

Министерство просвещения Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики и информатики
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ЕДИНОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИКЕ

Выпускная квалификационная работа
«44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки). Математика и Информатика»

Работа защищена на отметку:

дата

подпись

оценка

Исполнитель:

Васильева Алёна Владимировна
студент группы МИ-1932

Научный руководитель:

Дударева Наталия Владимировна,
кандидат педагогических наук,
доцент кафедры высшей
математики и методики обучения
математике

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. Теоретические основы систематизации знаний обучающихся при изучении математики	5
1.1. Сущность понятия «систематизация» знаний, основные характеристики «систематизации»	5
1.2. Особенности систематизации знаний при подготовке к ЕГЭ по математике	15
ГЛАВА 2. Практические аспекты систематизации знаний учащихся при подготовке к единому государственному экзамену по математике	23
2.1. Анализ типов задач по теме «Неравенства», представленных на ЕГЭ профильного уровня и методы их решения	23
2.2. Комплект заданий по теме: «Неравенства», направленный на систематизацию знаний учащихся при подготовке к ЕГЭ по математике (профильный уровень)	39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	49
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	50

Введение

Общественное соглашение между обществом и государством отражается в Федеральном государственном образовательном стандарте (ФГОС). Внедрение нового поколения стандартов направлено на улучшение системы образования, которая не только предусматривает усвоение ключевых знаний и навыков школьниками, но и, прежде всего, успешную адаптацию к учебному процессу, развитие учебной самостоятельности для обеспечения надежной основы для будущего обучения. Если первоначальная система оценки стандартов была сосредоточена на проверке уровня освоения минимальных требований учащимися, то новые стандарты задают цели и результаты более высокого качества для образовательного процесса. Теперь основным критерием оценки является не просто освоение минимального содержания образования, а умение применять различные методы работы с изучаемым учебным материалом.

Одним из условий реализации ФГОС является овладение универсальными учебными познавательными действиями:

работа с информацией: выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления.

Вопросам систематизации знаний обучающихся посвящены работы авторов: Э.С. Беляева, Б.Н. Божина, Л. Я. Зориной, Ю.С. Ерошкова, Т.В. Раенко, Б. М. Кедрова, В.В. Малев, Н.А. Сапожкова, Н. Ф. Черноволенко, а вопросом подготовки к единому государственному экзамену занимались Е.В. Хорошилова, А.Н. Имамова, Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова, И.В. Яценко.

Объект исследования: процесс обучения математике

Предмет исследования: систематизация знаний при подготовке к единому государственному экзамену по математике.

Цель работы: разработать комплект заданий, направленный на систематизацию знаний учащихся при подготовке к ЕГЭ по математике профильного уровня.

На основании цели исследования, поставлены следующие **задачи** работы:

1. Проанализировать учебно-методическую и педагогическую литературу с целью раскрытия сущности понятия «систематизация» знаний.

2. Рассмотреть особенности систематизации знаний учащихся при подготовке к ЕГЭ.

3. Классифицировать методы и типы решения неравенств, представленных на ЕГЭ профильного уровня.

4. Разработать комплект заданий по теме: «Неравенства ЕГЭ профильный уровень», направленный на систематизацию знаний.

Для решения поставленных цели и задач были использованы следующие методы исследования:

Теоретические: анализ и синтез, обобщение психолого-педагогической, методической литературы по теме исследования, классификация.

Эмпирические: проектирование комплекта заданий по теме исследования.

Глава 1. Теоретические основы систематизации знаний обучающихся при изучении математики

1.1. Сущность понятия систематизация знаний и ее основные характеристики

Основная задача педагога состоит в организации процесса обучения таким образом, чтобы он имел максимальную эффективность. Для этого в учебном процессе нужно использовать и умело сочетать различные приемы и методы организации учебного процесса. К таким приемам, которые способствуют повышению математической грамотности обучающихся, формированию прочных знаний, развитию творчества относится систематизация знаний.

Процесс систематизации знаний –многогранный и сложный, он включает в себя как объективные, так и субъективные элементы, а также требует логического подхода. Важными элементами этого процесса являются взаимодействие субъекта и объекта в процессе осмысления, механизмы эвристического поиска и их взаимосвязь с процессом мышления. Структура логического анализа также имеет ключевое значение в систематизации знаний.

В педагогическом энциклопедическом словаре понятие «систематизация» характеризуется как мыслительная деятельность, в процессе которой изучаемые объекты организуются в определенную систему на основе выбранного принципа» [25].

В философской литературе систематизация рассматривается как «логико-гносеологический процесс, процесс достижения к системному результату, деятельность по систематизации элементов» [28]. Согласно Б. М. Кедрова «понятие синтез соответствует к понятию систематизация, синтез – это систематизация каких-то элементов» [26]. Некоторые авторы рассматривают

систематизацию знаний как «дискурсивный логический процесс обобщения, систему завершающих знаний, упорядочивающих знаний по системообразующим свойствам» [17].

Вопросам организации систематизации знаний, при подготовке к единому государственному экзамену, посвящены работы ряда авторов. Так в своей работе «Использование заданий с параметром как средства обобщения и систематизации знаний школьников по математике» Э.С. Беляева, В.В. Малев, Н.А. Сапожкова дают следующее определение: «Систематизация знаний – деятельность по систематизации рассматриваемого материала, выполняемая самостоятельно или с профессионально-педагогическим сопровождением, направленным на организацию этого процесса, формирование умения его выполнять, и овладение учащимися системой научных знаний» [4].

К примеру, Н. Ф. Черноволенко выделяет систематизацию элементарного и высокого уровней «на элементарном уровне систематизации знаний рассматриваются исходные моменты познания, отдельные и общие понятия, обозначенные в письменном виде, возможности размышления и бытия. В математике сначала приводятся правила, формулы и определения. По содержательному и логическому значению этот уровень соответствует эмпирическому уровню знаний. На этом уровне систематизации осуществляется раскрытие отдельно рассматриваемого предмета, его свойства, связи с другими предметами, кроме этого, его внешние свойства. На этом уровне, при утверждении или отрицании тех или иных свойств используются эмпирические данные. Упорядочивание и обобщение являются начальной стадией».

Высокий уровень систематизации знаний – это «сущностное» познание, закономерность познания мира определяется посредством его изменения и развития. Значит, процесс развития знания – это в одно и то же время процесс

его систематизации, интеграции и упорядочивания знаний. Например, в обучении математики устанавливается связь производного и предела, прикладная и геометрическая интерпретация производного может служить примером высокого уровня систематизации знаний» [34].

Понятие «систематизация знаний» также подробно рассматривается в работах Л. Я. Зориной «под систематизацией знаний она понимает процесс усвоения учеником разделов и их понятий в их логической связи и преемственности» [28].

А.К. Асанбаева определяет «систематизацию как приведение частей целого в какой-либо определенный порядок, в котором составленные части, будучи в известных связях и отношениях друг к другу, составляют единое целое» [3].

Исходя из анализа работ данных авторов, мы пришли к заключению, что понятие «систематизация» разные авторы определяют по-разному, при этом есть и схожие признаки. Для уточнения понятия «систематизация» проведем контент-анализ приведенных определений (Таблица 1).

Таблица 1

Контент-анализ понятия «Систематизация»

Определение	Ключевые слова								
	процесс	связь	усвоение	знания	часть	целое	система	умение	упорядоченная
Асанбаева А.К.		+			+	+			
Беляева Э.С., Малев В.В., Сапожкова Н.А.	+			+			+	+	
Зориной Л. Я.	+	+	+						
Кедрова Б.М.	+			+			+		+
Черноволенко Н.Ф.		+		+					
Педагогический энциклопедический словарь	+						+		

При анализе различных определений понятия «систематизация» посредством контент-анализа, наиболее полным получилось определение Э.С. Беляева, В.В. Малев, Н.А. Сапожкова, поэтому в нашей работе будем использовать данное определение «Систематизация знаний – деятельность по систематизации рассматриваемого материала, выполняемая самостоятельно или с профессионально-педагогическим сопровождением, направленная на организацию этого процесса, формирование умения его выполнять, и овладение учащимися системой научных знаний».

Термин «систематизация» часто встречается в различной литературе и является общенаучным методом получения и накопления знания. Одной из особенностей процесса систематизации, является возможность для учащегося выделить ряд повторяющихся характеристик определенной группы предметов путем их сравнения. В данном случае рассматривается движение в нескольких направлениях: во-первых, происходит поиск и выделение общего признака среди разнообразия предметов и их свойств, во-вторых, осуществляется идентификация предметов этой группы с использованием общего признака. В научно-исследовательской литературе систематизация характеризуется как основной способ формирования знаний обучающихся.

А. К. Асанбаева в своей работе выделила следующие особенности процесса систематизации:

1. «Разработка модели, плана или системы начинается с изучения отдельных компонентов разнообразных математических концепций. В ходе аналитической работы выявляется связь между данными компонентами, исследуется их взаимное влияние. После выбора основополагающего принципа осуществляется создание модели, плана или системы.

2. При рассмотрении нескольких объектов используется прием систематизации, что приводит к выделению нескольких общих свойств и характеристик данных объектов. Поэтому более наглядно и понятно будет показать систематизацию данных знаний в виде таблицы, схемы, рисунка. В

своих работах А.К. Асанбаева показывает, что обобщающая деятельность создает условия для систематизации. Причем, процесс обобщения идет впереди процесса систематизации. Поэтому, чем обширнее обобщение, тем больше связей и отношений можно выделить между объектами, а значит и больший объем материала будет выстроен в систему» [3].

С точки зрения Э.С. Беляевой «процесс обобщения и систематизации знаний не ограничивается действиями над множеством объектов по выделению, обозначению общего, позволяющего объединять, устанавливать связи между ними и организовывать их в систему» [4].

Поэтому важно регулярно проводить обзорные дискуссии, лекции и задания, направленные на развитие аналитических навыков и систематизации информации. Однако, обучение систематизации знаний должно проходить на протяжении всего образовательного пути, а не ограничиваться отдельными сессиями, известными как уроки обобщения и систематизации. Это даст возможность обучающимся эффективно применять анализ, синтез, абстрагирование и конкретизацию, что, безусловно, улучшит процесс усвоения учебного материала.

На таких уроках, систематизации, педагогу важно представить ключевые аспекты материала по конкретной теме или раздела учебной дисциплины в виде целостной системы, каждый элемент, которой обязан быть структурирован и связан с другими элементами системы. Структурирование знаний предполагает их систематизацию и распределение по определенной иерархической системе, где информация не просто перечисляется, а организуется в соответствии с ее значимостью для понимания в конкретный момент времени [7].

Процесс систематизации часто встречается в содержании учебного материала на самых различных типах уроков: урок ознакомление с новым материалом, урок закрепления изученного, урок применения знаний и умений,

урок обобщения и систематизации знаний, урок проверки и коррекции знаний и умений, комбинированный урок, однако, именно на обобщающем уроке процесс систематизации проявляется у обучающихся наиболее ярко и наглядно для них.

Для эффективной систематизации знаний необходимо акцентировать внимание на закреплении в памяти основных положений темы в ходе занятий. Повторение и закрепление материала являются важными элементами этого процесса. Важно выделить узловые вопросы программы для систематизации знаний обучающихся. Необходимо помнить, что систематизация не должна ограничиваться простым повторением материала предыдущих занятий. Организация систематизации знаний требует использования всех этапов данной деятельности: первичных, понятийных, межпонятийных, тематических, итоговых и межпредметных.

Куркина И. П. выделяет следующие технологии, позволяющие целенаправленно организовать систематизацию учебного материала на всех этапах учебного процесса:

1. Технологии личностного ориентированного подхода при организации повторения: различные виды самостоятельных заданий, тестовые задания и контрольные работы предлагаются на трех уровнях сложности – начальном, среднем и продвинутом, что позволяет ученикам самостоятельно выбирать уровень своих знаний.

2. Использование различных видов повторения: начальное, текущее, поддерживающее, итоговое, систематизирующее, обобщающее.

3. В работе активно применяются различные диаграммы, модели, основополагающие конспекты и справочные материалы.

4. В образовательном процессе активно внедряются групповые формы взаимодействия: коллективные задания, обсуждения и совместные проекты [20].

Обобщающий урок не всегда должен являться завершением изучаемой темы или раздела курса учебной дисциплины. Обобщающий урок может быть организован в самом начале изучения модуля. В этом случае речь идет об систематизации учебного материала, но не знаний учащихся. Систематизация знаний может проводиться на любом этапе изучения темы и на уроке любого типа.

Согласно требованиям ФГОС указывают два вида целей урока систематизации знаний:

Содержательные: определение уровня освоения темы (параграфа, раздела) обучающимися и высокий уровень систематизации полученных знаний.;

Деятельностные: обучение и развитие общекультурных знаний, повышение уровня эстетического восприятия мира, создание благоприятных условий для самоопределения обучающимися, стимулирование развития пространственного мышления, творческих способностей, самостоятельной работы, умения эффективно взаимодействовать в команде, стимулирование интереса к познанию, воспитание лидерских черт, обучение методам самоанализа, анализа и сравнения, а также развитию способности систематизировать полученные знания.

Основная задача систематизации учебного материала — оценить качество освоенных знаний у обучающихся и указание способов их углубления и совершенствования.

Данная цель, во-первых, связана с определением степени усвоения обучающимися учебного материала, что показывает уровень овладения знаний, умений и навыков, предусмотренных программой по математике.

Во – вторых, конкретизация основной цели систематизации связана с обучением школьников приемам взаимосистематизации и самосистематизации, формированием потребности в самоконтроле и взаимоконтроле.

В – третьих, цель направлена на развитие у обучающихся таких личностных характеристик, как чувство ответственности за свою работу и стремление к инициативам.

При проведении уроков, направленных на систематизацию знаний обучающихся, рекомендуется использовать следующие методы:

– частично-поисковой метод (обучающиеся слушают и записывают в тетрадь объяснения учителя, а также сами активно участвуют в процессе поиска информации, обсуждении и анализе: изучают данные, организуют информацию и разрабатывают методы решения задач).

– репродуктивно-поисковой метод - процессы, такие как прослушивание, понимание, восприятие, наблюдение, структурирование информации, анализ, решение стандартных задач. Применяется для усвоения теоретических знаний, развития навыков, закрепления учебного материала.

– проблемный метод – смешение индивидуального поискового процесса учащихся с введением учителем необходимых пояснений.

– словесно-наглядный метод – сочетание различных объектов, явлений, технических наглядных средств, пособий, схем, таблиц, рисунков, моделей, приборов с объяснением учителя.

Существует несколько форм систематизации: устная форма; форма письменных проверочных работ; форма практических работ; форма внеклассных мероприятий; форма факультативных, элективных занятий.

Перед педагогами стоит задача систематизировать все изучаемые знания, отсюда Е.И. Титова, А. В. Чапрасова выделили приёмы, помогающие в этом:

1. Разработка таблиц, показывающих взаимосвязь между причинами и следствиями в конкретной теме курса.

2. Создание систем классификации, которые отображают связи иерархии между видовыми и родовыми понятиями, а также взаимосвязи между видовыми понятиями, которые имеют общий род.

3. Использование метода графов, который позволяет в наглядной и сжатой форме выразить логико-генетическую связь между понятиями и последовательностью их формирования у учащихся.

4. Построение таблиц, в которых в определенной системе представлены свойства и основные, наиболее важные применения их [31].

Можно выделить следующие направления для формирования у обучающихся умений систематизации и обобщения учебного материала при изучении математики:

1. Знакомство обучающихся с понятием систематизации знаний;

2. Обучение обучающихся формулировать дидактические цели, касающейся обобщения и систематизации изучаемого материала;

3. Ознакомление с различными способами обобщения и систематизации, обучению их использования в практике;

4. Организация систематизации и обобщения учебного материала;

5. Осуществление заключительного обзора учебного курса [29].

Таким образом, систематизация — это процесс усвоения обучающимся разделов и их понятий в их логической связи и преемственности. Систематизация знаний должна проходить на протяжении всего образовательного пути, а не ограничиваться только специально отведенными уроками\ - уроки обобщения и систематизации.

1.2. Особенности систематизации знаний при подготовке к ЕГЭ по математике

Обучение математике невозможно представить без подготовки учеников к экзамену по стандартам государственной программы. Каждый год этот экзамен претерпевает корректировки, вводятся новые типы заданий и модифицируются те, что уже существуют. Инструменты, которые оказывают значительную поддержку в подготовке к экзамену, это открытые базы заданий, доступные в сети. Эти задания способствуют развитию практических умений у учеников, обучая их решать задачи, подобные тем, что они встретят на экзамене, на основе аналогичных уже решенных примеров. Таким образом, ключевой задачей преподавателя в этих условиях становится создание эффективной теоретической базы знаний, которая поможет ученикам успешно справляться с экзаменационными заданиями. Систематизация знаний, дополненная многократной практикой решений примеров, формирует основу для успешного прохождения экзамена по математике.

Ученики старшего школьного возраста находятся в возрасте 16-18 лет. Профессиональное самоопределение, самостоятельность, попытки понять и переосмыслить свое будущее, являются главными задачами данного возраста. Поэтому значимость ЕГЭ очень возрастает, как основного фактора, который влияет на результат поступления выпускника в высшее учебное заведение и как следствие, на весь путь его становления в профессиональной деятельности.

В своих работах Л.И. Божович, Я.А. Коменский отмечают «рост интеллектуальных возможностей в данный период. На уровне мыслительной деятельности учащихся происходит развитие умения абстрагирования и систематизации, полное понимание причинно-следственных связей, а также умение аргументированно обосновывать свою точку зрения, делать выводы, формировать систему из изученных явлений и факторов».

Особенности старшего школьного возраста, которые влияют на организацию процесса обучения:

1. Выпускники стремятся к самостоятельности в различных аспектах обучения (основной чертой подросткового возраста является широкий кругозор и возможность создать основу для обширных знаний).

2. Они проявляют активность в учебном процессе.

3. Подростки способны к творческому подходу и стремятся к нестандартным решениям учебных задач (подростки интересуются различными аспектами обучения, поэтому важно организовывать процесс таким образом, чтобы они сами приобретали знания, а не просто получали их от учителя).

4. Они осознают важность определенных знаний и навыков для своего будущего образования и карьеры, поэтому обучение имеет для них смысл (важно устанавливать конструктивный диалог между учителем и учеником, а также организовывать исследовательскую деятельность) [1].

Поэтому важно соблюдать педагогические и психологические аспекты образовательного процесса, формирующие благоприятную среду, цель которой — обеспечение эмоционального уюта и позитивного психологического настроения.

В проведении уроков, направленных на систематизацию знаний обучающихся старших классов, наиболее эффективными будут следующие методы учебной деятельности:

– проблемный метод - методика интегрированного обучения, которая включает в себя взаимодействие между самостоятельным поиском информации учащимися и экспертными комментариями преподавателя. Процесс включает в себя слушание, глубокое понимание, критический анализ данных, их систематизацию и поиск эффективных методов решения возникающих задач. Применение метода ключевых задач предполагает тщательное изучение и анализ материала, необходимых для решения фундаментальной «ключевой» задачи.

– словесно-наглядный метод – сочетание различных объектов, явлений, технических наглядных средств, пособий, схем, таблиц, рисунков, моделей, приборов с объяснением учителя [12].

Успешный процесс систематизации знаний предполагает использование разнообразного учебного материала, который постепенно усложняется. Такой подход позволяет ученикам осваивать информацию под различными углами, устанавливая связи между разными разделами учебного курса, что ведет к более полному и глубокому усвоению материала [24].

Контроль за степенью усвоения образовательного материала на протяжении всего процесса обучения позволяет эффективно подбирать методы и формы педагогической работы, а также методики исправления недостатков и пропусков в понимании и применении полученных знаний и навыков.

Процесс исправления ошибок предполагает следующее:

- Подготовка к устранению потенциальных неудач в процессе изучения материала за счет предвидения типичных ошибок и трудностей;

- Разработка навыков самокоррекции и самоисправления учащимися через самостоятельный контроль и редактирование работы;

- Анализ, систематизация и коррекция ошибок учителем, что включает в себя их классификацию и последующее использование для всестороннего анализа и индивидуального подхода к каждому обучающемуся.

Н.В. Ипполитова приводит следующие приёмы систематизации, способствующие формированию умений устанавливать связи и отношения между понятиями, представлять информацию в наглядной форме:

Вычислительные навыки

Этот момент критичен для удачного прохождения экзамена, поскольку использование калькулятора запрещено. В связи с этим, особо важна концентрация внимания на разнообразных техниках для выполнения

умножений, вычисления корней, возведения в степень и других математических операций.

Обязательное знание правил и формул

Для систематизации и подведения итогов в данной ситуации применим метод математических диктантов, который следует выполнить после освоения теоретического материала по теме.

Систематическое совершенствование учебных навыков на практике

Любой человек не способен в памяти удержать все возможные методы решения любых задач. В связи с этим, эксперты рекомендуют на занятиях по систематизации, акцентировать внимание на применении универсальных стратегий и подходов к объединению задач одного типа

А.В. Забеглов, И.В. Пивина выделили следующие основные принципы, ведущие к успешной сдаче ЕГЭ:

1. Ключевым аспектом подготовки к ЕГЭ является развитие у учеников навыков чёткого понимания задания и способности дать ответ, точно отвечающий запросу. В ходе этой подготовки целесообразно применять разнообразные упражнения, цель которых – обучить ребят адекватно анализировать задание и выбирать ответы, которые полностью соответствуют его формулировке.

2. Для достижения успеха на ЕГЭ необходимо регулярно практиковаться в решении экзаменационных задач. Чем больше ученики будут справляться с упражнениями из прошлых выпусков ЕГЭ, тестами из разнообразных методических материалов и задачами, разработанными учителем, тем больше они наберут практики и тем меньше шансов на встречу с неожиданностями во время самого экзамена.

3. Необходимо акцентировать внимание на анализе упражнений, которые вызвали у учащихся больше всего сложностей. Преподаватель должен,

по мере возможности, проанализировать все домашние задания, выделить наиболее сложные вопросы и разобрать их в классе совместно с учениками. Кроме того, необходимо подобрать и проработать с детьми аналогичные задания по тематике и виду, чтобы укрепить их навыки решения подобных задач.

4. Ключевым аспектом является то, что учащиеся должны глубоко усвоить одно фундаментальное понимание: подготовка к ЕГЭ — это не просто задача, это настоящий труд, и качество результата будет напрямую зависеть от количества времени, которое было инвестировано в активную подготовку к экзамену (то есть в такую подготовку, которая включает в себя минимизацию отвлекающих факторов и полную концентрацию на учебе). Это может показаться очевидным. Однако, опираясь на опыт, можно утверждать, что для достижения успеха в подготовке к ЕГЭ учащиеся должны осознавать всю глубину и значимость этого процесса.

5. В течение 2-3 месяцев, предшествующих экзаменационному периоду, интенсивность учебных занятий должна достигнуть максимального уровня. В этот период учащиеся обязаны пройти ряд контрольных работ, подобных ЕГЭ, и уделить особое внимание активному повторению наиболее трудных заданий. Однако, за месяц до экзамена, следует снизить нагрузку, чтобы ученикам было возможно подготовиться к экзамену не только с учебной, но и с психологической точки зрения.

6. Когда вы решаете задания первой части теста и ощущаете, что ваши знания недостаточны, не игнорируйте своё первое впечатление. Часто именно интуитивное решение оказывается верным, в отличие от предположений, основанных на неполном понимании. Интуиция, словно дар, может сразу же указать на правильный ответ после прочтения вопроса. Поэтому стоит пересматривать свой первоначальный выбор только в моменты, когда вы точно

помните материал и убеждены в том, что первоначальный ответ был ошибочным [12].

С.С. Чуприна выделила следующие особенности систематизации знаний при подготовке к ЕГЭ:

1. Отработка навыков решения различных заданий.
2. Систематизация теоретического материала.
3. Составление презентаций по блокам вопросов кодификатора.
4. Разработка схем и сводных таблиц по различным темам.
5. Решение тематических тестов.
6. Решение заданий различных типов из КИМов.

Н.П. Черкашина в своей статье «Систематизация задач по геометрии при подготовке учащихся к ЕГЭ» обозначила следующий ключевой момент работы по систематизации знаний обучающихся: обучающиеся самостоятельно подготавливают в виде развернутой шпаргалки справочный материал по разделам. В нём также содержатся теоремы, определения, свойства, чертежи. Затем справочный материал проверяется, в случае необходимости дополняется.

На основе данных дидактических условий успешной подготовки учащихся к единому государственному экзамену по математике выделим аспекты систематизации для их успешного применения:

1. *Составление различных видов конспектов изучаемого материала.* Приём позволяет развить умение логически правильно выражать основные положения изучаемого материала. Можно в конспектах материал максимально сокращать, часть его зашифровывать путём использования знаков, символов и схем.

2. *Работа со справочником.* Учащиеся составляют свой справочник. Обычно он располагается в конце тетради. В него учащиеся заносят материал,

который часто используется на занятиях. Регулярная работа со справочником помогает быстро ориентироваться в материале.

3. *Составление плана изучаемого материала.* Данный приём служит опорой для лучшего запоминания изучаемого материала. В геометрии этот приём часто используют при проведении доказательств теорем. План помогает более детально и последовательно разобраться в информации, увидеть главное.

4. *Составление классификационных схем.* Схемы позволяют экономно и наглядно показывать общее для понятий, их взаимосвязь, последовательность формирования.

5. *Составление таблиц.* Основные требования к таблицам: лаконичность и наглядность.

6. *Составление логической цепочки суждений.* Этот метод требует строгой логической последовательности и обоснования умозаключений.

7. *Постепенное усложнение решаемого материала.* От более простых примеров к более сложным заданиям.

8. *Нахождение ошибок, задачи на проверку готового решения.* При решении данных заданий обучающимся приходится вспоминать алгоритм, смотреть как он реализован, в случае чего исправить ошибки.

Таким образом, выделенные особенности систематизации знаний при подготовке к единому государственному экзамену способствуют более качественному пониманию информации, её усвоению, запоминанию и применению в дальнейшем.

Выводы по 1 главе:

1. Проведен анализ литературы с целью определения понятия «систематизация» знаний, в рамках данной работы было взято определение Беляева Э.С., Малев В.В., Сапожкова Н.А. «Систематизация знаний – деятельность по систематизации рассматриваемого материала, выполняемая самостоятельно или с профессионально-педагогическим сопровождением, направленным на организацию этого процесса, формирование умения его выполнять, и овладение учащимися системой научных знаний».
2. Были рассмотрены методы, приемы и виды заданий характерные для систематизации знаний при подготовке ЕГЭ.

Глава 2. Практические аспекты систематизации знаний учащихся при подготовке к единому государственному экзамену по математике

2.1. Анализ типов задач по теме «Неравенства», представленных на ЕГЭ профильного уровня и методы их решения

Материал, связанный с решением неравенств, составляет значительную часть школьного курса математики. В статье «О проблемах при изучении неравенств» В.А. Тестов отмечает «в последние годы совершенно неблагоприятным стало положение с изучением неравенств в школьном курсе математики. Это связано: с отсутствием четкой и понятной терминологией; постоянно повторяющимся процессом сокращений и упрощений школьной программы, в результате которых основным свойствам неравенств не уделяется достаточно внимания; отсутствием у учеников мотивации изучать неравенства в силу его сложности и оторванности преподавания этой темы от практического опыта. Для решения данных проблем предлагается опираться на четко продуманную стратегию обучения учащихся» [16].

Анализ результатов 2023 года:

С 2022 года наблюдается общее снижение среднего тестового балла, в 2023 году показатели еще ухудшились по сравнению с 2022 годом, данную тенденцию можно объяснить следующим: обучающие застали дистанционный режим (в период пандемии), в ходе которого изучалось ряд важных тем. Так же изменилась структура КИМов, вместо трех заданий базового уровня добавили две задачи повышенного уровня в 1 части. Смена оценивания заданий-стереометрическая задача (было 2 балла) стала оцениваться 3 балла, а экономическая задача (было 3 балла) стала оцениваться в 2 балла, учитывая, что экономическая задача решается намного лучше по сравнению с геометрией.

Согласно статистике в 2023 году 0 баллов за 14 задание, представленное на ЕГЭ профильного уровня, набрали 63,9% обучающихся, 1 балл- 1,7% и 2 балла – 34,4% по России. Что касается Свердловской области, то 0 баллов за 14 задание получили 82,66% сдающих, 1 балл-1,15%, 2 балла – 16,19%.

Процент решаемости этого задания снизился по сравнению с предыдущими годами (в 2022 году-32,32%), это связано с изменением типа, представленного в КИМе неравенства, предыдущие года неравенство было показательное, а в 2023 году логарифмическое. Алгоритм решения неравенства предполагает цепочку равносильных преобразований: при вынесении показателя степени за знак логарифма, следовало поставить знак модуля, что и являлось одной из главных ошибок. В большом количестве работ был получен правильный ответ, но в ходе решения были использованы неравносильные преобразования, что и повлекло потерю баллов.

В 2022 году задание, содержащие решение неравенства, выполняют на 1-2 балла 40% участников экзамена, из которых большая часть на максимальный балл, т.е. большинство участников, нашедших путь решения, верно доводят ход решения до ответа. 14 задание чаще всего решают выпускники с высоким или средним уровнем подготовки, обучающиеся с низким уровнем знаний не берутся за решение.

В последние годы все чаще начинает встречаться обобщённый метод интервалов, суть которого заключается в решении уравнения и определение знака функции на интервалах знакопостоянства. Выпускники, даже понимающие суть данного метода, часто не могут грамотно оформить ход решения и теряют логику своих рассуждений. Связано это с тем, что сдающие пытаются решить по аналогии с похожими примерами или пытаются вспомнить изучаемый алгоритм. Так в 2023 году некоторые выпускники пытались решить неравенство данным

методом, но не учитывали область допустимых значений, поэтому выставили знаки на промежутках, где логарифм не существует.

В последнее время наиболее яркой стала разница между выпускниками, решающими только 1 часть и выпускниками, приступившими к решению 2 части. Можно предположить, что это связано с огромным количеством письменных видов работ: тесты с краткими ответами и др. При этом обучающиеся мало практикуются в устных ответах, развернутых письменных ответах. Поэтому сдающие экзамен понимают математический смысл задания, могут решить неравенства, но в силу отсутствия практики у них не получается грамотно записать последовательность решения.

Множество педагогов склонны заучивать учащихся на определенные шаблонные решения задач по неравенствам, ошибочно считая, что именно такие методы будут считаться единственно верными при оценке. В результате, значительная часть обучающихся применяют нерациональные для конкретной задачи способы решения, что приводит к ошибкам в ответах, неправильности в методах решения и, в некоторых ситуациях, а иногда даже невозможности найти решение вообще. Поэтому стоит начинать свою подготовку к экзамену с повторения простейших заданий, в том числе и заданий прошлых лет. Так же при проверке решений педагог должен обращать внимание не только на правильность ответа и схожесть хода решения с представленным в ответах, но и на корректность и обоснованность решения.

Решаемость 16,82% против 32,32% в прошлом году. Во всех группах наблюдается снижение решаемости, в группах «2», «3» и «4» существенные затруднения. Доли набравших 1 и 2 первичных балла также уменьшились по сравнению с прошлым годом (Таблица 2) [23].

Таблица 2

Решаемость 14 задания на ЕГЭ 2024 года по Свердловской области.

Количество баллов за задание	Средний процент выполнения	1 группа (минимальный уровень подготовки: 0-22 первичных баллов)	2 группа (базовый: 27-40)	3 группа (базовый: 46-58)	4 группа (повышенный: 64-80)
1	1,1	0,01	0,2	2	2,1
2	17,2	0,01	0,3	27,9	86,3

Рекомендации по совершенствованию организации и методики преподавания математике на основе выявленных типичных затруднений и ошибок выделил О.А. Белослудцев:

1. Организовать проведение практических занятий, открытых уроков, обучающих семинаров с участием наиболее опытных педагогов с целью распространения лучших практик преподавания математики в школе, по выработке эффективных подходов к более качественному обучению.

2. Особое внимание при подготовке к ЕГЭ по математике профильной следует обратить на выполнение заданий, в первую очередь, которые успешно решались в последние несколько лет, постепенно добавляя задания для успешного выполнения при преодолении необходимого минимума для получения удовлетворительного результата.

3. В процессе подготовки основной акцент должен быть сделан не на «натаскивание» учащихся на «получение правильного ответа в определенной форме», а на достижении осознанности знаний учащихся, на формировании

умения применить полученные знания в практической деятельности, умения анализировать, сопоставлять, делать выводы, подчас в нестандартной ситуации.

4. Регулярно обновлять комплект методического обеспечения, в т. ч. и в цифровом формате.

5. Методическая поддержка педагогов, работающих со школьниками с разными уровнями подготовки, особенно в сельских и малокомплектных школах.

6. Изучить рекомендации для различных групп учащихся по итогам ЕГЭ 2023 и репетиционного тестирования. По итогам проведённого репетиционного тестирования и ЕГЭ, будущие выпускники получают рекомендации, с учётом различного уровня подготовки для обеспечения положительной динамики индивидуальных достижений обучающихся.

7. Организация и разработка внеурочных и элективных курсов.

8. Работа с группами высокобалльников и группами риска, выявленными в ходе мониторинга уровня знаний школьников.

9. Изучение эффективных методик обучения учеников в рамках методического объединения области.

10. Своевременный и регулярный мониторинг уровня подготовки учащихся [29].

Для успешной сдачи государственной итоговой аттестации важно организовать систематизацию учебного материала на всех этапах учебного процесса. Опыт проведения ЕГЭ показывает, что разработка соответствующих технологий играет ключевую роль в этом процессе.

В учебной программе по математике можно выделить шесть ключевых направлений числовых и функционально-алгебраических линий:

- целые числа, степени с натуральным показателем, целые алгебраические выражения (многочлены), целые рациональные функции,

- дроби, степени с целым отрицательным показателем, алгебраические дроби, дробно-рациональные функции,
- корни, степени с дробным показателем, иррациональные алгебраические выражения, иррациональные функции,
- тригонометрические выражения, тригонометрические функции,
- степени с действительным показателем, показательные выражения, показательная функция,
- логарифмы, логарифмические выражения, логарифмическая функция.

Таким образом, каждое математическое неравенство из школьной программы можно однозначно классифицировать по одному из указанных функционально-алгебраических типов.

На экзамене по математике профильного уровня представлены следующие типы неравенств:

1. Целые рациональные
2. Дробно-рациональные неравенства
3. Неравенства, содержащие переменную под знаком абсолютной величины (модуль)
4. Тригонометрические неравенства
5. Показательные
6. Логарифмические неравенства

Общие методы решения неравенств:

1. Метод интервалов
2. Группировка и разложение на множители
3. Метод введения новой переменной
4. Применение свойств функций к решению неравенств

5. Метод знакотождественных множителей (метод замены функции, метод замены множителей, метод рационализации)

Рассмотрим конкретные методы решения для каждого из типов неравенств, представленных на ЕГЭ

Целые рациональные неравенства

С.А. Шестаков «целыми рациональными неравенствами (или просто целыми неравенствами) называют неравенства вида $f(x) \vee 0$, где $f(x)$ — многочлен, а знаком « \vee » здесь и далее обозначен один из четырёх возможных знаков неравенств « $>$ », « $<$ », « \leq », « \geq »» [29].

Линейные неравенства

При решении линейных неравенств графический способ, как правило не используют, неравенство приводится к виду $ax \vee -b$, после чего обе части неравенства делится на число a .

Типичные ошибки:

1. При решении линейного неравенства чаще всего допускаются ошибки при делении обеих частей на отрицательное число, обучающиеся забывают поменять знак неравенства.

2. Избегая множества ошибок, связанных с решением неравенств, содержащих дробные коэффициенты, рекомендуется сначала привести уравнение к виду с целыми коэффициентами, умножив обе его части на общий знаменатель дробей.

3. При решении линейных и более сложных неравенств возможно получение уравнения, не содержащего переменной, после приведения подобных слагаемых. Такие ситуации могут стать вызовом для многих учащихся, хотя в итоге интерпретация полученных неравенств не представляет сложностей. Для этого необходимо просто ответить на вопрос ««при каких значениях переменной будет выполняется данное неравенство?»»

Квадратные неравенства

Решение квадратного неравенства $ax^2 + bx + c \vee 0$ определяется, в сущности, знаком старшего коэффициента a и знаком дискриминанта $D = b^2 - 4ac$.

- если $a > 0$ и $D > 0$, то квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$ принимает положительные значения при всех $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$, отрицательные значения — при всех $x \in (x_1; x_2)$ и обращается в нуль в точках $x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ и $x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

- если $a > 0$ и $D = 0$, то квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$ принимает положительные значения при всех $x \in (-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$, обращается в нуль в точке $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = x_0$, а отрицательных значений не принимает

- если $a > 0$ и $D < 0$, то квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$ принимает только положительные значения

- если $a < 0$ и $D > 0$, то квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$ принимает положительные значения при всех $x \in (x_1; x_2)$, отрицательные значения — при всех $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ и обращается в нуль в точках $x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ и $x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

- если $a < 0$ и $D = 0$, то квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$ принимает положительные значения при всех $x \in (-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$, обращается в нуль в точке $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = x_0$, а положительных значений не принимает

- если $a < 0$ и $D < 0$, то квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$ принимает только отрицательные значения

Существует еще один метод решения квадратных неравенств – метод интервалов и связан с разложением многочлена на множители. Точки x_1 и x_2 разбивают числовую прямую на три промежутка, знак функции $f(x)$ в которых легко определить по её знаку в одной из точек промежутка, после чего записываем ответ.

При решении может использоваться метод введения новой переменной. Основной идеей данного метода является замена повторяющегося алгебраического выражения некоторой буквой, играющей роль новой переменной. Чаще всего замена является лишь вспомогательным этапом, целью которого является получения более простого неравенства.

Так же может быть использован способ знакотождественных множителей. Суть данного способа заключается в возможности с учетом ОДЗ замене одного или нескольких множителей. Неравенство вида: $a_1(x) \cdot a_2(x) \cdot \dots \cdot a_n(x) \vee 0$

1. $a(x) = u^{2n+1}(x) - v^{2n+1}(x)$ и $b(x) = u(x) - v(x)$ (разность одинаковых нечётных степеней двух выражений можно заменять разностью этих выражений);

2. $a(x) = u^{2n}(x) - v^{2n}(x)$ и $b(x) = u^2(x) - v^2(x)$ (разность одинаковых чётных степеней двух выражений можно заменять разностью квадратов этих выражений).

Еще один метод решение - применение свойств функции таких как ограниченность, монотонность, периодичность. Такой способ обычно относится к нестандартным неравенствам.

Типичные ошибки:

1. При решении квадратных неравенств чаще всего допускается ошибка в определении знаков корней квадратного трехчлена и знаков промежутков при решении методом интервалов.

2. Еще одна частая ошибка — включение или невключение граничных точек в ответ.

Дробно-рациональные неравенства

В отличие от целых неравенств, дробно-рациональные неравенства могут иметь смысл не при всех значениях переменной.

Простейшие дробно-рациональные неравенства решаются приведением к линейным или квадратным неравенствам (перенос всех алгебраических выражений в одну из частей неравенства, приведение алгебраических дробей к общему знаменателю, вынесение общего множителя), следовательно используются такие же методы решения.

Типичные ошибки:

1. Смешение методов решения дробно-рациональных уравнений и неравенств (иногда это выдается за метод интервалов). Например, $\frac{x+1}{x-3} < 0, x + 1 < 0$ при $x - 3 \neq 0$.

2. Еще одна частая ошибка — включение граничных точек в ответ.

3. Часто учащиеся допускают ошибки при умножении неравенства на знаменатель, который не имеет определенного знака при любых значениях переменной.

Неравенства, содержащие переменную под знаком абсолютной величины (модуль)

Основными методами решения являются равносильные преобразования и «раскрытие» модуля по определению (метод промежутков). Также используется геометрический смысл модуля, свойства монотонности и ограниченности функции.

Эти неравенства можно решать на основании равносильных переходов:

$$|f(x)| < b \Leftrightarrow \begin{cases} |f(x)| < b \\ |f(x)| < -b \end{cases}, |f(x)| > b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < b \\ f(x) < -b \end{cases}$$

- Если $b \leq 0$, то множеством решения неравенства зависит от знака неравенства с учётом неотрицательности модуля

- Если $b \geq 0$, то неравенства $|f(x)| < b$ и $|f(x)| \leq b$ решений не имеют, а неравенства $|f(x)| > b$ и $|f(x)| \geq b$ справедливы при любом значении переменной

- Если $b = 0$, то неравенство $|f(x)| < 0$ решений не имеет, а $|f(x)| \leq 0$ равносильно уравнению $f(x) = 0$, $|f(x)| > 0$ равносильно $f(x) \neq 0$, а неравенство $|f(x)| \geq 0$ справедливо при любом значении переменной.

Типичные ошибки:

1. Частой ошибкой учеников является несоблюдение правил, сохраняющих равносильность. В связи с этим, происходит ошибка в решении, что в корне делает ответ неверным.

Иррациональные неравенства

Основными методами решения данного типа является как общие для числовых неравенств свойства, так и на определение свойствах корней и степеней с дробными показателями.

Определение арифметического корня четной степени:

$$\sqrt[2n]{a} = b \leftrightarrow \begin{cases} a = b^{2n} \\ b \geq 0 \end{cases}$$

- Если $b > 0$, то неравенства $(f(x))^{\frac{1}{n}} > b$ и $(f(x))^{\frac{1}{n}} \geq b$ равносильны $f(x) > b^n$ и $f(x) \geq b^n$ соответственно, $(f(x))^{\frac{1}{n}} < b$ и $(f(x))^{\frac{1}{n}} \leq b$ равносильны двойным неравенствам $0 \leq f(x) < b^n$ и $0 \leq f(x) \leq b^n$ соответственно

- Если $b \leq 0$, то множество решений неравенства зависит от знака неравенства

- Если $b < 0$, то неравенства $(f(x))^{\frac{1}{n}} > b$ и $(f(x))^{\frac{1}{n}} \geq b$ выполняются при всех значениях переменной, для которых $f(x) \geq 0$, а неравенства $(f(x))^{\frac{1}{n}} < b$ и $(f(x))^{\frac{1}{n}} \leq b$ не имеют решений

- Если $b = 0$, то $(f(x))^{\frac{1}{n}} > 0 \leftrightarrow f(x) > 0$, $(f(x))^{\frac{1}{n}} \geq 0 \leftrightarrow f(x) \geq 0$, $(f(x))^{\frac{1}{n}} \leq 0 \leftrightarrow f(x) = 0$, $(f(x))^{\frac{1}{n}} < 0$ не имеет решений.

Типичные ошибки:

1. Самый распространенный вид ошибок при решении иррациональных неравенств связан с тем, что учащимися не учитывается область допустимых значений неизвестного для корня четной степени.

2. Нередко учащиеся не учитывают ограничения, которые накладываются на выражения, стоящие вне знака корня четной степени и содержащие неизвестную величину.

Тригонометрические неравенства

Для более сложных тригонометрических неравенств используется метод интервалов, введения новой переменной.

Для простых тригонометрических неравенств используется следующий алгоритм:

Неравенство $\sin x \forall a$

- Для того чтобы решить неравенство $\sin x < a$ ($\sin x \leq a$), нужно найти все точки единичной окружности, ордината каждой из которых меньше (не больше) a .

- Для того чтобы решить неравенство $\sin x > a$ ($\sin x \geq a$), нужно найти все точки единичной окружности, ордината каждой из которых больше (не меньше) a .

Неравенство $\cos x \forall a$

- Для того чтобы решить неравенство $\cos x < a$ ($\cos x \leq a$), нужно найти все точки единичной окружности, абсцисса каждой из которых меньше (не больше) a .

- Для того чтобы решить неравенство $\cos x > a$ ($\cos x \geq a$), нужно найти все точки единичной окружности, абсцисса каждой из которых больше (не меньше) a .

Неравенство $\operatorname{tg} x \vee a$

- Для того чтобы решить неравенство $\operatorname{tg} x < a$ ($\operatorname{tg} x \leq a$), на единичной окружности отмечают дуги, соответствующие части линии тангенса, лежащей ниже (не выше) точки A .

- Для того чтобы решить неравенство $\operatorname{tg} x > a$ ($\operatorname{tg} x \geq a$), на единичной окружности отмечают дуги, соответствующие части линии тангенса, лежащей выше (не ниже) точки A .

Неравенство $\operatorname{ctg} x \vee a$

- Для того чтобы решить неравенство $\operatorname{ctg} x < a$ ($\operatorname{ctg} x \leq a$), на единичной окружности отмечают дуги, соответствующие части линии котангенса, лежащей левее (не правее) точки A .

- Для того чтобы решить неравенство $\operatorname{ctg} x > a$ ($\operatorname{ctg} x \geq a$), на единичной окружности отмечают дуги, соответствующие части линии котангенса, лежащей правее (не левее) точки A .

Типичные ошибки:

1. Ученики плохо понимают, что такое тригонометрическая окружность и как с нею связаны тригонометрические функции. Большое количество ошибок обусловлено неумением отбирать корни.

2. Неправильным чтением числовых промежутков, изображенных на единичной окружности.

3. Еще один источник ошибок – неверное применение тригонометрических формул.

Показательные неравенства

Решение простейших показательных неравенств существенным образом основывается на монотонности показательной функции если $a > 1$, то функция $y = a^t$ возрастает на всей числовой прямой, и тогда $a^{t_1} < a^{t_2} \leftrightarrow t_1 < t_2, a^{t_1} \leq a^{t_2} \leftrightarrow t_1 \leq t_2$; если $0 < a < 1$, то функция $y = a^t$ убывает на всей числовой прямой, и тогда $a^{t_1} < a^{t_2} \leftrightarrow t_1 > t_2, a^{t_1} \leq a^{t_2} \leftrightarrow t_1 \geq t_2$.

Для более сложных показательных неравенств могут использоваться следующие способы: метод знакотождественных множителей и метод интервалов, метод введения новой переменной, исследования ОДЗ.

Типичные ошибки:

1. При решении показательных неравенств возникновение ошибок, как правило, вызвано тем, что учащиеся неверно применяют свойства показательной функции. Не учитывают, что при положительном, меньшем единицы основании, показательная функция является убывающей.

2. Пренебрежение областью допустимых значений неизвестного.

Логарифмические неравенства

Общие методы решения логарифмических неравенств (равносильные преобразования, метод введения новой переменной, метод знакотождественных множителей, метод интервалов и др.) предполагают умение применять свойства логарифмов и использовать монотонность логарифмической функции.

Решение простейших логарифмических неравенств существенным образом основывается на монотонности логарифмической функции и учитывает её область определения.

• Если $a > 1$, то функция $y = \log_a t$ возрастает на $(0; +\infty)$, и тогда $\log_a t_1 < \log_a t_2 \leftrightarrow \begin{cases} t_1 < t_2 \\ t_1 > 0 \end{cases}$

- Если $0 < a < 1$, то функция $y = \log_a t$ убывает на $(0; +\infty)$, и тогда $\log_a t_1 > \log_a t_2 \leftrightarrow \begin{cases} t_1 > t_2 \\ t_2 > 0 \end{cases}$

- Если $a > 1$, то $\log_a f(x) \leq \log_a g(x) \leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$,

$$\log_a f(x) \geq b \leftrightarrow f(x) \geq a^b, \log_a f(x) \leq b \leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq a^b \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Для более сложных логарифмических неравенств могут быть использованы равносильные преобразования, метод знакотождественных множителей и метод интервалов, исследование ОДЗ неравенства.

Типичные ошибки:

1. При решении неравенства с помощью перехода к совокупности двух систем основные ошибки связаны с неверным раскрытием комбинаций совокупностей и систем, выбором ответа в случае пересечения и объединения множества, включения или невключения в ответ концов промежутков в соответствии со строгостью знака неравенства.

2. При решении методом интервалов основная ошибка состоит в расстановке знаков на числовой прямой без учета области определения функции. В результате функция «получает» знак на промежутках, в которых не определена.

3. Также одной из распространённых ошибок является автоматическое чередование знаков промежутков.

4. Несоответствие между изображением концов промежутка на числовую прямую и записью этого промежутка.

5. При вынесении четной степени обучающиеся забывают поставить знак модуля у подлогарифмического выражения [18].

Таким образом, каждый тип неравенств, представленных на едином государственном экзамене, имеет свои отличительные решения, но в тоже время

мы можем наблюдать и общие методы, которые могут быть актуальными не только для 1 типа. Например, метод введения новой переменной, метод знакотождественных множителей, метод интервалов и др.

2.2. Комплект заданий по теме: «Неравенства ЕГЭ профильный уровень»

В предыдущих параграфах были рассмотрены особенности систематизации при подготовке к единому государственному экзамену, на основе которых и был разработан комплект заданий. В сборнике учтены следующие особенности:

1. Конспектирование материала, краткая запись основных положений в решении определенного типа неравенств.
2. Работа со справочным материалом, составление индивидуального справочника, запись используемых формул и правил при решении определённого типа неравенств.
3. Составление плана изучаемого материала, перед началом решения неравенства, составление плана дальнейшего решения.
4. Составление схем, таблиц.
5. Составление логической цепочки суждений, запись формул и правил, используемых в решении конкретной задачи.
6. Постепенное усложнение материала: от более простых заданий к сложным.
7. Задание на проверку правильности решения.

Комплект заданий по теме: «Неравенства ЕГЭ профильный уровень»

Задание 1. Решите следующие неравенства:

$$1. (x^2 - 9x)^2 + 4x^2 < 36x + 140$$

$$2. 4^{\frac{1}{x}-2} - 4 \cdot 2^{\frac{1}{x}-3} - 8 \geq 0$$

Какой метод был использован при решении данных неравенств?

Можно ли решить данные неравенства другими способами?

Какой из методов будет более рационален и удобен на ваш взгляд?

Почему?

Задание 2. Заполните пропуски в таблице (таблица 3).

Таблица 3

Решение показательного неравенства методом введения новой переменной.

<i>Решение</i>	<i>Комментарий (краткая запись основных теоретических моментов в решении)</i>
$\frac{49^x - 6 \cdot 7^x + 3}{7^x - 5} + \frac{6 \cdot 7^x}{7^x - 7} \leq 7^x + 5$	
Пусть $t = 7^x > 0$ $\frac{t^2 - 6t + 3}{t - 5} + \frac{6t}{t - 7} \leq t + 5$	Вводим новую переменную, тогда получим следующее неравенство.
	Переносим все слагаемые в левую сторону, приводим дроби к общему знаменателю
	Решаем данное неравенство методом интервалов
$\begin{cases} 0 < t \leq 1 \\ 5 < t < 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 < 7^x \leq 1 \\ 5 < 7^x < 7 \end{cases}$	
	Записываем ответ

Задание 3. Решите данное неравенство:

$$3^{2x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+x+6} + 3^{2x+12} > 0$$

Составьте блок схему с основными этапами решения данного неравенства. Какой способ применяется при решении данного неравенства, какие формулы, свойства потребовались вам при решении?

Задание 4. Опираясь на справочный материал, решите неравенство:

$$\log_2((7^{-x^2} - 3)(7^{-x^2+16} - 1)) + \log_2 \frac{7^{-x^2}-3}{7^{-x^2+16}-1} > \log_2(7^{7-x^2} - 2)^2$$

Справочный материал:

1. $\log_a(bc) = \log_a|b| + \log_a|c|$

2. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a|b| - \log_a|c|$

3. $\log_a b^n = \begin{cases} n \cdot \log_a|b|, & \text{если } n - \text{четное число} \\ n \cdot \log_a b, & \text{если } n - \text{нечетное число} \end{cases}$

Выделите формулы, которые были использованы при решении.

Какие формулы были использованы при решении, не входящие в справочный материал?

Почему при использовании данных свойств у нас появляется модуль, приведите пример необходимости данного действия.

Задание 5. Сначала составьте план решения в виде блок схемы, а после решите данное неравенство:

$$\log_3(x^2 - x - 3) + \log_3(2x^2 + x - 3) \geq \log_3(x^2 - 2)^2 + 2 + \log_{\frac{1}{3}} 4$$

Задание 6. Решите следующие неравенства:

1. $\frac{x^4-8x^3+16x^2}{x^2-6x+5} \geq 0$

2. $(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4 \leq 0$

Какой метод был использован при решении данных неравенств?

Можно ли решить данные неравенства другими способами?

Какой из методов будет более рационален и удобен на ваш взгляд?

Почему?

Задание 7. Заполните пропуски в таблице (таблица 4).

Таблица 4

Решение показательного неравенства методом интервалов.

<i>Решение</i>	<i>Комментарий (краткая запись основных теоретических моментов в решении)</i>
$\log_{3x-3} 3 + \log_{(x-1)^2} 27 \geq 2$	
	Перейдем к основанию 3 и упростим левую часть неравенства
Пусть $t = \log_3(x - 1)$, тогда	Вводим новую переменную, тогда получим следующее неравенство.
	Решаем полученное неравенство методом интервалов.
$\begin{cases} -1 < \log_3(x - 1) \leq -\frac{3}{4} \rightarrow \\ 0 < \log_3(x - 1) \leq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{4}{3} < x \leq 1 + \frac{1}{\sqrt[4]{3^3}} \\ 2 < x \leq 4 \end{cases}$	
	Записываем ответ

Задание 8. Решите данное неравенство:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} - \frac{6}{x-3} \geq 0$$

Составьте блок-схему с основными этапами решения данного неравенства. Какой способ применяется при решении данного неравенства, какие формулы, свойства потребовались вам при решении?

Задание 9. Опираясь на справочный материал, решите неравенство:

$$\frac{\log_2(2x^2 - 17x + 35) - 1}{\log_7(x + 6)} \leq 0$$

Справочный материал:

$$4. \log_a(bc) = \log_a|b| + \log_a|c|$$

$$5. \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a|b| - \log_a|c|$$

$$6. \log_a b^n = \begin{cases} n \cdot \log_a|b|, & \text{если } n - \text{четное число} \\ n \cdot \log_a b, & \text{если } n - \text{нечетное число} \end{cases}$$

Выделите формулы, которые были использованы при решении.

Какие формулы были использованы при решении, не входящие в справочный материал?

Почему при использовании данных свойств у нас появляется модуль, приведите пример необходимости данного действия.

Задание 10. Оцените решение, представленное ниже, согласно следующим критериям:

Критерии оценивания:

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

ege.sdamgia.ru

Решение:

$$\frac{2}{5^x + 75} \geq \frac{1}{5^x - 25}$$

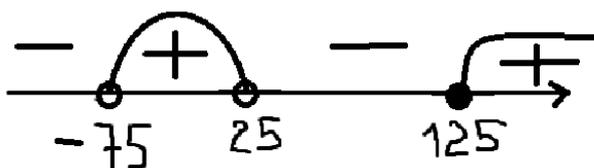
Введем замену пусть $5^x = t$

$$\frac{2}{t + 75} \geq \frac{1}{t - 25}$$

$$\frac{2t - 50}{(t + 75)(t - 25)} \geq \frac{t + 75}{(t + 75)(t - 25)}$$

$$\frac{2t - 50 - t - 75}{(t + 75)(t - 25)} \geq 0$$

$$\frac{t - 125}{(t + 75)(t - 25)} \geq 0$$



$$\begin{cases} t \geq 125 \\ t < 25 \\ t > -75 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5^x \geq 125 \\ 5^x < 25 \\ 5^x > -75 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x < 2 \\ x > -\log_5 75 \end{cases}$$

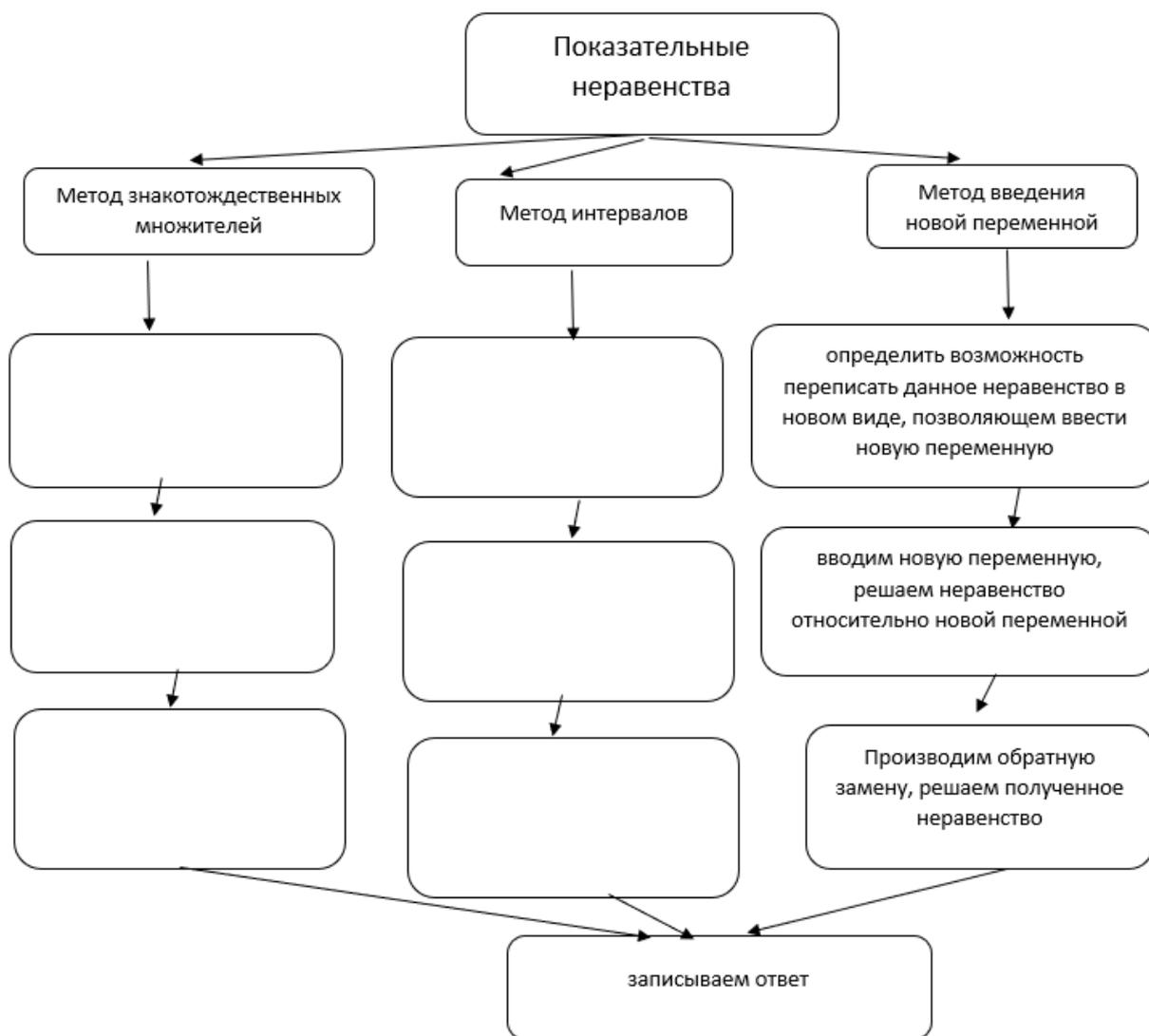
Ответ: $(-\log_5 75; 2) \cup [3; +\infty)$

Какие ошибки были допущены при решении? Исправьте их, запишите верное решение.

На какое количество баллов было бы оценена данная работа на ЕГЭ?

Какой метод использовался при решении данного неравенства?

Задание 11. Дополните следующую блок схему, недостающими блоками:



Могут ли при решении показательных неравенств использоваться другие методы? Если да, то какие?

Задание 12. Решите неравенства:

$$2^{2x+4} - 16 \cdot 2^{x+3} - 2^{x+1} + 16 \leq 0$$

Выберите что из перечисленного ниже использовалось при решении данного неравенства:

1. Группировка
2. Проверка
3. Область допустимых значений
4. Свойства квадратного корня

5. Разложение на множители квадратного трехчлена
6. Метод рационализации
7. Метод интервалов

Задание 13. Распределите данные неравенства по методам, которыми они решаются. Ответьте на вопросы.

1. $20 (\log_4 \cos x)^2 + 4 \log_4 \cos x \leq 1$
2. $\sqrt{2 \cdot 9^x - 7 \cdot 3^{x+1} + 10} \leq 3^x - 10$
3. $\log_{\frac{1}{3}}(27 - 2x^2 - 3x) < 2 \log_{\frac{1}{9}}(24 - x^2 - x)$
4. $2^{2x+4} - 16 \cdot 2^{x+3} - 2^{x+1} + 16 \geq 0$
5. $x + \frac{8x-45}{x-7} + \frac{x^2+15x-132}{x^2-16x+63} > 1$
6. $\log_3(x - 3) + (\log_2(x - 2) - 3)(\log_3(x - 3) - 2) \geq 2$
7. $\frac{x^2-9}{2x+5} \leq \frac{x^2-9}{3x+2}$
8. $x \log_7 x + 1 > x + \log_7 x$
9. $(x^2 - 2x)^2 + 36x + 45 < 18x^2$
10. $\log_{2x-5}(5x - 2) \geq 1$
11. $\log_{2-x}(x + 2) \times \log_{x+3}(3 - x) \leq 0$
12. $10^{4x-5} + \log_{10}(4x - 3) \leq 10^{2x+3} + \log_{10}(2x + 5)$

Распределите данные неравенства в нужную строку таблицы, определив метод решения каждого неравенства.

Метод решения	Номер неравенства
Метод интервалов	
Метод введения новой переменной	
Разложение на множители, метод группировки	

Применение свойств функции к решению неравенств	
Метод знакождественных множителей	

По каким признакам вы определили какой метод решения будет содержаться в каждом из неравенств?

Может ли одно неравенство иметь несколько методов решения?

Выводы по 2 главе:

1. Были рассмотрены типы неравенств, представленные на ЕГЭ, методы их решения. Выделены основные ошибки при решении 14 задания на экзамене по математике профильного уровня 2023 года, рекомендации по устранению данных ошибок.
2. Были сформулированы основные требования к комплекту заданий, на основе которых был составлен комплект заданий, направленный на систематизацию знаний.

Заключение

На основе анализа психолого-педагогической литературы рассмотрены подходы к определению понятия «систематизация». Был проведен контент анализ данного понятия, сформулировано определение понятия на основе определений Э.С. Беляева, В.В. Малев, Н.А. Сапожкова, с учетом требований ФГОС.

При решении второй задачи были рассмотрены психолого-педагогические особенности старшего школьного возраста, выявлены методы учебной деятельности, направленные на систематизацию знаний, приемы систематизации материалов. Так же были выделены ключевые аспекты подготовки учащихся к основному государственному экзамену по математике и выделены методы обобщения и систематизации для их успешного применения. Были выделены особенности систематизации знаний обучающихся при подготовке к единому государственному экзамену.

В работе были рассмотрены основные ошибки при решении неравенств на едином государственном экзамене 2023 года, рекомендации, данные педагогам по организации подготовки выпускников к экзамену. Рассмотрены основные типы неравенств и методы их решения. Таким образом, третья задача работы была решена.

Для решения четвертой задачи были сформулированы требования, которыми должен обладать комплект заданий, на основе данных требований был создан комплект заданий по теме «Неравенства ЕГЭ профильный уровень», направленный на систематизацию знаний выпускников.

Таким образом, следует считать, что задачи исследования полностью выполнены, цель достигнута.

Литература

1. Алибулатова А. М-А. Психологические особенности учащихся страших классов // Цифровая наука. 2021. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/psihologicheskie-osobennosti-uchaschihsya-strashih-klassov> (дата обращения: 20.05.2024).
2. Артемов А. К. Обобщения в обучении математике / Начальная школа. – 1985. – №11. – С. 65-68.
3. Асанбаева А. К. Систематизация и обобщение знаний студентов в обучении математике / Молодой ученый. – 2016. – №20.1. – С. 29-32.
4. Беляева Э.С., Малев В.В., Сапожкова Н.А. Использование заданий с параметром как средства обобщения и систематизации знаний школьников по биологии // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2014. - №2. – С.12.
5. Бирюкова И. П. Систематизация знаний на основе компьютерного моделирования в физическом практикуме // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения. 2013. №30. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sistematzatsiya-znaniy-na-osnove-kompyuternogo-modelirovaniya-v-fizicheskom-praktikume> (дата обращения: 19.05.2024).
6. Бондаренко Н.Г., Володин А.А. Анализ содержания понятия «организационно-педагогические условия» // Известия Тульского государственного университета. Гуманитарные науки. – 2014. - №2. – с.143- 152.
7. Борытко Н.М. В пространстве воспитательной деятельности: Монография. – Волгоград: Перемена, 2001. – 181 с.

8. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие. — М.: Наука, 1987. — 240 с.
9. Гейдман Б.П. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства. Учебное пособие для учащихся ОЛ ВЗМШ при МГУ им. Ломоносова. — М.: МЦНМО, 2003. — 48 с.
10. Горский Д. П. Обобщение и познание. – М.: Мысль, 1985. – 208 с.
11. Далингер В. А. Методика обобщающих повторений при обучении математике: Пособие для учителей и студентов. – Омск: ОГПИ, 1992. – 88 с.
12. Забеглов А.В., Пивина И.В. Элективный курс «Избранные вопросы математики» в рамках подготовки выпускников к ЕГЭ // Вестник Таганрогского института имени А. П. Чехова. 2017. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/elektivnyy-kurs-izbrannye-voprosy-matematiki-v-ramkah-podgotovki-vypusknikov-k-ege> (дата обращения: 22.05.2024).
13. Ипполитова Н.В. Анализ понятия «педагогические условия»: сущность, классификация // General and Professional Education. – 2012. - №1. – с.8-14
14. Иржавцева В. П., Федченко Л. Я. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителя / Под ред. Н.Л. Коломинского. – Киев: Радянська школа, 1988. – 208 с.
15. Кедров Б. М. Обобщение, как логическая операция / Вопросы философии. – М., 1965. – № 12. – С. 46-57.
16. Кедров Б.М. Обобщение, как логическая операция // Вопросы философии. – М., 1965 – № 12. – С. 46-47.

17. Ключковская Р.Д. Систематизация знаний как логический процесс / Анализ системного научного знания. – Саратов: СГУ, 1973 – С. 46-47.
18. Крутихина М. В., Зеленина Н.А., Здоровенко М.Ю. Типичные ошибки и затруднения школьников при решении неравенств различными способами на Едином государственном экзамене по математике // Концепт. 2014. №10. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tipichnye-oshibki-i-zatrudneniya-shkolnikov-pri-reshenii-neravenstv-razlichnymi-sposobami-na-edinom-gosudarstvennom-ekzamene-po> (дата обращения: 16.06.2024).
19. Кудряшов В.И. Некоторые вопросы систематизации знаний учащихся / Интеграция образования. – 2001. – №2. – С. 27-29.
20. Куркина И. П. Стратегические направления организации и проведения уроков обобщающего повторения с учетом проведенной диагностики пробелов учащихся в решении задач базового и повышенного уровня сложности // Проблемы педагогики. 2017. №2 (25). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/strategicheskie-napravleniya-organizatsii-i-provedeniya-urokov-obobschayuschego-povtoreniya-s-uchetom-provedennoy-diagnostiki> (дата обращения: 19.05.2024).
21. Курс математического анализа В 3 томах - Том 3. Гармонический анализ. Элементы функционального анализа - Том 3 - Кудрявцев Л.Д. – 2006 – 350 с.
22. Малых Е. В. Обобщения в обучении математике учащихся полной средней школы: дис. канд. пед. наук: 13.00.02. – Киров, 2005. – 163 с.
23. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 год // ФИПИ URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2023/ma_mr_2023.pdf (дата обращения: 16.05.2024).

24. Немчинова, Т.В. Эффективные приемы подготовки школьников к ЕГЭ по информатике и ИКТ / Т.В. Немчинова, А.А. Тонхоноева // Вестник Бурятского государственного университета. — 2013. — № 15. — С. 54-57. — ISSN 1994-0866. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/journal/issue/295065> (дата обращения: 22.05.2024).

25. Ожегов, С.И. Словарь русского языка: ок. 53000 слов. – М.: ООО «Издательство Оникс», 2007. – 640с.

26. Санина Е. И. Методические основы обобщения и систематизации знаний учащихся в процессе обучения математике в средней школе: дис. д-р пед. наук: 13.00.02 – М., 2002. – 381 с.

27. Севрюков П.Ф., Смоляков А.Н. Тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства: учебное пособие. — М.: Илекса; Народное образование; Ставрополь: Сервисшкола, 2008. — 352 с.

28. Сериков В. В. Категория системности в дидактике: к развитию идей Л. Я. Зориной // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. №5 (62). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kategoriya-sistemnosti-v-didaktike-k-razvitiyu-idey-l-ya-zorinoy> (дата обращения: 12.06.2024).

29. Статистико-аналитический отчет о результатах государственной итоговой аттестации по математике (профильного уровня) в форме единого государственного экзамена в 2023 году в Свердловской области "Приказ ИРО ГИА «О подготовке информационно-аналитических, статистических материалов по результатам ЕГЭ и ОГЭ в 2023 году на территории Свердловской области»" от 29.06.2023 № 61 2023

30. Тестов В.А. О некоторых проблемах при изучении неравенств / Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2015. - №17. – С. 279 – 289.

31. Титова Е.И., Чапрасова А.В. Методы изложения материала для его обобщения и систематизации // Молодой ученый. - 2015. - №9 (89). - С. 1196-1198.

32. Усова А.В., Завьялов В.В. О систематизации знаний учащихся в процессе обучения физике. / Развитие познавательных способностей и самостоятельности учащихся в процессе преподавания физики. – Челябинск, 1974 – С. 38-47.

33. Философский словарь Владимира Соловьева. Ростов н/Д: Изд-во "Феникс", 1997. — 464 с.

34. Черноволенко Н.Ф. Высшие уровни систематизации знаний и их эвристическая ценность. Логика научного исследования. – М.: Просвещение, 1965. – 156 с.