современных моделей обучения как средство формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2009. - №7(85). – С. 39-42
16. Мамыкина Л.А. Направленность обучения математике на ее понимание и практическое применение посредством решения различных математических задач // Вестник Омского университета. 2013. - №4. – С. 274-276.

17. Комарова С.М. Компьютерное моделирование как средством развития исследовательской компетенции учащихся // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2015. - №5(158). – С. 217-228
18. Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие / Под ред. П.В. Трусова. – М.: Университетская книга, Логос, 2007. – 440 с
19. Дахин А.Н. Педагогическое моделирование: сущность, эффективность... и неопределенность // Педагогика. 2003. - №4. – С. 21-26.
20. Калинина Г.П. Формирование общего приема решения задач // Специальное образование. 2015. - №4. - С. 51-66.
21. Моисеев В.П., Селезнева Н.Н. Методика разработки системы задач по компьютерному моделированию в старших классах // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2018. - №2. – С. 144-150.
22. Виноградова Е.П. Математика: текстовые задачи и методы их решения [Текст]: учебно-методическое пособие / Е.П. Виноградова. – Орск: Издательство ОГТИ, 2019. – 94 с
23. Матвеева Е.П. Развитие умения осуществлять построение моделей у учащихся при обучении математике в основной школе: автореф. дис. ...канд. пед. наук / Е.П. Матвеева. – Екатеринбург: [б. и.], 2007 – 21 с
24. Ананишев В.М. Моделирование в сфере образования. // Системная психология и социология. 2010. – Т.1. - №2. – С. 2-36.
25. Круглова, Е.А. Откуда брать задачи / Е.А. Круглова // Математика в школе. – 2019. – № 5. – С. 2 – 4.
26. Лященко, Е.И. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики [Текст]: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / Е.И. Лященко, К.В. Зобкова, Т.Ф. Кириченко и др.; Под ред. Е.И. Лященко. – М.: Просвещение, 2018. – 223.
27. Калинина Г.П. Формирование общего приема решения задач // Специальное образование. 2015. - №4. - С. 51-66.

28. Барлыкбаева С.Ж. Реализация деятельностного подхода в процессе конструирования систем математических задач // Экономика и социум, 2021. - №6(85). – С. 450-455.
29. Анто́в Г.А., Пустынникова И.Н. Обучение и искусственный интеллект, или основы современной дидактики высшей школы. Донецк. Издательство: ДОУ. 2002.-504.
30. Соловьева М.С. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики и информатики // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2015. - №11(164). – С. 62-66.
31. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе / Г. И. Саранцев. - М.: Просвещение, 2002. -224с.
32. Пойа Д. Как решать задачу /Пер. с англ. В.Г. Звонаревой и Д.Н. Белла, под ред. Ю.М. Гайдука. - 2-е изд. - М., 2021. – 207с.
33. Орехов Ф.А. Решение задач методом составления уравнений[Текст]: Пособие для учителей восьмилетней школы / Ф.А. Орехов. - М.: Просвещение, 2021. – 156с.
34. Новик И. Б., О философских вопросах кибернетического моделирования. М., Знание, 1964.
35. Горбанева Л.В., Ледовских Л.А. Совершенствование системы оценки уровня освоения образовательных программ // Современное педагогическое образование. 2023. - №2. – С. 135-138.
36. Деза Е.И. О формировании информационно-математической компетентности учащихся основной школы при обучении математике в рамках внеурочной деятельности // Проблемы современного образования. 2020. - №5. – С. 250-265.
37. Райхельгауз Л.Б. Педагогические технологии формирования академической резильентности старшеклассников // Казанский педагогический журнал. 2023. - №1. – С. 219-228.
38. Левитас Г.Г. Об алгебраическом решении текстовых задач/ Г.Г. Левитас // Математика в школе. – 2020. – № 8. – С 13.

39. Шевкин А.В. Обучение решению задач в 5-6 классах [Текст]: Книга для учителя / А.В. Шевкин. – 3-е изд. Исправл. – М.:ООО «ТИД Русское слово- РС».- 2022. – 208 с.
40. Ешмуратова З.С. Методика преподавания математики с применением прикладных задач и новых информационных технологий // Наука и образование сегодня. 2021. - №1. – С. 45-47.
41. Уринбоева Л.У. Связи в обучении математике в начальной и средней школах // Вестник науки и образования. 2020. - №10(88). – С. 70-72.
42. Фридман Л.М., Теоретические основы методики обучения математике [Текст]: Учебное пособие / Л.М. Фридман. - Изд. 3-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2019. – 248 с.
43. Шараб Н.Ж. Развитие познавательной самостоятельности учащихся на уроках математики // Academic research in educational sciences. 2023. - №4 – С. 60-69.
44. Карпенко А.В. Обучение младших школьников моделированию как способу учебно-познавательной деятельности: автореф. дис. канд. пед.наук / А.В. Карпенко. – Брянск: [б. и.], 2006 – 24 с
45. Ложкина Е.М. Обучение математическому моделированию в курсе алгебры основной школы как условие развития учебно-познавательной компетентности учащихся : дис. ... кандидата педагогических наук : 13.00.02 / Ложкина Екатерина Михайловна; [Место защиты: Рос. гос. пед. ун-т им. А.И. Герцена]. - Санкт-Петербург, 2008. - 209 с.
46. Леонтьева, М.Р. Задания в обучении алгебре [Текст]: Кн. Для учителя / М.Р. Леонтьева, С.Б. Суворова. – М.: Просвещение, 2015. – 128 с
47. Уемов, А. И. Логические основы метода моделирования [Текст] /А. И. Уемов.– М.: Просвещение, 1996
48. Петерсон, Л.Г. самостоятельные и контрольные работы по математике для начальной школы / Л.Г. Петерсон, Т.С. Горячева, Т.В. Зубавичене, А.А. Невретдинова. - М.: Издательство «Ювента», 2015. – 96 с

49. Фридман, Л.М., Турецкий, Е.Н. Как научиться решать задачи / Л.М. Фридман – 3-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2019. – 192 с.
50. Мамыкина Л.А. Математическое моделирование как метод познания и обучения в профильной школе // Сибирский педагогический журнал. 2008. - №3. – С. 261-267.
51. Мендель А.В., Мендель В.В. Региональные диагностические работы по математике как инструмент для совершенствования подготовки старшеклассников к ЕГЭ // Педагогические измерения. 2019. - №1 – С. 95-105.
52. Методика начального обучения математике: учеб. пособие / Дрозд В. Л. [и др.]; под общ. ред. А. А. Столяра и В. Л. Дрозда. – Мн.: Вышэйшая школа, 1988.
53. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики [Текст] / Н. А. Терешин. – М.: Просвещение, 1990.
54. Сичивица О. М. Методы и формы научного познания [Текст]/ О. М. Сичивица. – М., Высшая школа, 1993.
55. Володарская И., Салмина Н. Моделирование и его роль в решении задач//Математика. – 2016. - № 18. – С. 273.
56. Мерлина Н.Н. Содержательный компонент подготовки будущих учителей математики к использованию метода моделирования // Ярославский педагогический вестник. 2010. - №3. – С. 129-133.