

Министерство просвещения Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики, информатики
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

ФОРМИРОВАНИЕ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ
СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ «ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ»

Выпускная квалификационная работа

Направление «44.03.05 – Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки). Математика и информатика»

Допущено к защите

Зав. кафедрой Бодряков В. Ю.

дата

подпись

оценка

Исполнитель:

Исакова Галина Юрьевна,
обучающаяся МИ-1931 гр.

подпись

Руководитель:

Семенова Ирина Николаевна,
к.пед.н., доцент кафедры ВМиМОМ

подпись

Екатеринбург, 2024

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ ЗАДАНИЙ, НАПРАВЛЕННЫХ НА ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ «ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ».....	7
1.1 Определение понятия "функциональная математическая грамотность" и сущность ее компонентов	7
1.2. Выделение «ядерного» материала содержательной линии «Числа и вычисления»	16
1.3 Сопоставление компонентов функциональной математической грамотности и «ядерного» материала линии «Числа и вычисления» для исследования возможности формирования ФМГ и составления варианта формулировки заданий.....	23
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1	26
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СОСТАВЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ НАПРАВЛЕННЫХ НА ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ «ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ».....	27
2.1. Учет психолого-педагогических особенностей обучающихся 5-6-х, 7-9-х классов при составлении заданий, направленных на формирование функциональной математической грамотности	27
2.2. Совокупность заданий, направленных на формирование функциональной математической грамотности при изучении содержательной линии «Числа и вычисления».....	35
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2.....	51
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	52
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	53

ВВЕДЕНИЕ

Современная Российская система образования направлена на повышение качества образования, обеспечивающего инновационное развитие страны. На заседании президиума Государственного Совета 25.08.2021 г. президент В.В. Путин отметил, что цель обеспечения высокого уровня образования во всех школах, объясняется в первую очередь тем, что главное — дать детям фундаментальные знания и научить применять их в жизни.

Актуальность формирования функциональной грамотности, то есть — применения знаний и умений, полученных в школе, в жизни, отражена и в федеральном государственном образовательном стандарте (ФГОС) основного общего образования от 31.05. 2021 г., который устанавливает требования к условиям реализации программы основного общего образования. Одним из требований является создание для участников образовательных отношений условий, обеспечивающих возможность формирования функциональной грамотности обучающихся (способности решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности), включающей овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу дальнейшего успешного образования и ориентации в мире профессий. В дополнение к сказанному укажем, что с 01.09.2023 года все школы перешли на новые федеральные основные образовательные программы (ФООП), которые устанавливают обязательный базовый уровень требований к содержанию общего образования. ФООП включает в себя федеральные рабочие программы (ФРП) учебных предметов. ФРП ООО по математике отмечает, что одной из приоритетных целей обучения математике в 5–9-х классах является формирование функциональной математической грамотности.

Теоретические исследования проблемы формирования и развития функциональной математической грамотности школьников содержатся в работах методистов института стратегии развития образования РАО: Л.О. Денищевой, Е.С. Квитко, Г.С. Ковалевой, К.А. Краснянской, Л.О. Рословой,

представителей других научно-образовательных организаций: Е.Е. Алексеевой, И.И. Валеева., Т.А. Ивановой, А.А. Леонтьева, Е.Ю. Лукичевой, О.В. Симоновой и др. Различные практические аспекты проблемы формирования и развития функциональной математической грамотности у обучающихся содержатся в работах преподавателей УРГПУ: В.Ю. Бодрякова, Н.В. Дударевой, И.Н. Семеновой, А.В. Слепухина и др.

Несмотря на описанную значимость формирования функциональной математической грамотности у школьников, в методической литературе представлено недостаточно заданий, обеспечивающих достижение данной цели. Это объясняется тем, что на создание полной базы таких заданий, учитывающих все темы школьного курса математики, индивидуальные и психолого-педагогические особенности обучающихся и т.д., требуется длительное время.

В рамках сказанного вопрос необходимости разработки заданий для формирования функциональной математической грамотности остается открытым. Поэтому тема исследования «Формирование у обучающихся функциональной математической грамотности в процессе изучения содержательной линии «Числа и вычисления» является актуальной.

Объект исследования: процесс обучения математике.

Предмет исследования: средства формирования функциональной математической грамотности при изучении содержательной линии «Числа и вычисления».

Цель исследования: разработать совокупность заданий, направленных на формирование функциональной математической грамотности при изучении содержательной линии «Числа и вычисления» в 5-9-х классах.

На основании цели исследования были сформулированы следующие задачи:

- проанализировать педагогическую и методическую литературу по теме исследования с целью выявления определения понятия «функциональная математическая грамотность» и сущности ее компонентов;

- провести анализ ФРП ООО по математике с целью выделения «ядерного» материала содержательной линии «Числа и вычисления»;
- сопоставить компоненты функциональной математической грамотности с «ядерным» материалом содержательной линии «Числа и вычисления» для исследования возможности формирования функциональной математической грамотности и составления варианта формулировки заданий;
- выделить психолого-педагогические особенности обучающихся 5-6-х и 7-9-х классов для разработки рекомендаций к составлению заданий, направленных на формирование функциональной математической грамотности;
- разработать совокупность заданий на формирование функциональной математической грамотности при изучении содержательной линии «Числа и вычисления».

Поставленные задачи решались с использованием следующих методов исследования: изучение и анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования, обобщение и систематизация содержания; контент-анализ определений понятия функциональная математическая грамотность; сопоставление компонентов функциональной математической грамотности с «ядерным» материалом, изучение нормативных документов, анализ продуктов деятельности педагогов, проектирование заданий.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы. В тексте работы 17 таблиц, 7 рисунков.

Список литературы содержит 42 наименования, из которых 28 публикации 2019-2024 г., 11 публикаций преподавателей и студентов УрГПУ.

Апробация результатов исследования:

1. Блинова, Т. Л. Кейс-метод как средство формирования функциональной математической грамотности обучающихся / Т. Л. Блинова, Г. Ю. Исакова // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2023. – № 8. – С. 318-322.

2. Исакова, Г.Ю. Учет психолого-педагогических особенностей обучающихся 5–6-х классов при составлении заданий, направленных на

формирование функциональной математической грамотности / Г.Ю. Исакова, И.Н. Семенова, Н.Н. Семенова // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2024. – № 9. – С. 180-186. (Принято в печать)

3. Обсуждение результатов с магистрантами института математики, физики, информатики Уральского государственного педагогического университета (группа МО-2241з, МО-2341з).

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ ЗАДАНИЙ, НАПРАВЛЕННЫХ НА ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ «ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ»

1.1 Определение понятия "функциональная математическая грамотность" и сущность ее компонентов

Современные глобальные тенденции вызывают необходимость трансформации математического образования, обеспечивающей возможности получения обучающимися, таких знаний, которые будут востребованы на протяжении всей жизни и в будущей профессии. Сформировать способности учащихся применять в жизни, полученные в школе знания, способна решить функциональная математическая грамотность.

Для формулирования определения понятия «функциональная математическая грамотность» прежде рассмотрим подходы к определению функциональной грамотности.

По данным российской педагогической энциклопедии в 1958 году Генеральная конференция ЮНЕСКО дает термину «грамотность» следующие определение: «...считать грамотными только тех жителей, которые умеют читать тексты с пониманием прочитанного и в состоянии написать краткое изложение о своей повседневной жизни» [32, с. 228].

В 1965 году на Всемирном конгрессе министров просвещения в Тегеране впервые было предложено использовать термин «функциональная грамотность». В 1978 году в материалах Генеральной конференции ЮНЕСКО появляется определение понятия функциональная грамотность: «Функционально грамотным считается только тот, кто может принимать участие во всех видах деятельности, в которых грамотность необходима для эффективного функционирования его группы и которые дают ему также возможность продолжать пользоваться чтением, письмом и счётом для своего собственного развития и для дальнейшего развития общины (социального окружения)» [1, с. 19].

Еще одно определение функциональной грамотности принадлежит А.А. Леонтьеву. По его мнению, «функционально грамотная личность – это личность, которая способна использовать все, постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [20].

Н.Ф. Виноградова предъявляет к функционально грамотному школьнику следующие требования:

1. Готов к успешному взаимодействию с изменениями окружающего мира.
2. Умеет решать нестандартные учебные и жизненные задачи.
3. Способен строить социальные отношения.
4. Владеет рефлексивными умениями, которые обеспечивают оценку своей грамотности.
5. Стремится к дальнейшему образованию [42].

Специалисты ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования» подразделяют функциональную грамотность на читательскую грамотность, математическую грамотность, естественнонаучную грамотность и финансовую грамотность. В рамках выпускной квалификационной работы будем рассматривать только функциональную математическую грамотность, так как она непосредственно связана с направлением подготовки.

Функциональная математическая грамотность – второй по значимости компонент функциональной грамотности, после читательской [30]. Для выделения сущности функциональной математической грамотности (ФМГ) обратимся к результатам различных исследователей и сопоставим имеющиеся в литературе некоторые точки зрения.

В.И. Блинов, Е.А. Рыкова, И.С. Сергеев дают следующее определение математической грамотности: «математическая грамотность — способность к аналитическому, логическому мышлению, пространственному воображе-

нию, умения читать и интерпретировать количественную информацию, представленную в различной форме (таблицы, диаграммы, графики реальных зависимостей); умения определять периметр и площадь нестандартных фигур, выполнять действия с процентами и различными единицами измерения (длины, массы, времени, скорости); умения использовать масштаб, статистические показатели для характеристики различных реальных явлений и процессов» [8].

Т.А. Иванова и О.В. Симонова описали структуру математической грамотности.

Первым структурным компонентом авторы выделили владение школьниками определенным уровнем информации: определений понятий, теорем, фактов, алгоритмов.

Вторым структурным компонентом является умение оперировать математическими понятиями, теоремами, аксиомами, готовыми алгоритмами.

Третий компонент – способность пользоваться не только логическими действиями и дедуктивными методами, но и эвристическими методами и приемами.

Обобщая свои наблюдения, исследователи подводят итог: «...наконец, математическая грамотность в контексте формирования функциональной грамотности предполагает формирование у школьников опыта по применению математических знаний для решения реальных или близких к ним проблем».

На основании проведенного исследования авторы определяют ФМГ следующим образом: «функциональная грамотность при обучении математике – это интегральная характеристика качества подготовки ученика, которая помимо усвоенных знаний, умений и опыта деятельности отражает его личностный смысл, его эмоционально-ценностное отношение к математике и математической деятельности, к опыту их применения для решения реальных задач» [16].

Л.О. Рослова в исследовании [26] определяет функциональную математическую грамотность как: «способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает в себя умения использовать математические понятия, процедуры и факты для описания объектов и явлений окружающей действительности, проводить математические рассуждения, высказывать обоснованные суждения».

Г.С. Ковалева, Э.А. Красновский, Л.П. Краснокутская и К.А. Краснянская раскрывают понятие «функциональная математическая грамотность» как «способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» [17].

В этом контексте авторы выделяют следующие ключевые характеристики математической грамотности, описанные через способности:

- распознавать проблемы, возникающие в окружающей действительности, которые могут быть решены средствами математики;
- формулировать эти проблемы на языке математики;
- решать эти проблемы, используя математические знания и методы;
- анализировать использованные методы решения;
- интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы;
- формулировать и записывать окончательные результаты решения поставленной проблемы.

Н.В. Дударева и Е.А. Утюмова в работе [14] разработали структурно-логическую модель формирования математической грамотности обучающихся. В ней они определяют следующие компоненты математической грамотности учеников:

- когнитивный: предметные математические знания, необходимые для решения задач в разнообразных практических контекстах;

- **деятельностный:** умения и навыки, необходимые для решения проблем средствами математики; овладение опытом интерпретации полученных результатов с учетом поставленной проблемы;
- **прогностический:** эмоционально ценностное отношение к математике и математической деятельности, понимание возможности применения математики в различных областях деятельности;
- **рефлексивный:** анализ, контроль и оценка полученного решения, использованных методов, внесение корректировки в методы решения аналогичных задач с учетом возникших затруднений.

И.Н. Семенова в работе [37] выделяет фактор преимущественного выбора определения ФМГ: определение должно содержать понятную (понимание здесь трактуется согласно категории, выделенной и описанной О. Б. Епишевой [15, с. 93, 111–112]) учителю деятельность составляющую обучающихся, т. е. включать надежно опознаваемые действия ученика (такое содержание в определении фиксируется глаголами-действиями).

Выделим еще один фактор выбора определения функциональной математической грамотности: определение должно коррелировать с определениями ФГОС ООО и ФРП ООО по математике для надежности решения поставленной цели.

В Федеральной рабочей программе основного общего образования по математике¹ приводятся следующие умения, лежащие в основе ФМГ: «...умения распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-

¹ Приказ Министерства просвещения РФ от 18.05.2023 № 370 "Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования" – Текст: электронный // ФОП: [сайт]. – URL: <https://clck.ru/3A2DnA2> (дата обращения: 26.04.2023).

ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты».

Для выбора определения, которое будет использоваться в нашей работе, проведём анализ точек зрения разных авторов (Таблица 1). Для этого в каждом, представленном выше, определении выделим деятельностную составляющую обучающихся (глаголы-действиями) и соотнесем их с умениями, представленными в ФРП ООО по математике.

Таблица 1

Контент-анализа подходов к определению понятий функциональной математической грамотности

	Авторы	Г.С. Ковалева	Т.А. Иванова, О.В. Симонова	Л.О. Рослова	В.И. Блинов, Е.А. Рыкова, И.С. Сергеев
	Умения, лежащие в основе ФМГ в ФРП				
Глаголы действия	распознавать проявления математических понятий				
	формулировать их на языке математики			формулировать математику в разнообразных контекстах	
	применять освоенный математический аппарат	использовать математику	применять для решения реальных задач	применять математику в разнообразных контекстах	
	интерпретировать и оценивать полученные результаты			интерпретировать математику в разнообразных контекстах	читать и интерпретировать информацию
	создавать математические модели				
		определять и понимать роль математики в мире		проводить математические рассуждения, высказывать обоснованные суждения.	использовать статистические показатели для характеристики

Проведя анализ представленных определений и выделенных исследователями компонентов, отметим, что общим для всех определений является практический характер применения математических знаний в жизни. Авторы акцентируют внимание на возможность использования накопленных в области математики знаний обучающимися при решении жизненных, личностных или профессиональных задач.

Контент-анализ определений понятия функциональная математическая грамотность позволяет выбрать определение Л.О. Рословой, которое в наибольшей степени коррелирует с определениями других авторов, а также с умениями, выделенными в ФРП. Данное определение будем использовать далее в работе.

Под компонентами функциональной математической грамотности будем понимать виды деятельности обучающихся, зафиксированные в глаголах-действиях, выделенных в выбранном определении:

- формулировать ситуацию на языке математики;
- применять математические понятия, факты, процедуры;
- интерпретировать, оценивать математические результаты.

Л.О. Рослова определяет сущность выделенных компонент следующим образом:

- *формулировать ситуации математически* включает способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, принять имеющуюся ситуацию и трансформировать её в форму, поддающуюся математической обработке, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации;
- *применять математику* включает способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения решения или выводов;
- *интерпретировать математику* включает способность размышлять над математическим решением или результатами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы.

И.Н. Семенова и Е.А. Шорохов в работе [38] на основании анализа литературы, расширяют толкование (разъяснение) данных компонентов.

Формулирование математики, по мнению авторов, должно включать в себя:

- способность распознавать и выявлять возможность использования математики;
- способность создавать математические модели или преобразовывать уже имеющиеся: создание «новой» или доработку готовой формулы, выявление закономерности, составление уравнения или систем уравнений и т.д.;
- способность преобразовывать ситуацию в форму, поддающуюся математической обработке, то есть умение переводить «с одного математического языка на другой», например, с «языка чисел» на «язык графиков, таблиц, диаграмм», с «языка схем и рисунков» на «язык формул»;
- умение «читать» и комментировать математические модели (формулы, уравнения, таблицы, графики, диаграммы, схемы).

Применение математики включает в себя:

- произведение расчётов и вычислений в процессе работы с математической задачей;
- использование знаний и умений, полученных в ходе изучения математики.

Интерпретирование математики, авторы рассматривают в широком и узком смысле.

Интерпретация в широком смысле включает в себя:

- толкование, объяснение, обоснование учеников своего ответа;
- соотнесение решения задачи с решением реальной проблемы.

Интерпретация в узком смысле понимается, как способность ученика после полученных математических результатов абстрагироваться от данной проблемы (задачи), соотносить и анализировать своё решение, последовательность действий и операций с проблемой, поставленной в другом контексте. То есть включает в себя:

- умение использовать ранее применённый алгоритм для решения прочих задач (с различными контекстами);
- умение выделять такие задачи, придумывать свои примеры задач и ситуаций, в которых «рабочий» метод решения может быть использован.

Также в работе [38] авторы представляют обновленную схему структуры функциональной математической грамотности (Рисунок 1).

Описанный авторами подход будем использовать в дальнейшей работе.

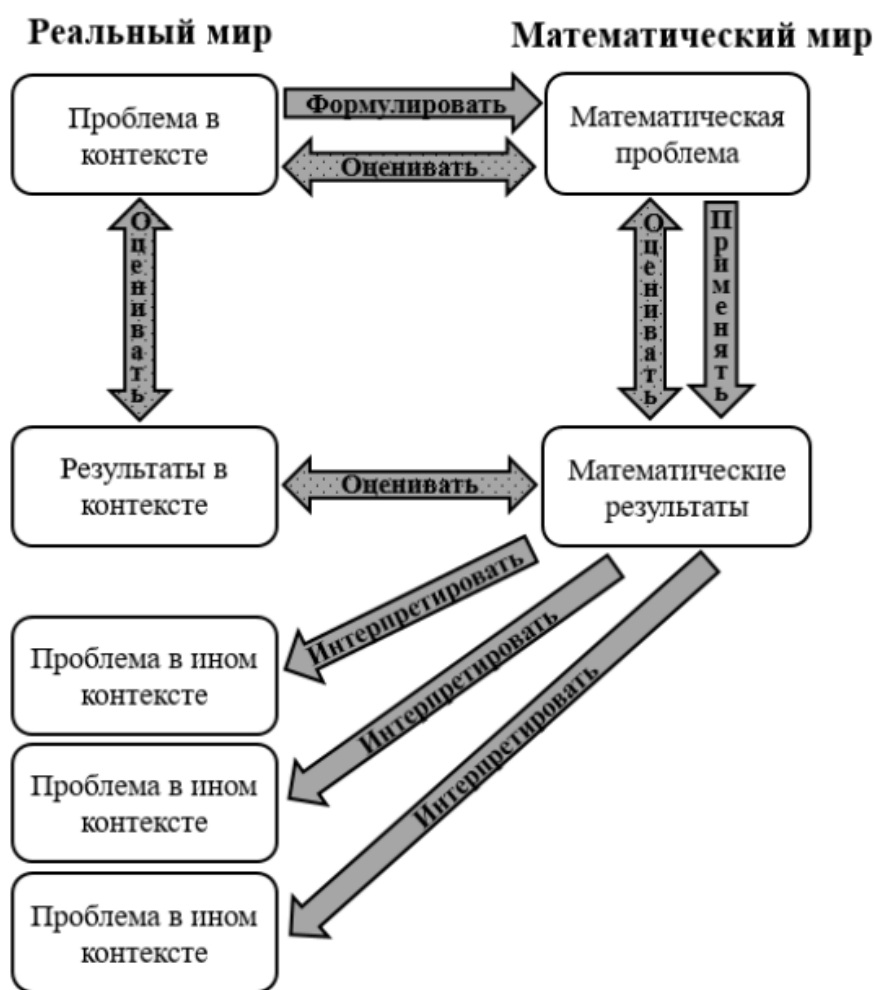


Рисунок 1. Изменённая схема структуры ФМГ при понимании «интерпретации» математики в узком смысле.

Обобщая сказанное, в данной работе под функциональной математической грамотностью будем понимать способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Под компонентами ФМГ будем понимать: *формулирование, применение и интерпретацию* (в широком и узком смысле) математики.

1.2. Выделение «ядерного» материала содержательной линии «Числа и вычисления»

В п. 1.1. мы выделили определение функциональной математической грамотности. Продолжая решать задачи исследования, выделим ядерный материал содержательной линии «Числа и вычисления».

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» изучается на протяжении всего школьного курса математики. На разных ступенях обучения происходит расширение числового множества, формируется понятие числа: счет в пределах десятка, сотни, тысячи, состав числа, доли, десятичные дроби, обыкновенные дроби, отрицательные числа, смешанные числа, рациональные и иррациональные числа, а также действия с ними.

Рассмотрим развитие линии «Числа и вычисления» в 5-9-х классах на основании ФРП ООО по математике. Результаты представим в таблице 2.

Таблица 2

Развитие линии «Числа и вычисления»

Класс	Материал, согласно ФРП	Основные виды деятельности обучающихся
5	Натуральное число. Ряд натуральных чисел. Число 0. Сравнение натуральных чисел , сравнение натуральных чисел с нулём. Способы сравнения. Округление натуральных чисел	Читать, записывать натуральные числа. Сравнивать натуральные числа
	Сложение натуральных чисел , свойство нуля при сложении. Вычитание как действие, обратное сложению. Умножение натуральных чисел , свойства нуля и единицы при умножении. Деление как действие, обратное умножению. Делители и кратные числа , разложение на множители. Простые и составные числа. Признаки делимости на 2, 5, 10, 3, 9. Деление с остатком.	Выполнять арифметические действия с натуральными числами, вычислять значения числовых выражений со скобками и без скобок

	Степень с натуральным показателем. Запись числа в виде суммы разрядных слагаемых	Записывать произведение в виде степени, читать степени, использовать терминологию, вычислять значения степеней
	Представление о дроби как способе записи части величины. Обыкновенные дроби. Правильные и неправильные дроби. Смешанная дробь. Основное свойство дроби. Сокращение дробей. Приведение дроби к новому знаменателю. Сравнение дробей	Читать и записывать, сравнивать обыкновенные дроби
	Сложение и вычитание дробей. Умножение и деление дробей, взаимнообратные дроби. Нахождение части целого и целого по его части. Десятичная запись дробей. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной	Выполнять арифметические действия с обыкновенными дробями; применять свойства арифметических действий для рационализации вычислений
	Десятичная запись дробей. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной. Сравнение десятичных дробей	Представлять десятичную дробь в виде обыкновенной, читать и записывать, сравнивать десятичные дроби
	Арифметические действия с десятичными дробями. Округление десятичных дробей	Выполнять арифметические действия с десятичными дробями и применять их свойства
6 класс	<i>Натуральные числа</i> Арифметические действия с многозначными натуральными числами. Числовые выражения, порядок действий, использование скобок. Округление натуральных чисел. Делители и кратные числа, наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Делимость суммы и произведения. Деление с остатком	Выполнять арифметические действия с многозначными натуральными числами, находить значения числовых выражений со скобками и без скобок; вычислять значения выражений, содержащих степени

	<i>Дроби</i> Обыкновенная дробь, основное свойство дроби, сокращение дробей. Сравнение и упорядочивание дробей	Сравнить и упорядочить дроби, выбирать способ сравнения дробей
	Арифметические действия и числовые выражения с обыкновенными и десятичными дробями. Отношение. Деление в данном отношении. Применение пропорций при решении задач	Выполнять арифметические действия с обыкновенными и десятичными дробями. Вычислять значения выражений, содержащих обыкновенные и десятичные дроби, выполнять преобразования дробей
	Понятие процента. Вычисление процента от величины и величины по её проценту. Выражение процентов десятичными дробями	Выражать проценты в дробях и дроби в процентах, отношение двух величин в процентах. Вычислять процент от числа и число по его проценту
	<i>Положительные и отрицательные числа</i> Положительные и отрицательные числа. Целые числа. Числовые промежутки. Сравнение чисел	Приводить примеры использования в реальной жизни положительных и отрицательных чисел. Применять правила сравнения, упорядочивать целые числа
	Арифметические действия с положительными и отрицательными числами	Находить значения числовых выражений, содержащих действия с положительными и отрицательными числами
7 класс	<i>Рациональные числа</i> Понятие рационального числа, запись, сравнение, упорядочивание рациональных чисел	Сравнить и упорядочить дроби
	Арифметические действия с рациональными числами	Применять разнообразные способы и приёмы вычисления значений дробных выражений

	Степень с натуральным показателем: определение, преобразование выражений на основе определения, запись больших чисел	Приводить числовые и буквенные примеры степени с натуральным показателем, находить значения степеней. Понимать смысл записи больших чисел
8 класс	<i>Иррациональные числа</i> Квадратный корень из числа. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. Свойства арифметических квадратных корней и их применение к преобразованию числовых выражений и вычислениям. Понятие действительного числа	Применять операцию извлечения квадратного корня из числа, используя при необходимости калькулятор. Выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни. Сравнивать и упорядочивать рациональные и иррациональные числа, записанные с помощью квадратных корней
	Степень с целым показателем. Стандартная запись числа. Свойства степени с целым показателем	Представлять запись больших и малых чисел в стандартном виде. Сравнивать числа и величины, записанные с использованием степени. Применять свойства степени для преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем
9 класс	<i>Действительные числа</i> Рациональные числа, иррациональные числа. Множество действительных чисел, действительные числа как бесконечные десятичные дроби	Развивать представления о числах: от множества натуральных чисел до действительных чисел. Выполнять, арифметические действия с рациональными числами. Округлять действительные числа

	Сравнение действительных чисел, арифметические действия с действительными числами. Приближённое значение величины, точность приближения. Округление чисел. Прикидка и оценка результатов вычислений	Записывать, сравнивать и упорядочивать действительные числа. Применять десятичные приближения рациональных и иррациональных чисел
--	--	---

На основании анализа данной таблицы можно отметить, что развитие линии «Числа и вычисления» состоит в последовательном расширении множества натуральных чисел до множества действительных чисел.

Первое расширение числовой линии, с которым встречаются ученики, происходит еще в начальной школе. Оно заключается в присоединении к натуральным числам нуля.

В 5-м классе вводятся **дробные числа**, которые являются вторым расширением линии «Числа и вычисления». Формирование понятия дробных неотрицательных чисел позволяет расширить само понятие числа, а также определить место натуральных чисел в более широком множестве.

Введение **отрицательных чисел** в 6-м классе является третьим расширением данной линии после введения нуля и дробей.

Развитие числовой линии в 7-м классе связано с введением понятия **рациональных чисел**, которое состоит из уже известных ученикам чисел: целых и дробных.

В 8-м классе изучение линии продолжается с введением понятия **иррациональных чисел**, которые являются четвертым расширением понятия числа. Добавление к уже изученным ранее рациональным числам иррациональных чисел приводит к множеству **действительных чисел**.

На основании проведенного анализа представим структуру содержательной линии «Числа и вычисления» на рисунке 2.



Рисунок 2. Структура содержательной линии «Числа и вычисления» в 5-9-х классах

Рассмотрев развитие числовой линии, можно отметить, что изучение любого числового множества идет по единому плану:

- введение новых чисел (название множества чисел, определение, чтение и запись, геометрическое изображение);
- введение сравнения чисел (правила и способы осуществления);
- введение действий над числами (смысл, выполнимость, суть алгоритма и его обоснование);
- законы и свойства действий, специальные случаи действий;
- решение текстовых задачи, с помощью действий, законов и свойств.

Ядерный материал линии «Числа и вычисления» описывается следующей схемой: введение понятия нового числового множества, введение правил сравнения чисел данного множества и введение арифметических действий с числами данного множества.

Ядерный материал линии «Числа и вычисления»:

1. Понятие натурального числа. Сравнение, округление натуральных чисел. Арифметические действия с натуральными числами.

2. Понятие дроби. Сравнение дробей. Сложение и вычитание обыкновенных дробей. Смешанная дробь. Умножение и деление обыкновенных дробей.

3. Понятие десятичная запись дробей. Сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Проценты.

4. Понятие целого числа. Положительные и отрицательные числа. Сравнение положительных и отрицательных чисел. Арифметические действия с положительными и отрицательными числами.

5. Понятие рационального числа. Сравнение, упорядочивание рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами.

6. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. Действительные числа. Сравнение действительных чисел.

Раскрытию ядерного материала будет способствовать изучение следующих вопросов:

- значение и место чисел и вычислений в школьном образовании;
- задания как основа для изучения чисел и арифметических действий над ними;
- решение текстовых задач на выполнение действий над числами.

1.3 Сопоставление компонентов функциональной математической грамотности и «ядерного» материала линии «Числа и вычисления» для исследования возможности формирования ФМГ и составления варианта формулировки заданий

В 1 параграфе мы выделили компоненты функциональной математической грамотности, выраженные через умения обучающихся:

- формулировать ситуацию на языке математики;
- применять математические понятия, факты, процедуры;
- интерпретировать (в широком и узком смысле) математические результаты.

Для того чтобы понять, можно ли при изучении линии «Числа и вычисления» формировать функциональную математическую грамотность, сопоставим выделенный «ядерный» материал линии с компонентами функциональной математической грамотности в таблице 3.

Таблица 3

Сопоставление компонентов ФМГ с «ядерным» материалом линии
«Числа и вычисления»

Составляющие компонентов ФМГ	Ядерный материал	Характеристика возможного учебного задания
Компонент: формулирование математики		
Распознавать и выявлять возможность использования математики	Арифметические действия с: натуральными числами, дробями, положительными и отрицательными числами, с рациональными числами, действительными числами	Выделение основных компонентов (натуральные, целые, десятичные числа и т.д.), участвующих в описанной ситуации и определение, какими математическими соотношениями они между собой связаны (арифметические действия с числами, пропорции, степени)
Создавать математические модели или преобразовывать	Весь материал	Составление числовых выражений по задаче, с учётом всех ограниче-

уже имеющиеся: создание «новой» или доработку готовой формулы, выявление закономерности.		ний и допущений
Преобразовывать ситуацию в форму, поддающуюся математической обработке, то есть умение переводить «с одного математического языка на другой»	Понятие натурального числа, дроби, отрицательного числа, целого числа, рационального числа, иррационального и действительного числа	Перевод информации, содержащей разные виды чисел из одного вида в другой. Например: из текста выделить необходимые числа и представить их в табличном виде. Перевести информацию с графика на «язык чисел»
Компонент: применение математики		
Проводить необходимые арифметические вычисления	Арифметические действия с натуральными числами, дробями, с положительными и отрицательными числами, рациональными и действительными числами	Составление числового выражения и выполнение необходимых арифметических операций с числами, выполнение реальных расчётов
Работать с процентами	Арифметические действия с рациональными числами. Понятие процента	Вычисление процентов как простых, так и сложных, в том числе возможен расчёт процентного изменения конкретных величин
Выполнять приближённые вычисления	Округление натуральных чисел, десятичных дробей, рациональных чисел. Десятичные приближения иррациональных чисел	Прикидка и оценка результатов вычислений, округление результата с заданной точностью, а также с учётом условий описанной ситуации по недостатку или избытку
Компонент: интерпретация математики		
Толковать, объяснять, обос-	Весь материал	Объяснение выполняемых действий

новывать свой ответ		по решению задачи и аргументация полученного результата
Соотносить решение задачи с решением реальной проблемы	Понятие натурального числа, дроби, целого числа, рационального и иррационального числа, действительного числа	Перевод математического решения в контекст поставленной проблемы, и формулировка выводов о том, могут ли данные множества чисел быть ответом в контексте реальной проблемы
Соотносить и анализировать своё решение, последовательность действий и операций с проблемой (ситуацией), поставленной в другом контексте	Весь материал	Решение задач, которые отличаются от предыдущей задачи по содержанию сюжета (использование других видов чисел), но не различается поиском решения. Выбор тех задач из списка, которые решаются по тому же алгоритму, что и данная задача. Составление своих примеров задач и ситуаций из жизни, в которых примененный метод решения может быть использован

Представленная таблица позволяет сделать вывод, что при изучении линии «Числа и вычисления» можно формировать все компоненты функциональной математической грамотности обучающихся с помощью специально разработанных заданий, составленных при соотнесении «ядерного» материала данной линии с компонентами ФМГ.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1

1. Формирование функциональной математической грамотности согласно ФГОС и ФРП по математике является одним из основных результатов образования.

2. В качестве определения функциональной математической грамотности можно принять следующее: функциональная математическая грамотность – это способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Под компонентами ФМГ принято понимать: формулирование, применение и интерпретацию (в широком и узком смысле) математики.

3. Ядерный материал линии «Числа и вычисления», который в дальнейшем используется при создании заданий для формирования функциональной математической грамотности, описывается следующей схемой: введение понятия нового числового множества, введение правил сравнения чисел данного множества и введение арифметических действий с числами данного множества.

4. При изучении содержательной линии «Числа и вычисления» можно формировать функциональную математическую грамотность у обучающихся 5-9-х классов с помощью специально разработанных заданий, составленных на основе соотнесения компонентов ФМГ и «ядерного» материала данной линии.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СОСТАВЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ НАПРАВЛЕННЫХ НА ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СОДЕРЖАТЕЛЬНОЙ ЛИНИИ «ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ»

2.1. Учет психолого-педагогических особенностей обучающихся 5-6-х, 7-9-х классов при составлении заданий, направленных на формирование функциональной математической грамотности

В первой главе мы выделили определение понятия функциональная математическая грамотность, его компоненты, а также выделили «ядерный» материал линии «Числа и вычисления». Чтобы сформулировать задания, предполагающие формирование математической грамотности, необходимо рассмотреть психолого-педагогические особенности обучающихся 5-9-х классов.

Исследователи отмечают, что поколение современных школьников, в частности, основного звена, имеют ряд отличий от предыдущих поколений. Причиной этого, прежде всего, является их зависимость от цифровых технологий, информации из сети Интернет, виртуального пространства. В подростковом возрасте различают 2 периода: младший подросток (11-12 лет, 5-6 класс) и старший подросток (13-15 лет, 7-9 класс).

Используя работы Э.К. Брейтигам [9], И.С. Морозовой [24], Л. С. Самсоненко [33], А. В. Сапа [34], опишем общую психолого-педагогическую характеристику современных обучающихся данных возрастных групп и представим ее в таблице 4.

Таблица 4

Психолого-педагогическая характеристика младших и старших подростков

Особенность	5-6 класс	7-9 класс
Физическое развитие	Половое созревание становится одной из главных причин неуравновешенности характера, эмоцио-	Происходит интенсивное физическое развитие, половое созревание, появление так называемого чувства взросло-

	нальной возбудимости, резких изменений настроения и поведения. Недостаточная самодисциплина и сдержанность при высокой активности и энергичности в этот период часто вызывают шумливость и несерьёзность в учебных ситуациях	сти, которое приводит к изменениям психического состояния подростка. У обучающихся проявляется высокая эмоциональность, неуравновешенность настроения, немотивированные поступки, вспыльчивость, преувеличение своих возможностей
Новообразование	Основным новообразованием является возникновение чувства взрослости, которое выражается в стремление выглядеть и действовать как взрослый, к признанию своей «взрослости» окружающими	К концу подросткового возраста происходит становление «Я-концепции» как интегративной системы представлений о себе. Она сопряжена с самооценкой и ощущением ценности собственной личности
Социальное развитие	Ведущую роль в деятельности играет общение со сверстниками. Взаимная заинтересованность, совместное постижение окружающего мира и друг друга, становятся значимыми для подростка	Ведущим видом деятельности является групповое общение, которое накладывает отпечаток на учение, увлечения, и на отношения с родителями
Учебная мотивация	Учебная деятельность продолжает оставаться одним из главных видов деятельности. В данный период отмечается пик любознательности, но она носит поверхностный, нестабильный характер и не всегда связана с учёбой	Мотивация у обучающихся связана с активным стремлением к личностному самосовершенствованию. Подростки размышляют о возможностях интеллектуального и личностного взаимодействия, самосовершенствования и прилагают сознательные и целенаправленные усилия для достижения этих целей
Внимание	Отмечается проблема с концентрацией внимания, которая заключается в неспособности удерживать внимание на чем-то одном более 15-20 минут	
Мышление	У обучающихся происходит постепенный переход от словесно-логического мышления, основанного на оперировании конкретными представлениями, к теоретическому	В процессе обучения старшие подростки развивают все мыслительные операции на логическом уровне: анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение, классификацию и систематиза-

	мышлению. В этом возрасте у школьников только начинают появляться некоторые способности к логическим рассуждениям, которые все же еще очень конкретны	цию. Постепенно эти операции объединяются в единую целостную систему
Восприятие	Высокий уровень развития восприятия информации. Обучающиеся обладают высокой остротой зрения и слуха, а также хорошей ориентацией на форму и цвет	Обучающиеся обладают достаточно развитым восприятием. Они способны качественно выполнять задания, оценивающие развитие восприятия, как взрослый человек
	Доминирующим форматом восприятия информации является клиповое мышление, для которого характерно предпочтение к использованию визуальных образов, краткость, простота изложения и наглядное представление информации	
Речь	Младшие подростки обычно используют более простую и ограниченную лексику в своей речи. Они могут использовать базовые математические термины и понятия, но могут иметь трудности с объяснением своих математических решений или формулированием аргументации	У обучающихся развивается словарный запас, и они начинают использовать более точные и специфические математические термины в своей речи
Память	Развиваются все виды памяти. С возрастом значительно увеличивается объем изучаемого материала, увеличивается объем памяти и скорость запоминания. Активно развивается логическая память, приобретая всё большую связь с мышлением и воображением	
Воображение	В подростковом возрасте воображение превращается в самостоятельную деятельность. Подросток может проигрывать мыслительно задачи с математическими знаками, объединяя воображение и мышление	

Материалы таблицы 4 представляют общую психолого-педагогическую характеристику обучающихся 5-6-х и 7-9-х классов. Продолжая решать задачи для достижения цели исследования, согласно компонентам определения, выделенного в 1.1., выберем из данной таблицы особенности, которые необходимо учитывать при формировании функциональной математической гра-

мότητας школьников данных возрастных категорий и сформулируем рекомендации к составлению заданий направленных на формирование ФМГ.

Основные виды деятельности.

Обучающимся 5-6-х классов характерны такие виды деятельности, как учебная, общественная, спортивная, художественная т.д. Поэтому рекомендуется составлять задания, связанные с повседневной жизнью ученика (при общении с друзьями, увлечениями, покупками, отдыхом, повседневным бытом, школьной жизнью), его семьи, его друзей и сверстников.

С возрастом у подростков продолжается формирование образа себя, углубление осознания социальных ролей, как реальных, так и будущих. Вместе с этим старшие подростки обладают большими знаниями и проявляют интерес к разнообразным абстрактно-философским проблемам общества. Исходя из этого, для учеников 7-9-х классов можно использовать задания, охватывающие более широкий спектр тем. Помимо заданий, связанных с личным опытом, можно использовать задания на основе общественного контекста, отражающего жизнь общества. В 8-9-х классах в связи с дальнейшим выбором профессии, можно вводить задания, связанные с профессиональной деятельностью, а также задания на научную тематику, затрагивающие такие области, как погода, климат, экология, медицина, космос, генетика и другие.

Восприятие (компонент: формулирование).

В процессе восприятия учебной информации учащимся 5-9-х классов необходимы осмысленность, внешние яркие образы и признаки. Чтобы помочь ученикам мысленно представить ситуацию задания и погрузиться в неё, можно использовать фотографии, рисунки, таблицы, диаграммы, графики, схемы и пр. Графические средства послужат основой для визуализации взаимосвязей между объектами и величинами и позволят осмыслить математическую проблему.

Речь (компонент: интерпретация).

Интерпретация в широком смысле включает в себя умения толковать, объяснять, обосновывать свой ответ. Формулирование письменных или уст-

ных ответов требует от некоторых школьников 5-6-х классов усилий для организации своих мыслей и структурирования информации. В заданиях на интерпретацию математики можно включать слова-подсказки или использовать наводящие вопросы, которые помогут обучающимся грамотно сформулировать объяснение решения задачи.

Ученики 7-9-х классов развивают навыки более глубокого анализа и объяснения математических концепций, используя логическую аргументацию и доказательства. Им под силу задания, в которых необходимо обосновывать оптимальное решение, объяснять выбор и т.д. Обучающимся 7-9-х классов можно предлагать задания на составление текста-описания при комментировании вычислений, текста-рассуждения в процессе выбора способа решения, планирования последовательности действий.

Внимание (компоненты: применение, формулирование, интерпретация).

У обучающихся 5-9-х классов наблюдается неспособность сконцентрироваться на чем-то одном длительное время, рассеянность, отвлечение от работы. В связи с ослаблением внимания школьников при длительной работе с одним объектом рекомендуем разрабатывать задания, при выполнении которых обучающиеся будут менять вид деятельности (например, от вычислений переходить к работе с таблицами, схемами, графиками или составлению письменных ответов, выбору верных ответов или самостоятельному придумыванию ситуаций).

Мышление (компоненты: формулирование, интерпретация).

У обучающихся 5-6-х классов отмечают неготовность понять математическую суть проблемы, установить зависимость между данными условия математической задачи, интерпретировать зависимость в ходе решения задачи, из-за того, что у них только начинают, появляются некоторые способности к логическим рассуждениям. В связи с этим формулировку заданий следует излагать простым, ясным языком и указывать на конкретные действия учащегося, необходимые для решения проблемы. Для формирования умения «формулировать математику» рекомендуется предлагать задания, направленные на

работу с информацией, представленной в разной форме, на использование математической терминологии и символики, на установление отношений между объектами и на составление математических выражения по условию задачи.

Интерпретация в узком смысле предполагает анализ и соотношение своего решения с проблемой, поставленной в другом контексте. Так как у обучающихся 5-6-х классов умение анализировать находится на начальных этапах развития, то перед переносом в другие контексты, обучающимся необходимо предлагать задания на выделение действий, выполненных при решении данной задачи.

У старших подростков происходит освоение всех мыслительных операций на логическом уровне. В связи с этим данной возрастной группе можно предлагать комплексные задания, взаимосвязанные друг с другом, в которых нет явного указания на способ решения задачи.

Воображение (компонент: интерпретация).

В связи с активным развитием творческого воображения у подростков обеих возрастных групп для формирования умения интерпретировать (в узком смысле) можно предлагать задания на самостоятельное составление задач и примеров ситуаций.

Социальное развитие (компоненты: применение, формулирование).

Обучающиеся 5-9-х классов ориентированы на работу в группе сверстников. Им важен обмен мнениями, социальное взаимодействие. Необходимо составлять задания, которые требуют совместной работы в группе, сотрудничества и обмена идеями между участниками группы, могут помочь учащимся развить навыки коммуникации и совместного решения задач.

Обобщая выше сказанное, представим рекомендации к составлению заданий, направленных на формирование ФМГ для 5-6-х и 7-9-х классов в виде таблицы 5.

Рекомендации к составлению заданий, направленных на формирование ФМГ

Особенность	Рекомендации	
	5-6 класс	7-9 класс
Основные виды деятельности	Составлять ситуации, представленные в контексте личной жизни	Составлять ситуации, представленные в контекстах личной, общественной жизни, профессиональной деятельности
Восприятие	Использовать в заданиях графические средства визуализации математического содержания (фото, рисунки, таблицы, диаграммы, графики, схемы)	
Речь	Включать в задания на интерпретацию математики слова-подсказки или использовать наводящие вопросы	Включать задания на составление текста-описания при комментировании вычислений, текста-рассуждения при объяснении ответа
Внимание	Составлять задания, при выполнении которых обучающиеся будут менять вид деятельности (например, от вычислений к работе с таблицами, схемами, графиками, составлению письменных ответов, выбору верных ответов или самостоятельному придумыванию ситуаций)	
Мышление	Излагать задания простым, ясным языком и указывать на конкретные действия учащегося, необходимые для решения проблемы. Составлять задания, направленные на работу с информацией, представленной в разной форме, на установление отношений между объектами и на составление математических выражения по условию задачи. Включать задания на выделение действий, выполненных при решении данной задачи перед заданиями на интерпретацию	Составлять комплексные задания, взаимосвязанные друг с другом. Предлагать задания, в которых нет явного указания на способ решения задачи
Воображение	Включать задания на самостоятельное составление задач и примеров ситуаций для формирования умения интерпретировать (в узком смысле)	

Социальное развитие	Составлять задания, которые требуют совместной работы в группе, сотрудничества и обмена идеями между участниками группы, могут помочь учащимся развить навыки коммуникации и совместного решения задач
---------------------	--

Подводя итог сказанному, сформулируем суждение о том, что для успешного формирования функциональной математической грамотности должны использоваться задания, которые формулируются с учетом следующих психолого-педагогических особенностей обучающихся:

5-6-е классы:

- клиповое мышление как доминирующий формат восприятия информации;
- преобладание видов деятельности, относящихся к личностному контексту;
- постепенный переход от словесно-логического мышления к теоретическому;
- снижение концентрации внимания при выполнении однотипной работы;
- общение со сверстниками как ведущий вид деятельности;
- развитое творческое воображение;
- трудности с объяснением своих математических решений или формулированием аргументации.

7-9-е классы:

- клиповое мышление как доминирующий формат восприятия информации;
- виды деятельности, относящиеся к личностному, общественному, профессиональному контексту;
- освоение всех мыслительных операций на логическом уровне;
- общение со сверстниками как ведущий вид деятельности;
- развитое творческое воображение;
- навыки анализа и объяснения математических концепций.

2.2. Совокупность заданий, направленных на формирование функциональной математической грамотности при изучении содержательной линии «Числа и вычисления»

На основании учета выявленных в п. 2.1 психолого-педагогических особенностей обучающихся составим задания, направленные на формирование ФМГ.

Для разработки заданий будем использовать следующий подход: выберем материал линии «Числа и вычисления», выделенный в п. 1.2, и компоненты ФМГ, которые можно формировать с помощью данного материала, выявленные в п.1.3, формулируем ситуацию, близкую к реальным жизненным проблемам, представленную в некотором контексте. Если материал не предполагает возможности включения его в реальную ситуацию, то предлагаем математическую задачу. После этого интерпретируем состав компонентов в задания на ФМГ. Согласно [36] задания важно формулировать на одном языке. В качестве такого языка выберем язык О. Б. Епишевой [15], который позволяет представить деятельность обучающихся в надежно опознаваемых действиях.

Задание 1.

Класс: 5

Материал: Сравнение натуральных чисел. Арифметические действия с натуральными числами.

Формируемые компоненты ФМГ: формулирование математики, применение математики, интерпретация (в узком и широком смыслах) математики.

Учитываемые психолого-педагогические особенности: клиповое мышление как доминирующий формат восприятия информации; постепенный переход от словесно-логического мышления к теоретическому; снижение концентрации внимания при выполнении однотипной работы; общение со сверстниками как ведущий вид деятельности.

Ситуация: Настя прочитала интересную информацию в интернете о том, что объем домашних заданий (по всем предметам) не должен превышать определенное количество часов. Данные представлены на картинке.

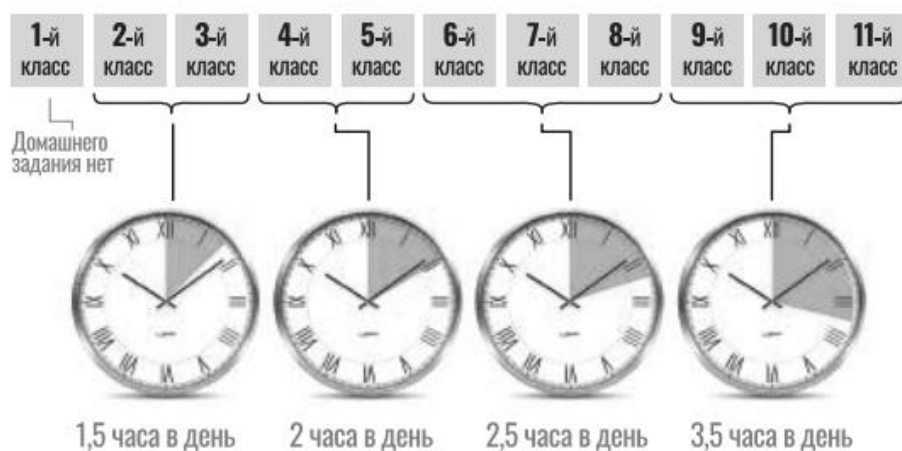


Рисунок 3. Объем домашнего задания в часах

Настя учится в 5-м классе. Она решила посчитать, сколько затрачивает времени на выполнение домашнего задания в день. Для этого она засекала время на выполнение каждого задания. На решение задач по математике Настя потратила 27 минут. На написание сочинения по русскому языку – 1 час 17 минут. На прочтение параграфа по биологии – 12 минут. Выучить слова по английскому заняло 30 минут.

1) Запишите математическое выражение, которое позволит определить, укладывается ли Настя в вышеуказанные нормы при выполнении домашнего задания.

2) Настя также попросила засечь время свою подругу Катю. Катя сказала, что потратила на те же самые задания в сумме 1 час 48 минут. Определите, укладываются ли девочки во временные нормы. Обсудите с одноклассниками, от чего может зависеть разница во времени выполнения заданий, и сформулируйте эти утверждения.

3) Аналогично представленной задаче опишите ситуацию выполнения Вами домашнего задания. По полученному описанию ответьте на вопрос: укладываетесь ли вы в вышеуказанные временные нормы при выполнении домашнего задания?

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 1

Компонент ФМГ	Присутствие в задании
Формулирование	Составить необходимое выражение для вычисления, «прочитать» информацию с картинки
Применение	Провести необходимые подсчёты и вычисления с натуральными числами
Интерпретация	В широком смысле – дать объяснение В узком смысле – «перенести» применённый алгоритм на решение задачи из жизни учащегося

Задание 2.**Класс: 5.**

Материал: Понятие обыкновенной дроби. Сравнение дробей.

Формируемые компоненты ФМГ: формулирование математики, применение математики, интерпретация (в узком и широком смыслах) математики.

Учитываемые психолого-педагогические особенности: клиповое мышление как доминирующий формат восприятия информации; постепенный переход от словесно-логического мышления к теоретическому; снижение концентрации внимания при выполнении однотипной работы; общение со сверстниками как ведущий вид деятельности; развитое творческое воображение; трудности с формулированием аргументации.

Ситуация: Варя и Настя решили приготовить вишневый коктейль. В интернете девочки нашли рецепт коктейля (рисунок 4). Девочки узнали, что чаша блендера имеет объем 1,2 литра, и решили приготовить такое количество коктейля.

1) Составьте выражения, которые позволят определить, какой объем каждого ингредиента необходим девочкам. Сверьте полученные выражения с соседом по парте, если они различаются, объясните почему.

2) У девочек в холодильнике 0,5 литра молока, 1 литр вишневого сока и 500 г. пломбира. Рассчитайте, хватит ли девочкам данных ингреди-

тов для приготовления указанного количества коктейля. Свой ответ обоснуйте, используя слова: объем, больше, меньше, количество, необходимо.

3) Выпишите действия, которые Вы выполняли в процессе решения задачи. Придумайте и запишите условие задачи, с которой Вы могли бы столкнуться в реальной жизни, а решить эту задачу Вам бы помогли действия, которые Вы выписали.

Рецепт вишневого коктейля

Молоко	$\frac{2}{5}$ мл. от желаемого объема
Вишневый сок	$\frac{1}{4}$ мл. от желаемого объема
Мороженное пломбир	$\frac{1}{3}$ гр. от желаемого объема
Сироп	20-60 мл. по вкусу



Подготовьте указанные ингредиенты в нужном количестве. Влейте в чашу блендера все ингредиенты и взбейте всё в течение 2 минут.

Рисунок 4. Рецепт коктейля

Таблица 7

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 2

Компонент ФМГ	Присутствие в задаче
Формулирование	Составить необходимое выражение для вычисления, «прочитать» информацию с картинки
Применение	Провести необходимые подсчёты и вычисления с дробями. Найти часть от числа
Интерпретация	В широком смысле – дать объяснение В узком смысле – «перенести» применённый алгоритм на решение задачи из жизни учащегося

Задание 3.

Класс: 6

Материал: Понятие обыкновенной дроби. Сравнение дробей.

Формируемые компоненты ФМГ: формулирование математики, применение математики, интерпретация (в узком и широком смыслах) математики.

Учитываемые психолого-педагогические особенности: преобладающие виды деятельности; постепенный переход от словесно-логического мышления к теоретическому; снижение концентрации внимания при выполнении однотипной работы; трудности с объяснением своих математических решений.

Ситуация: Саша, Коля и Петя во время летних каникул решили поиграть в баскетбол на площадке возле дома. Мальчики играли в течение 30 минут, за это время каждый из мальчиков сделал определённое количество бросков и попаданий. Саша самый первый попал в кольцо, всего за игру он сделал 12 бросков и 8 раз из них попал в кольцо. Коля сделал 10 бросков и попал из них 6 раз. Петя лучше играет в защите, поэтому он сделал всего 8 бросков и попал 7 раз из них. Саша сказал, что лучший результат в игре у него. Коля решил, что лучший результат у Пети, а Петя уверен, что лучше всех сыграл Коля. Выясните, кто из мальчиков прав.

1) Выделите главные условия задачи и сформулируйте новое, более короткое условие задачи, в которой ответом было бы имя мальчика.

2) Выделите, какие действия нужно выполнить для ответа на вопрос задачи. На основании выделенных действий выясните, кто из мальчиков прав и объясните свой выбор.

3) Из списка задач выберите те, которые решаются по тому же алгоритму, что и данная задача:

а) На соревнованиях по прыжкам в высоту первый спортсмен прыгнул на высоту 1,9 метра, а второй прыгнул на высоту 1,4 метра. Чей результат лучше?

б) Из 23 лотерейных билетов «Сотня» выигрышных было 12, а из 16 лотерейных билетов «Дача» выигрышных было 9. Какие лотерейные билеты лучше покупать?

с) На выполнение домашней работы Миша затратил 2 часа. На задание по математике ушло 35 минут, остальное время ушло на литературу. На какой предмет Миша потратил больше времени?

Таблица 8

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 3

Компонент ФМГ	Присутствие в задаче
Формулирование	Сформулировать новое, более короткое условие задачи
Применение	Выполнить сравнение дробей
Интерпретация	В широком смысле – дать объяснение В узком смысле – из списка задач, различающихся по контекстам, выбрать те, которые решаются по тому же алгоритму

Задание 4.

Класс: 6

Материал: Арифметические действия с десятичными дробями. Проценты.

Формируемые компоненты ФМГ: формулирование математики, применение математики, интерпретация (в узком и широком смыслах) математики.

Учитываемые психолого-педагогические особенности: клиповое мышление как доминирующий формат восприятия информации; преобладание видов деятельности, относящихся к личностному контексту; постепенный переход от словесно-логического мышления к теоретическому; снижение концентрации внимания при выполнении однотипной работы; общение со сверстниками как ведущий вид деятельности; трудности с формулированием аргументации.

Ситуация: Предлагаемая ситуация: На свой день рождения Маша хочет заказать торт с вишней. Она рассчитала, что ей нужно 3,5 кг торта. В интернете девочка нашла две кондитерские «Услада» и «Десерт», которые делают торты на заказ. Меню обеих кондитерских представлено на рисунке 5.



МЕНЮ «ДЕСЕРТ»			
Название	Вес	Цена в руб.	Акция
Наполеон	1,5 кг	2200	Каждый 5 кг бесплатно
Тирамису	1 кг	1340	Свыше 4 кг скидка 3%
Каприз	0,9 кг	1280	-
Вишневый	1 кг	1150	Каждый 3-й килограмм торта со скидкой 10%
Медовик	1,1 кг	1200	-

Рисунок 5. Меню кондитерских

1) Обсудите в группе, как Маше определить стоимость торта в предложенных кондитерских. Для этого выслушайте предложения каждого, задайте, при необходимости, уточняющие вопросы и:

а) выпишите данные, которые необходимы для расчёта стоимости нужного Маше торта из меню кондитерских;

б) составьте выражения, которые позволят рассчитать стоимость нужного торта в каждой кондитерской.

2) Определите, в какой кондитерской выгоднее будет заказать торт Маше, и объясните свой выбор. При аргументации ответа укажите, на основании какого критерия выгоды Вы делали свой выбор (например: деньги, время, расстояние, количество).

3) Выпишите действия, которые Вы выполняли для определения более выгодного варианта (например: нахождение, вычисление, сравнение). Аналогично представленной задаче, придумайте и запишите ситуацию, решающуюся с помощью выписанных действий и связанную с Вашей жизнью.

Таблица 9

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 4

Компонент ФМГ	Присутствие в задаче
Формулирование	Составить математическое выражение
Применение	Выполнить расчёты с дробными числами. Вычислить проценты
Интерпретация	В широком смысле – аргументировать ответ В узком смысле – составить самостоятельно задачу, связанную с личным опытом

Задание 5.

Класс: 7.

Материал: Арифметические действия с рациональными числами.

Формируемые компоненты ФМГ: формулирование математики, применение математики, интерпретация (в узком и широком смыслах) математики.

Учитываемые психолого-педагогические особенности: освоение всех мыслительных операций на логическом уровне; снижение концентрации внимания при выполнении однотипной работы.

Ситуация: Семья, состоящая из 3 человек, решила сменить оператора сотовой связи. По статистике мама расходует 270 минут в месяц, папа 130 и сын 90 минут. Оператор «Билайн» предоставляет на выбор три тарифных плана:

1. «Повременный»: плата за 1 минуту разговора составляет 2,75 руб.
2. «Комбинированный»: абонентская плата 135 руб. в месяц и за каждую минуту разговора 1,5 руб.

3. «Новый»: 280 руб. за 200 минут в месяц; если более 200 минут, то за каждую минуту сверх нормы 2 руб.

1) Заполните данную таблицу необходимыми данными и выражениями, рассчитайте сумму, необходимую для оплаты каждого представленного тарифа.

Таблица 10

	Кол-во минут	Тариф «Новый»	Тариф «Комбинированный»	Тариф «Повременный»
Мама				
Папа				
Сын				

2) Определите, какой тариф выгоднее всего подключить каждому члену семьи. Устно обменяйтесь ответами с соседом по парте, задайте, при необходимости, уточняющие вопросы и запишите обоснование к своему ответу.

3) Заполните в таблице еще одну строчку и рассчитайте в ней, какой из предложенных тарифов подойдет Вам.

Таблица 11

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 5

Компонент ФМГ	Присутствие в задаче
Формулирование	Перевести информацию из одного вида в другой
Применение	Выполнить расчёты с рациональными числами
Интерпретация	В широком смысле – дать объяснение ответу В узком смысле – применить алгоритм решения задачи к личной жизни

Задание 6.

Класс: 7.

Материал: Арифметические действия с рациональными числами.

Формируемые компоненты ФМГ: формулирование математики, применение математики, интерпретация (в узком и широком смыслах) математики.

Учитываемые психолого-педагогические особенности; снижение концентрации внимания при выполнении однотипной работы; клиповое мышление как доминирующий формат восприятия информации; виды деятельности, относящиеся к общественному контексту; развитое творческое воображение.

Ситуация: Анна на уроке географии проходила тему «Численность населения Земли». Она узнала, что естественный прирост населения — это разность между числом родившихся человек и числом умерших человек за определённый период времени. Анне стало интересно, в каком из последних 3-х лет естественный прирост населения России был наибольшим. В интернете девочка нашла информацию о количестве родившихся и умерших человек по годам. Эта информация представлена на диаграммах (рисунок 6).

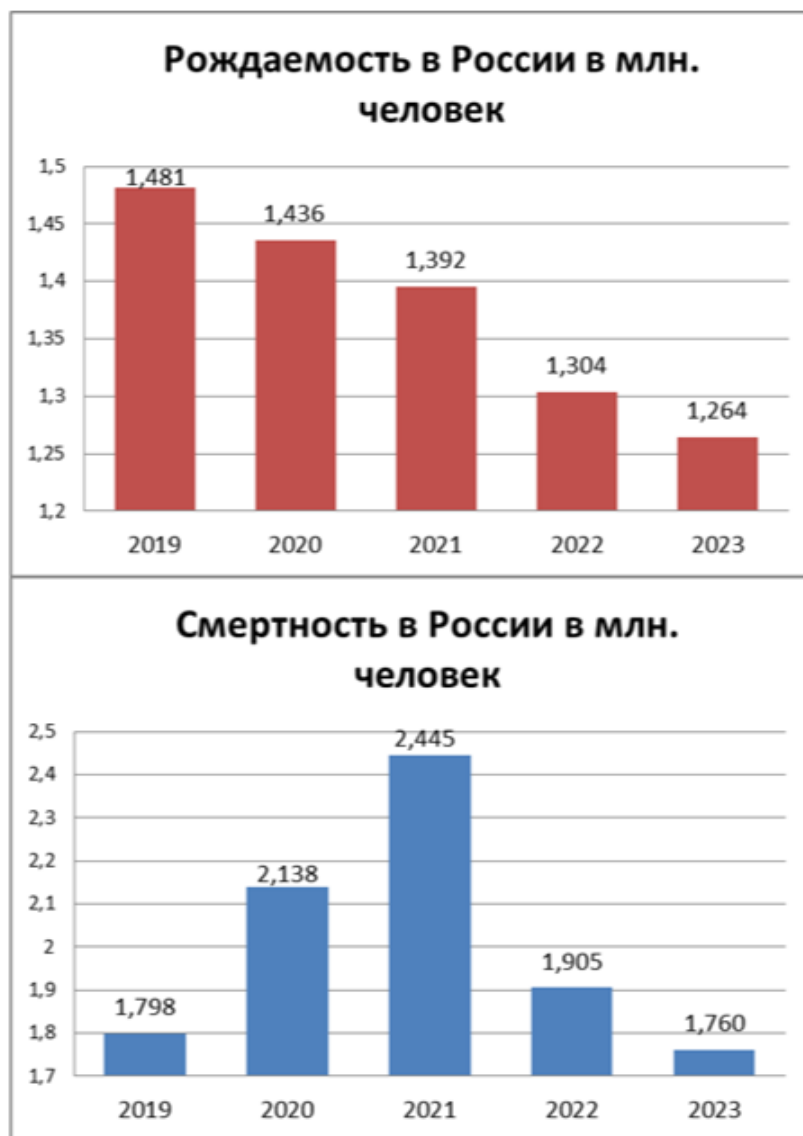


Рисунок 6. Диаграммы рождаемости и смертности в РФ

1) Переведите информацию из диаграмм в табличный вид.

2) Помогите определить Маше, в каком году из 3-х последних естественный прирост населения был наибольшим. Объясните, что означают отрицательные числа естественного прироста.

3) Приведите примеры ситуаций из жизни, в которых при нахождении разности могут получаться отрицательные числа в ответе.

Таблица 12

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 6

Компонент ФМГ	Присутствие в задаче
Формулирование	Перевести информацию из одного вида в другой
Применение	Выполнить вычисления с рациональными числами
Интерпретация	В широком смысле – дать объяснение ответу В узком смысле – привести примеры ситуаций из личной жизни

Задание 7.

Класс: 8.

Материал: Арифметические действия с действительными числами (степень с целым показателем и её свойства, стандартная запись числа.)

Формируемые компоненты ФМГ: формулирование математики, применение математики, интерпретация (в узком и широком смыслах) математики.

Учитываемые психолого-педагогические особенности: снижение концентрации внимания при выполнении однотипной работы; клиповое мышление как доминирующий формат восприятия информации; навыки анализа и объяснения математических концепций; развитое творческое воображение.

Ситуация: Лене 14 лет. Несколько дней подряд она чувствовала недомогание. Она обратилась к врачу и ей назначили сдать анализ крови, чтобы понять причину недомогания. Через несколько дней Лене на почту пришли результаты анализа крови (рисунок 7).

Анализ крови № 18877	
Лейкоциты	$42 \times 10^8 / л$
Тромбоциты	$25,66 \times 10^{10} / л$
Эритроциты	—
Лимфоциты	$407 \times 10^7 / л$
Моноциты	—

Рисунок 7. Результаты анализа

Чтобы не ждать следующего приема у врача, Лена решила самостоятельно разобраться с результатами своих анализов. В интернете она нашла таблицу с нормами показателей анализа крови, но самостоятельно не смогла разобраться. Помогите Лене расшифровать результаты ее анализа.

Таблица 13

Нормы показателей анализа крови

Показатель	Норма для женщин	Норма для детей	Норма для мужчин
Гемоглобин	120 – 140 г / л	110 – 145 г / л	130 – 160 г / л
Тромбоциты	$180 – 320 \times 10^9 / л$	$160 – 380 \times 10^9 / л$	$180 – 320 \times 10^9 / л$
Лейкоциты	$4,0 – 9,0 \times 10^9 / л$	$3,5 – 4,5 \times 10^9 / л$	$4,0 – 9,0 \times 10^9 / л$
Лимфоциты	$1,2 – 3,0 \times 10^9 / л$	$1,2 – 5,2 \times 10^9 / л$	$1,2 – 3,0 \times 10^9 / л$

1) Запишите выражение, которое позволит определить в норме ли показатель лейкоцитов у Лены.

2) Определите все ли показатели у девочки в норме, аргументируйте свой ответ. Сформулируйте суждение, обоснуйте ответ на вопрос нужно ли идти Лене на прием к врачу?

3) Приведите пример ситуации из жизни, в которой необходимо сравнивать нормальные показатели (норму) с полученными.

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 7

Компонент ФМГ	Присутствие в задаче
Формулирование	Составить математическое выражение
Применение	Выполнить действия со степенями. Сравнить действительные числа
Интерпретация	В широком смысле – обосновать ответ В узком смысле – придумать свои примеры задач и ситуаций, в которых «рабочий» метод решения может быть использован

Задание 8.**Класс: 8.**

Материал: Арифметические действия с действительными числами (квадратный корень из числа).

Формируемые компоненты ФМГ: интерпретация математики в узком смысле.

Учитываемые психолого-педагогические особенности: освоение всех мыслительных операций на логическом уровне; навыки анализа и объяснения математических концепций; развитое творческое воображение.

Дано выражение:

$$\sqrt{82^2 - 18^2}$$

1) Укажите, какую формулу нужно использовать для того, чтобы оптимизировать решение задачи.

2) Укажите критерии, которые обосновывают оптимизацию вычислений (например: время, количество действий).

3) Приведите пример из жизни, в котором использование дополнительного (специального) знания оптимизирует процесс выполнения действия, согласно одному из указанных ранее критериев.

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 8

Компонент ФМГ	Присутствие в задаче
Интерпретация	В узком смысле – придумать свои примеры ситуаций, в которых может быть использован рассмотренный метод решения

Задание 9.**Класс: 9.**

Материал: Арифметические действия с действительными числами (приближённое значение величины, точность приближения)

Формируемые компоненты ФМГ: интерпретация математики в узком и широком смыслах.

Учитываемые психолого-педагогические особенности: общение со сверстниками как ведущий вид деятельности; освоение всех мыслительных операций на логическом уровне; навыки анализа и объяснения математических концепций; развитое творческое воображение.

Ситуация: На одном из уроков алгебры учительница предложила ученикам небольшое соревновательное задание, в котором необходимо найти приближённое значение выражения $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (не более чем с двумя знаками после запятой.)

Вика ответила, что это число 3, Петя посчитал и получил число 2,23, а у Кати вышло число 3,14.

1) Определите и запишите рассуждения о том, чей ответ из учеников был ближе всего.

2) Обсудите в группе возможные причины различий в ответах учеников и запишите их.

3) Приведите пример ситуации из жизни, в которой Вы используете приближённые значения величин вместо точных значений.

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 9

Компонент ФМГ	Присутствие в задаче
Интерпретация	В широком смысле – дать объяснение ответу В узком смысле – придумать свои примеры ситуаций, в которых может быть использован рассмотренный метод решения

Задание 10.**Класс: 9.**

Материал: Понятие действительного числа (приближённое значение величины, точность приближения.) Округление действительных чисел.

Формируемые компоненты ФМГ: интерпретация математики в узком смысле.

Учитываемые психолого-педагогические особенности: освоение всех мыслительных операций на логическом уровне; развитое творческое воображение.

Задача: Найдите три первых десятичных приближения (с недостатком и избытком) каждого из чисел:

$$\frac{13}{7}; \frac{6}{15}; \sqrt{5}$$

1) Выберите из списка задач те, в которых используется округление с недостатком:

а) Мама дала Мише 100 рублей и отправила в магазин за сырками. Один сырок стоит 19 рублей. Какое наибольшее число сырков может купить Миша?

б) Ваня хочет купить маме цветы на 8 марта. Розы стоят 120 рублей за штуку. У Вани есть 800 рублей. Какое наибольшее число роз он может купить?

с) Чтобы поклеить обои в комнате Пети необходимо 19 рулона обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 3 рулона?

2) Придумайте задачу из жизни, в которой Вам необходимо было бы округлить значение с избытком.

Таблица 17

Соотнесение компонентов ФМГ с их реализацией в задании 10

Компонент ФМГ	Присутствие в задаче
Интерпретация	В узком смысле – из списка задач, различающихся по контекстам, выбрать те, которые решаются тем же методом; придумать свои примеры задач, в которых может быть использован рассмотренный метод решения

Приведенная совокупность заданий направлена на формирование функциональной математической грамотности в процессе изучения содержательной линии «Числа и вычисления» в 5-9-х классах.

Выводы по главе 2

1) При составлении заданий, направленных на формирование функциональной математической грамотности, необходимо учитывать следующие психолого-педагогические характеристики обучающихся 5-6-х и 7-9-х классов: социальное развитие, внимание, мышление, восприятие, развитие письменной и устной речи, основные виды деятельности.

2) В процессе выполнения специальных заданий при изучении содержательной линии «Числа и вычисления» у школьников формируется функциональная математическая грамотность, а точнее её компоненты: формулирование, применение и интерпретация математики.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставим результаты исследовательской работы с поставленными задачами и целью ВКР.

1) На основе анализа методической литературы было выделено определение функциональной математической грамотности и ее компоненты, с которыми работали на протяжении исследования. Под функциональной математической грамотностью понимаем способность человека формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Компонентами ФМГ являются: формулирование, применение и интерпретация (в широком и узком смысле) математики.

2) В результате анализа ФРП ООО по математике был выделен ядерный материал содержательной линии «Числа и вычисления», который описывается следующей схемой: введение понятия нового числового множества, введение правил сравнения чисел данного множества и введение арифметических действий с числами данного множества.

На основании сопоставления выделенного материала с компонентами ФМГ сделали вывод о том, что при изучении данной содержательной линии можно формировать ФМГ с помощью специально разработанных заданий.

3) В результате рассмотрения психолого-педагогических особенностей обучающихся 5-6-х и 7-9-х классов были сформулированы рекомендации к составлению заданий, направленных на формирование функциональной математической грамотности.

4) С учетом психолого-педагогических особенностей была составлена совокупность заданий для обучающихся 5-9-х классов, направленных на формирование функциональной математической грамотности в процессе изучения содержательной линии «Числа и вычисления».

Все задачи данной работы выполнены, следовательно, можно считать, что цель достигнута.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. UNESCO. Revised Recommendation concerning the International Standardization of Educational Statistics / UNESCO // United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization : [сайт]. URL: <https://clck.ru/aovE3> (дата обращения: 31.09.2023).

2. Абузьяров, М. А. О дифференциации дидактического материала, направленного на формирование у обучающихся средней школы функциональной математической грамотности / М. А. Абузьяров, Д. Д. Вьюгова, И. Н. Семенова. – Текст : электронный // Проблемы дошкольного и общего образования в Российской Федерации : Коллективная монография. – Ульяновск : ИП Кеньшенская Виктория Валерьевна (издательство "Зебра"), 2024. – С. 247-261. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=65679799&pff=1> (дата обращения: 08.06.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

3. Авдеевко, Н. А. Креативность для каждого: внедрение развития навыков XXI века в практику российских школ / Н. А. Авдеевко, Л. О. Денищева, К. А. Краснянская [и др.]. – Текст : электронный // Вопросы образования. – 2018. – № 4. – С. 282-304. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kreativnost-dlya-kazhdogo-vnedrenie-razvitiya-navykov-xxi-v-v-praktiku-rossiyskih-shkol?ysclid=luzo7yfvvx938782582> (дата обращения: 14.04.2024).

4. Алексеева Е. Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности – Текст : электронный // МНКО. – 2020. – №4 (83). – С. 214-218. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskie-osobennosti-formirovaniya-matematicheskoy-gramotnosti-uchaschihsya-kak-sostavlyayuschey-funktsionalnoy-gramotnosti/viewer> (дата обращения: 08.06.2024).

5. Арефьева, Д. А. Подход к разработке заданий для формирования функциональной математической грамотности / Д. А. Арефьева, Е. М. Могильникова, И.Н. Семёнова. – Текст : электронный // Актуальные вопросы

преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2023. – № 8. – С. 309-312. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=engxjn> (дата обращения: 12.05.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

6. Артемьева, В. В. Математическая грамотность как необходимый элемент функциональной грамотности личности / В. В. Артемьева, Л. В. Воронина, Е. А. Артемьева. – Текст : непосредственный // Функциональная грамотность: новые дидактические решения и методические императивы : Материалы международной научно-практической конференции, Ярославль, 01–02 ноября 2022 года. – Ярославль: Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского. – 2023. – С. 135-142.

7. Ахаимов, С. В. К вопросу о формировании функциональной математической грамотности у обучающихся основной общей школы с помощью задач практико-ориентированного содержания / С. В. Ахаимов, В. Ю. Бодряков. – Текст : электронный // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. – 2022. – С. 134-144. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49887771> (дата обращения: 11.04.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

8. Блинов, В. И. Концепция формирования функциональной грамотности студентов среднего профессионального образования / В. И. Блинов, Е. А. Рыкова, И. С. Сергеев. – Текст : непосредственный // Профессиональное образование и рынок труда. – 2019. – №4. – С. 4-21.

9. Брейтигам, Э. К. Обусловленность технологии обучения математике в школе возрастными особенностями учащихся / Э. К. Брейтигам, И. В. Кисельников, И. Г. Кулешова. – Текст : электронный // Педагогический журнал. – 2021. – Т. 11, № 3-1. – С. 24-39. – URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_46704084_65164773.pdf (дата обращения: 14.04.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

10. Валеев, И. И. Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции / И. И. Валеев. – Текст : непосредственный // Бизнес. Образование. Право. – 2020. – № 4 (53). – С. 353- 360.

11. Головешкина, Н. В. Индивидуально-психологические и личностные характеристики обучающихся среднего звена общеобразовательной школы / Н. В. Головешкина. – Текст : непосредственный // Вестник Ленинградского государственного университета им. А.С. Пушкина. – 2015. – Т. 5, № 3. – С. 27-36.

12. Гореев, А.М. Психологические аспекты формирования функциональной грамотности: что должен знать учитель? / А.М. Гореев. – Текст : электронный // Наука и школа. – 2021. – №3. – С. 130-136. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/psihologicheskie-aspekty-formirovaniya-funktsionalnoy-gramotnosti-chto-dolzhen-znat-uchitel/viewer> (дата обращения: 14.04.2024).

13. Денищева, Л. О. Подходы к составлению заданий для формирования математической грамотности учащихся 5-6 класса / Л. О. Денищева, К. А. Краснянская, О. А. Рыдзе. – Текст : электронный // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2020. – Т. 2, № 2(70). – С. 181-201. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/podhody-k-sostavleniyu-zadaniy-dlya-formirovaniya-matematicheskoy-gramotnosti-uchaschihsya-5-6-klassa/viewer> (дата обращения: 14.04.2024).

14. Дударева, Н. В. Модель формирования функционально-математической грамотности в процессе обучения математике / Н. В. Дударева, Е. А. Утюмова. – Текст : электронный // Педагогическое образование в России. – 2021. – № 4. – С. 14-25. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=gyyrpx> (дата обращения: 11.03.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

15. Епишева, О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: книга для учителя / О.Б. Епишева. – Москва : Просвещение, 2003. – 223 с. – ISBN 5-09010905-2. – Текст : непосредственный.
16. Иванова, Т. А. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности / Т. А. Иванова, О. В. Симонова – Текст : непосредственный // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2009. – № 1-1. – С. 125-129.
17. Ковалева, Г.С. Функциональность проекта «мониторинг формирования функциональной грамотности обучающихся» / Г.С. Ковалева, Н.И. Колачев. – Текст : электронный // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2023. – №1. – С. 9-32. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/funktsionalnost-proekta-monitoring-formirovaniya-funktsionalnoy-gramotnosti-obuchayuschih-sya> (дата обращения: 11.03.2024)
18. Краснянская, К.А Математическая грамотность и условия ее успешного формирования в 5–6-х классах / К.А Краснянская, О.А Рыдзе. – Текст : электронный // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2023. – №1. – С. 110-123. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematiceskaya-gramotnost-i-usloviya-ee-uspeshnogo-formirovaniya-v-5-6-h-klasseh?ysclid=luzoy3g3vn791029300> (дата обращения: 14.04.2024).
19. Кузнецова, Д. А. Особенности развития мышления в подростковом возрасте / Д. А. Кузнецова, О. А. Братцева. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2018. — № 22 (208). — С. 285-288.
20. Леонтьев А. А. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла / под ред. А. А. Леонтьева. Баллас. М., 2003. 140 с.
21. Леснянская, Ж. А. Психология подросткового возраста и ранней юности: учеб. пособие по курсу «Психология подросткового возраста» / Ж. А. Леснянская; Забайкал. гос. ун-т. – Чита: ЗабГУ, 2018. – 148 с. – Текст : непосредственный.

22. Лукичева, Е. Ю. Математическая грамотность: обзор понятия и методики формирования / Е. Ю. Лукичева. – Текст : непосредственный // Непрерывное образование. – 2020. – № 3(33). – С. 46-53.

23. Малышенко, Г.А. Метапредметные задания как средство развития универсальных учебных действий поколения альфа в процессе математической подготовки в 5-9 классах / Г.А. Малышенко, Е.В. Позднякова. – Текст : электронный // Наука и школа. – 2022. – №6. – С. 216-231. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metapredmetnye-zadaniya-kak-sredstvo-razvitiya-universalnyh-uchebnyh-deystviy-pokoleniya-alfa-v-protsesse-matematicheskoy?ysclid=luzp94ojdj673562229> (дата обращения: 14.04.2024).

24. Морозова, И. С. Развитие когнитивных процессов в онтогенезе: учебное пособие / И.С. Морозова – Кемерово: ГОУ ВПО Кемеровский государственный университет, 2009. – 204 с. – Текст : непосредственный.

25. Покровский, В. П. Методика обучения математике: числовая содержательно-методическая линия : учеб.-метод. пособие / В. П. Покровский ; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2015. – 111 с. – Текст : непосредственный.

26. Проблема формирования способности "применять математику" в контексте уровней математической грамотности / Л. О. Рослова, Е. С. Квитко, Л. О. Денищева [и др.]. – Текст : электронный // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2020. – Т. 2, № 2(70). – С. 74-99. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=yaivoe> (дата обращения: 14.04.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

27. Результаты международного сравнительного исследования PISA в России / Г. С. Ковалева, Э. А. Красновский, Л. П. Краснокутская [и др.]. – Текст : непосредственный // Вопросы образования. – 2004. – № 1. – С. 114-156.

28. Рослова, Л. О. В поиске путей развития математической грамотности учащихся / Л. О. Рослова. – Текст : электронный // Педагогические измерения. – 2017. – № 2. – С. 63-68. – URL:

<https://elibrary.ru/item.asp?id=30322815> (дата обращения: 14.04.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

29. Рослова, Л. О. Критерии для разработки заданий, предназначенных для формирования и оценки математической грамотности / Л. О. Рослова, Е. С. Квитко, И. И. Карамова. – Текст : электронный // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2023. – Т. 2, № S1(90). – С. 51-64. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50408039> (дата обращения: 14.04.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

30. Рослова, Л.О. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности / Л.О. Рослова, К.А. Краснянская, О.А. Рыдзе, Е.С. Квитко. – Текст : электронный // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 1, № 4(61). – С. 58-79. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=39249304> (дата обращения: 14.04.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

31. Рослова, Л.О. Математическая грамотность / Л.О. Рослова, О.А. Рыдзе, К.А. Краснянская [и др.] // Методические рекомендации по формированию функциональной грамотности обучающихся 5-9 классов с использованием открытого банка заданий на цифровой платформе по шести направлениям функциональной грамотности в учебном процессе и для проведения внутришкольного мониторинга формирования функциональной грамотности обучающихся, 2022. – 360 с. – Текст : непосредственный.

32. Российская педагогическая энциклопедия : В 2 т. / Гл. ред. В.Г. Панов. М.: Большая рос. энцикл, 1993. – 1160 с. – Текст : непосредственный.

33. Самсоненко, Л. С. Психолого-педагогические технологии работы с подростками : учебное пособие / Л. С. Самсоненко, Л. Ю. Шавшаева, Н. В. Дроздова. — Оренбург : ОГПУ, 2021. — 96 с. – Текст : непосредственный.

34. Сапа, А.В. Поколение z — поколение эпохи ФГОС/ А.В. Сапа. – Текст : электронный // Инновационные проекты и программы в образовании. – 2014. – №2. – С. 24-30. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/pokolenie-z-pokolenie-epohi-fgos> (дата обращения: 14.04.2024).

35. Светличная, Л. В. Педагогика: курс лекций : учебное пособие / Л. В. Светличная. — Москва : РУТ (МИИТ), 2019. — 81 с. — Текст : непосредственный.

36. Семенова, И. Н. Подбор и конструирование заданий для формирования функциональной математической грамотности у школьников при работе с математическим материалом / И. Н. Семенова, И. Р. Негомодзянова, А. В. Слепухин // Эвристическое обучение математике : V Международная научно-методическая конференция, Донецк, 23–25 декабря 2021 года. — Донецк: Донецкий национальный университет, 2021. — С. 329-334. — Текст : непосредственный.

37. Семенова, И. Н. Элементы операционного состава умения учителя отбирать и конструировать задания для формирования у школьников функциональной математической грамотности / И. Н. Семенова, А. В. Слепухин // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы : Материалы Международной научно-практической конференции, Минск, 25–26 ноября 2021 года – Минск: Учреждение образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», 2021. — С. 99-102. — Текст : непосредственный.

38. Семенова, И. Н. Исследование задачного материала для оценки возможности надёжного формирования функциональной математической грамотности на основе анализа определения понятия / И. Н. Семенова, Е. А. Шорохов. — Текст : электронный // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. — 2023. — № 3(59). — С. 81-94. — URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-zadachnogo-materiala-dlya-otsenki-vozmozhnosti-nadyozhnogo-formirovaniya-funktsionalnoy-matematicheskoy-gramotnosti-na> (дата обращения: 08.06.2024).

39. Семенова, И.Н. К вопросу о корректном использовании терминов, связанных с современными образовательными результатами [Текст] / И.Н. Семенова, Е.А. Шорохов. — Текст : электронный // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. — 2024. — № 1(61). — С.

33-42. – URL: <http://vestnik.shgpi.edu.ru/journal/article/view/1134> (дата обращения: 08.06.2024).

40. Слепухин, А. В. Методические аспекты формирования у обучающихся средней школы компонентов функциональной математической грамотности / А. В. Слепухин. – Текст : электронный // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2022. – № 4(56). – С. 72-78. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?edn=qjzoua> (дата обращения: 11.04.2024). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.

41. Слепухин, А. В. Проектирование методов формирования функциональной грамотности у обучающихся средней школы в условиях использования цифровой образовательной среды / А. В. Слепухин, И. Н. Семенова – Текст : электронный // Педагогическое образование в России. – 2022. – № 6. – С. 56-63. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/proektirovanie-metodov-formirovaniya-funktsionalnoy-gramotnosti-u-obuchayuschihsya-sredney-shkoly-v-usloviyah-ispolzovaniya> (дата обращения: 11.04.2024).

42. Функциональная грамотность младшего школьника : книга для учителя / Н. Ф. Виноградова, Е. Э. Кочурова, М. И. Кузнецова [и др.]. – М. 54: Российский учебник ; Вентана-Граф, 2018. – 288 с. – Текст : непосредственный.