



УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

В. Е. Сидоров, П. С. Попель,
А. А. Сабирзянов, Б. А. Русанов

Электричество и магнетизм

Учебное пособие
для самостоятельной работы студентов

Министерство просвещения Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»

В. Е. Сидоров, П. С. Попель,
А. А. Сабирзянов, Б. А. Русанов

Электричество и магнетизм

Учебное пособие
для самостоятельной работы студентов

Екатеринбург 2023

УДК 537(075.8)
ББК В334я7
Э45

Рекомендовано Ученым советом федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
в качестве *учебного* издания (Решение № 23 от 28.02.2023)

Рецензенты:

А. А. Повзнер, д-р физ.-матем. наук, проф., заведующий кафедрой физики Уральского федерального университета им. первого Президента России Б.Н. Ельцина

А. Д. Ивлиев, д-р физ.-матем. наук, проф., проф. кафедры математических и естественнонаучных дисциплин Российского государственного профессионально-педагогического университета

Э45 Электричество и магнетизм : учебное пособие для самостоятельной работы студентов / В. Е. Сидоров, П. С. Попель, А. А. Сабирзянов, Б. А. Русанов ; Уральский государственный педагогический университет. – Электрон. дан. – Екатеринбург : УрГПУ, 2023. – 1 CD-ROM. – Текст : электронный.

ISBN 978-5-7186-2102-0

Учебное пособие предназначено для студентов педагогических университетов и институтов, изучающих курс физики в соответствии с рабочей программой дисциплины «Общая и экспериментальная физика», по специальности 44.03.05 Педагогическое образование.

Пособие написано с учетом проводимой в университете реструктуризации учебного процесса, предусматривающей уменьшение числа аудиторных занятий и перенос существенной доли программного материала на самостоятельное изучение студентами.

В пособии в сжатом виде изложены основные положения и темы третьего раздела курса (Электричество и магнетизм), с которыми студенты должны ознакомиться самостоятельно, а в дальнейшем рассмотреть и проанализировать наиболее сложные вопросы на аудиторных занятиях. Приведены примеры решения наиболее типичных для каждого подраздела задач, а также задачи для самостоятельного решения и варианты индивидуальных контрольных работ.

УДК 537(075.8)
ББК В334я7

ISBN 978-5-7186-2102-0

© Сидоров В. Е., Попель П. С., Сабирзянов А. А.,
Русанов Б. А., 2023
© ФГБОУ ВО «УрГПУ», 2023

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Рабочая программа курса «Общая и экспериментальная физика».	
Раздел «Электричество и магнетизм»	5
Общие методические указания к решению задач и выполнению контрольных работ	7
Электростатика. Электрическое поле в вакууме	8
Электрическое поле в веществе	11
Емкость. Конденсаторы	12
Постоянный ток.....	13
Магнитное поле в вакууме	14
Силы Ампера и Лоренца.....	16
Магнитное поле в веществе	17
Электромагнитная индукция.....	18
Электромагнитные колебания	20
Электромагнитные волны	22
Примеры решения задач	23
Варианты заданий для контрольной работы	48
Задачи для самостоятельного решения.....	49
Основные физические постоянные	61
Литература	62

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие предназначено студентам – будущим учителям физики для освоения раздела «Электричество и магнетизм». Его цель – оказание помощи студенту в освоении теоретических положений этих тем и в их практическом применении при решении физических задач.

Пособие является полезным дополнением к имеющимся учебникам физики при самостоятельной работе студента над теоретическим материалом и особенно при выполнении домашних контрольных работ.

Пособие содержит программу курса, методические рекомендации по оформлению контрольных работ, список литературы, основные теоретические положения и формулы, примеры решения задач, сборник задач для самостоятельного решения и варианты контрольных работ.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА
«ОБЩАЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ФИЗИКА».
РАЗДЕЛ «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ»**

I. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

- 1) Электрические заряды. Закон сохранения заряда. Взаимодействие зарядов. Закон Кулона.
- 2) Электростатическое поле. Характеристики поля: напряженность, силовые линии. Напряженность поля точечного заряда. Принцип суперпозиции полей.
- 3) Теорема Гаусса и ее применение к расчету полей, создаваемых заряженными стержнем, шаром и плоскостью.
- 4) Работа перемещения заряда в электрическом поле. Потенциальная энергия заряда. Потенциал. Эквипотенциальные поверхности. Потенциал точечного заряда. Соотношение между напряженностью и потенциалом.
- 5) Электрическое поле в веществе. Проводники и диэлектрики. Диэлектрическая проницаемость вещества. Поляризация диэлектриков. Виды поляризации.
- 6) Емкость проводников. Конденсаторы. Соединение конденсаторов. Энергия электростатического поля. Энергия заряженного конденсатора. Объемная плотность энергии.

II. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

- 1) Электрический ток. Характеристики тока: сила тока, плотность тока. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление проводников. Соединение проводников. Понятие о сверхпроводимости.
- 2) Источники тока. Сторонние силы. Электродвижущая сила. Закон Ома для неоднородной и полной цепей.
- 3) Работа тока. Закон Джоуля-Ленца.

III. МАГНЕТИЗМ

- 1) Магнитное поле токов. Характеристики поля: магнитная индукция, напряженность, силовые линии поля, поток вектора магнитной индукции.
- 2) Принцип суперпозиции. Закон Био-Савара-Лапласа. Применение закона к расчету полей, созданных прямолинейным проводником с током, круговым током. Магнитный момент кругового тока. Теорема о циркуляции вектора B .
- 3) Действие магнитного поля на проводник с током. Закон Ампера.
- 4) Рамка с током в однородном магнитном поле. Вращающий момент.
- 5) Действие магнитного поля на движущиеся заряженные частицы. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном и электрическом полях. Ускорители частиц.

- 6) Магнитное поле в веществе. Классификация магнетиков.
- 7) Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность соленоида. Энергия магнитного поля. Объемная плотность энергии.

IV. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

- 1) Идеальный колебательный контур. Уравнение гармонических колебаний. Реальный колебательный контур. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс.
- 2) Электромагнитные волны и их свойства. Скорость распространения электромагнитных возмущений в вакууме и среде. Волновое уравнение.

ЛИТЕРАТУРА

Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. — Санкт-Петербург : Книжный Мир, 2007. — 327 с. — URL: <https://library.bmstu.ru/Catalog/Details/167973>.

Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие / И. В. Савельев. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — Т. 2 : Электричество и магнетизм. Волны. Оптика — 2019. — 500 с. — ISBN 978-5-8114-3989-8. — URL: <https://e.lanbook.com/book/113945>.

Трофимова, Т. И. Курс физики. Задачи и решения : учебное пособие для учреждений высшего профессионального образования / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. — 5-е издание. — Москва : Академия, 2012. — 592 с. — ISBN 978-5-7695-9467-0. — EDN SNPHAB. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22007383>.

Чертов, А. Г. Задачник по физике : учебное пособие для вузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Физматлит, 2007. — 640 с. — URL: <https://library.bmstu.ru/Catalog/Details/222268>.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса общей физики студент должен представить в учебное заведение (сдать ведущему преподавателю) контрольные работы по всем разделам курса физики.

2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов.

3. Контрольные работы нужно выполнять в школьной тетради, на обложке указывается фамилия и инициалы студента, номер группы и номер варианта.

4. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставлять поля.

5. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых содержали ошибки.

7. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

8. Решать задачу надо в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

9. После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

10. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

11. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3,52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1,29 \cdot 10^{-3}$ и т. п.

Электростатика. Электрическое поле в вакууме

Электростатика изучает поведение и взаимодействие неподвижных электрических зарядов.

Свойства электрических зарядов:

1) Электрические заряды бывают двух типов — положительные и отрицательные. Суммарный положительный заряд в природе в точности равен суммарному отрицательному заряду.

2) Электрические заряды взаимодействуют между собой: одноименные заряды отталкиваются, разноименные — притягиваются. Для точечных зарядов это взаимодействие описывается законом Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

где F - сила взаимодействия точечных зарядов Q_1 и Q_2 , r - расстояние между зарядами, ϵ_0 - электрическая постоянная.

3) Электрический заряд системы равен алгебраической сумме зарядов подсистем, образующих данную систему (свойство аддитивности):

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = \sum_{i=1}^n Q_i.$$

4) Закон сохранения электрического заряда: *суммарный электрический заряд изолированной системы есть величина постоянная, т.е. с течением времени не изменяется:*

$$Q = const.$$

5) Заряды всех макроскопических тел кратны элементарному заряду e , носителем которого является электрон:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Переносчиком взаимодействия между электрическими зарядами служит электрическое поле. Силовой характеристикой электрического поля является *напряженность* $\vec{E}$ - ВФВ, равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}.$$

Напряженность поля, создаваемого точечным зарядом:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2},$$

где r - расстояние от заряда Q до точки, в которой определяется напряженность.

Графически электрические поля изображаются с помощью *силовых линий*. Это воображаемые линии, проведенные таким образом, что в каждой точке си-

ловой линии вектор $\vec{E}$ направлен по касательной к этой линии. В электростатике силовые линии всегда начинаются на положительных и оканчиваются на отрицательных зарядах (рис. 1).

Электрические поля не взаимодействуют друг с другом, поэтому для них справедлив *принцип суперпозиции*: если поле создается системой, состоящей из n зарядов, то напряженность поля E в данной точке есть векторная сумма напряженностей, созданных в ней каждым из зарядов в отдельности

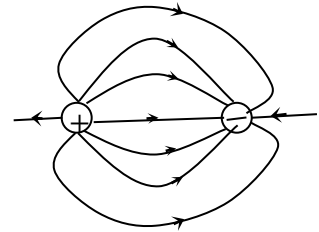


Рис. 1

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i.$$

Пример применения принципа суперпозиции для случая двух зарядов приведен на рис. 2.

Электростатическое поле потенциально. Его энергетической характеристикой является потенциал φ . Это СФВ, численно равная работе силы Кулона $A_{1\infty}$ по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля на бесконечно большое расстояние от зарядов, создающих поле

$$\varphi = \frac{A_{1\infty}}{q}.$$

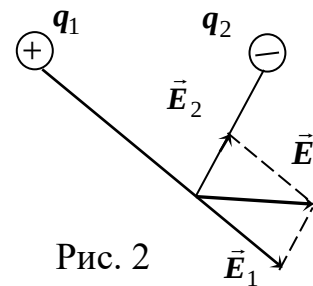


Рис. 2

Потенциальная энергия взаимодействия заряда с электростатическим полем может быть записана в виде

$$W = Q \cdot \varphi.$$

Работа сил поля по перемещению заряда Q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2

$$A = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r},$$

где r - расстояние от заряда Q до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

Если в данной точке пространства существует несколько электрических полей с потенциалами φ_i , то результирующий потенциал находится по принципу суперпозиции

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом R на расстоянии r от центра сферы:

$$E = 0, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \quad \text{при } r < R,$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \quad \text{при } r = R,$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}, \quad \text{при } r > R,$$

где Q - заряд сферы, ϵ - диэлектрическая проницаемость окружающей среду.

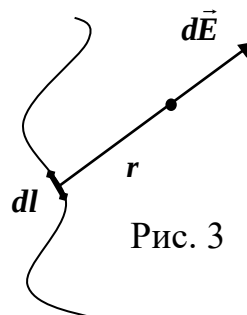
Для расчета электрических полей, создаваемых протяженными заряженными проводниками, существует два основных способа:

1) Применение принципа суперпозиции. Если заряд равномерно распределен вдоль линии с линейной плотностью τ , то на линии выделяется малый участок длиной dl с зарядом $dQ = \tau \cdot dl$. Такой заряд можно рассматривать как точечный и применять формулы

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2}, \quad d\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r},$$

где r - радиус-вектор, направленный от выделенного элемента dl к точке, в которой вычисляются напряженность и потенциал (рис.3). Результирующие напряженность E и потенциал φ поля, создаваемого распределенным зарядом находим интегрированием

$$\vec{E} = \int_L d\vec{E}, \quad \varphi = \int_L d\varphi.$$



Здесь интегрирование ведется вдоль всей длины L заряженной линии. По этой же схеме поступают в случаях двумерного и трехмерного распределения зарядов.

2) Применение теоремы Гаусса. Поток вектора $\vec{E}$ через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охваченных данной поверхностью, деленной на ϵ_0 :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

В этом методе сначала вокруг заряженного тела или его части выбирают воображаемую замкнутую поверхность (как правило, в виде сферы или цилиндра), затем считают интеграл, стоящий в левой части теоремы Гаусса, а потом полученное алгебраическое выражение приравнивают правой части теоремы. Отсюда находят формулу для модуля E . Например:

Напряженность поля, создаваемого бесконечной, прямой равномерно заряженной нитью или бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r},$$

где r — расстояние от нити или оси цилиндра до точки, напряженность поля в которой определяется, τ - линейная плотность заряда.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной, равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда σ , плоскостью

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Связь потенциала с напряженностью:

а) $\vec{E} = -grad\varphi$ или $\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right)$ в общем случае;

б) $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}$ в случае однородного поля (точки 1 и 2 лежат на одной силовой линии);

в) $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией.

Электрическое поле в веществе

Все вещества можно условно разделить на две большие группы — диэлектрики и проводники.

Диэлектрики всегда ослабляют внешнее электрическое поле. Количественной характеристикой такого ослабления является диэлектрическая проницаемость среды ε . Это безразмерная величина. Она показывает, во сколько раз поле в веществе слабее, чем поле в вакууме

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E},$$

где E_0 — напряженность электрического поля в вакууме, а E — в веществе.

Проводники, из-за наличия в них почти свободных носителей зарядов, полностью компенсируют в своем объеме внешнее электрическое поле, т.е. поле внутри проводника отсутствует.

Если проводнику сообщают электрический заряд, то он распределяется только в тонком приповерхностном слое проводника, при этом неравномерно — поверхностная плотность заряда (σ) на выступах значительно больше, чем во впадинах. Электрическое поле, возникающее вокруг заряженного проводника, получается неоднородным, однако, все точки проводника имеют одинаковый потенциал, т.е. объем проводника является эквипотенциальным объемом, а поверхность — эквипотенциальной поверхностью.

Електроємність. Конденсатори

Між зарядом на провіднику Q і його потенціалом φ існують пряма пропорційна залежність:

$$Q = C \cdot \varphi,$$

де C — електроємність провідника. Електроємність характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд. Вона залежить від форми і розмірів провідника і діелектричних властивостей середовища. Унітарні провідники мають малу електроємність. Значно більше вона у конденсатора — системи, що складається з двох близькорозташованих провідників.

Якщо конденсатор заряджений, то на його обкладках знаходяться однакові за модулем, але протилежні за знаком заряди. При цьому електричне поле зосереджено переважно в об'ємі між обкладками конденсатора. Електроємність конденсатора знаходиться як

$$C = \frac{Q}{\Delta\varphi},$$

де Q — заряд на одній обкладці, $\Delta\varphi$ — різниця потенціалів між обкладками.

Електроємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

де S — площа пластини (одної) конденсатора, d — відстань між пластинами, ϵ — діелектрична проникність речовини, що знаходиться між пластинами конденсатора.

На практиці конденсатори з'єднують між собою двома способами — послідовно або паралельно. При послідовному підключенні між собою з'єднуються різноіменно заряджені пластини сусідніх конденсаторів (рис. 4). Їмкість батареї при цьому зменшується, але зменшується і різниця потенціалів між пластинами кожного конденсатора. При такому способі підключення заряд на всіх конденсаторах однаковий. При паралельному підключенні з'єднуються одноіменно заряджені пластини сусідніх конденсаторів (рис. 5). Їмкість батареї зростає, а різниця потенціалів на всіх конденсаторах однакова.

Електроємність батареї конденсаторів:

а) $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$ - при послідовному з'єднанні,

б) $C = \sum_{i=1}^N C_i$ - при паралельному з'єднанні,

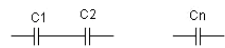


Рис. 4

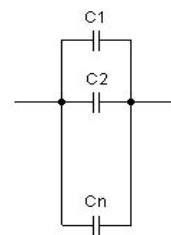


Рис. 5

где N — число конденсаторов в батарее.

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{Q \cdot \Delta\varphi}{2} = \frac{C \cdot (\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}.$$

Постоянный ток

Электрическим током называется направленное движение электрических зарядов. Чтобы в образце начал протекать электрический ток, необходимо:

- существование в образце свободных носителей заряда;
- наличие разности потенциалов между концами образца.

Традиционно за направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

Сила постоянного тока $I = \frac{Q}{t}$, где Q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t . Для тока, изменяющегося во времени, $I = \frac{dQ}{dt}$. Здесь dQ — заряд, прошедший за промежуток времени dt .

Плотность тока $j = \frac{I}{S}$, где S — площадь поперечного сечения проводника.

Связь плотности тока со средней скоростью ($\langle u \rangle$) направленного движения заряженных частиц $j = Q \cdot n \cdot \langle u \rangle$, где Q — заряд частицы, n — концентрация заряженных частиц.

Закон Ома:

а) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$ — для участка цепи, не содержащего источников тока, где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ — разность потенциалов на концах участка цепи, R — сопротивление участка;

б) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon}{R}$ — для участка цепи, содержащего источник тока, где ε — ЭДС источника тока, R — полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$ — для замкнутой (полной) цепи, где R — внешнее сопротивление цепи, r — внутреннее сопротивление цепи.

Электродвижущая сила (ЭДС) источника тока — СФВ, численно равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда с одного полюса источника на другой:

$$E = \frac{A_{cm}}{Q}$$

Сопротивление R и проводимость G проводника

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}, \quad G = \frac{\sigma \cdot S}{l},$$

где ρ — удельное сопротивление, σ — удельная проводимость, l — длина проводника, S — площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление системы проводников:

а) $R = \sum_{i=1}^N R_i$ при последовательном соединении,

б) $G = \sum_{i=1}^N G_i$ при параллельном соединении, где R_i и G_i — сопротивление и проводимость i -го проводника.

Для большинства проводников их сопротивление линейно увеличивается с ростом температуры

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_0 — удельное электросопротивление проводника при $t = 0^\circ\text{C}$, t — температура по шкале Цельсия, α — температурный коэффициент сопротивления.

Работа постоянного тока $A = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$. Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение U , последние две — для участка, не содержащего ЭДС. Мощность тока $P = I \cdot U = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$.

Закон Джоуля — Ленца: в стационарных условиях (когда не меняется внутреннее состояние проводника и не совершается механическая работа) количество выделяющегося в проводнике тепла равно работе тока. Для постоянного тока

$$\Delta Q = A = I \cdot U \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t$$

Магнитное поле в вакууме

Экспериментально установлено, что проводники с током взаимодействуют между собой — если токи одного направления, то проводники притягиваются, если противоположных — отталкиваются. Сила взаимодействия двух прямолинейных бесконечно длинных проводников в расчете на 1 метр длины:

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{r},$$

где I_1 и I_2 — токи в проводниках, r — расстояние между ними, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная. Отсюда следует определение единицы силы тока — ампера — одной из основных единиц в системе СИ. 1 А — это сила тока, текущего по двум прямолинейным длинным проводникам, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, при котором они взаимодействуют между собой с силой $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Переносчиком такого взаимодействия служит магнитное поле. В классической физике считается, что источниками магнитного поля являются движущиеся электрические заряды. Магнитных зарядов в природе нет, поэтому силовые линии магнитного поля всегда замкнуты (рис. 6).

Главная характеристика магнитного поля — индукция $\vec{B}$. Это ВФВ, численно равная силе, действующей со стороны магнитного поля на прямолинейный проводник длиной 1 м, расположенный перпендикулярно магнитному полю, по которому течет ток 1А.

Существует два основных способа расчета магнитных полей:

1) способ, основанный на применении принципа суперпозиции и закона Био-Савара-Лапласа.

Магнитные поля не взаимодействуют между собой, поэтому для них справедлив принцип суперпозиции, т.е. результирующая индукция магнитного поля в выбранной точке пространства равна векторной сумме индукций всех полей, существующих в данной точке

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_N = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i$$

В законе Био-Савара-Лапласа (БСЛ) утверждается, что магнитная индукция поля, создаваемого малым участком проводника $d\vec{l}$ с током I , может быть найдена по формуле

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3},$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведенный от участка проводника $d\vec{l}$ к рассматриваемой точке пространства (рис. 7).

В случае проводника произвольной формы поступают следующим образом. Мысленно разбивают проводник на малые участки, выбирают участок в произвольном месте проводника, для него находят $d\vec{B}$, используя закон БСЛ, а затем полную индукцию рассчитывают путем интегрирования по всей длине проводника L :

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B}$$

2) способ, основанный на использовании теоремы о циркуляции вектора магнитной индукции: циркуляция вектора $\vec{B}$ по любому замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охваченных этим контуром, умноженной на μ_0 :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I.$$

Схема расчета здесь такая. Мысленно выбирают контур, охватывающий весь проводник, его часть или несколько проводников сразу, затем преобразуют

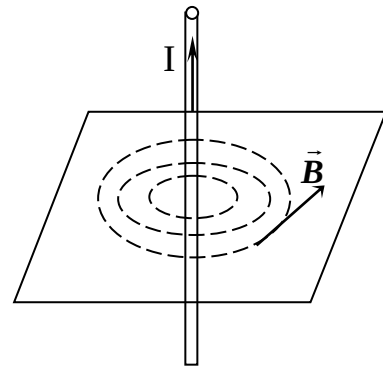


Рис. 6

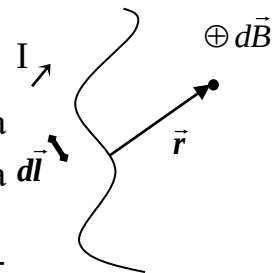


Рис. 7

интеграл, стоящий в левой части теоремы, до алгебраического выражения, а далее приравнивают его правой части и находят B .

Примеры. Магнитная индукция в центре кругового витка радиуса R с током I

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}.$$

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi \cdot R^2 \cdot I}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}},$$

где h — расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r},$$

где r — расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где α_1 и α_2 — углы между направлением тока и отрезками, соединяющими концы проводника с выбранной точкой пространства.

Магнитная индукция поля соленоида

$$B = \mu \mu_0 n I,$$

где n — отношение числа витков соленоида к его длине.

Силы Ампера и Лоренца

Магнитное поле действует на проводники с токами и движущиеся электрические заряды. Сила, действующая на провод с током I в магнитном поле, называется силой Ампера и находится по формуле (закон Ампера):

$$\vec{F} = I \cdot [\vec{l} \times \vec{B}] \text{ или } F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha,$$

где l — длина провода, α — угол между направлением тока в проводе и вектором магнитной индукции. Это выражение справедливо для однородного магнитного поля и прямого отрезка провода. Направление силы Ампера определяется правилом левой руки: четыре сомкнутых пальца следует направить по току, при этом вектор $\vec{B}$ должен входить в ладонь. Тогда отогнутый на 90° большой палец укажет направление силы.

Если поле неоднородно и провод не является прямым, то закон Ампера можно применять к каждому элементу провода в отдельности:

$$d\vec{F} = I \cdot [d\vec{l} \times \vec{B}],$$

где $d\vec{l}$ — элемент длины проводника, совпадающий с направлением тока. Полная сила Ампера в этом случае находится как

$$\vec{F} = \int_L d\vec{F}.$$

Сила, действующая на электрический заряд Q , движущейся в магнитном поле, называется силой Лоренца и определяется как

$$\vec{F} = Q \cdot [\vec{V} \times \vec{B}] \text{ или } F = Q \cdot V \cdot B \cdot \sin \alpha,$$

где V — скорость заряженной частицы, α — угол между векторами $\vec{V}$ и $\vec{B}$.

Направление силы Лоренца также находится по правилу левой руки, но теперь четыре пальца нужно направить по скорости движения частицы. Следует помнить, что данное правило справедливо только для положительных зарядов, для отрицательных — направление силы изменяется на противоположное. Так как сила Лоренца перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, то ее работа всегда равна нулю, т. е. сила Лоренца не может ни разогнать, ни затормозить частицу, а может лишь изменить направление ее движения.

Магнитный момент плоского контура с током $\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$, где $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к плоскости контура, I — сила тока, протекающего по контуру, S — площадь контура.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}] \text{ или } M = p_m \cdot B \cdot \sin \alpha,$$

где α — угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Магнитное поле в веществе

Практически все вещества в природе в той или иной мере реагируют на внешнее магнитное поле, т.е. являются магнетиками. Магнитные свойства веществ обусловлены магнитными моментами отдельных атомов и их взаимодействием между собой. Количественной характеристикой изменения магнитного поля при переходе из вакуума в вещество служит магнитная проницаемость среды μ — СФВ, показывающая, во сколько раз поле в веществе отличается от поля в вакууме

$$\mu = \frac{B}{B_0},$$

где B — индукция поля в веществе, B_0 — индукция поля в вакууме.

По магнитным свойствам материалы делятся на слабомагнитные и сильномагнитные. К слабомагнитным относятся диамагнетики и парамагнетики. Диамагнетиками называются вещества атомы или молекулы которых не имеют собственных магнитных моментов. При внесении во внешнее магнитное поле диамагнетики намагничиваются против поля и тем самым уменьшают его. Для них магнитная проницаемость μ меньше единицы. Парамагнетиками называются материалы, атомы или молекулы которых имеют собственные магнитные моменты, но моменты соседних атомов не взаимодействуют друг с другом и в отсутствии внешнего магнитного поля парамагнетики не намагничены. При включении внешнего поля парамагнетики намагничиваются вдоль поля и поэтому усиливают его. Для них $\mu > 1$. Однако, и для диа-, и для парамагнетиков μ мало отличается от единицы, поэтому данные материалы и называют слабомагнитными. В эту группу попадает более 80 % всех веществ в природе. Находясь в неоднородном магнитном поле, парамагнетики втягиваются в область более сильного поля, а диамагнетики выталкиваются из поля.

К сильномагнитным веществам относятся ферромагнетики, антиферромагнетики, ферримагнетики (ферриты) и т.д., всего известно 17 типов магнитоупорядоченных структур. У таких материалов магнитные моменты соседних атомов интенсивно взаимодействуют между собой, что приводит к появлению в образцах магнитоупорядоченных областей — доменов. Например, у ферромагнетиков внутри домена магнитные моменты отдельных атомов выстроены параллельно друг другу. За счет доменов ферромагнетики способны усиливать внешнее магнитное поле во много раз, для них μ может достигать значений 10^7 и выше. В то же время, магнитные свойства ферромагнетиков зависят от их предыстории — наблюдается гистерезис свойств, т.е. несовпадение их значений при изменении направления внешнего магнитного поля. Своими уникальными магнитными свойствами ферромагнетики обладают только до определенной температуры T_C — точки Кюри (у каждого материала она своя). При нагреве выше T_C ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик.

Электромагнитная индукция

Магнитным потоком (поток магнитного поля) через поверхность S называется СФВ, определяемая выражениями:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha,$$

где S — площадь контура, α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S},$$

где $d\vec{S}$ — элемент площади поверхности, направленный по нормали, а интегрирование ведется по всей поверхности.

Потокоцепление (полный поток) $\Psi = N \cdot \Phi$. Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков.

Работа A по перемещению замкнутого контура с током I в магнитном поле определяется как

$$A = I \cdot \Delta\Phi.$$

Явление электромагнитной индукции (ЭМИ) состоит в том, что при любом изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, в контуре появляется ЭДС индукции и, если контур проводящий, начинает течь индукционный ток. ЭДС индукции численно равна скорости изменения магнитного потока (закон Фарадея)

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Направление индукционного тока находят по правилу Ленца: индукционный ток всегда направлен таким образом, чтобы создаваемое им магнитное поле препятствовало изменению внешнего магнитного потока.

Примеры проявления ЭМИ:

На концах провода, движущегося со скоростью V в магнитном поле B , появляется разность потенциалов $U = B \cdot l \cdot V \cdot \sin \alpha$, где l — длина провода, α — угол между векторами $\vec{V}$ и $\vec{B}$.

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R}, \text{ или } Q = \frac{N\Delta\Phi}{R} = \frac{\Delta\Psi}{R},$$

где R — сопротивление контура.

Между током, идущим по проводнику, и создаваемым им магнитным потоком существует прямая связь

$$\Phi = L \cdot I,$$

где L — индуктивность контура — СФВ, характеризующая способность проводника создавать магнитный поток. Индуктивность зависит от формы и размеров проводника и магнитных свойств окружающей среды. Например, индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где n — отношение числа витков соленоида к его длине, V — объем соленоида, μ — магнитная проницаемость сердечника.

Если сила тока в проводнике меняется с течением времени, то в нем появляется дополнительный ток. Это явление называется самоиндукцией. ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения основного тока

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L :

а) при замыкании цепи $I = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-Rt/L}\right),$

где E — ЭДС источника тока; t — время, прошедшее после замыкания цепи;

б) при размыкании цепи $I = I_0 e^{-Rt/L},$

где I_0 — сила тока в цепи при $t = 0$, t — время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему)

$$w = BH/2, \text{ или } w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}, \text{ или } w = \mu\mu_0 H^2/2,$$

где B — магнитная индукция; H — напряженность магнитного поля.

Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H},$$

где μ — магнитная проницаемость изотропной среды, μ_0 — магнитная постоянная. В вакууме $\mu = 1$, и тогда магнитная индукция в вакууме $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

Электромагнитные колебания

Электромагнитные колебания происходят в колебательном контуре. Идеальный колебательный контур состоит из конденсатора и катушки. В таком контуре возникают гармонические колебания, т.е. постоянные превращения энергии электрического поля заряженного конденсатора в энергию магнитного поля катушки с током и наоборот. Свободные электромагнитные колебания описываются теми же уравнениями, что и гармонические механические колебания. Например, дифференциальное уравнение колебаний заряда конденсатора в колебательном контуре без активного сопротивления имеет вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0,$$

где ω_0 — собственная циклическая частота колебаний, зависящая от параметров контура: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$. Здесь L — индуктивность катушки, C — емкость конденсатора. Решение этого уравнения:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где q_m — амплитудное значение заряда.

Сила тока, текущего через катушку:

$$I = q' = -q_m \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -I_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

В реальном колебательном контуре всегда происходят затухающие колебания, т.к. соединительные провода и катушка обладают активным сопротивлением, а конденсатор — утечками. Дифференциальное уравнение колебаний заряда в контуре, содержащем R , L и C записывается в виде:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0.$$

В этом случае заряд на пластинах конденсатора изменяется по закону:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где амплитудное значение заряда $q_m = q_0 e^{-\beta t}$, коэффициент затухания $\beta = R/(2L)$; R — активное сопротивление, L — индуктивность катушки, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — циклическая частота затухающих колебаний.

Характеристики затухающих электромагнитных колебаний:

– время релаксации

$$\tau = \frac{1}{\beta},$$

это время, в течение которого амплитуда колебаний q_m уменьшается в e раз.

– логарифмический декремент затухания

$$\delta = \ln \frac{q_m(t)}{q_m(t+T)} = \beta T = \frac{1}{N_e},$$

где $T = \frac{2\pi}{\omega}$ — период затухающих колебаний, N_e — число колебаний, совершаемых за время, в течение которого амплитуда уменьшается в e раз.

– добротность контура:

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi \cdot N_e.$$

– добротность контура при слабом затухании:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W},$$

где W — энергия, запасённая в контуре в данный момент, ΔW — убыль этой энергии за один период колебаний.

Формулы справедливы при условии $\beta < \omega_0$ или $R < R_k$, где $R_k = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ — критическое сопротивление контура. При $\beta > \omega_0$ или $R > R_k$ происходит апериодический разряд конденсатора.

Электромагнитные волны

Электромагнитной волной называется совокупность колебаний напряженности электрического и индукции магнитного полей, совместно распространяющихся в пространстве. В классической физике считается, что источниками электромагнитных волн являются электрические заряды, движущиеся с ускорением.

Свойства электромагнитных волн:

1) Электромагнитные волны (ЭМВ) могут распространяться во всех средах, в том числе и в вакууме. В вакууме скорость всех ЭМВ одинакова и равна скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. В веществе скорость волны всегда меньше, чем в вакууме, и зависит от ее частоты. Это явление называется *дисперсией*:

$$V = \frac{c}{n} \quad \text{и} \quad n = n(\omega).$$

Здесь n — показатель преломления среды, ω — циклическая частота колебаний.

2) Электромагнитные волны являются поперечными. В них силовые характеристики электрического и магнитного полей колеблются в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны: $\vec{E} \perp \vec{k}$, $\vec{H} \perp \vec{k}$, $\vec{E} \perp \vec{H}$, $\vec{k}$ — волновой вектор.

3) В ЭМВ векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ всегда колеблются в одинаковых фазах. Например, уравнение плоской ЭМВ, распространяющейся вдоль оси x имеет вид

$$\begin{aligned} E &= E_m \cdot \cos(\omega t - kx) \\ H &= H_m \cdot \cos(\omega t - kx) \end{aligned}$$

4) В ЭМВ электрическое поле примерно в 400 раз сильнее магнитного.

5) ЭМВ не взаимодействуют друг с другом, т.е. для них справедлив принцип суперпозиции. Это относится к не очень мощным ЭМВ.

6) Для электромагнитных волн наблюдаются явления интерференции, дифракции, поляризации, которые мы рассмотрим ниже на примере световых волн.

Скорость распространения электромагнитной волны в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ

$$V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}},$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ — скорость распространения электромагнитной волны в вакууме.

Длина волны:

$$\lambda = V \cdot T = \frac{\omega T}{k} = \frac{2\pi}{k},$$

где $T = 2\pi/\omega$ — период колебаний в волне.

Связь между E и H в произвольной точке волны:

$$E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}.$$

Другая формула связи между электрическим и магнитным полем: $E = VB$.
Объёмная плотность энергии:

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Средняя объёмная плотность энергии:

$$\langle w \rangle = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2}{2}.$$

Средние значения здесь и далее приведены для гармонических электромагнитных волн.

Плотность потока энергии (вектор Пойнтинга и его модуль):

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}; \quad P = w \cdot V = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} \cdot E^2.$$

Средняя плотность потока энергии (интенсивность):

$$I = \frac{E_0 H_0}{2} = \langle w \rangle V = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} \cdot \frac{E_0^2}{2}.$$

Давление электромагнитной волны на поверхность с коэффициентом отражения ρ :

$$p = (1 + \rho)\langle w \rangle.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Два точечных заряда $9Q$ и $-Q$ закреплены на расстоянии $l = 50$ см друг от друга. Третий заряд Q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение заряда Q_1 , при котором он будет находиться в равновесии. При каком знаке заряда Q_1 равновесие будет устойчивым?

Решение. Заряд Q_1 находится в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, равна нулю. Это значит, что на заряд Q_1 должны действовать две силы, равные по модулю и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трех участков 1, 2 или 3 (рис. 3.6) мо-

жет быть выполнено это условие. Для определенности будем считать, что заряд Q_1 — положительный.

На участке 1 (рис. 8 а) на заряд Q_1 будут действовать две противоположно направленные силы: $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$, действующая со стороны заряда $9Q$, в любой точке этого участка больше силы $\vec{F}_2$, действующей со стороны заряда — Q , так как больший заряд $9Q$ находится всегда ближе к заряду Q_1 , чем меньший (по модулю) заряд — Q . Поэтому равновесие на этом участке невозможно. На участке 2 (рис. 8 б) обе силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлены в одну сторону — к заряду — Q . Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно. На участке 3 (рис. 8 в) силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ направлены в противоположные стороны, так же как и на участке 1, но в отличие от него меньший заряд — Q всегда находится ближе к заряду Q_1 , чем больший заряд $9Q$.

Это значит, что можно найти такую точку на прямой, где силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ будут одинаковы по модулю, т. е.

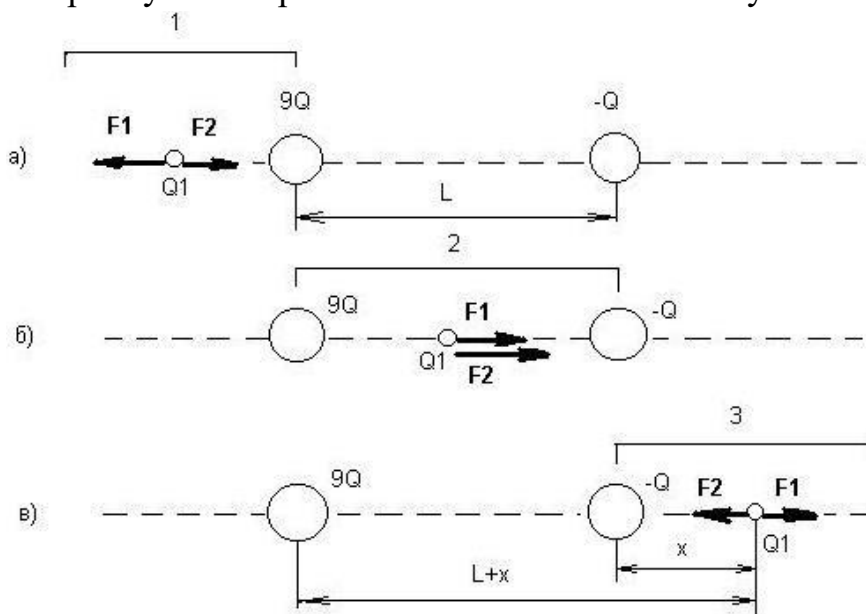


Рис. 8

$$F_1 = F_2. \quad (1)$$

Пусть x и $L+x$ — расстояние от меньшего и большего зарядов до заряда Q_1 . Выразая в равенстве (1) F_1 и F_2 в соответствии с законом Кулона, получим

$$\frac{9Q \cdot Q_1}{(L+x)^2} = \frac{Q \cdot Q_1}{x^2},$$

или

$$L+x = \pm 3x,$$

откуда

$$x_1 = +L/2, \quad x_2 = -L/4.$$

Корень x_2 не удовлетворяет физическому условию задачи (в этой точке силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ хотя и равны по модулю, но сонаправлены).

Определим знак заряда Q_1 , при котором равновесие будет устойчивым. Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Рассмотрим смещение заряда Q_1 в двух случаях: когда заряд положителен и отрицателен. Если заряд Q_1 положителен, то при смещении его влево обе силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ возрастают. Так как сила $\vec{F}_1$ возрастает медленнее, то результирующая сила,

действующая на заряд Q_1 , будет направлена в ту же сторону, в которую смещен этот заряд, т. е. влево. Под действием этой силы заряд Q_1 будет удаляться от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда Q_1 вправо. Сила $\vec{F}_2$ убывает быстрее, чем $\vec{F}_1$. Геометрическая сумма сил в этом случае направлена вправо. Заряд под действием этой силы также будет перемещаться вправо, т. е. удаляться от положения равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие является неустойчивым.

Если заряд Q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, но сила $\vec{F}_1$ возрастает медленнее, чем, т. е. $|\vec{F}_2| > |\vec{F}_1|$. Результирующая сила будет направлена вправо. Под ее действием заряд Q_1 возвращается к положению равновесия. При смещении Q_1 вправо сила $\vec{F}_2$ убывает быстрее, чем $\vec{F}_1$, т. е. $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$, результирующая сила направлена влево и заряд Q_1 опять будет возвращаться к положению равновесия. При отрицательном заряде равновесие является устойчивым. Величина самого заряда Q_1 оказалась здесь несущественна.

Итак, заряд Q_1 будет находиться в равновесии на расстоянии 0,25 м от меньшего заряда ($-Q$) и это равновесие будет устойчивым, если $Q_1 < 0$.

Пример 2. Три точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1 \text{ нКл}$ расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд Q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?

Решение. Все три заряда, расположенные по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь один из трех зарядов, например Q_1 , находился в равновесии. Заряд Q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю (рис. 9):

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 + \vec{0}, \quad (1)$$

где $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ — силы, с которыми соответственно действуют на заряд Q_1 заряды Q_2, Q_3 и Q_4 ; $\vec{F}$ — равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$.

Так как силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой в противоположные стороны, то векторное равенство (1) можно заменить скалярным: $F - F_4 = 0$, откуда $F_4 = F$. Выразив в последнем равенстве F через F_2 и F_3 и учитывая, что $F_3 = F_2$, получим

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}.$$

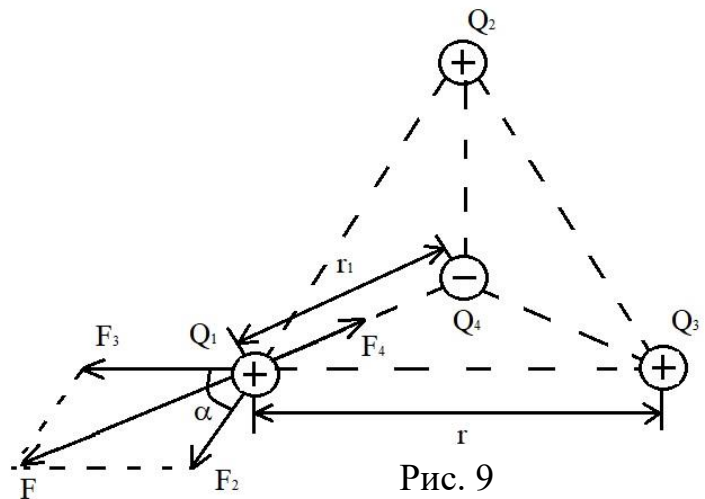


Рис. 9

Применив закон Кулона и имея в виду, что $Q_2 = Q_3 = Q_1$, найдем

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)},$$

откуда

$$Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)} \quad (2)$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos(\alpha/2)} = \frac{r}{2 \cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}}, \cos \alpha = \cos 60^\circ = 1/2.$$

С учетом этого формула (2) примет вид

$$Q_4 = Q_1 / \sqrt{3}.$$

Проведем вычисления:

$$Q_4 = 10^{-9} / \sqrt{3} \text{ Кл} = 5,77 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} = 577 \text{ нКл}.$$

Следует отметить, что равновесие системы зарядов будет неустойчивым.

Пример 3. Два точечных электрических заряда $Q_1 = 1$ нКл и $Q_2 = -2$ нКл находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке А, удаленной от заряда Q_1 на расстояние $r_1 = 9$ см и от заряда Q_2 на $r_2 = 7$ см.

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Напряженности электрического поля, создаваемого в воздухе ($\epsilon = 1$) зарядами Q_1 и Q_2 ,

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}, \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (2)$$

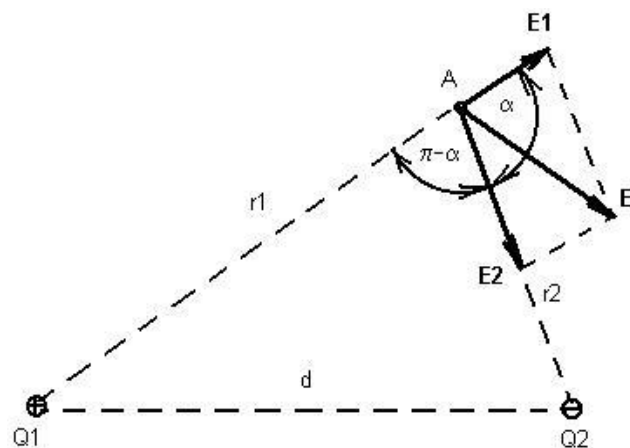


Рис. 10.

Вектор $\vec{E}_1$ (рис. 10) направлен по силовой линии от заряда Q_1 , так как этот заряд положителен; вектор E_2 направлен также по силовой линии, но к заряду Q_2 , так как этот заряд отрицателен.

Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha}, \quad (3)$$

где α — угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, который может быть найден из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d :

$$\cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos \alpha$ вычислить отдельно:

$$\cos \alpha = \frac{(0,1)^2 - (0,09)^2 - (0,07)^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = -0,238.$$

Подставляя выражение E_1 из (1) и E_2 из (2) в (3) и вынося общий множитель $1/(4\pi\epsilon_0)$ за знак корня, получаем

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos \alpha} = 0,17 \cdot 10^{-6} \quad (4)$$

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами Q_1 и Q_2 , равен алгебраической сумме потенциалов:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (5)$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом Q на расстоянии r от него, выражается формулой

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (6)$$

В нашем случае, согласно формулам (5) и (6), получим

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2},$$

или

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} \right).$$

Произведем вычисления:

$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{0,07} \right) = -157 \text{ В}$$

Пример 4. Определить напряженность электрического поля, создаваемого длинным прямолинейным равномерно заряженным проводником в точке, находящейся на расстоянии $r = 1$ см от центра проводника. Линейная плотность заряда на проводнике $\tau = 1.5 \cdot 10^{-7}$ Кл/м.

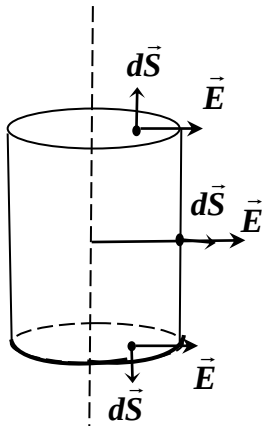


Рис. 11

Решение. Для решения задачи воспользуемся теоремой Гаусса:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

В качестве замкнутой поверхности выберем цилиндр радиуса r и высоты h , ось которого совпадает с проводником (см. рис. 11). Интересующая нас точка лежит на боковой поверхности цилиндра.

Преобразуем левую часть теоремы Гаусса. Для этого интеграл по замкнутой поверхности представим в виде суммы трех интегралов

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{в.о.}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{н.о.}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int_{\text{бок}} \vec{E} \cdot d\vec{S}. \quad (1)$$

Так как на верхнем и нижнем основаниях цилиндра векторы $\vec{E}$ и $d\vec{S}$ взаимно перпендикулярны, то первые два интеграла в (1) обращаются в нуль. На боковой поверхности цилиндра $\vec{E}$ и $d\vec{S}$ параллельны друг другу, кроме того во всех точках этой поверхности вектор $\vec{E}$ один и тот же по модулю (все точки боковой поверхности равноудалены от заряженного проводника). Следовательно, уравнение (1) преобразуется к виду

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{бок}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{бок}} E \cdot dS = E \cdot \int_{\text{бок}} dS = E \cdot S_{\text{бок}} = E \cdot 2\pi \cdot r \cdot h \quad (2)$$

Заряд, находящейся внутри цилиндра, равен

$$Q = \tau \cdot h \quad (3)$$

Подставляя уравнения (2) и (3) в (1) и сокращая на h , получаем ответ

$$E \cdot 2\pi \cdot r \cdot h = \frac{\tau \cdot h}{\epsilon_0}$$

или

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 \cdot r}.$$

Произведем численные расчеты $E = \frac{1.5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 3.14 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} = 2.7 \cdot 10^5$ В/м.

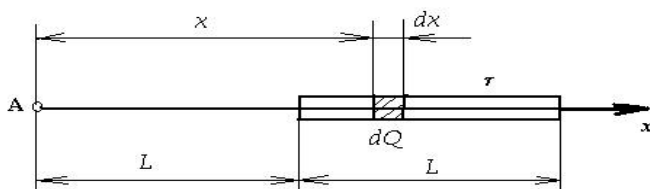


Рис. 12

Пример 5. На тонком стержне длиной L равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Найти потенциал φ , созданный распределенным зарядом в точке A , расположенной на оси стержня и удаленной от его ближайшего конца на расстояние L .

Решение. В задаче рассматривается поле, создаваемое распределенным зарядом. В этом случае поступают следующим образом. На стержне выделяют малый участок длиной dx . Тогда на этом участке будет сосредоточен заряд $dQ = \tau dx$, который можно считать точечным. Потенциал $d\varphi$, создаваемый этим точечным зарядом в точке A (рис. 12), можно определить по формуле

$$d\varphi = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x}.$$

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, потенциал электрического поля, создаваемого заряженным стержнем в точке A , найдем интегрированием этого выражения:

$$\varphi = \int_L^{2L} \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_L^{2L} \frac{dx}{x}.$$

Выполним интегрирование:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln x \Big|_L^{2L} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln 2.$$

Подставим числовые значения физических величин в СИ ($\tau = 10 \cdot 10^{-9}$ Кл/м, $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф) и произведем вычисления:

$$\varphi = 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 0,693 = 62,4 \text{ В}.$$

Пример 6. На пластинах плоского конденсатора находится заряд $Q = 10$ нКл. Площадь S каждой пластины конденсатора равна 100 см^2 , диэлектрик — воздух. Определить силу F , с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

Решение. Заряд Q одной пластины находится в поле напряженностью E , созданном зарядом другой пластины конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует сила

$$F = QE. \quad (1)$$

Так как

$$E = \sigma/(2\epsilon_0) = Q/(2\epsilon_0 S),$$

где σ — поверхностная плотность заряда пластины, то формула (1) примет вид

$$F = Q^2 / (2\varepsilon_0 S) .$$

Произведем вычисления:

$$F = \frac{10^{-16}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 565 \text{ мкН}.$$

Пример 7. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R = 1$ см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20$ нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии $a_1 = 0,5$ см и $a_2 = 2$ см от поверхности цилиндра, в средней его части.

Решение. Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала:

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi.$$

Для поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, это соотношение можно записать в виде

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \text{ или } d\varphi = -E dr.$$

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на расстояния r_1 и r_2 от оси цилиндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E dr. \quad (1)$$

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то для выражения напряженности можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \tau / (2\pi\varepsilon_0 r) .$$

Подставив выражение E в (1), получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (2)$$

Произведем вычисления, учитывая, что величины r_1 и r_2 , входящие в эту формулу в виде отношения, можно выразить в сантиметрах ($r_1 = R + a_1 = 1,5$ см, $r_2 = R + a_2 = 3$ см):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1,8 \cdot 10^{10} \ln(3/1,5) = 250 \text{ В}.$$

Пример 8. Электрическое поле создается двумя зарядами $Q_1 = 4$ мкКл и $Q_2 = -2$ мкКл, находящимися на расстоянии $a = 0,1$ м друг от друга. Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $Q = 50$ нКл из точки 1 в точку 2 (рис.13).

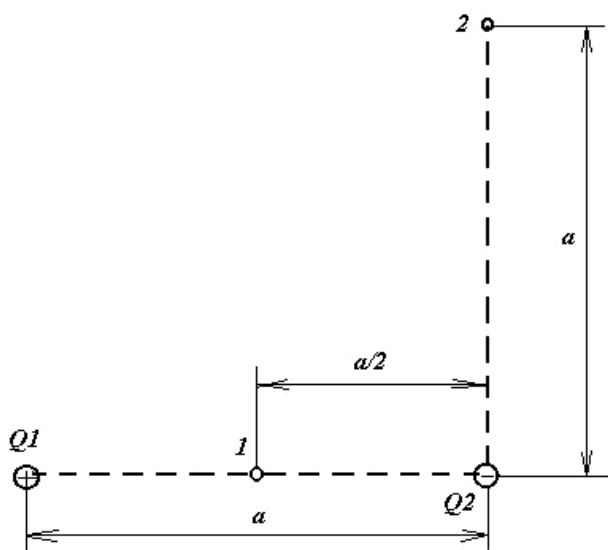


Рис. 13

Решение. Для определения работы $A_{1,2}$ сил поля воспользуемся соотношением

$A_{1,2} = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$. Применяя принцип суперпозиции электрических полей, определим потенциалы φ_1 и φ_2 точек 1 и 2 поля:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a/2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a/2} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q_1/\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

Тогда

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} [2(Q_1 + Q_2) - (Q_1/\sqrt{2} + Q_2)],$$

или

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[Q_1 \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + Q_2 \right].$$

Проверим, дает ли правая часть равенства единицу работы (Дж):

$$\frac{[Q] [Q_1]}{[\epsilon_0] [a]} = \frac{1\text{Кл} \cdot 1\text{Кл}}{1\text{Ф/м} \cdot 1\text{м}} = 1\text{Кл} \cdot 1\text{В} = 1\text{Дж}.$$

Подставим числовые значения физических величин в СИ ($Q = 50 \cdot 10^{-9}$ Кл, $Q_1 = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл, $Q_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл, $a = 0,1$ м, $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф) и произведем вычисления:

$$A_{1,2} = \frac{50 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9}{0,1} \left[4 \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 2 \right] 10^{-6} = 1,43 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 14,3 \text{ мДж}$$

Пример 9. Определить ускоряющую разность потенциалов U , которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $V_1 = 10^6$ м/с, чтобы скорость его возросла в $n = 2$ раза.

Решение. Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу A сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением элементарного заряда e на разность потенциалов U :

$$A = eU. \quad (1)$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}, \quad (2)$$

где T_1 и T_2 — кинетическая энергия электрона до и после прохождения ускоряющего поля; m — масса электрона; V_1 и V_2 — начальная и конечная скорости.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$eU = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mn^2V_1^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2},$$

где $n = V_2/V_1$.

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = \frac{mV_1^2(n^2-1)}{2e}.$$

Произведем вычисления:

$$U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} (2^2 - 1) = 8,53 \text{ В}.$$

Пример 10. Конденсатор емкостью $C_1 = 10$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U = 10$ В. Определить заряд Q'_1 на обкладках этого конденсатора после того, как параллельно ему был подключен другой, незаряженный, конденсатор емкостью $C_2 = 20$ мкФ.

Решение. При параллельном соединении конденсаторов емкость батареи находится как сумма емкостей конденсаторов $C = C_1 + C_2$, а разность потенциалов между обкладками на каждом конденсаторе одна и та же $U_1 = U_2 = U'$.

Учитывая, что при подключении второго конденсатора полный электрический заряд в системе остается неизменным, находим

$$Q'_1 = C_1 \cdot U' = C_1 \cdot \frac{Q}{C} = C_1 \cdot \frac{C_1 \cdot U}{C_1 + C_2} = \frac{C_1^2 \cdot U}{C_1 + C_2}$$

Произведем численные расчеты $Q'_1 = \frac{100 \cdot 10^{-12} \cdot 10}{30 \cdot 10^{-6}} = 3,3 \cdot 10^{-5}$ Кл.

Пример 11. Потенциометр сопротивлением $R = 100$ Ом подключен к батарее с ЭДС $E = 150$ В и внутренним сопротивлением $R_i = 50$ Ом. Определить: 1) показание вольтметра сопротивлением $R_V = 500$ Ом, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра; 2) разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра.

Решение. Показание вольтметра, подключенного к точкам **A** и **B** (рис. 14), определим по формуле

$$U_1 = I_1 R_1,$$

где R_1 — сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра; I_1 — суммарная сила тока в ветвях этого соединения (она равна силе тока в неразветвленной части цепи).

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для полной цепи:

$$I_1 = E / (R_e + R_i), \quad (1)$$

где R_e — сопротивление внешней цепи. Это сопротивление есть сумма двух сопротивлений:

$$R_e = R/2 + R_1. \quad (2)$$

Сопротивление R_1 найдем по формуле параллельного соединения проводников

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R/2},$$

откуда

$$R_1 = \frac{RR_V}{R+2R_V}.$$

Подставив в (1) выражение R_e по (2), найдем

$$I_1 = \frac{E}{R/2 + R_1 + R_i}.$$

В данном случае решение задачи в общем виде было бы громоздким. Поэтому удобно вычисление величин провести раздельно:

$$R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} = 45,50 \text{ Ом}; \quad I_1 = \frac{150}{50 + 45,5 + 50} = 1,03 \text{ А}; \quad U_1 = 1,03 \cdot 45,5 = 46,9 \text{ В}.$$

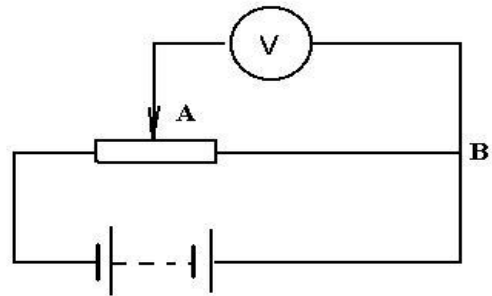


Рис. 14

2. Разность потенциалов между точками А и В при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра:

$$U_2 = I_2 \cdot R/2, \quad (3)$$

где I_2 — сила тока в цепи при отключенном вольтметре. Ее определим по формуле

$$I_2 = E/(R + R_i).$$

Подставив выражение I_2 в (3), найдем

$$U_2 = \frac{E}{(R + R_i)} \cdot \frac{R}{2}.$$

Произведем вычисления: $U_2 = \frac{150}{100+50} \cdot \frac{100}{2} = 50 \text{ В}.$

Пример 12. Сила тока в проводнике сопротивлением $R=20$ Ом нарастает в течение времени $\Delta t = 2 \text{ с}$ по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6 \text{ А}$. Определить теплоту Q_1 , выделившуюся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 — за вторую, а также найти отношение Q_2/Q_1 .

Решение. Закон Джоуля—Ленца в виде $Q = I^2 R t$ справедлив для постоянного тока ($I = \text{const}$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В данном случае

$$I = kt, \quad (2)$$

где k — коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ А/с}.$$

С учетом (2) формула (1) примет вид

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (3)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt , выражение (3) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2 :

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

Произведем вычисления:

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (1 - 0) = 60 \text{ Дж}; Q_2 = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 20 \cdot (8 - 1) = 420 \text{ Дж}.$$

Следовательно, $Q_2/Q_1 = 420/60 = 7$, т.е. за вторую секунду выделится теплоты в семь раз больше, чем за первую.

Пример 13. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым текут в одном направлении электрические токи силой $I = 60 \text{ А}$, расположены на расстоянии $d = 10 \text{ см}$ друг от друга. Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого проводниками с током в точке A (рис. 15), отстоящей от оси одного проводника на расстоянии $r_1 = 5 \text{ см}$, от другого — $r_2 = 12 \text{ см}$.

Решение. Для нахождения магнитной индукции $\vec{B}$ в точке A воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

Модуль вектора B может быть найден по теореме косинусов:

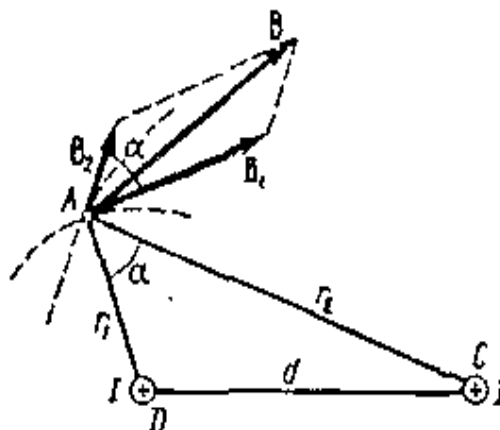


Рис. 15

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha} \quad (1)$$

где α — угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Магнитные индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки A:

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1); B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2).$$

Подставляя выражения B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\mu_0 I / (2\pi)$ за знак корня, получаем

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha} \quad (2)$$

Вычислим $\cos \alpha$. Заметив, что $\alpha = \angle DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha,$$

где d — расстояние между проводами.

Отсюда

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}; \cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \times 5 \times 12} = \frac{23}{40}$$

Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B = \frac{4 \times 3,14 \times 10^{-7} \times 60}{2 \times 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2}} \times \frac{2}{0,05 \times 0,12} \times \frac{23}{40} T_{\text{л}}$$

$$= 3,08 \times 10^{-4} T_{\text{л}} = 308 \text{ мкТл}.$$

Пример 14. Бесконечно длинный провод изогнут так, как это изображено на рис. 16 а. Радиус R дуги окружности равен 10 см. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого в точке O током $I = 80 \text{ А}$, текущим по этому проводу.

Решение. Магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке O найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей: $\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i$. В нашем случае провод можно разбить на три части (рис. 16 б): два прямолинейных провода (1 и 3), одним

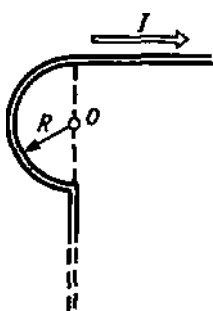


Рис. 16 а.

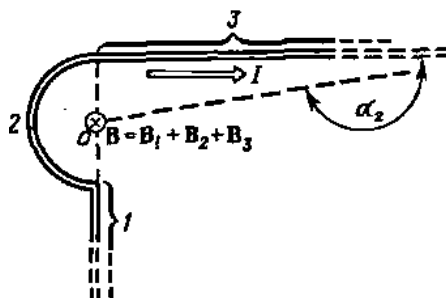


Рис. 16 б.

концом уходящие в бесконечность, и дугу полуокружности (2) радиуса R .

Тогда $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3$, где $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ — магнитные индукции в точке O , создаваемые током, текущим соответственно на первом, втором и третьем участках провода.

Так как точка O лежит на оси провода 1, то $B_1 = 0$ и тогда $\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3$.

Учитывая, что векторы $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ направлены в соответствии с правилом буравчика перпендикулярно плоскости чертежа от нас, то геометрическое суммирование можно заменить алгебраическим: $B = B_2 + B_3$.

Магнитную индукцию B_2 найдем, воспользовавшись выражением для магнитной индукции в центре кругового тока:

В нашем случае магнитное поле в точке O создается лишь половиной такого кругового тока, поэтому

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

Магнитную индукцию B_3 найдем, воспользовавшись соотношением

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi t_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

В нашем случае $r_0 = R$, $\alpha_1 = \pi/2$ ($\cos \alpha_1 = 0$), $\alpha_2 \rightarrow \pi$ ($\cos \alpha_2 = -1$). Тогда

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

Используя найденные выражения для B_2 и B_3 , получим

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R},$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I}{4R} (\pi + 1).$$

Произведем вычисления:

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 80}{4\pi \times 0,1} (\pi + 1) = 3,31 \times 10^{-4} \text{ Тл или } B = 331 \text{ мкТл}.$$

Пример 15. Горизонтальный проводник длиной $l = 0.2$ м и массой $m = 0.01$ кг, подвешенный на двух тонких нитях, находится в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0.25$ Тл. На какой угол α от вертикали отклонятся нити, если по проводнику пропустить ток $I = 2$ А?

Решение. Задача является типичной задачей на динамику и поэтому решать ее надо по схеме, изложенной выше.

1. Сделаем рисунок, на котором изобразим все силы, действующие на проводник с током. В данном случае целесообразно сделать вид слева (рис. 17).

2. По второму закону Ньютона

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_A, \quad (1)$$

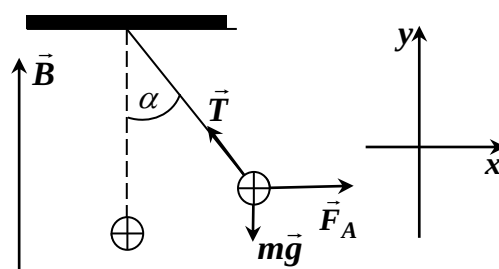


Рис. 17

где $m\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{T}$ — сила натяжения нитей, $\vec{F}_A$ — сила Ампера.

3. Выберем оси координат и спроектируем векторное уравнение (1) на эти оси. Учтем, что мы рассматриваем проводник с нитями уже в отклоненном состоянии

$$0 = F_A - T \cdot \sin \alpha,$$

$$0 = -mg + T \cdot \cos \alpha.$$

Отсюда следует $T = \frac{mg}{\cos \alpha}$ и $F_A = T \cdot \sin \alpha = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha$. (2)

4. С другой стороны, из закона Ампера $F_A = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \beta = I \cdot l \cdot B$ (3), т.к. в нашем случае поле перпендикулярно направлению тока.

5. Приравнявая уравнения (2) и (3), получаем

$$mg \cdot \operatorname{tg} \alpha = I \cdot l \cdot B.$$

$$\text{Окончательно } \operatorname{tg} \alpha = \frac{I \cdot l \cdot B}{mg} = \frac{2 \cdot 0.2 \cdot 0.25}{0.01 \cdot 10} = 1 \quad \text{и} \quad \alpha = 45^\circ.$$

Пример 16. Электрон движется в однородном магнитном поле ($B = 10 \text{ мТл}$) по винтовой линии радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 6 \text{ см}$. Определить период T обращения электрона и его скорость $\vec{V}$.

Решение. Электрон будет двигаться по винтовой линии, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом ($\alpha \neq \pi/2$) к линиям магнитной индукции. Разложим, как это показано на рис. 18 скорость $\vec{V}$ электрона на две составляющие: параллельную вектору $\vec{B}$ ($\vec{V}_{||}$) и перпендикулярную ему $V_{\perp}$. Скорость $\vec{V}_{||}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость $V_{\perp}$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению ($\vec{F}_L \perp \vec{V}_{\perp}$) (в отсутствие параллельной составляющей ($\vec{V}_{||} = 0$) движение электрона происходило бы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным силовым линиям). Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном прямолинейном со скоростью $\vec{V}_{||}$ и равномерном движении по окружности со скоростью $\vec{V}_{\perp}$.

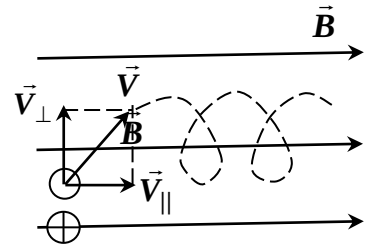


Рис. 18

Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{V_{\perp}} \quad (1)$$

Найдём отношение $R/V_{\perp}$. Для этого воспользуемся тем, что сила Лоренца сообщает электрону нормальное ускорение $\vec{a}_n = \vec{V}_{\perp}^2 / R$. Согласно второму закону Ньютона можно написать $\vec{F}_L = m\vec{a}_n$ или

$$|e| \cdot V_{\perp} \cdot B = mV_{\perp}^2 / R \quad (2),$$

где $V_{\perp} = V \cdot \sin \alpha$. Сократив (2) на $V_{\perp}$, выразим соотношение $R/V_{\perp}$ ($R/V_{\perp} = m/|e|B$) и подставим его в формулу (1):

$$T = 2\pi \frac{m}{|e| \cdot B}.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства даёт единицу времени (с):

$$\frac{[m]}{[e] \cdot [B]} = \frac{1_{\text{кг}}}{1_{\text{Кл}} \cdot 1_{\text{Тл}}} = \frac{1_{\text{кг}} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2}{1_{\text{А}} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{1_{\text{кг}} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}^2}{1_{\text{с}} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2} = 1_{\text{с}}.$$

Произведём вычисления:

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \text{с} = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{с} = 3,57 \text{нс}.$$

Модуль скорости V , как это видно из рис.18, можно найти по теореме Пифагора:

$$V = \sqrt{V_{\perp}^2 + V_{\parallel}^2}.$$

Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости:

$$V_{\perp} = \frac{|e| \cdot B \cdot R}{m}.$$

Параллельную составляющую скорости $V_{\parallel}$ найдём из следующих соображений. За время, равное периоду обращения T , электрон пройдёт вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии, т.е. $h = TV_{\parallel}$, откуда

$$V_{\parallel} = h/T.$$

Подставив вместо T правую часть выражения (2), получим

$$V_{\parallel} = \frac{|e| \cdot B \cdot h}{2\pi \cdot m}.$$

Таким образом, модуль скорости электрона

$$V = \sqrt{V_{\perp}^2 + V_{\parallel}^2} = \frac{|e| \cdot B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства даёт единицу скорости (м/с). Для этого заметим, что R и h имеют одинаковую единицу — метр (м). Поэтому в квадратных скобках мы поставим только одну из величин (например, R):

$$\frac{[e] \cdot [B]}{[m]} [R^2]^{1/2} = \frac{1_{\text{Кл}} \cdot 1_{\text{Тл}}}{1_{\text{кг}}} (\text{м}^2)^{1/2} = \frac{1_{\text{А}} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{1_{\text{кг}} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2} = \frac{1_{\text{Н}} \cdot \text{с}}{1_{\text{кг}}} = \frac{1_{\text{кг}} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{1_{\text{кг}} \cdot \text{с}^2} = 1 \text{ м/с}.$$

Произведём вычисления:

$$V = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left[(0,01)^2 + \left(\frac{0,06}{2\pi}\right)^2 \right]^{1/2} \text{м/с} = 2,46 \cdot 10^7 \text{м/с}.$$

Пример 17. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104 \text{ В}$ и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E =$

10кВ/м) и магнитное ($B = 0,1\text{Тл}$) поля. Найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

Решение. Для того чтобы найти отношение заряда Q альфа-частицы к ее массе m , воспользуемся связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии частицы:

$$QU = mv^2/2,$$

откуда

$$Q/m = v^2/(2U). \quad (1)$$

Скорость v альфа-частицы определим из следующих соображений. В скрещенных электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют две силы:

а) сила Лоренца $F_L = Q[v \times B]$, направленная перпендикулярно скорости v и вектору магнитной индукции B ;

б) кулоновская сила $F_k = QE$, сонаправленная с вектором напряженности E электростатического поля ($Q>0$). На рис. 19 направим вектор магнитной ин-

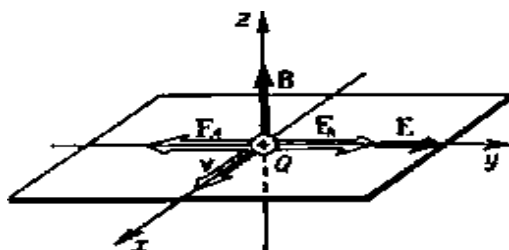


Рис. 19

дукции B вдоль оси O_z , скорость v — в положительном направлении оси O_x , тогда F_L и F_k будут направлены так, как показано на рисунке.

Альфа-частица не будет испытывать отклонения, если геометрическая сумма сил F_L и F_k будет равна нулю. В проекции на ось O_y получим следующее равенство (при этом учтено, что $v \perp B$ и $\sin\alpha = 1$):

$$QE - QvB = 0,$$

Откуда $v = E/B$.

Подставив это выражение скорости в формулу (1), получим

$$Q/m = E^2/(2UB^2)$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу удельного заряда (Кл/кг):

$$\frac{[E^2]}{[U][B^2]} = \frac{(1\text{В/м})^2}{1\text{В} \times (1\text{Тл})^2} = \frac{(1\text{В} \times 1\text{А})^2}{1\text{В} \times (1\text{Н})^2} = \frac{1\text{Дж} \times \text{Кл}}{(1\text{Н} \times \text{с})^2} = \frac{1\text{Кл} \times \text{м}}{1\text{Н} \times \text{с}} = 1\text{Кл/кг}$$

Произведем вычисления:

$$\frac{Q}{m} = \frac{(10^4)^2}{2 \times 104(0,1)^2} \text{Кл/кг} = 4,81 \times 10^7 \text{Кл/кг} = 48,1 \text{Мкл/кг}$$

Пример 18. Короткая катушка, содержащая $N = 10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $n = 10\text{с}^{-1}$ относительно оси AB , лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B = 0,04\text{ Тл}$). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями поля. Площадь S катушки равна 100 см^2 .

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции E определяется основным уравнением электромагнитной индукции — уравнением Фарадея:

$$E_i = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (1)$$

Потокосцепление $\Psi = N\Phi$, где N — число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком Φ . Подставив выражение Ψ в формулу (1), получим

$$E_i = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При вращении катушки магнитный поток Φ , пронизывающий катушку в момент времени t , изменяется по закону $\Phi = BS \cos \omega t$, где B — магнитная индукция; S — площадь катушки; ω — угловая скорость катушки. Подставив в формулу (2) выражение магнитного потока Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$E_i = NBS\omega \sin \omega t$$

Заметив, что угловая скорость ω связана с частотой вращения n катушки соотношением $\omega = 2\pi n$ и что угол $\omega t = \pi/2 - \alpha$ (рис.20), получим (учтено, что $\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha$)

$$E_i = 2\pi n NBS \cos \alpha$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу ЭДС (В):

$$[n] [B] [S] = \frac{1\text{Тл} \times 1\text{м}^2}{1\text{с}} = \frac{1\text{Н} \times \text{м}^2}{1\text{А} \times \text{м} \times \text{с}} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{Кл}} = 1\text{В}$$

Произведем вычисления:

$$E_i = 2 \times 3,14 \times 10 \times 10^3 \times 0,04 \times 10^{-2} \times 0,5\text{В} = 25,1\text{В}$$

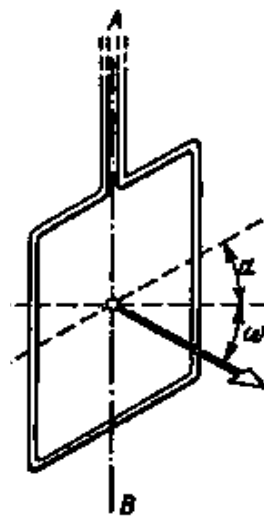


Рис. 20

Пример 19. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5\text{см}$ и сопротивлением $R = 10\text{мОм}$ находится в однородном магнитном поле ($B = 40\text{мТл}$). Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями магнитной ин-

дукции. Определить заряд Q , который пройдет по рамке, если магнитное поле выключить.

Решение. При выключении магнитного поля произойдет изменение магнитного потока. Вследствие этого в рамке возникнет ЭДС индукции, определяемая основным законом электромагнитной индукции

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Возникшая ЭДС индукции вызовет в рамке индукционный ток, мгновенное значение которого можно определить, воспользовавшись законом Ома для полной цепи $I_i = E_i/R$, где R — сопротивление рамки. Тогда

$$I_i R = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Так как мгновенное значение силы индукционного тока $I_i = \frac{dQ}{dt}$, то это выражение можно переписать в виде

$$\frac{dQ}{dt} R = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ откуда } dQ = -\frac{d\Phi}{R}. \quad (1)$$

Проинтегрировав выражение (1), найдем

$$\int_0^Q dQ = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi, \text{ или } Q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Заметив, что при выключенном поле (конечное состояние) $\Phi_2 = 0$, последнее равенство перепишем в виде

$$Q = \Phi_1/R \quad (2)$$

Найдем магнитный поток Φ_1 . По определению магнитного потока имеем

$$\Phi_1 = BS \cos \alpha$$

где S — площадь рамки.

В нашем случае (рамка квадратная) $S = a^2$. Тогда

$$\Phi_1 = Ba^2 \cos \alpha. \quad (3)$$

Подставив (3) в (2), получим

$$Q = \frac{Ba^2}{R} \cos \alpha.$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу заряда (Кл):

$$\frac{[B][a^2]}{[R]} = \frac{1\text{Тл} \times (1\text{м}^2)}{1\text{Ом}} = \frac{1\text{Н} \times \text{м}^2}{1\text{А} \times \text{м} \times \text{Ом}} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{В}} = 1\text{Кл}.$$

Произведем вычисления:

$$Q = \frac{0,04 \times 25 \times 10^{-4} \times \sqrt{3/2}}{0,01} Kл = 8,67 \times 10^{-3} Kл = 8,67 мКл$$

Пример 20. Соленоид без сердечника с однослойной обмоткой из проволоки диаметром $d = 0.4$ мм имеет длину $l = 0.5$ м и поперечное сечение $S = 60$ см². За какое время t_1 при напряжении $U = 10$ В и силе тока $I = 1.5$ А в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии поля внутри соленоида? Поле считать однородным.

Решение. При прохождении тока по обмотке соленоида в ней за время t выделяется количество теплоты

$$\Delta Q = I \cdot U \cdot t \quad (1)$$

Энергия поля внутри соленоида

$$W = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \cdot l \cdot S, \quad (2)$$

где $B = \mu\mu_0 NI / l$ (N — общее число витков соленоида). Если витки вплотную прилегают друг к другу, то $l = N \cdot d$ и $B = \mu\mu_0 I / d$. Подставив выражение для B в (2), получим

$$W = \frac{\mu\mu_0 I^2 l S}{2d^2}.$$

Согласно условию задачи $\Delta Q = W$, поэтому приравняв (1) и (3), найдем искомое время t_1 :

$$t_1 = \frac{\mu\mu_0 I S l}{2U d^2}.$$

Произведем вычисления

$$t_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1.5 \cdot 60 \cdot 10^{-4} \cdot 0.5}{2 \cdot 10 \cdot 16 \cdot 10^{-8}} = 1.77 \text{ мс.}$$

Пример 21. Дифференциальное уравнение колебаний заряда на пластинах конденсатора в идеальном контуре имеет вид: $\frac{d^2 q}{dt^2} + 10^{10} q = 0.1$. Определить частоту колебаний (в Гц). 2. Записать уравнение изменения заряда на пластинах конденсатора. 3. Записать уравнение изменения тока в контуре со временем, если в начальный момент заряд на конденсаторе максимален и равен $q_m = 10^{-6}$ Кл. 4. Определить индуктивность катушки, если в начальный момент максимальное напряжение на пластинках конденсатора равно 50 В. 5. Начертить графики $q(t)$ и $I(t)$.

Решение. 1. Из вида дифференциального уравнения определяем $\omega_0^2 = 10^{10}(\text{рад/с})^2$. Следовательно, $\omega_0 = 10^5(\text{рад/с})$ и $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1.59 \cdot 10^4 \text{Гц}$.

2. Решением дифференциального уравнения будет уравнение

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

(можно записать $q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$). Так как в момент времени $t=0$ $q=q_m$ получим $q_m = q_m \cos \omega_0 t$; $\varphi_0 = 0$. Уравнение изменения заряда на пластинах конденсатора примет вид

$$q = 10^{-6} \cos 10^5 t, \text{ Кл}.$$

3. Сила тока $I = \frac{dq}{dt}$, тогда уравнение изменения силы тока со временем будет записано в виде:

$$I = -10^{-6} \cdot 10^5 \sin 10^5 t, \text{ А} \text{ или}$$

$$I = -0,1 \sin 10^5 t, \text{ А}.$$

4. Собственная циклическая частота колебаний ω_0 определяется параметрами контура $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$. Отсюда $L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$. Из условия задачи в момент времени $t=0$ $q = q_m = 10^{-6} \text{Кл}$, а $u = u_m = 50 \text{В}$. Определим емкость конденсатора из формулы

$$C = \frac{q_m}{u_m} = \frac{10^{-6}}{50} = 2 \cdot 10^{-8} \text{Ф}.$$

Подставив значение ω_0 и C в формулу, определим индуктивность

$$L = \frac{1}{10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-8}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{Гн} = 5 \text{мГн}.$$

5. Графики зависимостей $q(t)$ и $i(t)$ даны на рис. 21.

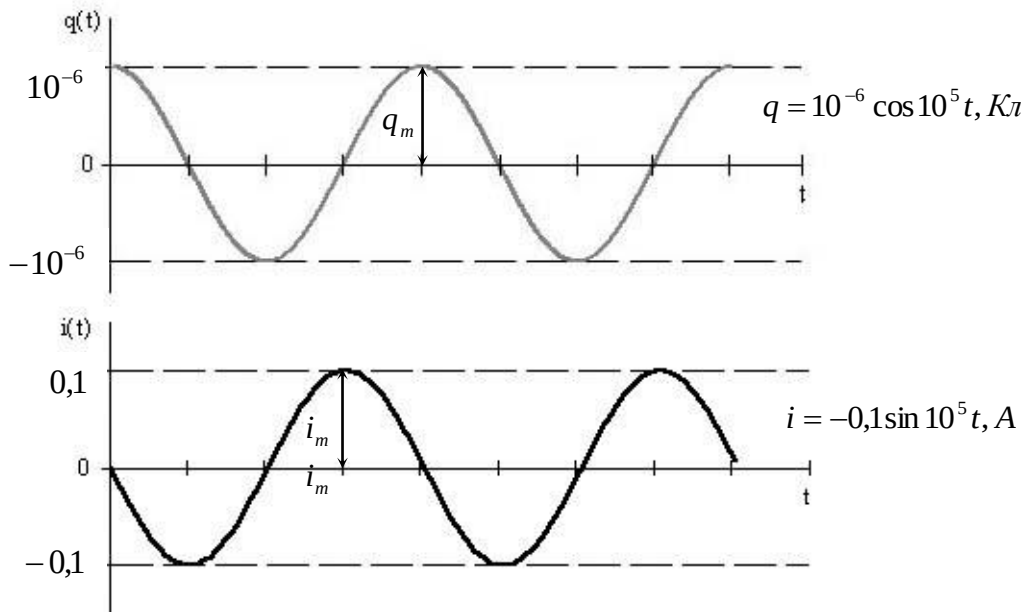


Рис. 21

Пример 22. Колебательный контур имеет емкость $C=100$ пФ, сопротивление $R=100$ Ом и индуктивность $L=10$ мГн. В начальный момент времени конденсатор заряжен до максимальной величины $q_m=10$ нКл. Логарифмический декремент затухания равен 0,1. Написать уравнения колебаний для: 1) заряда, 2) разности потенциалов на пластинах конденсатора. Записать дифференциальное уравнение для заряда.

Решение. Уравнение колебания заряда в общем виде записывается так:

$$q = q_m \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

По условию задачи в момент времени $t=0$ $q=q_m=10$ нКл, тогда $\varphi_0=0$.

Найдем коэффициент затухания β и частоту колебаний ω :

$$\beta = \frac{R}{2L} = \frac{100}{2 \cdot 10^{-2}} = 5 \cdot 10^3 \frac{1}{с}.$$

Логарифмический декремент $\lambda = \beta T$. Найдем период колебаний

$$T = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{0,1}{5 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-5} с, \text{ т.к. } \omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ то}$$

$$\omega = \pi \cdot 10^5 \frac{рад}{с}.$$

Уравнение колебания заряда будет иметь вид:

$$q = 10 \cdot e^{-5 \cdot 10^3 t} \cos(\pi \cdot 10^5 t), \text{ нКл}.$$

Уравнение колебания разности потенциалов в общем виде запишется так:

$$u = u_0 \cdot e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$\omega = \pi \cdot 10^5 \text{ рад/с}, \beta = 5 \cdot 10^3 \text{ 1/с}, \varphi_0 = 0, u_0 = \frac{q_0}{C}.$$

Так как ёмкость конденсатора $C = 100 \text{ пФ}$, то

$$u_0 = \frac{10^{-8}}{10^{-10}} = 100 \text{ В}.$$

Уравнение колебания для u будет иметь вид

$$u = 100 \cdot e^{-5 \cdot 10^3 t} \cos(\pi \cdot 10^5 t), \text{ В}.$$

Дифференциальное уравнение для заряда запишется так:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0,$$

В это уравнение подставим значения ω_0 , β и получим:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 10^4 \frac{dq}{dt} + 10^{12} q = 0, \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Пример 23. Дифференциальное уравнение колебания заряда в контуре имеет вид:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 10^4 \frac{dq}{dt} + 10^{14} q = 0.$$

Найти время, в течение которого энергия контура уменьшится в 10 раз.

Решение. Полная энергия контура в любой момент времени определяется по формуле:

$$W_t = W_0 \cdot e^{-2\beta t},$$

в начальный момент времени $t=0$ энергия будет равна $W=W_0$, тогда

$$\frac{W_0}{W_t} = e^{+2\beta t} = 10 \text{ (по условию задачи)}.$$

$$\text{Прологарифмируем: } 2\beta t = \ln 10, t = \frac{\ln 10}{2\beta},$$

из дифференциального уравнения $2\beta = 10^4$; получим $\beta = 5 \cdot 10^3 \text{ 1/с}$

$$t = \frac{\ln 10}{2\beta} = \frac{2.3}{2 \cdot 5 \cdot 10^3} = 2.3 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

Пример 24. Напряженность электрического поля в плоской электромагнитной волне, распространяющейся в алмазе, меняется по закону

$$E = 10 \cdot \cos(2.35 \cdot 10^8 t - 1.57x), \text{ В/м}.$$

Определить: 1) частоту колебаний; 2) длину волны в воздухе и в алмазе; 3) скорость распространения волны в алмазе; 4) показатель преломления алмаза.

Решение. Уравнение плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси x , записывается в виде

$$E = E_m \cdot \cos(\omega t - kx).$$

Сравнивая общее уравнение с данными задачи, получаем $\omega = 2.35 \cdot 10^8$ рад/с, $k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda} = 1.57 \text{ м}^{-1}$. Отсюда следует, что частота волны $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{2.35 \cdot 10^8}{2\pi} = 0.37 \cdot 10^8$ Гц. Скорость распространения волны найдем как $V = \frac{\omega}{k} = \frac{2.35 \cdot 10^8}{1.57} = 1.5 \cdot 10^8$ м/с. Тогда показатель преломления алмаза $n = \frac{c}{V} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.5 \cdot 10^8} = 2$. Длина волны в алмазе $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{1.57} = 4$ м, а в воздухе $\lambda_0 = n \cdot \lambda = 2 \cdot 4 = 8$ м.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Номер варианта	Номера задач										
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91	101
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	102
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93	103
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94	104
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96	106
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97	107
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98	108
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	109
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Точечные заряды $Q_1 = 20$ мкКл, $Q_2 = -10$ мкКл находятся на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на $r_1 = 3$ см от первого и на $r_2 = 4$ см от второго заряда. Определить также силу $\vec{F}$, действующую в этой точке на точечный заряд $Q = 1$ мкКл.

2. Три одинаковых точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2$ нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со сторонами $a = 10$ см. Определить модуль и направление силы $\vec{F}$, действующей на один из зарядов со стороны двух других.

3. Два одинаково заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α . Шарика погружают в масло. Какова плотность ρ масла, если угол расхождения нитей при погружении в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho_{\text{ш}} = 1,5 \cdot 10^3$ кг/м³, диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon = 2,2$.

4. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 8 \cdot 10^{-10}$ Кл. Какой отрицательный заряд Q нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

5. На расстоянии $r = 20$ см находятся два точечных заряда: $Q_1 = -50$ нКл и $Q_2 = 100$ нКл. Определить силу F , действующую на заряд $Q_3 = -10$ нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное $d = 30$ см.

6. Расстояние d между двумя точечными зарядами $Q_1 = 2$ нКл и $Q_2 = 4$ нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд Q_3 и его знак. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

7. Две параллельные заряженные плоскости, поверхностные плотности заряда которых $\sigma_1 = 2$ мкКл/м² и $\sigma_2 = -0,8$ мкКл/м², находятся на расстоянии $d = 0,6$ см друг от друга. Определить разность потенциалов U между плоскостями.

8. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии $d = 1,0$ см друг от друга, висит заряженный шарик массой $m = 0,1$ г. После того, как на пластины была подана разность потенциалов $U = 1000$ В, нить с шариком отклонилась на угол $\alpha = 30^\circ$. Найти заряд шарика Q .

9. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом $r = 10$ см. Он равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 800$ нКл/м. Определить потенциал ϕ в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии $h = 10$ см от его центра.

10. Электрическое поле образовано бесконечно длинной заряженной нитью, линейная плотность заряда которой $\tau = 2 \text{ нКл/м}$. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от нити на расстоянии $r_1 = 8 \text{ см}$ и $r_2 = 12 \text{ см}$.

11. Шары радиусами $R_1 = 15 \text{ см}$ и $R_2 = 20 \text{ см}$ имеют одинаковые заряды по $Q = 6.0 \text{ нКл}$. Найти потенциал φ и заряды шаров Q_1 и Q_2 после их соединения тонким проводником. Шары находятся достаточно далеко друг от друга.

12. Заряженный до потенциала $\varphi = 1000 \text{ В}$ шар, имеющий поверхностную плотность заряда $\sigma = 4.42 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$, соединяется с незаряженным шаром длинным проводником. После соединения потенциал шаров стал равным $\varphi_1 = 300 \text{ В}$. Чему равны радиусы шаров R_1 и R_2 ?

13. Восемь одинаковых шарообразных капелек ртути заряжены одноименно до потенциала $\phi_1 = 20 \text{ В}$ каждая. Каков будет потенциал ϕ_2 большой капли ртути, образовавшейся в результате слияния этих капель?

14. Два одинаковых воздушных конденсатора емкостью $C = 100 \text{ пФ}$ каждый соединены последовательно и подключены к источнику тока с напряжением $U = 10.0 \text{ В}$. На сколько изменится заряд на каждом из конденсаторов ΔQ , если один из них погрузить в диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2.0$?

15. Два конденсатора соединены последовательно. Разность потенциалов на концах соединения равна $U = 6 \text{ В}$. Определить разность потенциалов U_1 и U_2 на каждом конденсаторе, если емкость первого конденсатора в $n = 2.0$ раза больше емкости второго.

16. Найти количество теплоты, выделившееся при соединении одноименно заряженных обкладок конденсаторов с емкостями $C_1 = 2.0 \text{ мкФ}$ и $C_2 = 0.5 \text{ мкФ}$. Напряжения до соединения были соответственно $U_1 = 100 \text{ В}$ и $U_2 = 50 \text{ В}$.

17. Конденсатор емкостью $C = 4 \text{ мкФ}$ присоединен к источнику с напряжением $U = 10 \text{ В}$. Какую работу необходимо совершить, чтобы увеличить расстояние между обкладками конденсатора вдвое? Какую работу при этом совершает источник?

18. Плоский воздушный конденсатор заполнили керосином ($\varepsilon = 2.0$), зарядили, сообщив ему энергию $W = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$, и отключили от источника питания. Какой станет энергия конденсатора, если из него слить керосин?

19. Плоский воздушный конденсатор емкостью $C = 5.0 \text{ нФ}$ заряжен до напряжения $U = 2.0 \text{ В}$. Какую работу надо совершить, чтобы, раздвигая обкладки, увеличить расстояние между ними в $n = 2$ раза? После зарядки конденсатор отключен от источника.

20. Два одинаковых плоских конденсатора, один из которых воздушный, а другой заполнен диэлектриком ($\epsilon = 7,0$), соединены параллельно и заряжены до напряжения $U = 10$ В. Какую работу надо совершить, чтобы вытащить диэлектрическую пластинку из конденсатора? Емкость воздушного конденсатора $C = 0,4$ мкФ.

21. Из куска проволоки сопротивлением $R = 100$ Ом сделано кольцо. В каких точках кольца следует присоединить подводящие ток провода, чтобы сопротивление между ними равнялось $R_1 = 9$ Ом?

22. В сеть с напряжением $U = 100$ В подключили катушку с сопротивлением $R_1 = 2$ кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра $U_1 = 80$ В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал $U_2 = 60$ В. Определить сопротивление R_2 другой катушки.

23. Амперметр сопротивлением $R_1 = 2$ Ом, подключенный к источнику тока, показывает ток $I_1 = 5$ А. Вольтметр сопротивлением $R_2 = 150$ Ом, подключенный отдельно к тому же источнику тока, показывает напряжение $U_2 = 12$ В. Найдите ток короткого замыкания.

24. При внешнем сопротивлении $R_1 = 8$ Ом сила тока в цепи $I_1 = 0,8$ А, при сопротивлении $R_2 = 15$ Ом сила тока $I_2 = 0,5$ А. Определить силу тока $I_{к.з.}$ короткого замыкания источника тока.

25. В цепь, состоящую из аккумулятора и резистора сопротивлением $R_1 = 10$ Ом, включают вольтметр, сначала последовательно, а затем параллельно резистору. При этом показания вольтметра оказываются одинаковыми. Сопротивление вольтметра $R_2 = 1$ кОм. Каково внутреннее сопротивление аккумулятора?

26. При внешнем сопротивлении $R_1 = 3,75$ Ом в цепи идет ток $I_1 = 0,5$ А. Когда в цепь ввели еще сопротивление $R_2 = 1,0$ Ом, сила тока стала равной $I_2 = 0,4$ А. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока.

27. Гальванический элемент, имеющий ЭДС $E = 1,5$ В и внутреннее сопротивление $r = 0,6$ Ом, питает лампочку сопротивлением $R_1 = 8,0$ Ом. Напряжение на зажимах лампочки $U_1 = 1,2$ В. Найти падение напряжения на подводящих проводах U_2 и их сопротивление R_2 .

28. Определить ЭДС батареи, если известно, что при увеличении сопротивления нагрузки R_1 , подключенной к батарее, в $n = 4,0$ раза напряжение на нагрузке увеличивается с $U_1 = 6,0$ В до $U_2 = 20$ В.

29. Сколько одинаковых аккумуляторов с внутренним сопротивлением $r = 1,0$ Ом каждый нужно взять, чтобы составить батарею, напряжение на зажимах которой было бы равным $U = 60$ В при токе $I = 2,0$ А, если ЭДС аккумулятора равна $E = 12$ В?

30. Два источника с одинаковым внутренним сопротивлением включены навстречу друг другу и замкнуты на внешнее сопротивление. При этом ток в цепи оказался равным $I = 1.0$ А, а падение напряжения на внешнем участке цепи $U = 1.2$ В. Чему равно внутреннее сопротивление источников r и внешнее сопротивление R , если ЭДС источников равны $E_1 = 4.0$ В и $E_2 = 2.0$ В?

31. ЭДС батареи $E = 80$ В, внутреннее сопротивление $r = 5$ Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 100$ Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U , под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление R .

32. От батареи, ЭДС которой $E = 600$ В, требуется передать энергию на расстояние $l = 1$ км. Потребляемая мощность $P = 5$ кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d = 0,5$ см. Удельное электросопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом*м

33. От источника с напряжением $U = 800$ В необходимо передать потребителю мощность $P = 10$ кВт на некоторое расстояние. Какое наибольшее сопротивление может иметь линия передачи, чтобы потери энергии в ней не превышали 10% от передаваемой мощности?

34. При включении электромотора в сеть с напряжением $U = 220$ В он потребляет ток $I = 5$ А. Определить мощность, потребляемую мотором, и его КПД, если сопротивление R обмотки мотора равно 6 Ом.

35. Какой наибольшей мощности электропечь можно установить в конце двухпроводной линии, имеющей сопротивление $R_1 = 10$ Ом, если источник тока развивает мощность $P_1 = 600$ Вт при напряжении $U = 1000$ В?

36. Батарейка для карманного фонаря имеет ЭДС $E = 4,5$ В и внутреннее сопротивление $r = 3,5$ Ом. Сколько таких батареек надо соединить последовательно, чтобы питать лампу, рассчитанную на напряжение $U = 127$ В и мощность $P = 60$ Вт?

37. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время $t = 50$ с равномерно нарастает от $I_1 = 5$ А до $I_2 = 10$ А. Определить количество теплоты Q , выделившееся за это время в проводнике.

38. В проводнике за время $t = 10$ с при равномерном возрастании силы тока от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 2$ А выделилось количество теплоты $Q = 5$ кДж. Найти сопротивление R проводника.

39. За время $t = 8$ с при равномерно возрастающей силе тока в проводнике сопротивлением $R = 8$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 500$ Дж. Определить заряд q , проходящий в проводнике, если сила тока в начальный момент времени равна нулю.

40. Определить количество теплоты Q , выделившееся за время $t = 10$ с в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом, если сила тока в нем, равномерно уменьшаясь, изменилась от $I_1 = 10$ А до $I_2 = 0$.

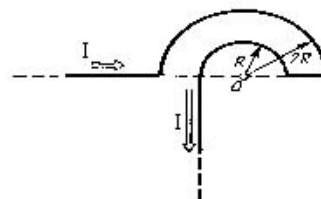


Рис. 1

41. По двум прямым длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 20$ А. Расстояние между проводами $a = 10$ см. Определить индукцию магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на $r_1 = 8$ см и от второго на $r_2 = 6$ см.

42. Бесконечно длинный провод с током $I = 100$ А изогнут так, как это показано на рис. 1. Определить магнитную индукцию B в точке О. Радиус дуги $R = 10$ см.

43. По двум скрещенным под прямым углом бесконечно длинным проводам текут токи I и $2I$ ($I = 100$ А). Определить магнитную индукцию B в точке А (рис. 2). Расстояние $d = 10$ см.

44. Определить магнитную индукцию на оси тонкого проволочного кольца радиусом $R = 0,1$ м в точке, расположенной на расстоянии $h = 0,2$ м от центра кольца, если в центре кольца $B_0 = 50$ мкТл.

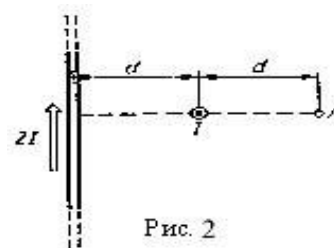


Рис. 2

45. По бесконечно длинному проводу, изогнутому так, как это показано на рис. 3, течет ток $I = 200$ А. Определить магнитную индукцию B в точке О. Радиус дуги $R = 10$ см.

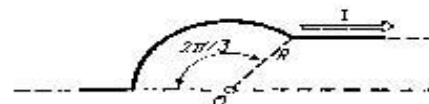


Рис. 3

46. Определить индукцию магнитного поля в центре проволочной квадратной рамки со стороной $a = 10$ см, если по рамке течет ток $I = 10$ А.

47. По двум бесконечно длинным проводам, скрещенным под прямым углом, текут токи I_1 и $I_2 = 2 I_1$ ($I_1 = 100$ А). Определить магнитную индукцию B в точке А, равноудаленной от проводов на расстояние $d = 10$ см (рис. 4).

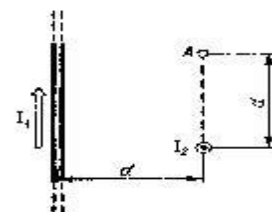


Рис. 4

48. Соленоид длиной $l = 0,5$ м содержит $N = 1000$ витков. Определить магнитную индукцию B поля внутри соленоида, если сопротивление его обмотки $R = 100$ Ом, а напряжение на концах соленоида $U = 40$ В.

49. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми $d = 15$ см, текут токи $I_1 = 70$ А и $I_2 = 50$ А в противополо-

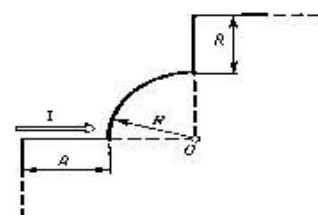


Рис. 5

ложных направлениях. Определить индукцию магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на $r_1 = 20$ см и от второго — на $r_2 = 30$ см.

50. По бесконечно длинному проводу, изогнутому так, как это показано на рис. 5, течет ток $I = 200$ А. Определить магнитную индукцию B в точке О. Радиус дуги $R = 10$ см.

51. На горизонтальных рельсах, расстояние между которыми $l = 60$ см, лежит стержень перпендикулярно им. Определить силу тока I , который надо пропустить по стержню, чтобы он начал двигаться. Рельсы и стержень находятся в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,6$ Тл. Масса стержня $m = 0,5$ кг, коэффициент трения стержня о рельсы $\mu = 0,1$.

52. Прямой проводник длиной $l = 0,2$ м и массой $m = 5$ г подвешен горизонтально на двух тонких нитях в однородном магнитном поле, вектор индукции которого имеет горизонтальное направление, перпендикулярное проводнику, и равен $B = 0,05$ Тл. Какой силы ток I нужно пропустить через проводник, чтобы обе нити порвались, если каждая нить разрывается при силе натяжения $T_{max} = 4 \cdot 10^{-2}$ Н?

53. По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут одинаковые токи $I = 400$ А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить для каждого из проводов отношение силы, действующей на него, к его длине.

54. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи $I = 200$ А. Определить полную магнитную силу F , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

55. Тонкий провод длиной $l = 20$ см изогнут в виде полукольца и помещен в магнитное поле с индукцией $B = 10$ мТл так, что площадь полукольца перпендикулярна линиям магнитной индукции. По проводу пропустили ток $I = 50$ А. Определить силу F , действующую на провод. Подводящие провода направлены вдоль линий магнитной индукции.

56. Прямой провод длиной $l = 20$ см с током $I = 5$ А, находящийся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить работу сил поля, под действием которых проводник переместился на $\Delta x = 2$ см.

57. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно на расстоянии $r_1 = 0,1$ м друг от друга. По проводникам текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А в одном и том же направлении. Какую работу на единицу длины проводника надо совершить, чтобы раздвинуть проводники до расстояния $r_2 = 0,2$ м?

58. Два прямолинейных длинных проводника, по которым текут равные токи в одном и том же направлении, расположены параллельно на некотором расстоянии r_1 друг от друга. Какой ток течет по проводам, если для их удаления на расстояние $r_2 = 2 r_1$ нужно на единицу длины провода совершить работу $A = 5,5 \cdot 10^{-5}$ Дж/м?

59. Электрон движется по окружности радиусом $R = 0,5$ см с линейной скоростью $V = 10^6$ м/с. Определить магнитный момент p_m , создаваемый эквивалентным круговым током.

60. По тонкому кольцу радиусом $R = 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 50$ мкКл/м. Кольцо вращается относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр, с частотой $\nu = 10$ Гц. Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением кольца.

61. Пылинка массой $m = 200$ мкг, несущая на себе заряд $Q = 40$ нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов $U = 200$ В пылинка имела скорость $V_2 = 10$ м/с. Определить скорость V_1 пылинки до того, как она влетела в поле.

62. Электрон, обладавший кинетической энергией $T = 10$ эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов $U = 8$ В?

63. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $V = 10^7$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 8$ мм. Найти: 1) разность потенциалов U между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

64. Пылинка массой $m = 5$ нг, несущая на себе $N = 10$ электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ МВ. Какова кинетическая энергия T пылинки? Какую скорость V приобрела пылинка?

65. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 200$ В/м влетает (вдоль силовой линии) электрон со скоростью $V_0 = 2$ Мм/с. Определить расстояние l , которое пройдет электрон до точки, в которой его скорость будет равна половине начальной.

66. Два иона разных масс с одинаковыми зарядами влетели в однородное магнитное поле и стали двигаться по окружностям радиусами $r_1 = 3$ см и $r_2 = 1,73$ см. Определить отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

67. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 800$ В и, влетев в однородное магнитное поле с $B = 47$ мТл, стал двигаться по винтовой линии с шагом $h = 6$ мм. Определить радиус R винтовой линии.

68. Электрон влетел в однородное магнитное поле ($B = 200$ мТл) перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить силу эквивалентного кругового тока $I_{\text{экв}}$, создаваемого движением электрона в магнитном поле.

69. Альфа-частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов U , стала двигаться в однородном магнитном поле ($B = 50$ мТл) по винтовой линии с шагом $h = 5$ см и радиусом $R = 1$ см. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую прошла альфа-частица.

70. Ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 645$ В, влетел в скрещенные под прямым углом однородные магнитное ($B = 1,5$ мТл) и электрическое ($E = 200$ В/м) поля. Определить отношение заряда иона к его массе, если ион в этих полях движется прямолинейно.

71. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл вращается с частотой $\nu = 10$ с⁻¹ стержень длиной $l = 20$ см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно его оси. Определить разность потенциалов U на концах стержня.

72. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. При этом по цепи прошел заряд $Q = 50$ мкКл. Определить изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ через кольцо; если сопротивление цепи гальванометра $R = 10$ Ом.

73. Тонкий медный провод массой $m = 5$ г согнут в виде квадрата и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле ($B = 0,2$ Тл) так, что его плоскость перпендикулярна линиям поля. Определить заряд Q , который потечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

74. Рамка из провода сопротивлением $R = 0,04$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 0,6$ Тл). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки $S = 200$ см². Определить заряд Q , который потечет по рамке при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 45°; 2) от 45 до 90°.

75. Проволочный виток диаметром $d = 5$ см и сопротивлением $R = 0,02$ Ом находится в однородном магнитном поле ($B = 0,3$ Тл). Плоскость витка составляет угол $\beta = 40^\circ$ с линиями индукции. Какой заряд Q протечет по витку при выключении магнитного поля?

76. Рамка, содержащая $N = 200$ витков тонкого провода, может свободно вращаться относительно оси, лежащей в плоскости рамки. Площадь рамки $S = 50$ см². Ось рамки перпендикулярна линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0,05$ Тл). Определить максимальную ЭДС, которая индуцируется в рамке при ее вращении с частотой $\nu = 40$ с⁻¹.

77. Прямой проводящий стержень длиной $l = 40$ см находится в однородном магнитном поле ($B = 0,1$ Тл). Концы стержня замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи $R = 0,5$ Ом. Какая мощность P потребуется для равномерного перемещения стержня перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $V = 10$ м/с?

78. Проволочный контур площадью $S = 500$ см² и сопротивлением $R = 0,1$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B = 0,5$ Тл). Ось вращения лежит в плоскости кольца и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную мощность $P_{\max}$, необходимую для вращения контура с угловой скоростью $\omega = 50$ рад/с.

79. Кольцо из медного провода массой $m = 10$ г помещено в однородное магнитное поле ($B = 0,5$ Тл) так, что плоскость кольца составляет угол $\beta = 60^\circ$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд Q , который пройдет по кольцу, если снять магнитное поле. Плотность меди $d = 8900$ кг/м³, удельное электросопротивление $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом/м.

80. Соленоид содержит $N = 800$ витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) $S = 10$ см². По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 8$ мТл. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время $\Delta t = 0,8$ мс.

81. Дифференциальное уравнение колебаний заряда в контуре имеет вид $\frac{d^2q}{dt^2} + 10^{16}q = 0$. Индуктивность контура 10 мкГн. Найти емкость контура и написать уравнение колебаний заряда, если в начальный момент времени сила тока максимальна и равна 10 мА.

82. Гармонические колебания в электрическом контуре начались ($t = 0$) при максимальном напряжении на конденсаторе $U_{\max} = 15$ В и токе, равном нулю, на частоте $\nu = 0,5$ МГц. Емкость конденсатора $C = 10$ нФ. Записать уравнение колебаний тока в контуре.

83. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 400$ нФ и катушки индуктивностью $L = 1$ мГн. Каково максимальное напряжение $U_{\max}$ на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока равна $I_{\max} = 0,5$ А? Записать дифференциальное уравнение для колебаний заряда в этом контуре.

84. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 0,2$ Гн и конденсатора емкостью $C = 0,2$ мкФ. Конденсатор зарядили до напряжения $U_0 = 4$ В. Какими будут ток I_1 , напряжение U_1 и заряд q_1 в момент времени t_1 , когда отношение энергий электрического и магнитного полей равно $n = 1/3$?

85. В идеальном колебательном контуре заряд конденсатора меняется по закону $q = q_{\max} \cos(\omega t)$, где $q_{\max} = 5$ мкКл, $\omega = 10^8$ рад/с. Определить энергию $W_{\text{эл}}$ электрического поля конденсатора в момент времени $t_1 = T/8$ (T — период ко-

лебаний в контуре). Индуктивность катушки $L = 2$ мГн. Чему будет равен заряд q_2 , который протечет через поперечное сечение проводника за время t_2 , равное половине периода?

86. Заряд конденсатора в колебательном контуре меняется по закону $q = A \cos(\pi t)$, где $A = 2$ мкКл. Найдите энергию $W_{эл}$ электрического поля конденсатора в момент времени, когда она равна энергии магнитного поля катушки. Индуктивность катушки $L = 0,05$ Гн.

87. Максимальная энергия электрического поля конденсатора в колебательном контуре равна $(W_{эл})_{max} = 0,02$ Дж, при этом разность потенциалов на обкладках конденсатора достигает $U_{max} = 400$ В. Определить индуктивность катушки L , если период собственных колебаний равен $T = 6 \cdot 10^{-5}$ с.

88. В электрическом контуре, индуктивность которого $L = 2 \cdot 10^{-7}$ Гн, происходят незатухающие электромагнитные колебания. Амплитуды заряда и силы тока в контуре равны $q_{max} = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $I_{max} = 1$ А. Найдите емкость конденсатора C и длину электромагнитной волны λ , на которую настроен контур.

89. Идеальный электрический колебательный контур состоит из конденсатора емкости $C = 2,5 \cdot 10^{-2}$ мкФ и катушки с индуктивностью $L = 1,02$ Гн. В момент времени $t = 0$ конденсатору сообщают заряд $q_{max} = 2,5$ мкКл. Найдите силу тока I_1 в контуре в момент времени, когда напряжение на конденсаторе впервые после начала колебаний равно $U_1 = 70,7$ В, а также ЭДС самоиндукции E_{si} в контуре в этот же момент времени.

90. Катушка с индуктивностью $L = 30$ мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 10$ см² каждая и расстоянием между ними $d = 0,1$ мм. Найти диэлектрическую проницаемость ε среды, заполняющей пространство между пластинами конденсатора, если контур резонирует на длину волны $\lambda = 750$ м.

91. В цепь переменного тока частотой 50 Гц последовательно включены: катушка с индуктивностью 0,5 Гн, резистор с сопротивлением 55 Ом и конденсатор ёмкостью 40 мкФ. Определите действующее значение силы тока, если напряжение сети 220 В.

92. Колебательный контур имеет конденсатор емкостью $C = 0,2$ мкФ, катушку индуктивности $L = 5$ мГн и резистор. При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора уменьшится за 1 мс в три раза? Чему равно при этом сопротивление резистора R ?

93. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C = 1,2$ нФ, катушку индуктивности $L = 6$ мкГн и активное сопротивление $R = 5$ Ом. Определить: 1) коэффициент затухания β колебаний в контуре, 2) логарифмический декремент λ и добротность Q контура.

94. В контуре, добротность которого равна $Q = 100$ и собственная частота колебаний $\nu_0 = 50$ кГц, возбуждаются затухающие колебания. Через сколько времени энергия, запасенная в контуре, уменьшится в два раза? Определить коэффициент затухания β .

95. Амплитуда затухающих колебаний в колебательном контуре за $N_1 = 10$ колебаний уменьшается в $n_1 = 3$ раза. Найдите логарифмический декремент затухания. За какое число N_2 колебаний амплитуда уменьшится в $n_2 = 6$ раз? Во сколько раз n_3 амплитуда уменьшится за $N_3 = 5$ колебаний?

96. Колебательный контур имеет индуктивность $L = 0,01$ Гн, емкость $C = 4$ мкФ и сопротивление $R = 2$ Ом. Определить логарифмический декремент затухания λ и добротность Q контура. Записать уравнение затухающих колебаний для заряда. Начальный заряд на пластинах конденсатора максимальный и равен $q_{\max} = 400$ мКл.

97. Циклическая частота затухающих колебаний некоторой системы $\omega = 65$ рад/с, а её добротность $Q = 2$. Определить собственную частоту ω_0 колебаний этой системы.

98. Частота затухающих колебаний в колебательном контуре с добротностью $Q = 2500$ равна $\nu = 550$ кГц. Определить время, за которое амплитуда тока в этом контуре уменьшится в 4 раза.

99. Период затухающих колебаний в системе равен $T = 0,2$ с, а отношение амплитуд первого и шестого колебаний равно 13. Определить резонансную частоту данной колебательной системы.

100. Определить резонансную частоту колебательной системы, если собственная частота колебаний $\nu_0 = 300$ Гц, а логарифмический декремент $\lambda = 0,2$.

101. В однородной среде с $\epsilon = 3$ и $\mu = 1$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряжённости электрического поля волны $E_0 = 10$ В/м. Определите: а) амплитуду напряженности магнитного поля волны; б) фазовую скорость волны.

102. Электромагнитная волна частотой 450 МГц переходит из вакуума в немагнитную среду с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 4$. Найдите частоту, длину волны и скорость распространения волны в среде.

103. Уравнение электромагнитной волны, распространяющейся в керосине, дано в виде $E = 200 \cdot \cos(2 \cdot 10^8 t - 1,3x)$ В/м. Определить длину волны в воздухе и скорость ее распространения в керосине.

104. Длина λ электромагнитной волны в вакууме, на которую настроен колебательный контур, равна 12 м. Пренебрегая активным сопротивлением контура, определить максимальный заряд q_m на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока в контуре $I_m = 1$ А.

105. Передатчик электромагнитных волн излучает мощность 100 кВт. Считая, что энергия излучается равномерно по всем направлениям, найдите интенсивность волны и амплитуду напряжённостей электрического и магнитного полей на расстоянии 100 км от передатчика.

106. Приемник регистрирует электромагнитную волну от передатчика. Вблизи передатчика напряженность электрического поля волны описывается уравнением $E = 200 \cos(10^8 t)$, В/м, а напряженность магнитного поля — $H = 100 \cos(10^8 t)$, А/м. Определить плотность потока электромагнитной энергии вблизи приемника, находящегося на расстоянии $x = 0,25$ м от передатчика, в момент времени $t = T/4$. Длина волны $\lambda = 2$ м.

107. Плоская электромагнитная волна распространяется в немагнитной среде. Амплитуды напряжённостей электрического и магнитного полей $E_0 = 5 \cdot 10^{-2}$ В/м, $H_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ А/м. Найдите диэлектрическую проницаемость среды и энергию, переносимую волной за время $t = 1$ мин через площадку $S = 10$ см², расположенную под углом 60° к направлению распространения волны.

108. Радиолокатор обнаружил в море подводную лодку, отраженный сигнал от которой дошел до него за $\Delta t = 36$ мкс. Считая, что диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon = 81$, определить расстояние от локатора до подводной лодки.

109. Плоская электромагнитная волна переносит через площадку 10 см² за 5 с импульс 10^{-2} кг·м/с. Определите интенсивность волны и давление, которое она создаёт на полностью отражающую поверхность.

110. После того, как между внутренним и внешним проводниками кабеля поместили диэлектрик, скорость распространения электромагнитных волн в кабеле уменьшилась на 63%. Определить диэлектрическую проницаемость ε вещества прослойки.

ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Ускорение свободного падения	$g = 9.81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8.31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Постоянная Больцмана	$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	$c = 3.00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Масса покоя электрона	$m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1.6724 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя α -частицы	$m_\alpha = 6.64 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Планка	$h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Вина	$b = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Ридберга	$R = 1.10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты	$a_1 = 0.529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	$\Lambda = 2.43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	$\mu_B = 0.927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$

ЛИТЕРАТУРА

Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. — Санкт-Петербург : Книжный Мир, 2007. — 327 с. — URL: <https://library.bmstu.ru/Catalog/Details/167973>.

Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие / И. В. Савельев. — 15-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — Т. 2 : Электричество и магнетизм. Волны. Оптика — 2019. — 500 с. — ISBN 978-5-8114-3989-8. — URL: <https://e.lanbook.com/book/113945>.

Трофимова, Т. И. Курс физики. Задачи и решения : учебное пособие для учреждений высшего профессионального образования / Т. И. Трофимова, А. В. Фирсов. — 5-е издание. — Москва : Академия, 2012. — 592 с. — ISBN 978-5-7695-9467-0. — EDN SNPHAB. — URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22007383>.

Чертов, А. Г. Задачник по физике : учебное пособие для вузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Физматлит, 2007. — 640 с. — URL: <https://library.bmstu.ru/Catalog/Details/222268>.

Учебное издание

Электричество и магнетизм

Уральский государственный педагогический университет.
620091 Екатеринбург, пр-т Космонавтов, 26.
E-mail: uspu@uspu.ru



620091, г. Екатеринбург, пр. Космонавтов, 26, www.uspu.ru