

Министерство просвещения Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»  
Институт математики, физики и информатики  
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

**Формирование познавательной самостоятельности учащихся в  
процессе реализации дифференцированного подхода**  
*Выпускная квалификационная работа*  
Направление «44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки). Математика и информатика»

Допущено к защите  
Зав. кафедрой

---

дата

---

подпись

Исполнитель:  
*Чеботина Варвара Евгеньевна,*  
Обучающаяся МИ-1932 гр.

---

подпись

Руководитель:  
*Блинова Татьяна Леонидовна,*  
кандидат пед. наук, начальник  
учебно-методического управления,  
доцент

---

подпись

Екатеринбург 2024

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1. ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.....	5
1.1.    Определение и структура понятия «познавательная самостоятельность».....	5
1.2.    Дифференцированный подход как средство формирования познавательной самостоятельности в процессе обучения математике .....	17
1.3.    Рекомендации к отбору заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности в процессе реализации дифференцированного подхода.....	23
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1 .....	31
ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОРГАНИЗАЦИИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО ПОДХОДА, НАПРАВЛЕННОГО НА ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ.....	33
2.1.    Логико-математический анализ темы: «Решение уравнений».....	33
2.2.    Рекомендации к отбору заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности обучающихся по теме: «Решение уравнений» в процессе реализации дифференцированного подхода.....	37
2.3.    Комплект дифференцированных заданий для реализации дифференцированного подхода формирования познавательной самостоятельности у обучающихся 6-х классов по теме: «Решение уравнений».....	44
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2 .....	55
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	56
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ .....	58

## ВВЕДЕНИЕ

Социальные перемены в современном мире существенно повлияли на требования к специалистам различных областей. Общество нуждается в людях, которые способны к самостоятельному анализу, обобщению информации, к самостоятельной познавательной деятельности, постановке целей и выбора методов, средств получения, хранения и обработки информации. В связи с этим ФГОС основного общего образования заявил определенные требования к метапредметным результатам.

Согласно ФГОС ООО<sup>1</sup> обучающиеся должны быть готовы к самостоятельному планированию, осуществлению учебной деятельности и организации учебного сотрудничества. Иными словами, им необходимо научиться самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности. Перечисленные навыки являются составляющим познавательной самостоятельности.

Проблеме формирования познавательной самостоятельности уделяли большое внимание различные ученые. К ним относятся Л.П. Аристова, В.С. Абатурова, Б.П. Есипов, И.Я. Лернер, А.М. Шабалин Л. А. Кузнецова, М.И. Махмутова, К.С. Поторочиной, М.С. Рябовой, М.Н. Скаткина, Н.В. Черноусова и др.

Существует множество способов и средств, формирующих познавательную самостоятельность. Одним из них является дифференцированный подход. Благодаря этому подходу такое качество личности формируется с учетом индивидуальных, возрастных, психологических особенностей обучающихся, что так же удовлетворяет требованиям ФГОС ООО. В условиях дифференцированного обучения комфортно чувствуют себя учащиеся с разными уровнями сформированности познавательной самостоятельности.

---

<sup>1</sup> Приказ Министерства просвещения РФ от 31.05.2021г. №287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». – Текст: электронный // ФГОС: [сайт]. – URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 10.12.2023).

В связи с этим, рассмотрение процесса формирования познавательной самостоятельности посредством дифференцированного подхода в условиях обновленного Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования является актуальным для современного учителя.

**Объект исследования:** процесс обучения математике учащихся 6 классов.

**Предмет исследования:** дифференцированный подход как средство формирования познавательной самостоятельности.

**Цель работы:** разработать комплект дифференцированных заданий для формирования познавательной самостоятельности у обучающихся 6-х классов.

**Задачи:**

1. Проанализировать методическую и психолого-педагогическую литературу для определения понятия «познавательная самостоятельность».
2. Охарактеризовать дифференцированный подход как средство формирования познавательной самостоятельности.
3. Выделить рекомендации к отбору заданий по математике, направленных на формирование познавательной самостоятельности, в процессе реализации дифференцированного подхода.
4. Провести логико-математический анализ по теме «Решение уравнений».
5. Разработать комплект дифференцированных заданий для формирования познавательной самостоятельности у обучающихся 6-х классов.

**Методы исследования:** теоретический анализ научно-методической и психолого-педагогической литературы, анализ нормативных документов, учебников и дидактических материалов по математике 5-6-х классов, анализ основных понятий исследования, проектирование заданий.

# **ГЛАВА 1. ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

## **1.1. Определение и структура понятия «познавательная самостоятельность»**

Современное понимание познавательной самостоятельности имеет длинную историю. Важность самостоятельности в обучении отмечали еще с конца XIII века российские педагоги. Н.К. Крупская подчеркивала важность воспитания самостоятельности учащихся, связывая ее с развитием науки и прогрессом общества. «Самая прекрасная школа,— писала она,— дает лишь сравнительно небольшой объем знаний. Прогресс техники, прогресс науки, постепенная смена занятий, смена функций, необходимость продумать и разрешить ряд вновь возникающих проблем требуют умения самостоятельно работать над приобретением знаний» [18]. Особое внимание понятию познавательной самостоятельности стали уделять педагоги с 90-х годов XX века, однако к четкому определению до сих пор не пришли. Современные исследователи имеют разные подходы к определению рассматриваемого понятия.

Отечественный педагог К.Д. Ушинский уделял особое внимание к самообразованию учащихся. По его мнению, роль учителя в обучении заключается в руководстве и направлении учащихся. В своих работах он ставил перед учителем новую задачу «научить учиться», он писал: «...развить в нем желание и способность самостоятельно без учителя приобретать новые познания». Призвание педагога – пробуждать творческие стремления учеников в их познавательной деятельности, в самостоятельном поиске истины. Константин Дмитриевич считал, что познавательная самостоятельность – это качество личности, проявляющееся в основном в самостоятельности мышления и формирующееся в процессе самостоятельной познавательной деятельности молодого человека под руководством педагога.

Также этот феномен изучал И.Я. Лернер, который определял данное понятие как качество личности, которое выражается в способности

обучающегося самостоятельно организовать свою познавательную деятельность и использовать ее в решении новой познавательной задачи, как потребность и умение овладевать новыми знаниями, готовность решать познавательные задачи без непосредственной посторонней помощи [20].

М.И. Махмутов определяет познавательную самостоятельность как интеллектуальную способность субъекта обучения и его умения, дающие возможность учиться самостоятельно [26].

Н.А. Половникова рассматривает данное понятие как готовность и стремление своими силами вести целенаправленную познавательную деятельность [36].

Познавательная самостоятельность – это качество личности, основанное на собственной познавательной активности устойчиво проявляющееся в способности вести целенаправленную познавательную деятельность по приобретению, применению и преобразованию знаний, умений и универсальных учебных действий, считает В.С. Абатурова [1].

А. М. Шабалин пишет, что познавательная самостоятельность – это способность действовать без посторонней помощи, способность достигать цели деятельности предполагает, с одной стороны, владение операционной стороной деятельности, а с другой – наличие волевых качеств, мотивации к достижению цели [51].

К.С. Поторочина понимает познавательную самостоятельность как интегративную характеристику субъекта деятельности, отражающую его потребность и способность самостоятельно моделировать собственную познавательную деятельность, и готовность не только использовать имеющиеся знания, умения, навыки, но и выявлять новые способы деятельности для решения учебно-познавательных задач [39].

В своем исследовании В.Н. Пустовойотов отмечал приближенность понятий «познавательная самостоятельность» и «познавательная компетентность». Оба понятия являются интегральной качественной характеристикой личности обучающегося, отражающую единую систему

стремлений и способностей индивидуума накапливать и реализовывать свой потенциал в сфере самостоятельной познавательной деятельности с целью успешного решения личностно-значимых (в том числе – учебных) задач [40].

По мнению Т.И. Шамовой, познавательная самостоятельность – это свойство личности, характеризующее ее стремление и умение без посторонней помощи овладевать знаниями и способами деятельности, решать познавательные задачи. В структуре познавательной самостоятельности автор выделяет три компонента: мотивационный, содержательно-операционный и волевой [52].

А. Е. Богоявленская определяет познавательную самостоятельность как процесс, в ходе которого обучающиеся самостоятельно приобретают знания и навыки, используя собственный опыт для решения проблем и самосовершенствования без какой-либо посторонней помощи [8].

О.В. Петунин в своих работах отмечает, что познавательная самостоятельность – это качество личности обучающегося, проявляющееся в потребности и умении приобретать новые компетенции, овладевать способами познавательной деятельности, совершенствовать их и творчески применять для решения разнообразных проблем [32].

Феномен познавательной самостоятельности имеет множество подходов к пониманию сущности, однако до сих пор нет единого взгляда на определение понятия. На основе анализа психолого-педагогической литературы, можно выделить два наиболее распространенных подхода в рассмотрении понятия «познавательная самостоятельность»:

- как качество личности, характеризующиеся стремлением получать новые знания, умение самостоятельно ставить цели и достигать их без помощи педагога (по Т.И. Шамовой, К.Д. Ушинскому и др. );

- как характеристика деятельности обучающегося, направленная на самостоятельную организацию своей познавательной деятельности (по И.Я. Лернеру, К.С. Поторочиной).

Для более точного определения понятия, соотнесём наиболее часто встречающиеся характеристики термина с требованиями, которые выносит ФГОС ООО к метапредметным результатам. Проведем контент-анализ определений.

**Таблица 1**

**Контент-анализ понятия «Познавательная самостоятельность»**

Авторы	К.Д. Ушинский	И. Я. Лернер	М.И. Махмутов	Н.А. Половникова	В.С. Абагурова	А. М. Шабалин	К.С. Поторочина	В.Н. Пустовойотов	Т.И. Шамовой	А. Е. Боговяльская	О.В. Петунин
Требования ФГОС ООО к метапредметным результатам											
Самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
Умение ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе и познавательной деятельности	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+
Развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности	-	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-

На основе контент-анализа определений познавательной самостоятельности можем сделать вывод о том, что наиболее точно соответствует требованиям ФГОС и целям исследования определение, которое даёт К.С. Поторочина и В.Н. Пустовойотов. В данном исследовании будем пользоваться определением В.Н. Пустовойотова. Под познавательной самостоятельностью будем понимать интегральную качественную характеристику личности обучающегося, отражающую единую систему стремлений и способностей индивидуума накапливать и реализовывать свой потенциал в сфере самостоятельной познавательной деятельности с целью успешного решения личностно-значимых (в том числе – учебных) задач.

Формирование познавательной самостоятельности осуществляется через структурные компоненты. В связи с тем, что сущность понятия до сих пор не имеет однозначного решения, разные исследователи выделяют различные и структурные компоненты познавательной самостоятельности.

Так, Т.И. Шамова в структуре познавательной самостоятельности выделяет три основных компонента: мотивационный, волевой и содержательно-операционный [52].

Мотивационный компонент показывает уровень интереса обучающегося к познавательной деятельности, уровень стремления к получению новых знаний, уровень желания преодолеть возникающие познавательные трудности.

Содержательно-операционный компонент раскрывается как владение обучающимся основными знаниями, методами, приемами и способами познавательной деятельности.

Волевой компонент подразумевает умение завершать учебно-познавательную деятельность, иными словами определяет уровень целеустремленности обучающегося в процессе обучения.

М.С. Фролова на основе собственного педагогического опыта, определила структуру познавательной самостоятельности. Автор объединяет основные показатели познавательной самостоятельности по следующим компонентам: когнитивно-информационный, эмоционально-ценностный и деятельностный [50].

Когнитивно-информационный компонент автор считает наиболее важным в этой структуре. Это связано с тем, что он характеризуется формированием положительных и устойчивых мотивов к обучению. Данный компонент отражает стремление находить и использовать имеющийся опыт, знания в учебной деятельности.

Эмоционально-ценностный компонент указывает на эмоциональный фон познавательной деятельности, т.е. способность к рефлексии и

самооценке, умение ставить перед собой цели и достигать их, стремиться к результату.

Деятельностный компонент отвечает за степень владения индивидуумом учебно-познавательными компетенциями, умениями, методами обучения, мыслительными операциями, системой познавательных УУД.

Подходы к определению структуры схожи по характеристикам каждого компонента.

**Таблица 2**

***Структура познавательной самостоятельности***

Компоненты познавательной самостоятельности		Характеристика
<i>По Т.И. Шамовой</i>	<i>По М.С. Фроловой</i>	
Мотивационный	Когнитивно-информационный	Мотивация к получению новых знаний
Содержательно-операционный	Деятельностный	Владение учебно-образовательными компетенциями
Волевой	Эмоционально-ценностный	Стремление к достижению собственно поставленных целей

Все структурные компоненты познавательной самостоятельности взаимосвязаны между собой, а также имеют взаимное влияние друг на друга.

В настоящее время перед педагогом стоит задача сформировать и развить каждый компонент познавательной самостоятельности. Структурные компоненты у обучающихся выражены на разных уровнях. Ввиду чего ученые стали выделять различные уровни сформированности познавательной самостоятельности. Уровни имеют особенную степень выраженности, и каждому из уровней соответствует свой качественный признак, т.е. критерий. Основываясь на теоретическом анализе, можно сделать вывод о том, что существует несколько мнений об уровнях познавательной самостоятельности.

Например, на основании проведенных исследований Петунин О.В. выделяет четыре уровня познавательной самостоятельности у обучающихся.

Первый уровень характеризуется как воспроизводящая самостоятельность. Обучающиеся с этим уровнем имеют слабые опорные знания по предмету. Все структурные компоненты познавательной самостоятельности развиты слабо. Полная бездеятельность ученика при затруднениях. Обычно выбор падает на учебные задания, которые можно выполнить по образцу, т.к. ученики испытывают затруднения при переносе знаний и действий в немного измененной ситуации.

Второй уровень определяется как реконструктивно-вариативная самостоятельность. Ученики обладают опорными знаниями на ступень выше, чем ученики с первым уровнем познавательной самостоятельности. Эти знания он может воспроизвести с помощью наводящих вопросов. Ученик в силах переносить усвоенные знания и способы деятельности в тех заданиях, в которых немного изменено условие (2-3 параметра). Способность принимать, отбирать, накапливать, перерабатывать информацию, развита на простейшем уровне.

Третий уровень – частично-поисковая самостоятельность. Обучающийся способен воспроизводить опорные знания самостоятельно. Успешно выделяет свойства объектов, различные связи, выделяет главные и второстепенные признаки предметов и явлений. Когнитивные навыки сформированы на среднем уровне. Уверенно применяет усвоенные знания в измененных ситуациях, однако испытывает затруднения при использовании их в абсолютно новых ситуациях.

Четвертый уровень раскрывается как творческая самостоятельность, при которой обучающийся, имея прочные знания по предмету способен трансформировать исходную информацию при выполнении тех заданий, которые содержат в себе совершенно новую ситуацию. Познавательная деятельность обучающегося носит поисковый характер.

Мнение о четырех уровнях сформированности познавательной самостоятельности разделяет и И.Я. Лернер [21]. Он определяет уровень познавательной самостоятельности индивидуума по степени умения познавать в процессе целенаправленного творческого поиска.

Первый уровень: умение самостоятельно и доказательно строить один или несколько непосредственных выводов из одного исходного.

Второй уровень: умение доказательно прийти к нескольким параллельным и изолированным друг от друга непосредственным выводам на основе нескольких различных данных.

Третий уровень: умение сделать доказательно один или несколько опосредованных выводов из одного или нескольких данных условия, при этом все выводы должны быть изолированы друг от друга.

Четвертый уровень: умение делать опосредованные выводы на основе выявления связи между различными данными условия.

Фролова М.С. в своих работах так же рассматривает четыре уровня познавательной самостоятельности (высокий, средний, низкий, критический). Каждый уровень автор характеризует, основываясь на структурные компоненты познавательной самостоятельности.

Высокому уровню характерны: устойчивые мотивы в учебной деятельности, высокие показатели успеваемости, оригинальность мышления (когнитивно-информационный компонент); при выполнении работы наблюдается позитивное эмоциональное состояние, высокая ответственность за результат (эмоционально-ценностный компонент); работа выполняется без контроля учителя, проявляется творческая активность, желание решать задачи повышенного уровня сложности (деятельностный компонент).

Среднему уровню характерны: мотивация к обучению для хорошей оценки, средний уровень успеваемости, присутствует критическое мышление (когнитивно-информационный компонент); стабильный эмоциональный фон при обучении, иногда требующий поддержки учителя, желание быть успешным (эмоционально-ценностный); работа выполняется чаще без

внешнего контроля, выбор задач среднего уровня сложности, применение знаний в стандартной ситуации (деятельностный).

Низкому уровню характерны: неустойчивое внимание и мотивы учебной деятельности, нестабильный уровень успеваемости от среднего до низкого (когнитивно-информационный компонент); редко проявляется самоконтроль, апатичен в случае неудовлетворенности в своих результатах (эмоционально-ценностный); работы выполняются только с контролем учителя. Выбор задач, решение которых по образцу (деятельностный компонент).

Критическому уровню характерны: рассеянное внимание, к учебной деятельности мотивация отсутствует, низкие результаты по успеваемости (когнитивно-информационный компонент); равнодушен к процессу обучения, безразличен к результатам учёбы (эмоционально-ценностная); работа может не выполняться даже под контролем учителя, полностью отсутствует самоорганизация (деятельностный компонент).

На основе анализа литературы можно заметить, что уровни и этапы формирования познавательной самостоятельности являются идентичными понятиями. Например, Ю.А. Лях придерживается мнения о том, что существует четыре этапа формирования познавательной самостоятельности [23]. Автор уточняет, что каждый последующий уровень включает в себя черты предшествующего и имеет особенные черты. В качестве критерия, определяющего уровень познавательной самостоятельности, принят перенос усвоенных знаний и способов деятельности в различные ситуации. В своём исследовании Ю.А. Лях определила цель, задачи и результат на каждом этапе формирования познавательной самостоятельности школьников.

Первый этап формирования характеризуется как воспроизводящая самостоятельность, целью которого стоит добиться усвоения и осмысления образцов основных форм познавательной деятельности. На данном этапе обучающийся должен выполнять задания и упражнения по образцу или с переносом знаний в аналогичные условия. На этом этапе формирования

учителю рекомендуется предлагать такие задания, которые направлены на отработку определенного алгоритма действий в однотипных условиях.

Второй этап (вариативная самостоятельность) направлен на формирование умения переносить знания, способы деятельности с изменением 2-3-х параметров. Задания на этом этапе рекомендуется составлять таким образом, чтобы учащийся мог применить усвоенные знания в новой для себя ситуации. Например, найти задания из другой предметной области, где можно применить известный способ действий. Обучающийся получит удовлетворение от успешного решения познавательного затруднения, что позволит повысить его мотивацию на развитие навыков самостоятельности деятельности.

Этап частично-поисковой самостоятельности направлен на формирование умения применять усвоенную информацию в ситуациях, требующих переноса знаний в существенно измененные условия: выполнение экспериментов, решение проблемных ситуаций.

На последнем четвертом этапе, характеризующимся как «творческая самостоятельность», для освоения индивидуумом поисково-творческой деятельности, необходимы задания, которые создают условия для творчества, помогают получать знания углублённого характера.

Следует отметить, что на всех четырех этапах формирования познавательной самостоятельности следует выделить два основных пути: а) сочетание репродуктивной и продуктивной познавательной деятельности школьников, поочередную смену одной деятельности другой; б) использование проблемного обучения в системе урочных занятий [32].

Также существует точка зрения о трех уровнях познавательной самостоятельности. Это мнение в своих исследованиях поддерживает В.Н. Пустовойотов. В своей работе он выделяет репродуктивный, частично-поисковый, исследовательский уровни. Каждый уровень рассматривается через мотивационный, волевой и содержательно-операционный компонент

[40]. Автором предложены критерии, с помощью которых можно определить уровень сформированности познавательной самостоятельности.

Сформированность репродуктивного уровня определяется по таким критериям как: наличие сиюминутного интереса к знаниям, отсутствие истинного стремления к знаниям, преобладание внешней мотивации над внутренней, познавательные потребности низкого уровня, выполнение заданий по образцу или алгоритму.

Критериями сформированности частично-поискового уровня являются избирательная направленность на предметы, переменчивые цели познавательной деятельности, неустойчивое желание к самостоятельному познанию, способность применять знания в подобных ситуациях.

Исследовательский уровень познавательной самостоятельности определяется тем, что ученик убежден в том, что ему необходимо изучать все учебные предметы, так как это является основой личного благополучия в дальнейшей жизни. Внутренние мотивы преобладают над внешними. Учащийся без труда переносит знания в новую ситуацию, развиты когнитивные навыки на высоком уровне.

Н.А. Половникова, основываясь на степень владения обучающимся методами самостоятельной познавательной деятельности, выделяет три уровня развития познавательной самостоятельности [36].

На первом уровне обучающийся владеет алгоритмическими методами (выполняет задание по аналогии), используя при этом одинаковые исходные данные и приходит к одинаковому результату.

На втором уровне обучающийся самостоятельно воспроизводит основные методы и выбирает нужный метод при обучении.

На третьем уровне ребенок создает новые методы при обучении на основе тех, что были изучены.

В данной работе для достижения поставленной цели будем рассматривать уровни и критерии, которые предлагает В.Н. Пустовойотов.

**Критерии сформированности уровней познавательной самостоятельности**

<i>Уровни познавательной самостоятельности</i>	<i>Критерии сформированности познавательной самостоятельности</i>		
	<i>мотивационный</i>	<i>содержательно-операционный</i>	<i>волевой</i>
репродуктивный	<ul style="list-style-type: none"> <li>– сиюминутный интерес</li> <li>– интерес к действиям по образцу</li> <li>– низкая потребность в познавательной деятельности</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владение ограниченным набором способов обработки информации;</li> <li>– владение алгоритмическими действиями, выполнение заданий по аналогии</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– цели познавательной деятельности сформулированы нечетко или отсутствуют;</li> <li>– не сформулирован план действий</li> </ul>
частично-поисковый	<ul style="list-style-type: none"> <li>– интерес вызванный любознательностью;</li> <li>– направленность на «любимые» предметы;</li> <li>– познавательный интерес есть, но не носит системный характер</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– владение основными методами обработки информации;</li> <li>– владение переносом имеющихся знаний на новую ситуацию;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– цели определены, но часто меняются;</li> <li>– план достижения цели есть, однако окончательно не продуман, имеет второстепенные действия, затрудняющие решение поставленной задачи</li> </ul>
исследовательский	<ul style="list-style-type: none"> <li>– убежденность в необходимости изучения всех предметов;</li> <li>– проявляет интерес к сложным теоретическим вопросам;</li> <li>– высокая степень познавательной потребности</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– умение отобрать рациональный метод;</li> <li>– умение творчески подходить к решению задачи; умение проводить анализ нескольких источников информации по поиску общего вывода, доказательства</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– четкие перспективные цели</li> <li>– осознанный продуманный план действий;</li> <li>– проявление большого желания к самостоятельному решению проблемы</li> </ul>

Таким образом, исходя из анализа психолого-педагогической и методической литературы, было выявлено, что понятие «познавательная самостоятельность» не имеет единого определения. Поэтому был проведён

контент-анализ различных определений понятия с целью уточнения специфики его реализации в контексте обновлённых ФГОС. В данном исследовании под познавательной самостоятельностью будем понимать интегральную качественную характеристику личности обучающегося, отражающую единую систему стремлений и способностей индивидуума накапливать и реализовывать свой потенциал в сфере самостоятельной познавательной деятельности с целью успешного решения личностно-значимых (в том числе – учебных) задач (по В.Н. Пустовойотову).

Познавательная самостоятельность в своей структуре содержит компоненты, отвечающие за мотивацию к обучению, за стремление к достижению собственно поставленных целей и за учебно-образовательные компетенции.

При формировании и развитии познавательной самостоятельности учителю необходимо учитывать уже имеющийся уровень развития познавательной самостоятельности. В отечественной педагогике исследователи выделяли три или четыре уровня познавательной самостоятельности. Для достижения поставленной цели: формирование познавательной самостоятельности посредством дифференцированного подхода, будем рассматривать три уровня познавательной самостоятельности, предложенные В.Н. Пустойотовым.

## **1.2. Дифференцированный подход как средство формирования познавательной самостоятельности в процессе обучения математике**

Согласно ФГОС ООО<sup>2</sup> образование должно также учитывать индивидуальные, возрастные, психологические особенности обучающихся. Вместе с этим, структура организации образовательной деятельности по основным образовательным программам ООО может быть основана на дифференциации содержания с учетом образовательных потребностей и

---

<sup>2</sup> Приказ Министерства просвещения РФ от 31.05.2021г. №287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». – Текст: электронный // ФГОС: [сайт]. – URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 10.12.2023).

интересов обучающихся, обеспечивающих углубленное изучение отдельных учебных предметов, предметных областей основной образовательной программы основного общего образования. Данным требованиям полностью соответствует дифференцированный подход и является одним из основных принципов обучения в современной средней школе.

Дифференцированный подход можно использовать при формировании познавательной самостоятельности. Так, в своей работе И.Н. Артамонова говорит о том, что многоуровневые и дифференцированные задания являются эффективным средством развития содержательно-операционного компонента познавательной самостоятельности [5]. Также Р.Р. Бикмурзина в своем исследовании предлагает использовать дифференцированный подход для развития компонентов познавательной самостоятельности [6]. Одной из важных предпосылок формирования познавательной самостоятельности школьников является индивидуально-дифференцированный подход, отмечал О.В. Петунин [32]. Одним из эффективных условий развития самостоятельности является дифференцированный подход считал и В.А.Сухомлинский.

Дифференцированное обучение в настоящее время широко распространено в практике работы образовательных учреждений. Проблемы дифференцированного обучения до сих пор исследуются многими педагогами, поэтому дифференцированный подход имеет множество трактовок. О дифференцированном подходе говорили: Осмоловская И.М., Г.Ф. Дорофеев, В.В. Фирсов, Степаненко Е.С., Унт И.Э., Чередов И.М., Селевко Г.К. и мн.др.

В педагогической энциклопедии дифференцированный подход рассматривается как целенаправленное воздействие на группы учащихся, которые существуют в сообществе детей как его структурные или неформальные объединения или выделяются педагогом по сходным индивидуальным, личностным качествам учащихся [10].

И.М. Осмоловская считает, что дифференцированное обучение – это организация учебного процесса, при которой учитываются индивидуально-типологические особенности личности (способности общие и специальные, уровень развития, интересы, психофизиологические свойства нервной системы и т.д.), характеризуется созданием групп учащихся, в которых содержание образования, методы обучения, организационные формы различаются [28].

Е.С. Степаненко предлагает следующее определение: дифференциация обучения – это учет индивидуально-типологических особенностей личности в форме группирования учащихся и различного построения процесса обучения в выделенных группах [45]. В своей работе И.Э. Унт подразумевает под дифференциацией учёт индивидуальных особенностей в той форме, когда учащиеся группируются на основании каких-либо особенностей для отдельного обучения [48]. Обычно обучение в этом случае происходит по нескольким различным учебным планам или программам.

Авторы не имеют однозначного подхода к формулировке понятия «дифференцированное обучение», однако при этом в его структуре можно выделить следующие общие содержательные единицы [2], которые раскрываются в различных подходах к его определению:

- организация учебной деятельности;
- учет индивидуальных особенностей контингента;
- создание типологических учебных групп;
- дифференцированное содержание учебного материала.

Исходя из вышеперечисленных определений, можем сделать следующий вывод о том, что дифференцированное обучение предполагает специально организованную познавательную деятельность, основанную на учете индивидуальных особенностей обучающегося, его опыта, стартового состояния.

Рассмотрим этапы организации дифференцированного обучения.

1. Определение критерия, по которому обучающиеся распределяются по группам.
2. Проведение диагностической работы по выбранному критерию.
3. Распределение обучающихся по группам, основываясь на результаты диагностической работы.
4. Разработка разноуровневых или многоуровневых заданий для каждой группы обучающихся.
5. Реализация дифференцированного подхода на уроке.
6. Диагностический контроль по результатам работы.

Дифференциация при обучении математике развивает личность ученика с учетом его индивидуальных особенностей. Эффективность данного подхода в обучении зависит от того, насколько удачно сформированы типологические группы школьников [41]. Группы школьников формируются на основе выбранного критерия. Каждая группа школьник выполняет задания, соответствующие их группе. Уровневые задания могут быть дифференцированы различным способом. В педагогической практике существует множество критериев дифференциации. Например, Е.С. Рабунский предлагает объединять учащихся в группы по успеваемости, устойчивости интереса и уровню познавательной самостоятельности.

А.А. Кирсанов исходит из устойчивости восприятия, уровня развития памяти, соотношения наглядно-образного и словесно-логического компонентов мышления, уровня выполнения мыслительных операций.

И.Э. Унт предлагает в качестве критериев деления – обученность, обучаемость, умение самостоятельно работать, умение читать текст с пониманием и нужной скоростью, специальные способности, познавательные интересы, отношение к труду. Х.И. Лийметс называет следующие критерии дифференциации: успеваемость по предмету, темп работы, информированность по предмету, способности, взаимоотношения учащихся. А.З. Макоев и Р.А. Утеева делят учащихся на группы, исходя из

фактического уровня знаний и умений по разделу, теме, курсу. В.Ф. Чучуков в качестве основных параметров деления на группы предлагает: уровень знаний, умений, навыков; уровень развития способностей; уровень работоспособности [50].

Также дифференцируют и задания по степени самостоятельности, по характеру помощи обучающимся, по уровню сложности, по уровню творчества, по объему материала.

Дифференциация работы *по степени самостоятельности* учащихся заключается в том, что все дети выполняют одинаковые упражнения, но одни это делают под руководством учителя, а другие самостоятельно. В процессе работы на каждом последующем этапе те обучающиеся, которые выполняли работу под руководством учителя, могут приступать к самостоятельному выполнению заданий, если не испытывали трудностей на предыдущем этапе.

Дифференциация работы *по характеру* помощи обучающимся характеризуется степенью помощи обучающимся. Дифференциация заданий по характеру помощи заключается в предоставлении различной степени поддержки при их выполнении. Для групп обучающихся, которые способны работать самостоятельно, можно давать задания с минимальной поддержкой. Например, можно дифференцировать обучающихся на группы с разной степенью обучаемости (самостоятельности). Например, 1-ая группа включает в себя задания с минимальной поддержкой, а 2-ая группа может включать в себя задания с частичной поддержкой – различные виды подсказок, наводящих вопросов и т.д., в 3-ей группе представлены задания с подробными инструкциями, дополнительными объяснениями. Помощь может выступать в качестве подготовительных упражнений, наводящих вопросов; в виде карточек. Наполнение карточек может быть различным: примеры заданий, ссылки на теоретическую основу; визуальная опора (схемы, таблицы), дополнительная конкретизация чего-либо; пошаговая инструкция по выполнению. Дифференциация заданий по характеру помощи помогает детям получить подходящую поддержку в зависимости от их

индивидуальных способностей, чувствовать себя более уверенно при выполнении заданий, что создает условия для формирования познавательной самостоятельности.

Дифференциация заданий *по уровню сложности* – усложнение учебного материала, выполнение других операций в дополнение к основному заданию, использование сложного по алгоритму задания. Г.А. Балла оценивает сложность задачи количеством операций [5]. По мнению И.Я. Лернера существует три фактора сложности задачи. Следует отметить, что многие авторы понятия «сложность» и «трудность» считают тождественными. Однако, есть и те авторы, по мнению которых трудность решения задачи считается субъективной характеристикой, она зависит от того, кто решает эту задачу, а сложность – это объективная характеристика задачи, которая определяется структурой поиска решения [9].

Дифференциация заданий *по уровню творчества* предполагает различия в характере познавательной деятельности. К репродуктивным заданиям относятся те, с которыми уже обучающиеся работали, с которыми они знакомы. К продуктивным заданиям относятся те, которые отличаются от стандартных.

Дифференциация *по объему материала* заключается в том, что обучающиеся базового уровня подготовки выполняют основные задания, а обучающиеся профильного уровня – основные и дополнительные задания.

При осуществлении дифференцированного обучения, направленного на формирование, развитие какой-либо компетентности, учителю необходимо учитывать зону ближайшего развития [44]. Под зоной ближайшего развития будем понимать расстояние между уровнем актуального развития (он определяется степенью трудности задач, решаемых ребенком самостоятельно) и уровнем потенциального развития (которого ребенок может достигнуть).

Таким образом, дифференцированное обучение в настоящее время широко распространено в практике работы образовательных учреждений.

Многими авторами дифференцированный подход рассматривается как средство формирования познавательной самостоятельности. Дифференцированное обучение предполагает специально организованную познавательную деятельность, основанную на учете индивидуальных особенностей обучающегося, его опыта, стартового состояния. Эффективность данного подхода в обучении зависит от того, насколько удачно сформированы типологические группы школьников. Существуют разные критерии, по которым обучающиеся делятся на группы. В данной работе типологические группы обучающихся различаются степенью самостоятельности, в связи с чем задания имеют разный вид помощи.

### **1.3. Рекомендации к отбору заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности в процессе реализации дифференцированного подхода.**

Обучающиеся в учебной деятельности находятся на различных уровнях познавательной самостоятельности. Осуществляя отбор задания, при обучении математике, учителю необходимо учитывать индивидуальные особенности обучающихся, в том числе опираться на уже имеющийся уровень познавательной самостоятельности. Система заданий для каждого должна быть выстроена так, чтобы учащиеся выполняли те задания, которые соответствуют их уровню познавательной самостоятельности, а так же постепенно формировали новые компетенции, повышающие этот уровень на более высокий [23].

Рассмотрим с помощью, каких приемов учебной работы можно способствовать формированию познавательной самостоятельности.

Маркова А.К. считает, что приемы смысловой переработки текста (дидактические игры: «Банк идей», «Верите ли Вы»), выделение в нем исходных идей осознание обобщенных способов решения задач, построение учащимися системы задач определенного типа; приемы краткой и рациональной записи, запоминания, поиска дополнительной информации,

подготовки к контролю знаний, рациональной организации времени развивают познавательную самостоятельность [24].

Мощным стимулом развития познавательной самостоятельности школьников является включение в процесс обучения научно-исследовательские работы, учебно-исследовательские экспедиции, научно-практические конференции, олимпиады, тематические вечера, диспуты [32].

По мнению М.Н. Скаткину использование заданий исследовательского характера формируют черты творческой деятельности. В обучении математике в качестве такой исследовательской работой могут выступать задачи и проекты [11].

При формировании познавательной самостоятельности большую роль занимают учебные задачи. С помощью учебных задач можно влиять на развитие компонентов познавательной самостоятельности. Существуют различные классификации учебных задач: по отношению к теории и степени обобщенности решения (стандартные; нестандартные); по уровню владения способами решения; по характеру объектов (математические и практические); по характеру требований (на нахождение; на доказательство; на построение и т.д.) и т.д.

Зарипова Е.И. и Чухина Е.В. на основе анализа выделили различные виды задач [16]. Существуют типовые задачи; задачи с кратким планом решения; задачи для самостоятельного выполнения; творческие задачи (Зарипова Е.И., Зотова Л.В.). Такие задачи являются средством перехода от учебной деятельности – к деятельности в жизненной ситуации. По мнению авторов такие задачи повышают самостоятельность в описании условия задачи, в выборе формы представления и способа решения.

Пустовойотов В.Н. выделил 7 типов задач [40]. Классификация выстроена так, что для каждого типа учтены структурные компоненты задачи (условие, действие и ответ).

*1. Объяснительно-иллюстративные и репродуктивные задачи (У-Д-О).*

Учащиеся анализируют, запоминают и воспроизводят учебный материал. Данный тип задач слабо влияет на развитие мотивационного и волевого компонента познавательной самостоятельности. Как правило, обучающиеся усваивают информацию и запоминают новый алгоритм действий.

2. *Задачи на определение результата или алгоритма (У-Д-?).*

Обучающиеся учатся устанавливать причинно-следственные связи. Данный тип задач влияет на мотивационный компонент познавательной самостоятельности, так как может вызывать интерес к задаче. Задачи данного типа требуют от учащегося частично-поискового уровня самостоятельной познавательной деятельности.

3. *Задачи, направленные на выработку умения формулировать условия (?-Д-О).*

Основная задача обучающегося – выполнить действия, получить ответ и сравнить с эталоном, составить условие задачи. Такой тип задач побуждает к творчеству. Важно, чтобы уровень самостоятельной познавательной деятельности ученика включал в себя умение проводить анализ, двигаясь от ответа к условию.

4. *Задачи, направленные на поиск действий, соотношений между данными и искомым (У-?-О).*

Тренировочные задачи, направленные на запоминание и отработку алгоритмов действий. Задачи этого типа способствуют развитию познавательной самостоятельности репродуктивного уровня.

5. *Задачи без конечного результата (неизвестный для обучающегося) и без конкретных действий, приводящих к решению (У-?-?).*

Задачи данного типа требуют построения некоторой модели для решения, что помогает обучающимся выйти на исследовательский уровень. Преимущество таких заданий еще в том, что такие задачи межпредметные, так у ребенка формируются более целостные представления о мире.

6. *Задачи направлены на получение ответа и формулировки условия, при известном ходе решения.(?-Д-?).*

Данный тип задач развивает исследовательские навыки, положительно влияет на мотивационный и волевой компоненты познавательной самостоятельности. Учащийся начнет осознавать, что ответ в таких задачах будет зависеть от начальных условий. Поскольку школьнику предоставлено право за выбор условия, то и ответ будет не однозначен.

7. *Задачи направлены на составлении условия задачи и приведение решения при указанном ответе (?-?-О).*

Решение предполагает построение модели. Так как исходные данные отсутствуют, то учащимся нужно самостоятельно отобрать эти данные в зависимости от понимания задачи. От учащегося требуется творческий подход на каждом этапе решения задачи.

Таким образом, для влияния на мотивационную и эмоционально-волевую сферу учащегося

Учебные задачи в процессе изучения математики могут развивать не только логическое мышление, но также и творческое. Раскрыть творческий потенциал обучающихся возможно с помощью задач дивергентного типа [47]. Такие задачи характеризуются тем, что в них один или несколько параметров не определены. Благодаря этому обучающиеся при решении задач могут проявить оригинальность, что способствует развитию креативного мышления. Важно отметить, что для того, чтобы ученик смог решить дивергентные задачи, нужен определенный уровень развития конвергентного, логического, мышления, являющегося основой мыслительной деятельности. Также, необходимо специальное обучение школьников приемам дивергентного мышления.

На основе анализа литературы по проблеме исследования, изучения уровней и критериев развития компонентов познавательной самостоятельности, выявим, какие средства, задания будут формировать, и развивать познавательную самостоятельность обучающихся с конкретным

уровнем этой компетентности (Таблица 4). Рассмотрим классификацию уровней, предложенную Пустовойотовым В.Н.

**Таблица 4**

***Рекомендуемые задания, направленные на формирование познавательной самостоятельности***

<b>Уровни познавательной самостоятельности</b>	<b>Характеристика</b>	<b>Рекомендуемые способы развития</b>	<b>Примеры средств формирования</b>
<b>Низкий (репродуктивный)</b>	Низкий уровень владения предметными знаниями; ограниченный набор способов обработки информации	Задания, которые направлены на отработку определенного алгоритма действий в однотипных условиях; задания, направленные на смысловую переработку текста	Дидактические игры («Банк гипотез», «Верные или неверные утверждения»); Учебные задачи (объяснительно-иллюстративного репродуктивного характера; направленные на поиск действий, соотношений между данными и искомым)
<b>Средний (частично-поисковый)</b>	Владение несистемными знаниями в различных областях. В достаточной мере владеет общеучебными умениями, способами и средствами приобретения и обработки информации. Умеет определить проблему и составить план действий, выбирая необходимые средства	Задания, в которых можно применить усвоенные знания в новой для себя ситуации; направленные на формирование умения применять усвоенную информацию в ситуациях, требующих переноса знаний в существенно измененных условиях	Задания из другой предметной области; проблемные задания; учебные задачи (задачи на определение результата или алгоритма; задачи, направленные на выработку умения формулировать условия; задачи без конечного результата (неизвестный для обучающегося) и без конкретных действий, приводящих к решению)

Высокий (исследовательский)	Владение глубокими знаниями в предметной области; хороший уровень математической подготовки; высокий уровень приобретения, обработки информации; владение большим количеством способов и методов получения новых знаний; умение творчески подходить к решению задачи; умение проводить анализ нескольких источников информации по поиску общего вывода, доказательства	Задания, которые создают условия для творчества, помогают получать знания углублённого характера	Проекты; учебные задачи (Задачи направлены на составлении условия задачи и приведение решения при указанном ответе; задачи направлены на получение ответа и формулировки условия, при известном ходе решения; задачи без конечного результата (неизвестный для обучающегося) и без конкретных действий, приводящих к решению)
-----------------------------	--	--	---

Для более высокой результативности обучения Серова Е.Е. рекомендует учителю определять виды помощи, которые он может оказать обучающемуся в процессе выполнения заданий; дифференцировать задания; мотивировать учащегося в соответствии с достижением им конкретных, видимых результатов.

В процессе формирования познавательной самостоятельности учителю необходимо создать такие условия, в которых педагогическое сопровождение будет способствовать достижению поставленных целей, которые относятся к развитию личности обучающегося, с учетом его индивидуальных особенностей, а также обеспечивает усвоение программного материала предметной области.

Таким образом, для отбора эффективных заданий, направленных на формирования познавательной самостоятельности обучающихся, следует придерживаться следующих рекомендаций:

1. Задания должны быть дифференцированы по уровню познавательной самостоятельности каждого обучающегося.
2. Задания должны формировать определенные умения, соответствующие выделенному уровню познавательной самостоятельности.

3. Задания для каждого уровня должны быть выстроены так, чтобы постепенно формировать новые компетенции, повышающие уровень познавательной самостоятельности на более высокий.
4. На каждом уровне задания должны иметь разнообразные виды и формы.
5. Задания должны быть направлены на самостоятельный поиск информации, анализ и вывод.
6. Для каждого уровня должны предлагаться задания репродуктивного и продуктивного характера.

При отборе заданий, приемов, направленных на формирование познавательной самостоятельности, рекомендуется обращать внимание на сформированный уровень познавательной самостоятельности. В комплекте должны быть представлены задания для каждого уровня познавательной самостоятельности, так как способности к самостоятельной познавательной деятельности каждого обучающегося разные. Также необходимо учитывать, чтобы задания для каждого уровня должны не только развивать сформированный уровень познавательной самостоятельности, но также постепенно формировали новые компетенции, повышающие уровень характеристики на более высокий. Задания в комплекте должны иметь репродуктивный и продуктивный характер деятельности.

Авторы в своих исследованиях выделяют различные приемы, помогающие формировать познавательную компетентность школьников на уроках математики. К таким приемам относят смысловую переработку текста, научно-исследовательскую деятельность, проекты, а также важную роль в формировании этой компетентности занимают учебные задачи различного типа, чтобы формировать не только логическое мышление, но и творческое.

На основе анализа литературы по проблеме исследования были выявлены, какие приемы, задания могут формировать и развивать

познавательную самостоятельность обучающихся с конкретным уровнем этой компетентности и представлены в таблице 4.

Ученикам с репродуктивным уровнем рекомендуется предлагать задания, которые направлены на отработку определенного алгоритма действий в однотипных условиях и, направленные на смысловую переработку текста. К таким относят дидактические игры («Банк гипотез», «Верные или неверные утверждения»), учебные задачи (объяснительно-иллюстративного репродуктивного характера; направленные на поиск действий, соотношений между данными и искомым).

Для развития детей с частично-поисковым (средним) уровнем рекомендуется выполнять задания из другой предметной области, проблемные задания и учебные задачи (на определение результата или алгоритма; на выработку умения формулировать условия; без конечного результата и без конкретных действий, приводящих к решению).

Обучающимся высокий (исследовательский) уровня рекомендуется использовать в обучении проекты, научно-исследовательские работы, учебные задачи (на составлении условия задачи и приведение решения при указанном ответе; на получение ответа и формулировки условия, при известном ходе решения; без конечного результата и без конкретных действий, приводящих к решению).

## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1

На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы, было выявлено, что понятие «познавательная самостоятельность» не имеет однозначного определения. Поэтому был проведён контент-анализ определений понятий с целью уточнения специфики его реализации в контексте обновлённых ФГОС.

В данном исследовании под познавательной самостоятельностью будем понимать интегральную качественную характеристику личности обучающегося, отражающую единую систему стремлений и способностей индивидуума накапливать и реализовывать свой потенциал в сфере самостоятельной познавательной деятельности с целью успешного решения личностно-значимых (в том числе – учебных) задач.

При формировании и развитии познавательной самостоятельности учителю необходимо учитывать уже имеющийся уровень развития познавательной самостоятельности. В связи с этим средством формирования познавательной самостоятельности на уроках математики может выступать дифференцированный подход. Обучение, основанное на дифференцированном подходе, характеризуется как специально организованная познавательная деятельность, основанная на учете индивидуальных особенностей обучающегося, его опыта, стартового состояния. Эффективность данного подхода в обучении зависит от того, насколько удачно сформированы типологические группы школьников. Для достижения цели исследовательской работы за основание, по которому будем дифференцировать задания, возьмем уровень познавательной самостоятельности обучающихся (репродуктивный, частично-исследовательский, творческий).

Основываясь на положениях, полученных в первой главе, были сформулированы рекомендации, которыми учитель может пользоваться при отборе заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности.

1. Задания должны быть дифференцированы по уровню познавательной самостоятельности каждого обучающегося.
2. Задания должны формировать определенные умения, соответствующие выделенному уровню познавательной самостоятельности.
3. Задания для каждого уровня должны быть выстроены так, чтобы постепенно формировать новые компетенции, повышающие уровень на более высокий.
4. На каждом уровне задания должны иметь разнообразные виды и формы.
5. Задания должны быть направлены на самостоятельный поиск информации, анализ и вывод.
6. Для каждого уровня должны предлагаться задания репродуктивного и продуктивного характера.

## **ГЛАВА 2. ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОРГАНИЗАЦИИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО ПОДХОДА, НАПРАВЛЕННОГО НА ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ**

### **2.1. Логико-математический анализ темы: «Решение уравнений»**

Рассмотрим возможности применения дифференцированных заданий, направленных на формирование, познавательной самостоятельности, на уроках математики при изучении темы «Решение уравнений».

Материал, связанный с таким понятием как уравнение, сопровождает обучающихся на протяжении всей средней и старшей школы при изучении таких курсов как «Алгебра» и «Геометрия». Изучая уравнения в 5-6 классе, обучающиеся находятся на пропедевтическом этапе развития линии «Уравнения». На этом этапе ученики знакомятся с определением понятия уравнения как равенства, содержащее неизвестный элемент, учатся решать линейные уравнения и составлять уравнения для текстовых задач.

Согласно приказу Министерства просвещения Российской Федерации<sup>3</sup> при осуществлении образовательной деятельности в 6-х классах допускается использовать учебник «Математика. 6 класс» Н. Я. Виленкина, В. И. Жохова, А. С. Чеснокова и др. В учебнике на изучение темы «Решение уравнений» в 6 классе отводится 13 часов [25].

Параграф «Решение уравнений» включает в себя изучение 4 пунктов:

1. «Раскрытие скобок» - 2 часа;
2. «Коэффициент» - 3 часа;
3. «Подобные слагаемые» - 3 часа;
4. «Решение уравнений» - 5 часов.

---

<sup>3</sup> Приказ Министерства просвещения РФ от 21.09.2022г. №858 «Об утверждении федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих аккредитацию образовательных программ НО, ОО, СО образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность и установления предельного срока использования исключенных учебников» – Текст: электронный // ФГОС: [сайт]. – URL: <https://edsoo.ru/normativnye-dokumenty/> (дата обращения: 04.04.2024).

Основной целью изучения темы является сформировать понятие уравнения, корня уравнения, множества решений уравнения, уточнить представления о математическом моделировании.

Предметные результаты, которые должны быть освоены у обучающихся в результате изучения данной темы, согласно Федеральному Государственному Образовательному Стандарту основного общего образования (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 июля 2023 года №74223):

- Осуществлять необходимые преобразования, при нахождении значений буквенных выражений;
- Находить неизвестный компонент равенства;
- Уметь составлять буквенные выражения по условию задачи.

*«Ядерным» материалом темы являются:*

- Способы преобразований числовых и буквенных выражений (раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых)
- Определение линейного уравнения (Уравнения с одним неизвестным, которое можно привести к виду  $ax = b$ , где  $a \neq 0$  называют линейным)
- Приемы решения линейных уравнений (метод подбора или с помощью равносильных преобразований)

Характеристика основных видов деятельности обучающегося:

- Использовать буквы для обозначения чисел, при записи математических утверждений, составлять буквенные выражения по условию задачи;
- Находить неизвестный компонент арифметического действия;
- Моделировать ход решения задачи с помощью рисунка, схемы, таблицы;
- Приводить, разбирать, оценивать различные решения, записи решений текстовых задач;

- Критически оценивать полученный результат, находить ошибки, осуществлять самоконтроль, проверяя ответ на соответствие условию.

### *Пункт 1. Раскрытие скобок*

В пункте обучающиеся знакомятся с одним из приемов преобразования выражений - раскрытие скобок.

Если перед скобками стоит знак «плюс», то скобки и знак «плюс» можно опустить, сохраняя знаки слагаемых в скобках. Если первое слагаемое в скобках записано без знака, то его надо записать со знаком «плюс».

Если перед скобками стоит знак «минус», то осуществить это с помощью двух способов. Способ 1 предполагает нахождение значения выражения в скобках, затем найти число, противоположное значению первого действия. Способ 2 предполагает сначала записать числа, противоположным слагаемым, а потом сложить их.

Пример способа 1:  $-(-8 + 3) = -(-5) = 5$ ;

Пример способа 2:  $-(-8 + 3) = 8 + (-3) = 8 - 3 = 5$ .

При вычислении суммы рекомендуется использовать переместительное и сочетательное свойства.

### *Пункт 2. Коэффициент*

Вводится определения понятия коэффициент (числовой коэффициент).

**Числовым коэффициентом** называют числовой множитель в выражении, которое является произведением числа и одной или нескольких букв.

Коэффициентом выражения  $x$  или  $xz$  считают 1, так как

$$x = 1 \cdot x; \quad xz = 1 \cdot xz$$

Коэффициентом выражения  $-n$  считают 1, так как

$$-1 \cdot n = -n$$

### *Пункт 3. Подобные слагаемые*

Следующим способом упрощения выражения – распределительное свойство умножения.

Если выражение имеет слагаемые, которые имеют одинаковую буквенную часть (подобные), то необходимо воспользоваться таким приемом, как приведение подобных слагаемых. Для этого нужно сложить коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

В случае, когда в выражении не все слагаемые подобны, нужно использовать следующий алгоритм:

- 1) подчеркнуть подобные слагаемые,
- 2) сложить коэффициенты подобных слагаемых,
- 3) умножить полученный результат на общую буквенную часть.

Пример:  $14,3c - 5b + 3c - 17b = (14,3+3)c - (5+17)b = 17,3c - 22b$

#### *Пункт 4. Решение уравнений*

Линейным уравнением называют уравнение с одним неизвестным, которое можно привести к виду  $ax = b$ , где  $a \neq 0$ .

При нахождении корней уравнение используют два метода: метод подбора и с помощью равносильных преобразований. Рассмотрим два утверждения, которые предлагают использовать при решении уравнения:

1. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю, то полученное уравнение имеет те же корни, что и данное.
2. Если перенести слагаемое из одной части уравнения в другую с противоположным знаком, то полученное уравнение имеет те же корни, что и данное.

Тема «Решение уравнений» изучается на протяжении всей основной школы. В 6 классе обучающиеся находятся на пропедевтическом этапе изучения данной темы. На этом этапе обучающиеся должны осуществлять необходимые преобразования, при нахождении значений буквенных выражений; находить неизвестный компонент равенства; уметь составлять буквенные выражения по условию задачи.

В следующем параграфе представлены рекомендации к отбору заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности

в процессе реализации дифференцированного подхода, с учётом данного логико-математического анализа.

## **2.2. Рекомендации к отбору заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности обучающихся по теме: «Решение уравнений» в процессе реализации дифференцированного подхода**

Основываясь на положениях, полученных в первой главе и первом параграфе второй главы, приведем рекомендации, которыми учитель может пользоваться при разработке комплекта и отборе заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности в процессе реализации дифференцированного подхода.

Под комплектом заданий будем понимать совокупность заданий, которые необходимы и достаточны для формирования познавательной самостоятельности обучающихся 6-х классов в процессе изучения темы «Решение уравнений».

Познавательная самостоятельность – это качественная характеристика личности обучающегося, отражающая единую систему стремлений и способностей индивидуума накапливать и реализовывать свой потенциал в сфере самостоятельной познавательной деятельности с целью успешного решения личностно-значимых и учебных задач. Формируя познавательную самостоятельность, будем подразумевать формирование таких умений как:

- умения самостоятельно работать с информацией (поиск информации, выявлять общее и различное, структурирование материала, представление информации в другом виде);
- умения самостоятельно планировать свою деятельность (ставить цели, определять задачи, подбирать способы решения);
- умения самостоятельно делать вывод о результативности деятельности, умение корректировать результаты деятельности.

Формирование познавательной самостоятельности осуществляется по трём уровням (этапам): репродуктивному, частично-поисковому, исследовательскому.

Критериями репродуктивного уровня являются выполнение задания и по образцу или с переносом знаний в аналогичные условия.

Критериями частично-поискового уровня познавательной самостоятельности является владение несистемными знаниями в различных областях. В достаточной мере владеет основными способами действий и средствами приобретения и обработки информации. Умеет определить проблему и составить план действий, выбирая необходимые средства.

Уровень исследовательский определяется широким спектром знаний в предметной области, высоким уровнем приобретения, обработки информации; владение большим количеством способов и методов получения новых знаний; умение творчески подходить к решению задачи; умение проводить анализ нескольких источников информации по поиску общего вывода, доказательства.

Исходя из этого, для того, чтобы сформировать у обучающихся познавательную самостоятельность, им необходимо пройти через каждый уровень (этап) познавательной самостоятельности и овладеть соответствующими умениями. Следует отметить, что обучающиеся в одном классе имеют индивидуальные особенности, например, такие как: темп усвоения, тип восприятия, уровень знаний, обученности, самостоятельности и т.д. В связи с этим, задания в комплекте на каждом уровне формирования познавательной самостоятельности будут дифференцированы. Первым этапом осуществления дифференцированного подхода является определение основания дифференциации. В данной работе в качестве основания дифференциации заданий рассмотрим степень выраженности умений, соответствующих познавательной самостоятельности.

Рассмотрим характеристику каждой группы:

*1 группа* характеризуется высокой степенью выраженности умений самостоятельно работать с информацией, планировать свою деятельность, делать выводы о результативности своих действий. Для формирования умений исследовательского характера им необходима минимальная поддержка, направляющая их на творческий поиск.

*2 группа* имеет среднюю степень выраженности умений самостоятельной познавательной деятельности. Например, обучающийся может самостоятельно осуществлять поиск информации, но возникают трудности в структурировании или представлении в другом виде информации. Также при планировании своей познавательной деятельности ученик четко формулирует цель, но составить план действия, сформулировать задачи ему трудно. В том числе, на этапе рефлексии познавательной деятельности делает верные суждения и грамотно оценивает свою работу, однако разработать план коррекции своих «пробелов» в знаниях даётся сложно. Данные характеристики могут быть выражены одновременно или же по отдельности.

*3 группа* отличается полным или почти полным отсутствием умений самостоятельно обучаться, т.е. не осуществляет поиск информации, не умеет самостоятельно структурировать ее, не планирует свою познавательную деятельность и не формулирует выводы о результатах познавательной деятельности. Учащимся этой группы необходимо предоставлять особый вид помощи в заданиях.

При формировании умений, соответствующих самостоятельной познавательной деятельности, рассмотрим тему 6 класса «Решение уравнений». Согласно ФГОС ООО при изучении темы «Решение уравнений» обучающиеся должны научиться осуществлять необходимые преобразования, при нахождении значений буквенных выражений; находить неизвестный компонент равенства; уметь составлять буквенные выражения по условию задачи.

На репродуктивном уровне обучающийся должен знать алгоритм решения уравнений и алгоритм составления буквенного выражения в соответствии с условием задачи.

На частично-поисковом уровне обучающийся должен уметь использовать уравнения в различных предметных областях, знать различные способы и находить из них более рациональный для решения конкретного уравнения. Также на данном уровне обучающимся необходимо овладеть механизмами планирования своей деятельности, поиска необходимой информации для решения учебной проблемы, связанной с изучаемой темой.

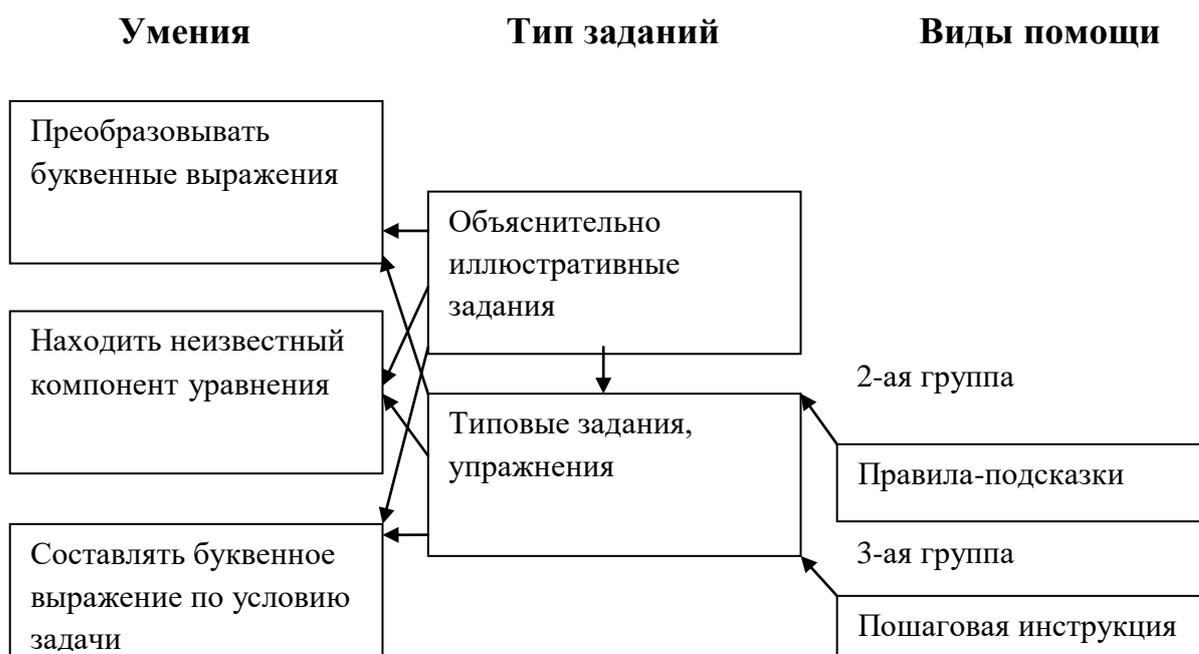
На исследовательском уровне познавательной самостоятельности в процессе изучения темы «Решения уравнений» обучающимся необходимо владеть всеми способами решения уравнений; творчески подходить к решению нестандартных учебных задач; уметь находить и обрабатывать информацию по теме уравнений на исследовательском уровне (проекты); умение проводить анализ нескольких уравнений, необходимый для решения поставленной учебной задачи.

Первый этап уроков по теме «Решение уравнений» связан с формированием алгоритма решения уравнения. На этом этапе обучающийся должен овладеть алгоритмом нахождения неизвестного компонента равенства, пользуясь при этом основными методами преобразования буквенных выражений и методами решения уравнений (методом подбора, равносильных преобразований) и научиться составлять буквенное выражение по условию задачи по алгоритму. Для запоминания алгоритма действий рекомендуется предлагать объяснительно-иллюстративные задания и типовые задания, упражнения.

В соответствии с тем, что обучающиеся имеют разную степень выраженности самостоятельности, то каждой группе необходима разная степень помощи. Для первой группы предлагаются задания, в которых необходимо самостоятельно решить уравнения и составить выражение по условию задачи. Для второй группы вместе с заданием может прилагаться

опорный конспект, карточки-подсказки с необходимыми правилами. С помощью предложенных подсказок обучающийся может научиться выделять необходимую именно для его задания информацию, помогающую ему освоить алгоритм. Третьей группе необходима полная поддержка, которая может выражаться в виде пошаговой инструкции к решению уравнений, составлением выражения по условию задачи. Также может выдана помощь в виде карточек самоанализа, для того, чтобы обучающийся постепенно овладевал способами анализа своей познавательной деятельности.

### ***Репродуктивный уровень***

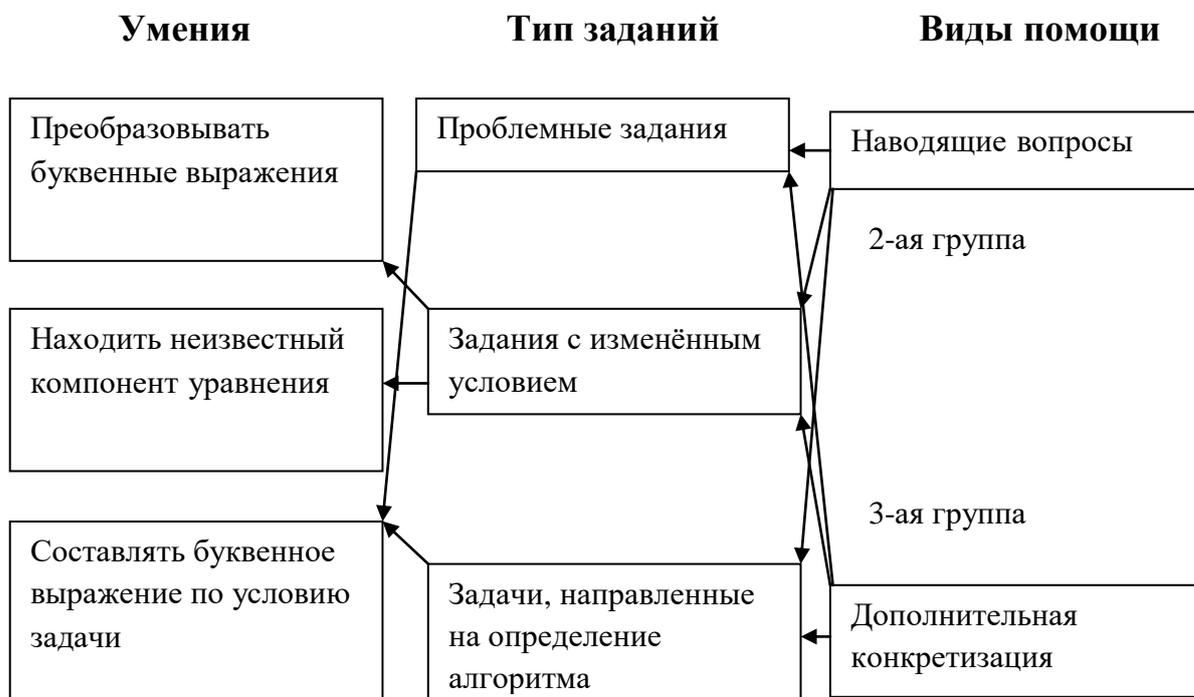


При сформированном репродуктивном уровне обучающиеся переходят на следующий – *частично-поисковый этап*. Учителю необходимо сформировать у обучающихся умение определять проблему и составлять план действий, выбирая необходимые средства. В связи с этим, предложенные задания могут быть из другой предметной области; содержать проблему; направлены на определение результата или алгоритма. Для каждой дифференцированной группы также как и на репродуктивном уровне обучающиеся получают разную степень помощи.

Первая группа выполняет задания самостоятельно. Для второй группы может быть предоставлена подсказка в виде направляющего вопроса, для третьей группы может быть дана помощь в виде конкретного указания.

На этом этапе обучающиеся должны научиться планировать и корректировать свою познавательную деятельность, поэтому для каждой группы рекомендовано предоставлять лист самоанализа.

### *Частично-поисковый уровень*

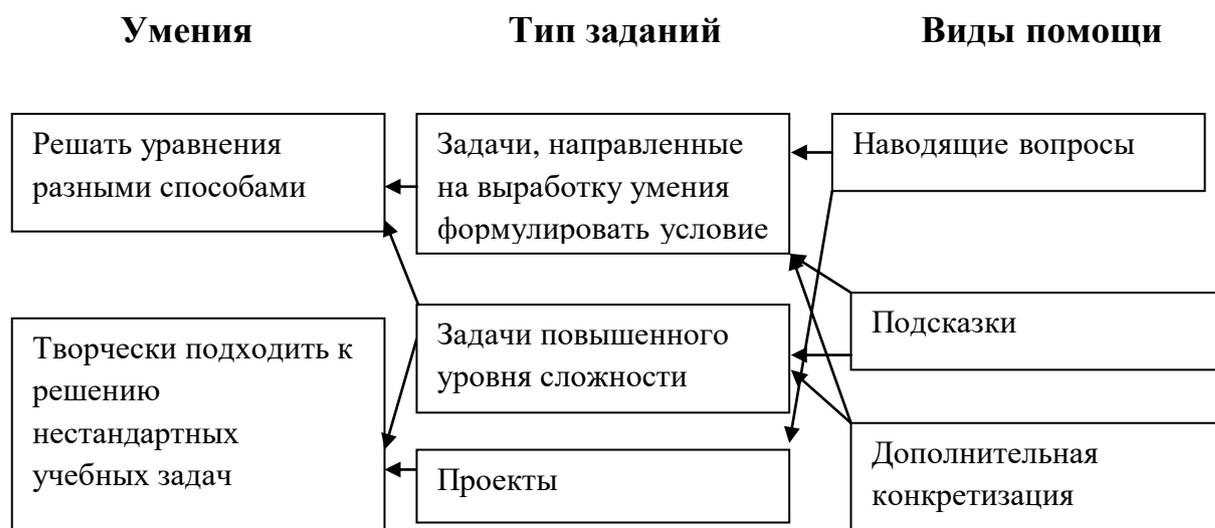


*Исследовательский уровень* характеризуется обширными знаниями в определенной области; отличной математической подготовкой; высоким уровнем усвоения и обработки информации; владением разнообразными методами и приемами для усвоения новых знаний; способностью к творческому подходу к решению задач; навыком анализа нескольких информационных источников для выявления общих выводов и доказательств.

Для формирования этого уровня необходимо предлагать задания, способствующие развитию креативности, способствуют углубленному усвоению знаний. К таким заданиям относятся проекты; задачи, направленные на составлении условия задачи и приведение решения при

указанном ответе. Предложенные задания также могут сопровождаться с разной степенью помощи.

### *Исследовательский уровень*



Таким образом, выделим рекомендации к отбору дифференцированных заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности обучающихся по теме: «Решение уравнений»:

1. Формируя предметные результаты по теме «Решение уравнений», рекомендуется выстраивать траекторию обучения в соответствии с уровнями (этапами) познавательной самостоятельности;
2. Задания должны формировать умения, соответствующие требованиям, указанным в ФГОС ООО;
3. На каждом этапе формирования познавательной самостоятельности, необходимо дифференцировать задания;
4. Дифференциация заданий происходит в соответствии со степенью выраженности уже имеющейся самостоятельности;
5. Для каждой группы обучающихся рекомендуется предлагать разную степень и виды помощи;

6. Задания должны постепенно формировать новые компетенции, повышающие уровень познавательной самостоятельности на более высокий;
7. На каждом уровне задания должны иметь разнообразные виды и формы;
8. Задания должны быть направлены на самостоятельный поиск информации, анализ и вывод;
9. На каждом уровне задания имеют репродуктивный и продуктивный характер.

### **2.3. Комплект дифференцированных заданий для реализации дифференцированного подхода формирования познавательной самостоятельности у обучающихся 6-х классов по теме: «Решение уравнений»**

В данном пункте представлен комплект дифференцированных заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности. Разработанный комплект может быть полезен для учителей и их обучающихся в процессе изучения темы «Решения уравнений» на уроке, а также в качестве заданий, которые обучающимся задают на дом для закрепления.

Под комплектом заданий будем понимать набор заданий, каждое из которых необходимо, а все вместе они достаточны для сформированности у обучающегося умений, которые прописаны в ФГОС ООО.

Задания составлены в рамках выделенных рекомендаций, направленных на формирование познавательной самостоятельности, в процессе реализации дифференцированного подхода.

#### **Группа 1**

##### **Репродуктивный уровень**

Задание 1. Решите первое уравнение (а) двумя способами. Определите, какой способ, по вашему мнению, удобнее и объясните почему? Решите оставшиеся уравнения наиболее удобным для вас способом.

а)  $5x - 3 = 11 - 3x$

б)  $4x - 9 = 7x + 6$

в)  $3,07x - 2,691 = 7,83 + 0,97x$

г)  $-2,57y - 0,108 = 0,132 + 3,43y$

Задание 2. Известно, что в 1 магазине  $x$  – автомобилей, а во втором магазине  $y$  автомобилей. Запишите на математическом языке:

- 1) Число автомобилей в первом магазине после продажи 5 автомобилей из этого магазина;
- 2) Число автомобилей во втором магазине после того, как туда поступили 5 автомобилей;
- 3) Число автомобилей в первом магазине на 5 больше, чем во втором;
- 4) Число автомобилей во втором магазине в 5 раза меньше, чем в первом.

Задание 3. Ознакомьтесь с образцом решения задачи.

*Образец: В одном баке воды было в 4 раза больше воды, чем в другом. Из первого бака перелили в другой 36 литров. Воды в баках стало поровну. Сколько литров воды было в каждом баке?*

*Решение: Пусть  $x$  л – количество воды, которое было до переливания во втором баке. Тогда в первом баке ее было  $4x$  л. После переливания в первом баке осталось  $(4x - 36)$ л, а втором стало  $(x + 36)$ л. По условию задачи известно, что после переливания в обоих баках воды стало поровну.*

*Составим уравнение:*

$$4x - 36 = x + 36$$

Пользуясь образцом, составьте математическую модель задачи и решите ее.

Задача: На первом складе было в 2 раза больше телевизоров, чем на втором. После того как с первого склада взяли 15 телевизоров, а на второй привезли 13, телевизоров на обоих складах стало поровну. Сколько телевизоров было на каждом складе изначально?

**Частично-поисковый уровень**

**Задание 1.** Решите уравнение. Сформулируйте алгоритм решения уравнения:  $\frac{3x}{3} = \frac{1-x}{2}$

**Задание 2.** Решите задачу, пользуясь справочным материалом. Расстояние от одного населённого пункта до другого катер по течению реки Тобол проплыл за 1,5 часа, а против течения за 3 часа. Найдите собственную скорость катера.

**Задание 3.** Сформулируй правила, которые были не соблюдены при решении уравнений. Исправь эти ошибки.

Правила		

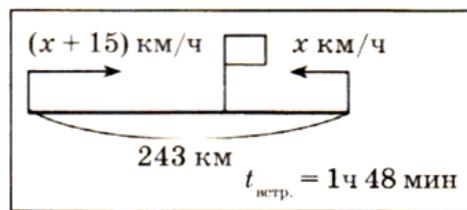
Уравнения		
$0,35(4x - 3) = 0,14(3 - 5x)$ $1,4x - 1,05 = 0,42 - 0,7$ $1,4x = 1,05 + 0,42 - 0,7$ $1,4x = 0,77$ $x = 0,55$	$\frac{5}{6}\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}\right) = 7x - 4\left(x - \frac{5}{6}\right)$ $\frac{5}{18}x - \frac{5}{30} = 7x - 4x + 3\frac{1}{3}$ $\frac{5}{18}x - 7x - 4x = 3\frac{1}{3} + \frac{5}{30}$ $\frac{5}{18}x - 11x = \frac{7}{2}$ $5x - 198x = 63$ $-193x = 63$ $x = -3\frac{4}{63}$	$17,3 - (x - 2,5) = 12,9$ $17,3 - x + 2,5 = 12,9$ $x = 12,9 - 17,3 - 2,5$ $x = -6,9$

С какими ошибками сталкиваетесь именно вы? Как их можно избежать?

### Исследовательский уровень

**Задание 1.** Найдите решение уравнения:  $\frac{x-1}{2} - \frac{3x}{5} = 2$

**Задание 2.** Придумайте условие задачи по схеме и решите её:



## Группа 2

### Репродуктивный уровень

Задание 1. Решите уравнение  $5x - 3 = 11 - 3x$  первым способом, пользуясь подсказкой (соедини прямой необходимый шаг алгоритма с этапом решения). Сформулируйте алгоритм решения второго способа по представленному решению. Определите, какой способ, по вашему мнению, удобнее?

Способ 1:

Результат от деления
Чтобы найти $x$ , делим правую часть на коэффициент при $x$
Переносим все слагаемые из правой части в левую, меняя знаки на противоположные
Приводим подобные слагаемые
Ответ
Слагаемое, содержащее переменную, оставляем в левой части, а не содержащее переменной – переносим в правую часть, меняя знак на противоположный

$$5x - 3 - 11 + 3x = 0$$

---

---

---

---

---

---

Способ 2:

	$5x + 3x = 11 + 3$
	$8x = 14$
	$x = 14 : 8$
	$x = 1,75$

Решите уравнения наиболее удобным для вас способом:

а)  $4x - 9 = 7x + 6$

б)  $3,07x - 2,691 = 7,83 + 0,97x$

в)  $-2,57y - 0,108 = 0,132 + 3,43y$

Задание 2. Известно, что в первом магазине 20 автомобилей. А во втором 30 автомобилей. Запишите следующие высказывания в виде числовых выражений:

- 1) Число автомобилей в первом магазине после продажи 5 автомобилей из этого магазина;

- 2) Число автомобилей во втором магазине после того, как туда поступили 5 автомобилей;
- 3) Число автомобилей в первом магазине на 10 больше, чем во втором;
- 4) Число автомобилей в первом магазине в 1,5 раза меньше, чем во втором.

Известно, что в 1 магазине  $x$  – автомобилей, а во втором магазине  $y$  автомобилей. Запишите на математическом языке:

- 1) Число автомобилей в первом магазине после продажи 5 автомобилей из этого магазина;
- 2) Число автомобилей во втором магазине после того, как туда поступили 5 автомобилей;
- 3) Число автомобилей в первом магазине на 5 больше, чем во втором;
- 4) Число автомобилей во втором магазине в 5 раза меньше, чем в первом.

Задание 3. Ознакомьтесь с образцом решения задачи.

*Образец: В одном баке воды было в 4 раза больше воды, чем в другом. Из первого бака перелили в другой 36 литров. Воды в баках стало поровну. Сколько литров воды было в каждом баке?*

*Решение: Пусть  $x$  л – количество воды, которое было до переливания во втором баке. Тогда в первом баке ее было  $4x$  л. После переливания в первом баке осталось  $(4x - 36)$ л, а втором стало  $(x + 36)$ л. По условию задачи известно, что после переливания в обоих баках воды стало поровну.*

*Составим уравнение:  $4x - 36 = x + 36$*

Представьте эту задачу в виде таблицы, определив количество строк, столбцов. Какое данное мы обозначили за  $x$ , почему?

Попробуйте самостоятельно составить математическую модель задачи, пользуясь таблицей.

Задача: на первом складе было в 2 раза больше телевизоров, чем на втором.

После того как с первого склада взяли 15 телевизоров, а на второй привезли

13, телевизоров на обоих складах стало поровну. Сколько телевизоров было на каждом складе изначально?

Склад	Было	Стало
Первый		
Второй		

Найдите корень уравнения и ответьте на вопрос задачи.

### Частично-поисковый уровень

Задание 1. Вспомните, чем является равенство двух частных (отношений)? Каким свойством обладает данное понятие? Сформулируйте алгоритм решения, пользуясь этим свойством при решении уравнения вида:

$$\frac{3x}{3} = \frac{1-x}{2}$$

Задание 2. Прочитайте задачу: расстояние от одного населённого пункта до другого катер по течению реки Тобол проплыл за 1,5 часа, а против течения за 3 часа. Найдите собственную скорость катера.

Можно ли решить эту задачу? Если нет, то почему? Пользуясь справочным материалом, дополните задачу и решите её.

Задание 3. Сформулируй правила, которые были не соблюдены при решении уравнений. Исправь эти ошибки.

Правила		

Уравнения		
$-2(x + 3) = 12$ $-2x + 3 = 12$ $-2x = 12 - 3$ $-2x = 9$ $x = -4,5$	$-3(x - 2) = -2 + 3x$ $-3x + 6 = -2 + 3x$ $-3x - 3x = -2 + 6$ $-6x = 4$ $x = \frac{4}{-6}$ $x = -\frac{2}{3}$	$-2 - 8(1 - y) = -8$ $-2 - 8 + 8y = -8$ $8y = -8 + 8 + 2$ $8y = 2$ $y = 8 : 2$ $y = 4$

С какими ошибками сталкиваетесь именно вы? Как их можно избежать?

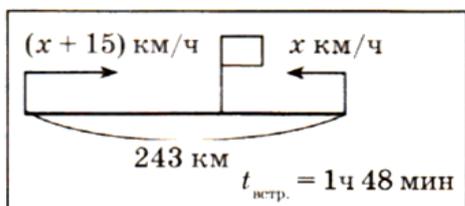
## Исследовательский уровень

Задание 1. Найдите решение уравнения:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{3x}{5} = 2$$

Подсказка: Каким образом мы можем избавиться от знаменателей?

Задание 2. Придумайте условие задачи по схеме и решите её.



- 1) О каком транспорте идёт речь на схеме?
- 2) В каком направлении двигаются автомобили?
- 3) Какие величины известны?
- 4) Что необходимо найти в задаче?

## Группа 3

### Репродуктивный уровень

Задание 1. Ознакомься с образцом решения уравнения первым способом.

Алгоритм способа 1	Решение
Переносим все слагаемые из правой части в левую, меняя знаки на противоположные	$5x - 3 = 11 - 3x$ $5x - 3 - 11 + 3x = 0$
Приводим подобные слагаемые	$5x - 3 - 11 + 3x = 0$ $8x - 14 = 0$
Слагаемое, содержащее переменную, оставляем в левой части, а не содержащее переменной – переносим в правую часть, меняя знак на противоположный	$8x - 14 = 0$ $8x = 14$
Чтобы найти $x$ , делим правую часть на коэффициент при $x$	$x = 14 : 8$
Результат от деления	$x = 1,75$
Ответ	1,75

Пользуясь алгоритмом решения второго способа, найди корень уравнения:  $4x - 9 = 7x + 6$

Алгоритм способа 2	Решение
Из правой части в левую переносим слагаемые, содержащие переменную величину, а из левой части в	

правую переносим слагаемые, не содержащие переменной величины, меняя знаки на противоположные	
Приводим подобные слагаемые в обеих частях уравнения	
Чтобы найти $x$ , делим правую часть на коэффициент при $x$	
Результат от деления	
Ответ:	

Чем отличаются два способа решения уравнений? Какой способ, по вашему мнению, удобнее? Решите уравнения удобным для Вас способом.

а)  $3,07x - 2,691 = 7,83 + 0,97x$

б)  $-2,57y - 0,108 = 0,132 + 3,43y$

Задание 2. Известно, что в первом магазине 20 автомобилей. А во втором 30 автомобилей. Запишите следующие высказывания в виде числовых выражений:

- 1) Число автомобилей в первом магазине после продажи 5 автомобилей из этого магазина;
- 2) Число автомобилей во втором магазине после того, как туда поступили 5 автомобилей;
- 3) Число автомобилей в первом магазине на 10 больше, чем во втором;
- 4) Число автомобилей в первом магазине в 1,5 раза меньше, чем во втором.

Теперь представьте, что изначально в первом магазине было не 20 автомобилей, а  $x$  - автомобилей. А во втором магазине не 30, а  $y$  - автомобилей. Замените соответствующие числа буквами в высказываниях, перечисленных выше. Пользуясь полученным результатом, запишите следующие высказывания на математическом языке:

- 1) Число автомобилей в первом магазине после продажи 5 автомобилей из этого магазина;

- 2) Число автомобилей во втором магазине после того, как туда поступили 5 автомобилей;
- 3) Число автомобилей в первом магазине на 5 больше, чем во втором;
- 4) Число автомобилей во втором магазине в 5 раза меньше, чем в первом.

Задание 3. Ознакомьтесь с образцом решения задачи. Заполните таблицу в соответствии с задачей из образца.

*Образец:* В одном баке было в 4 раза больше воды, чем в другом. Из первого бака перелили в другой 36 литров. Воды в баках стало поровну. Сколько литров воды было в каждом баке?

*Решение:* Пусть  $x$  л – количество воды, которое было до переливания во втором баке. Тогда в первом баке ее было  $4x$  л. После переливания в первом баке осталось  $(4x - 36)$  л, а втором стало  $(x + 36)$  л. По условию задачи известно, что после переливания в обоих баках воды стало поровну.

*Составим уравнение:*  $4x - 36 = x + 36$

Баки	Было	Стало
Первый		
Второй		

} =

Прочитайте задачу: на первом складе было в 2 раза больше телевизоров, чем на втором. После того как с первого склада взяли 15 телевизоров, а на второй привезли 13, телевизоров на обоих складах стало поровну. Сколько телевизоров было на складе изначально?

Заполните пропуски в решении задачи

*Решение:* Пусть  $x$  – количество телевизоров, которое было на \_\_\_ складе. Тогда на \_\_\_ складе \_\_\_ телевизоров. После того, как с \_\_\_ склада взяли несколько телевизоров, то их стало \_\_\_\_\_, а на другой склад привезли телевизоры, и их стало \_\_\_.

Заполните таблицу, пользуясь данными из решения, составьте математическую модель:

Склад	Было	Стало

Первый			} =
Второй			

Найдите корень уравнения и ответьте на вопрос задачи.

### Частично-поисковый уровень

Задание 1. Найдите корень уравнения  $\frac{x}{3} = \frac{6}{2}$ . Каким свойством вы пользовались? Сформулируйте алгоритм решения предложенного уравнения.

Пользуясь алгоритмом, решите уравнение:  $\frac{3x}{3} = \frac{1-x}{2}$ .

Задание 2. Расстояние от одного населённого пункта до другого катер по течению реки Тобол проплыл за 1,5 часа, а против течения за 3 часа. Найдите собственную скорость катера.

Определи, какого данного в условии не хватает, чтобы решить задачу? Найди данное, пользуясь справочным материалом, дополни задачу и реши её.

Направление	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
По течению			
Против течения			

Задание 3. Соотнесите решения уравнений с теми правилами, которые были не учтены. Исправьте эти ошибки.

Правила		
При переносе слагаемых из одной части уравнения в другую необходимо поменять знак на противоположный.	Чтобы найти $x$ в уравнении вида $ax = b, a \neq 0$ , нужно обе части уравнения разделить на коэффициент при $x$ .	Чтобы умножить число на скобку, необходимо каждое число, которое стоит внутри скобок, умножить на множитель перед скобками.

### Уравнения

$-2(x + 3) = 12$ $-2x + 3 = 12$ $-2x = 12 - 3$ $-2x = 9$ $x = -4,5$	$-3(x - 2) = -2 + 3x$ $-3x + 6 = -2 + 3x$ $-3x - 3x = -2 + 6$ $-6x = 4$ $x = \frac{4}{-6}$	$-2 - 8(1 - y) = -8$ $-2 - 8 + 8y = -8$ $8y = -8 + 8 + 2$ $8y = 2$ $y = 8 : 2$ $y = 4$
---	--	---

	$x = -\frac{2}{3}$	
--	--------------------	--

С какими ошибками сталкиваетесь именно вы? Как их можно избежать?

### Исследовательский уровень

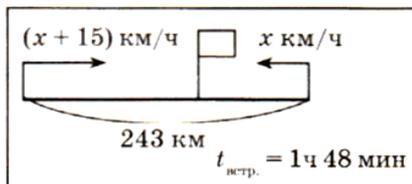
Задание 1. Закончите решение уравнения:

$$\frac{x-1}{2} - \frac{3x}{5} = 2$$

$$\frac{(x-1) \cdot 5}{2 \cdot 5} - \frac{3x \cdot 2}{2 \cdot 5} = 2$$

Какое правило продемонстрировано на 1 этапе решения задачи?

Задание 2. Дополните условие задачи по схеме и решите её:



Два \_\_\_\_\_ (катера/автомобиля/мотоцикла), которые расположены друг от друга в \_\_\_\_\_ км, одновременно отправились \_\_\_\_\_ (в одном направлении/навстречу друг другу/в противоположных направлениях). Причём скорость одного \_\_\_\_\_ меньше/больше скорости второго \_\_\_\_\_ в/на 15 км/ч. Найдите скорости \_\_\_\_\_, если известно, что они встретились через \_\_\_\_\_.

Составьте условие задачи, изменив направление движения объекта(ов).

Таким образом, в данном параграфе на основе выделенных рекомендаций был разработан комплект дифференцированных заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности в процессе изучения темы «Решение уравнений» для обучающихся 6-х классов.

## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2

Во второй главе исследовательской работы был проведён логико-математический анализ по теме: «Решение уравнений» с целью выявления ядерного материала и тех умений, которыми должен обладать обучающийся 6-го класса. Согласно ФГОС ООО обучающимся необходимо овладеть умением преобразовывать буквенные выражения, уметь находить неизвестный компонент и уметь составлять буквенное выражение в соответствии с условием задачи.

Основываясь на перечисленные во ФГОС ООО требования и положения, из первой главы исследовательской работы, были выделены рекомендации по отбору заданий, которые формируют познавательную самостоятельность с учётом индивидуальных особенностей обучающихся.

Таким образом, в параграфе представлен комплект заданий для обучающихся 6-х классов на тему: «Решение уравнений». С помощью представленного комплекта учитель может формировать у обучающихся познавательную самостоятельность, реализуя при этом дифференцированный подход. Задания в комплекте дифференцированы на основе разной степени и видам помощи обучающимся. Задания для каждой группы классифицированы и подобраны таким образом, что процесс формирования познавательной самостоятельности для обучающихся с разной степенью самостоятельности будет комфортным и продуктивным.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования одним из требований реализации образовательных программ является формирование у обучающихся самостоятельно осуществлять работу с информацией, планировать собственную учебную деятельность, делать выводы на основе результатов своей познавательной деятельности и корректировать ее. Другими словами, образовательный процесс должен помогать обучающимся формировать познавательную самостоятельность. Дифференцированный подход является одним из средств реализации данного требования. С помощью данного подхода формирование познавательной самостоятельности будет происходить с учётом индивидуальных особенностей и способностей обучающихся.

В данной выпускной квалификационной работе рассматривается формирование познавательной самостоятельности в процессе реализации дифференцированного подхода на уроках математики.

Цель работы заключалась в разработке комплекта дифференцированных заданий, направленных на формирование познавательной самостоятельности у обучающихся 6-х классов.

Для достижения данной цели была проанализирована методическая и психолого-педагогическая литература, проведён контент-анализ понятия «познавательная самостоятельность», выделена структура, компоненты и уровни (этапы) формирования данного феномена. Был охарактеризован дифференцированный подход как средство формирования познавательной самостоятельности. На основе теоретических положений в первом и втором параграфе были выделены рекомендации к отбору заданий по математике, направленных на формирование познавательной самостоятельности, в процессе реализации дифференцированного подхода.

Во второй главе исследовательской работы был проведён логико-математический анализ по теме «Решение уравнений», выделены

рекомендации к отбору заданий по выбранной теме, что позволило разработать комплект дифференцированных заданий для формирования познавательной самостоятельности у обучающихся 6-х классов.

Таким образом, поставленные задачи решены, цель данной работы достигнута.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абатурова В.С. Формирование познавательной самостоятельности учащихся старших классов средствами математического моделирования // Ярославский педагогический вестник. 2013. №1. С. 108-116.
2. Аввакумова И.А., Камаева Е.В., Семенова И.Н. К вопросу о реализации уровневой дифференциации при обучении математике // Актуальные вопросы математики, информатики и информационных технологий. 2018. №3. С. 106-110.
3. Аввакумова И.А., Кокшарова В.Е. Реализация уровневой дифференциации в процессе обучения математике // Актуальные вопросы математики, информатики и информационных технологий. 2021. №6. С.94-98.
4. Артамонова И.Н. Развитие познавательной самостоятельности студентов как обязательное условие дистанционного обучения // Организация самостоятельной работы студентов по иностранным языкам. 2020. №3. С.5-8.
5. Балл Г. А. Теория учебных задач: психолого-педагогический аспект. М., 1990. 184 с.
6. Бикмурзина Р.Р. Дифференцированный подход к формированию познавательной самостоятельности студентов младших курсов вузов в процессе обучения математике : дис. ... канд. пед. наук. Саранск, 1996. 192 с.
7. Блинова Т.Л., Чеботина В.Е. Дифференцированный подход в формировании познавательной самостоятельности обучающихся на уроках математики // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий / сост. Л.В. Сардак. Екатеринбург, 2024. С.62-68.
8. Богоявленская А.Е. Развитие познавательной самостоятельности студентов: монография. Тверь, 2004. 160 с.

9. Гузеев В.В. Соотнесение сложности и трудности учебных задач с уровнями планируемых результатов обучения // Школьные технологии. 2003. №3. С.50-56.
10. Давыдов В.В. Российская педагогическая энциклопедия. М., 1993. 199 с.
11. Дарабасова Л.А. Критерии сформированности познавательной самостоятельности студентов // Современный ученый. 2017. №5. С. 259-261.
12. Дидактика средней школы: Некоторые проблемы современной дидактики / под ред. М.Н. Скаткина. М., 1982. 319 с.
13. Дорофеев Г. В. Дифференциация в обучении математике // Математика в школе. 1990. №4. С. 15-21.
14. Дорофеев Г.В., Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Фирсов В.В. Дифференциация в обучении математике // Математика в школе. 1990. №4. С. 21.
15. Дробышева И.В. Технология дифференцированного обучения математике // Финансовый журнал. 2010. С. 159-166.
16. Зарипова Е.И., Чухина Е.В. Виды и роль учебных задач в достижении целей современного образования // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. 2016. №3(19). С.116-122.
17. Каменский А.А. К вопросу о развитии познавательной самостоятельности // Человек и образование. 2012. №4(33). С. 139-141.
18. Крупская Н.К. О воспитании и обучении // Сборник избранных педагогических произведений / сост. К.Ф. Константинов, Н.А. Зиневич. М., 1946. 317 с.
19. Куприянова М.А. Формирование познавательной самостоятельности учащихся как педагогическая проблема // Наука и школа. 2009. №3. С. 35-36.
20. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения М., 1981. 185 с.

- 21.Лернер И.Я. Критерии уровней познавательной самостоятельности учащихся // Новые исследования в педагогических науках. М., 1971. №4. С.34-39.
- 22.Лернер И.Я. Процесс обучения и его закономерности М., 1980. 70 с.
- 23.Лях Ю. А. Формирование познавательной самостоятельности школьников в воспитательно-образовательном процессе гимназии: дис. ... канд. пед. наук. Кемерово, 2004. 22 с.
- 24.Маркова А. К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте. М., 1983. 96 с.
- 25.Математика: 6-й класс: базовый уровень : учебник : в 2 частях / Н. Я. Виленкин [и др.]. М., 2023. 144 с.
- 26.Махмутов М.И. Проблемное обучение: Основные вопросы теории. Казань, 2016. 424 с.
- 27.Мурашова Е.А., Прокофьева О.Н. Возможности технологии проектного обучения в формировании познавательной активности студентов // Проблемы современного педагогического образования. 2023. №1. С. 257-259.
- 28.Осмоловская И.М. Дифференцированное обучение: некоторые вопросы теории и практики // Вестник ТГПУ. 1999. №5(14). С. 6-12.
- 29.Певнева Н.С., Аввакумова И.А., Семёнова И.Н. К вопросу о применении фреймового подхода на уроках математики в 5-6-х классах для развития познавательной самостоятельности обучающихся // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий: межвузовский сборник научных работ / Урал. Гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 2017. С. 121-125.
- 30.Петунин О.В. О структуре познавательной самостоятельности обучающихся // Омский научный вестник. 2008. №5. С. 61-63.
- 31.Петунин О.В. О структурных блоках, компонентах и уровнях сформированности познавательной самостоятельности обучаемых // Среднее профессиональное образование. 2008. №5. С. 61-63.

32. Петунин О.В. Формирование познавательной самостоятельности старших обучаемых в процессе углубленного изучения предметов естественнонаучного цикла: монография. Кемерово, 2003. 124 с.
33. Пидкасистый П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении. М., 1980. 240 с.
34. Плигин А.А. Развитие познавательных стратегий учащихся // Одарённый ребенок. 2004. №3 С. 20-32.
35. Половникова Н.А. О теоретических основах воспитания познавательной самостоятельности школьника в обучении. Казань, 1968. 202 с.
36. Половникова Н.А. Система воспитания познавательных сил школьников. Казань, 1975. 101 с.
37. Потешкина Г.В. Разноуровневые задания при реализации уровневой дифференциации обучения на уроках математики // Молодой ученый. 2015. № 11.1. С. 65-67.
38. Поторочина К. С. Развитие познавательной самостоятельности студентов технических вузов в процессе обучения высшей математике: дис. ... канд. пед. наук. Екатеринбург, 2009. 228 с.
39. Пупченко О.С., Филимоненко О.Ю. Развитие познавательной самостоятельности учащихся 8 класса при изучении квадратных уравнений // International journal of advanced studies in education and sociology. 2023. №.1 С. 102-108.
40. Пустовойтов В.Н. Развитие познавательной самостоятельности учащихся старших классов на уроках математики и информатики: монография. Брянск, 2002. 120 с.
41. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов. М., 2002. 224 с.
42. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии ДОС. М., 1999. 256 с.

43. Серова Е.Е. Зона ближайшего развития учащихся в условиях реализации новых ФГОС // Наука и образование сегодня. Петрозаводск, 2023. С. 137-139.
44. Сулейманова А.В. Дифференцированное обучение на уроках математики в общеобразовательном классе средней школы // Вестник Московского университета. Педагогическое образование. 2019. №1. С. 89-99.
45. Темербекова А.А. История возникновения и развития идей дифференцированного обучения в России // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2002. №2(30). С. 96-99.
46. Терешко О.А. Дифференцированный подход к обучению школьников решению текстовых задач (5-6 кл.) с помощью электронного учебного пособия // Обучение и воспитание: методики и практика. 2013.
47. Трухманов В.Б., Трухманова Е.Н. Математические задачи дивергентного типа как средство развития творческого мышления школьников // Нижегородское образование. 2016. №1. С.76-83.
48. Унт И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения. М., 1990. 191 с.
49. Утегенова Б. М., Смаглий Т. И., Онищенко Е. А. Основы дифференциации преподавания и обучения в современной школе. Костанай, 2017. 98 с.
50. Фролова М.С. Определение критериев развития познавательной самостоятельности обучающихся // Актуальные проблемы педагогики и образования. Брянск, 2021. № С.206-211.
51. Шабалин А.М. Развитие познавательной самостоятельности будущего специалиста в области информационных технологий в процессе обучения информатике в колледже: дис. ... канд. ист. Наук. Екатеринбург, 2005. 182 с.
52. Шамова Т.И. Активизация учения школьников. М., 1982. 208 с.