

Министерство просвещения Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, физики и информатики
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

Выпускная квалификационная работа
Направление «44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки). Математика и Информатика»

Работа допущена к защите:

Зав. кафедрой Бодряков В. Ю.

дата

подпись

оценка

Исполнитель:

Щипанова Любовь Ивановна,
студентка группы МИ-1932

подпись

Научный руководитель:

Аввакумова И. А.,
к. пед. н., доцент КВМиМОМ

подпись

Екатеринбург 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРИ РЕШЕНИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ.....	7
1.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОНЯТИЯ МОДЕЛЬ, ЕЁ ВИДЫ И КЛАССИФИКАЦИИ	7
1.2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ.....	13
1.3. УМЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ	21
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЗАДАНИЙ, НАПРАВЛЕННЫХ НА ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ.....	27
2.1. ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ	27
2.2. КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ, НАПРАВЛЕННЫЙ НА ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	44
СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ	46

Введение

Согласно требованиям ФГОС ООО от 31.05.2021 в результате изучения предметной области "Математика и информатика" должны быть созданы условия для развития логического и алгоритмического мышления, формирование умений действовать по алгоритму и строить простейшие алгоритмы, а также для овладения системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности.

Предметные результаты изучения предметной области "Математика и информатика" должны отражать: умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат: развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач: формирование представления об основных изучаемых понятиях: информация, алгоритм, модель - и их свойствах, также решение сюжетных задач разных типов на все арифметические действия, составление плана решения задачи, выделение этапов ее решения, интерпретация вычислительных результатов в задаче, исследование полученного решения задачи, решение логических задач, формирование умений формализации и структурирования информации, умения выбирать способ представления данных в соответствии с поставленной задачей - таблицы, схемы, графики, диаграммы, с использованием соответствующих программных средств обработки данных.

Также метапредметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать: умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

Для формирования выше указанных умений в процессе обучения математики значимым средством могут являться текстовые задачи. Анализ исследований показал, что ребёнок начинает свой путь познания с умения заменять предметы в игре, изобразительной деятельности и речи. Благодаря этим исследованиям, педагоги и психологи обратились к использованию метода моделирования в процессе решения математических задач.

Метод моделирования открывает перед учащимися новые горизонты в решении целого спектра задач. Понимание математических методов исследования позволяет современному человеку принимать обоснованные решения, решать сложные задачи и находить новые пути развития. Поэтому глубокое понимание математики становится всё более важным для каждого человека, независимо от его профессии или интересов. Только осознавая суть математического моделирования, можно эффективно использовать этот метод в повседневной жизни и профессиональной деятельности.

Суть этого метода заключается в том, что с помощью языка математики и математических методов производится изучение различных явлений окружающего нас мира. Математические методы могут быть применимы там, где полученная информация может быть выражена на языке математики. Это означает, что сами изучаемые объекты могут быть обозначены с использованием буквенной символики, их основные характеристики могут быть записаны на языке чисел, а отношения между ними выражены с помощью специальных математических знаков. Если удалось осуществить эти три действия, то можно говорить о возможности построения математической модели.

Моделирование как один из методов обучения является ведущим в решении системы учебных задач.

Метод моделирования был ранее исследован и подробно описан в работах Н. В. Буренковой, С. С. Коробкова, Ю. Б. Мельникова, Л. М. Фридмана. Вопросы моделирования в решении текстовых задач так же

рассматривали Е. М. Ложкина, З. П. Матушкина, И. Н. Семенова, Е. Ф. Фефилова, Л. В. Шелехова. В рамках современных образовательных технологий метод моделирования выделен Г. К. Селевко.

Метод моделирования является универсальным инструментом, так как применим к широкому спектру задач. Современные образовательные стандарты требуют от учащихся не только запоминания фактов, но и умения применять знания на практике, решать реальные проблемы. Умение решать текстовые задачи методом моделирования может быть полезным в будущей профессиональной деятельности, где требуется анализ данных и принятие решений на основе математических моделей, что подтверждает актуальность темы.

Объект исследования: процесс обучения учащихся математике в основной школе.

Предмет исследования: формирование умений осуществлять построение математических моделей при решении текстовых задач.

Цель исследования: разработать комплект заданий с использованием математических моделей в процессе решения текстовых задач.

На основании цели исследования были сформулированы следующие *задачи исследования:*

1. Проанализировать методическую и психолого-педагогическую литературу с целью определения понятия «математическая модель» и её классификаций.
2. Выявить характеристики понятия «текстовая задача» и этапы решения её методом моделирования.
3. Сопоставить этапы решения текстовой задачи методом моделирования с необходимыми умениями для построения модели.
4. Разработать комплект заданий, направленный на формирование умений строить модели в процессе решения текстовых задач.

Для решения поставленных цели и задач были использованы следующие методы исследования:

Теоретические: анализ и синтез, обобщение психолого-педагогической, методической литературы и опыта по теме исследования, классификация.

Эмпирические: проектирование комплекта заданий по теме исследования.

Глава 1. Теоретические аспекты обучения моделированию при решении текстовых задач

1.1. Определение понятия модель, её виды и классификации

Одним из ключевых аспектов обучения является развитие умений решения текстовых задач. Исследования показывают, что ребёнок начинает свой путь познания с умения заменять предметы в игре, изобразительной деятельности и речи.

Эти наблюдения вдохновили педагогов и психологов на использование метода моделирования в обучении. Этот метод позволяет ученикам наглядно представить задачу, выделить ключевые элементы и найти решение. Таким образом, моделирование становится мощным инструментом для развития логического мышления и аналитических способностей у детей. Метод моделирование расширяет творческие возможности учащегося в решении целого ряда задач.

Суть этого метода заключается в том, что с помощью языка математики и математических методов производится изучение различных явлений окружающего нас мира. Математические методы могут быть применимы там, где полученная информация может быть выражена на языке математики. Это означает, что сами изучаемые объекты могут быть обозначены с использованием буквенной символики, их основные характеристики могут быть записаны на языке чисел, а отношения между ними выражены с помощью специальных математических знаков. Если удалось осуществить эти три действия, то можно говорить о возможности построения математической модели [20].

Штофф В. А. считает, что «модель (от лат. *modulus* – мера) – это заместитель оригинала для изучения некоторых его свойств. Модель создается с целью получения и хранения информации, отражающей свойства,

характеристики и связи оригинала, которые являются существенными для решения поставленной задачи» [42].

В своем исследовании Белошистая А. В. определяет «модель, как построенный по определенным правилам аналог исследуемого объекта, процесса, ситуации, который отражает структуру связей и отношений исследуемого объекта, и должен быть способен замещать его так, что его изучение дает нам новую информацию об этом объекте» [6].

Ганеев Х. Ж. обозначает, что «моделью может служить объект любой природы, который способен замещать исследуемый объект так, что его изучение дает новую информацию об этом объекте» [8].

Под *математической моделью* конкретного явления принято понимать математический объект (уравнение, неравенство, систему уравнений или неравенств, граф, геометрическую фигуру и т. д.), который описывает основные закономерности, присущие изучаемому явлению [20].

В своей работе Петерсон Л. Г. описывает «математическую модель, как модель реального объекта или процесса, описывающая на математическом языке его математические свойства (пространственные формы и количественные отношения)» [29].

Байрамукова П.У. понимает «математическую модель, как образ оригинала, выраженный с помощью математических символов (математическим языком) и позволяющий свойства объекта - прообраза, его параметры, внутренние и внешние связи описать в количественной форме, с помощью логико-математических конструкций» [5].

Модели делят на две группы по видам средств, которые используют для их построения: знаковые и схематизированные (Схема 1).

Знаковые модели текстовых задач, выполненные на математическом языке, называют решающими моделями, поскольку на них происходит решение задачи. Все остальные модели – это вспомогательные модели, при помощи которых переход от текста задачи к её математической модели [5].

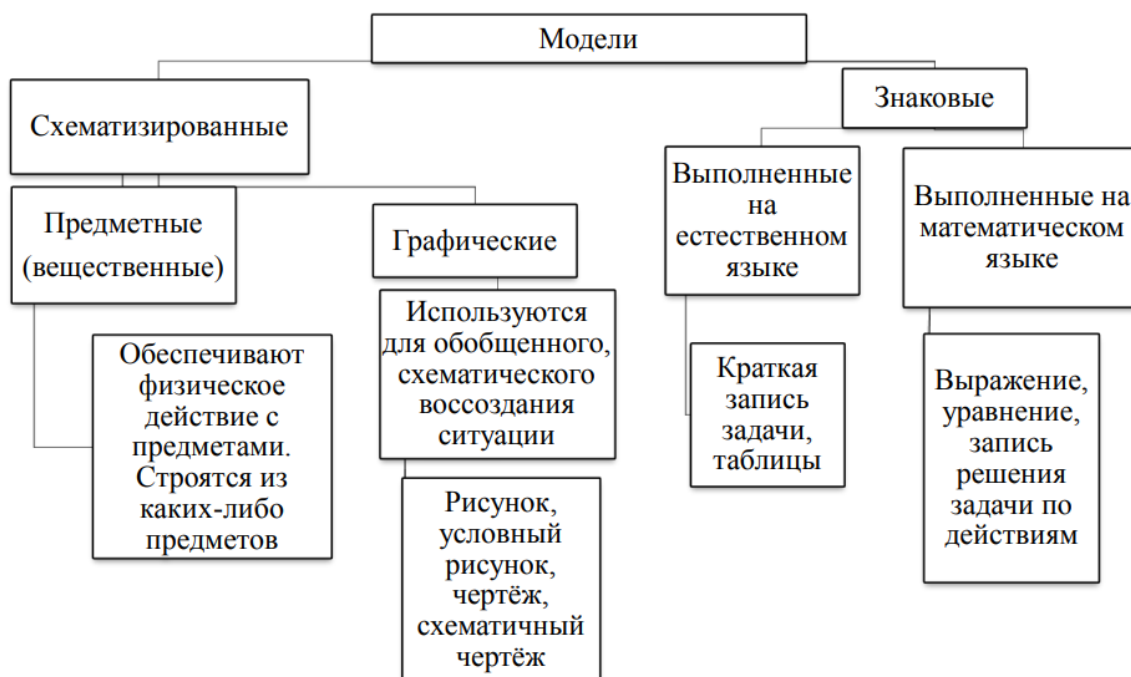


Схема 1. Классификация моделей по построению

Таблица как вид знаковой модели используется главным образом тогда, когда в задаче имеется несколько взаимосвязанных величин, каждая из которых задана одним или несколькими значениями.

Знаковыми моделями текстовых задач, выполненными на математическом языке, являются:

- выражение;
- уравнение;
- система уравнений;
- запись решения задачи по действиям.

Схематизированные, графические и знаковые модели, выполненные на естественном языке – вспомогательные модели, а знаковые модели, выполненные на математическом языке – решающие.

Полезно применять чертежи и схематические рисунки, блок – схемы, моделирование с помощью отрезков и таблиц. Какая бы модель при решении текстовой задачи ни использовалась: арифметическое выражение, уравнение, неравенство или их система, график или др., обучающийся должен проявить понимание исходной ситуации, изобретательность при составлении модели,

умение систематизировать имеющиеся знания и представления, умение целесообразно использовать накопленный им опыт.

Для более подробного изучения математических моделей следует обратиться к их классификации по различным признакам (см. Схема 2) [41]:

1. По принципам построения модели делятся на аналитические и имитационные.

Аналитическими называются математические модели, в которой процессы функционирования реальных объектов или систем записываются в виде явных функциональных зависимостей.

Имитационными называются математические модели, имитирующие поведение реальных объектов, процессов и систем во времени в течение заданного периода.

2. По целям моделирования математические модели делятся на дескриптивные, оптимизационные, многокритериальные и игровые.

Дескриптивными (описательными) называются модели, которые только описывают объекты и явления и как бы фиксируют сведения о них.

Оптимизационными называются модели, имеющие параметры, изменение которых влияет на результат моделирования.

Многокритериальными называются модели, которые позволяют оптимизировать процесс по нескольким параметрам сразу, причем, цели оптимизации могут быть весьма противоречивы.

Игровыми называются модели, которые определяют стратегию противников в конфликтной ситуации, называемой в математической теории игр игрой.

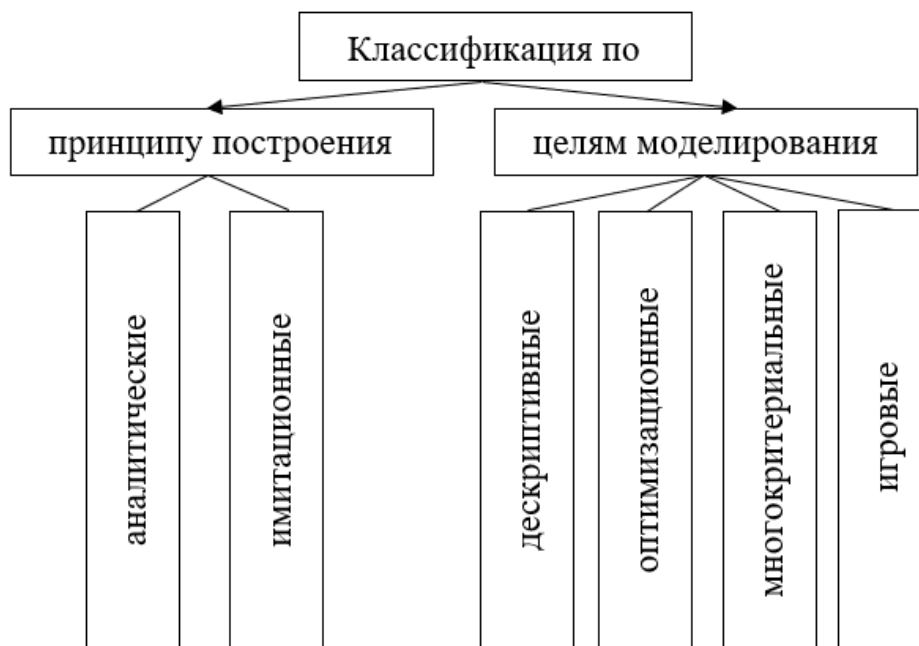


Схема 2. Классификация математических моделей.

Модели представляют собой один из способов отображения сути задачи, который помогает выстроить логическую цепочку рассуждений и прийти к конечному результату. При анализе задачи предлагается несколько моделей, чтобы познакомить с различными видами моделирования. Это позволяет обучающимся почти сразу определить, какая модель им наиболее удобна. Они делают выбор индивидуально, выбирая наиболее подходящий для себя вариант, что даёт положительный результат.

Такой подход способствует развитию творческого мышления, активизации мыслительной деятельности и отсутствию стеснения, если предложенная модель не будет принята. Важно, что такой метод работы при решении сложных задач приводит к разнообразию способов решения, причём обучающиеся находят их самостоятельно.

Процесс построения математической модели и изучения строения с помощью построенной модели называется *математическим моделированием* [20].

По мнению Морозова К. Е. моделирование — это «построение (или выбор) и изучение моделей с целью получения новых знаний об объекте» [27].

В исследованиях выделяют следующие этапы процесса моделирования: постановка задачи, создание (выбор) модели, исследование модели, перенос знаний. Необходимость использования модели возникает на этапе постановки задачи, когда возникает невозможность или затруднительность решение путем непосредственного оперирования с объектом задачи.

При это существует два пути: выбор модели из числа уже существующих моделей или создание новой модели. Создание новой модели сопровождается двойной идеализацией: моделируемого объекта и второго, чье исследование должно расширить и углубить знания об оригинале.

Согласно Самарскому А.А. и Михайлову А. П. процесс построения моделей состоит из следующих этапов:

- формулировка предмодели;
- завершение идеализации объекта;
- выбор или формулировка закона (вариационный принцип, аналогия и т.п.), которому подчиняется объект, и его записи в математической форме;
- «оснащение» модели;
- изучение модели;
- установление адекватности модели [32].

Данный метод особенно результативен при работе над практико-ориентированными задачами, так как он позволяет обучающимся научиться применять математические знания в реальных ситуациях, подготавливает их к будущей практической деятельности и решению задач, с которыми они могут столкнуться в повседневной жизни. Поэтому для учащихся крайне важно овладеть навыком построения моделей.

1.2. Использование моделирования в процессе решения текстовых задач

В российских образовательных программах значительное внимание уделяется решению текстовых задач. Это важный элемент обучения, который помогает развивать логическое мышление, умение анализировать информацию и применять математические знания на практике. К арифметическим задачам относятся все текстовые задачи, решение которых осуществляется по действиям или составлением выражения. Обучение арифметике традиционно основывалось на освоении вычислительных умений, связанных с практическими расчетами. Но основная линия арифметики – линия числа – была еще не разработана, поэтому все обучение вычислениям велось через текстовые задачи.

Все арифметические задачи по числу действий, выполняемых для их решения, делятся на простые, задачи, для решения которой надо выполнить одно арифметическое действие и составные, задачи, для решения которой надо выполнить несколько арифметических действий [40].

С помощью текстовых задач как старинного способа передачи математических знаний и приемов рассуждений в обществе научились формировать важные общеучебные действия: анализ текста, выделение условия задачи и главного вопроса, составление плана решения; поиск решения; проверка полученного результата. К середине 50-х годов XX века сложилась развитая типология задач, включающая задачи на части, проценты, совместную работу и другие.

Процесс решения задачи – это переход от словесной модели ситуации, описанной в тексте задачи, к вспомогательным моделям, а уж затем – к модели [7]. Поскольку построение вспомогательных моделей задач требует разностороннего её анализа, то уже само построение этих моделей выступает в качестве эффективного средства анализа.

Любая вспомогательная модель дает возможность: анализировать текст задачи, «опредмечивать» абстрактные понятия, выделять существенное и отсеивать несущественное, непосредственно усматривать зависимости между величинами.

Текстовой задачей называется описание некоторой ситуации (явления, процесса) на естественном и (или) математическом языке с требованием либо дать количественную характеристику какого-то компонента этой ситуации (определить числовое значение некоторой величины по известным числовым значениям других величин и зависимостям между ними), либо установить наличие или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами или определить вид этого отношения, либо найти последовательность требуемых действий [15].

Ильясов И. И. под *текстовой задачей* понимает требование либо нахождение каких-либо знаний о явлениях действительности (объектах и процессах) и их характеристиках, которые они имеют в определенных заданных в задаче условиях, либо на получение какого-то искомого практического результата (построить что-то, обеспечить выполнение каких-то условий и тому подобное) [19].

Школьная математическая задача, как правило, содержит некоторое множество отношений (между данными, между данными и искомыми, между искомыми). Под отношением Фридман Л. М. понимает лишь такую связь между значениями величин, которую нельзя расчленить на другие, более простые связи. При этом автор выделяет две группы отношений [40].

К первой группе относятся отношения между значениями одной и той же величины.

В ней можно выделить два вида:

1 вид – это отношение частей и целого. Он характеризуется:

— операцией сложения нескольких значений величины в одно значение той же величины;

— операцией вычитания из целого одной из его частей.

2 вид – отношение сравнения значений одной и той же величины:

— отношение равенства между значениями одной и той же величины;

— отношение неравенства между двумя значениями одной и той же величины;

— отношение разностного сравнения двух значений одной и той же величины (насколько одно значение больше или меньше другого);

— отношение кратного сравнения двух значений одной и той же величины (во сколько раз одно значение больше или меньше другого);

— процентное отношение или отношение части от целого (какую часть или какой процент составляет одно значение от другого).

Вторую группу отношений составляют отношения между значениями различных величин, в том числе:

— переход от одной единицы счета или измерения к другой;

— разбиение целого на равные части;

— зависимость между значениями различных величин.

Отношение, выражающее функциональную зависимость между величинами, входящими в условие и требования задачи, и реализованное на ее предметной области, называется основным.

Предложение, формализованное основным отношением, реализованным в задаче, называется *ситуацией* [41]. При этом в каждой задаче имеет место одна или несколько ситуаций.

Демидова Т. Е., Тонких А. П. в методике обучения математике выделяют следующие *этапы решения текстовой задачи*:

I. Восприятие и анализ текста, представление о происходящем процессе, визуализация;

II. Поиск решения (составление плана): построение наглядной модели условия задачи (рисунка), в которой даны значения;

III. Процесс решения (реализация плана): запись решения задачи, интерпретация вычислительных результатов в задаче;

IV. Проверка решения задачи, запись ответа, обобщение и конкретизация задачи, составление аналогичных задач, поиск других способов решения, возможно, алгебраического способа [15].

Математической моделью текстовой задачи является выражение или запись по действиям, если задача решается арифметическим методом, уравнение (система уравнений), если задача решается алгебраическим методом. Также, в качестве математической модели могут выступать неравенства или система неравенств.

Анализ литературы показал, что моделирование на уроках математики чаще всего применяется при решении текстовых задач. Ни одна текстовая задача не может обойтись без соответствующей модели: краткой записи, схемы, графического рисунка и другое.

Математическое моделирование не сводится к подбору подходящего математического объекта, а является сложным процессом, состоящим из многих этапов.

Рассмотрим основные этапы математического моделирования. Фридман Л. М. выделяет *4 этапа математического моделирования при работе с текстовой задачей* (с точки зрения методики обучения школьников математическому моделированию):

I. Этап построения решающей математической модели задачи (воссоздание реальной ситуации, часть которой описана в тексте задачи; расчленяющее абстрагирование, формализация существенных свойств объектов воссозданной ситуации посредством математического языка);

II. Этап работы с решающей математической моделью задачи;

III. Этап интерпретации результата работы с решающей математической моделью задачи с математического языка на язык задачи;

IV. Этап дополнительной работы с моделями [21].

Математическое моделирование должно обеспечиваться выполнением следующих требований: четкая формулировка основных понятий и предположений, основанная на опыте, анализ адекватности используемых моделей, гарантированная точность вычислительных алгоритмов и т. д. [18]. Рассмотрим для сравнения другие *этапы математического моделирования*, выделенные С. С. Коробковым [20]:

I. Изучение данного процесса. Необходимо выявить основные величины, участвующие в нем, определить их возможные значения. Важно на этом этапе понять, какие из величин влияют на окончательный результат. На первом этапе необходимо обратить внимание на самые важные стороны процесса, пренебрегая малозначимыми и второстепенными. Все основные величины должны быть обозначены переменными. Затем выявляются главные зависимости между рассматриваемыми величинами и подбирается соответствующий математический аппарат. Это самый важный этап математического моделирования. Следует иметь в виду, что зависимости между участвующими переменными, как правило, являются сложными и возможно не будут точно описаны. Поэтому подбираемый математический аппарат может отражать изучаемую зависимость приближенно. Последующие этапы позволят улучшить модель.

II. Работа с математической моделью. Средствами математики исследуются свойства модели и решается прямая задача — получение теоретических следствий. Для исследования модели может потребоваться создание нового математического аппарата. Решение прямой задачи может осуществляться с применением компьютерной техники.

III. Данные, полученные на математической модели, интерпретируются в терминах изучаемого процесса. На этом этапе выясняется, как согласуются

данные, полученные с помощью модели, с результатами эксперимента. Подбор параметров модели с целью получения более точного соответствия между теоретическими и практическими результатами осуществляется при решении обратной задачи. Если теоретические результаты согласуются с данными эксперимента в пределах точности измерений, то модель принимается. В противном случае переходят к следующему этапу.

IV. Модификация модели. На этом этапе в модель могут быть введены новые величины, чтобы модель точнее описывала изучаемый процесс. Возможно и упрощение модели, если ее применение оказывается трудоемким. После модификации модели повторяются этапы II и III.

Используя математический язык можно составлять математические модели реальных ситуаций. Модель дает возможность более полно увидеть зависимость между данными и искомыми в задаче, представить задачу в целом, помогает обобщить теоретические знания.

Одной из известных является классификация по характеру моделей, согласно ей различают следующие *виды моделирования* [12]:

1. Предметное моделирование, при котором модель воспроизводит геометрические, физические, динамические или функциональные характеристики объекта. Например, модель моста, плотины, модель крыла самолета и т. д.

2. Аналоговое моделирование, при котором модель и оригинал описываются единым математическим соотношением. Примером могут служить электрические модели, используемые для изучения механических, гидродинамических и акустических явлений.

3. Знаковое моделирование, при котором моделями служат знаковые образования какого-либо вида: схемы, графики, чертежи, формулы, графы, слова и предложения в некотором алфавите (естественного или искусственного языка)

4. Со знаковым тесно связано мысленное моделирование, при котором

модели приобретают мысленно наглядный характер. Примером может в данном случае служить модель атома, предложенная в свое время Бором Н. в 1913 году.

5. Особым видом моделирования является также включение в эксперимент не самого объекта, а его модели, в силу чего последний приобретает характер модельного эксперимента. Этот вид моделирования свидетельствует о том, что нет жесткой грани между методами эмпирического и теоретического познания.

Рисунки, схемы и чертежи не только помогают учащимся лучше понимать взаимосвязи между различными величинами, но и способствуют активному мышлению и поиску оптимальных решений задач. Они не только помогают усвоить знания, но и развивают навыки их практического применения. Визуализация является важным инструментом для развития более сложных когнитивных процессов и формирования понимания математических парадигм на протяжении всего обучения.

Овладение учащимися структурными компонентами деятельности моделирования базируется на усвоении принципов, определяющих эффективность перевода текста на знаково-символический язык.

Модели различного представления формируют у обучающихся навыки чтения текста, понимание взаимосвязей объектов задачи и развивают логическое мышление.

Метод моделирования расширяет творческие возможности учащегося в решении целого ряда задач. Понимание сущности математического моделирования является ключом к адекватному использованию этого метода в повседневной жизни и работе. Необходимо овладеть качественными математическими знаниями, понимая математические методы и их возможности, а не просто уметь проводить разнообразные расчеты.

Глубокий анализ условия текстовой задачи может быть использован с применением метода моделирования. Такой метод исключает множество

ошибок, развивает навык арифметических действий и в целом помогает более осознанно решать текстовую задачу.

При обучении математическому моделированию в процессе решения текстовых задач можно отметить несколько уровней обучения в порядке нарастающей сложности:

1. Обучение «языку» на котором будет вестись моделирование (изучение теории и решение системы упражнений, направленных на ее закрепление).

2. Обучение «переводу» реальной ситуации на данный математический язык.

3. Обучение выбору существенных переменных и построению схемы их взаимосвязей.

4. Обучение составлению математических выражений, реально существующих отношений и связей (в частности составлению уравнения по условию задачи).

5. Обучение решению математически выраженных отношений и связей, истолкованию полученного ответа.

6. Обучение исследованию полученного решения (в частности, простейшим навыкам самоконтроля).

Рассматривая процесс обучения решению текстовых задач, приходим к двум направлениям, в которых используют модели:

- в качестве средства, облегчающего понимание и восприятие задачи (вспомогательные модели);

- в качестве средства исследовательской деятельности (уравнения, неравенства и т.д.).

Моделирование текстовых задач способствует развитию аналитических способностей учащихся (анализировать условие задачи, выделять ключевые данные и строить математическую модель); логического мышления (решение задач требует логических рассуждений и обоснований); критического

мышления (оценивают достоверность данных, правильность решения и полученный результат); умения работать с информацией (задача может содержать избыточные или недостающие данные, что требует от учеников умения находить нужную информацию и отсеивать ненужную).

1.3. Умения обучающихся, необходимые для построения моделей при решении текстовых задач

Для осуществления метода моделирования необходимо формировать у обучающихся соответствующее умения.

Умение в словаре методических терминов и понятий определяется как «усвоенный субъектом способ выполнения действий, обеспечиваемый совокупностью приобретенных знаний и навыков. Способность осознанно совершать действие, опираясь на сформированные навыки и приобретенные знания» [2].

Фридман Л. М. рассматривает умение как «сознательное применение имеющихся у ученика знаний и навыков для выполнения сложных действий в различных условиях, т. е. для решения соответствующих задач, ибо выполнение каждого сложного действия выступает для ученика как решение задачи» [39, с. 140].

Психологи «умение» определяют как освоенный субъектом способ выполнения действия, обеспечиваемый совокупностью приобретенных знаний; способность выполнять некое действие по определенным правилам не только в привычных, но и в измененных условиях [9].

Епишева О. Б. определяет умение как способность ученика выполнять действия в составе приема, зная способ их выполнения, под активным контролем внимания [17].

Вышесказанное позволяет рассматривать умение как осознанное использование обучающимся знаний и навыков для выполнения сложных разнообразных условий с целью решения текстовых задач.

Построение модели включает в себя, помимо прочего, разработку модели деятельности и адекватную оценку соответствия исходным объектам и условиям.

Умение строить модель:

1. Подразумевает, в том числе, построение модели деятельности (учебно-организационное умение) и оценку её адекватности (учебно-интеллектуальное умение), целенаправленный анализ входной информации (учебно-информационное)
2. Может использоваться многими деятельности, т.е. является общим умением.

В учебном пособии под редакцией Мишина В. И. [1] пишется, что решение задач формирует у школьников следующие общеучебные умения:

- умение воспринимать учебную информацию;
- мотивировать каждый шаг своей деятельности и уметь планировать её;
- рационально оформлять результаты действий;
- осуществлять самоконтроль и проверку.

Мельников Ю. Б. выделил следующие базовые знания и умения для построения и анализа математических моделей:

- знание основ языка теории множеств;
- умение формулировать и анализировать определения;
- владение языком алгебраических выражений;
- владение основами вычислительного, языкового, доказательного аппарата математики;
- знание основных закономерностей предметной области: базовых формул;
- владение основными правилами интерпретации текста, например, различных формульных интерпретаций таких фраз, как «во столько-то

раз больше (меньше)», «на столько-то единиц больше (меньше)» и т. д. [26].

Матвеева Е. П. в своей работе выделила следующие умения для формирования и развития у учащихся умения строить модель: анализировать, синтезировать, разбивать на элементы, сравнивать, выделять существенные (несущественные) признаки, устанавливать существенные различия, проводить аналогию, обобщать, выбирать алгоритм соответственно составленному отношению, интерпретировать данные, описывать количественные и качественные характеристики объектов, конкретизировать, находить ассоциации [23].

Таким образом, получили следующие определение:

«формирование умения моделирования» – это процесс обучения и воздействия на личность обучающегося, направленный на то, чтобы он научился осознанно применять свои знания и навыки в различных условиях. Этот процесс включает в себя создание и исследование моделей для получения новых знаний и решения текстовых задач.

Сопоставим традиционные этапы решения текстовой задачи и этапы метода моделирования.

Таблица 1.

Сопоставление этапов решения текстовой задачи с этапами метода моделирования

Этап	Текстовая задача	Моделирование по Фридману Л. М.	Моделирование по Коробкову С. С.
1	Восприятие и анализ задачи	Построение решающей математической модели задачи	Изучение процесса (выявление основных величин и их возможные значения, зависимость между ними)
2	Поиск способа решения задачи и составление плана	Работа с решающей математической моделью задачи	Работа с математической моделью задачи

	решения		
3	Выполнение плана решения	Интерпретация результата работы с решающей математической моделью задачи с математического языка на язык задачи	Интерпретация данных, полученных математической моделью в термины изучаемого процесса
4	Проверка решения задачи	Дополнительная работа с моделью	Модификация модели

Можно сделать вывод о том, что *деятельность обучающихся на этапах решения задачи и этапах метода моделирования совпадают*, что позволяет использовать процесс обучения решению задач при формировании учебного метода моделирования.

Основываясь на проведенном анализе понятий и структуре этапов текстовой задачи и метода моделирования, можно выделить умения, которые потребуются обучающимся при построении модели в процессе решения текстовой задачи, основываясь этапами Фридмана Л. М. [33]:

Таблица 2.

Сопоставление этапов решения текстовой задачи методом моделирования с необходимыми умениями для построения модели

Этапы решения текстовой задачи методом моделирования	Необходимые умения
Построение решающей математической модели задачи	<i>Формирование умения анализировать текст.</i> <i>Предварительный анализ или действие анализа текста.</i> — выделять объекты, о которых говорится в задаче; — выделять условие и вопрос. Перевод текста на знаково-символический язык. краткая запись <pre> graph TD A[краткая запись] --> B[схема] A --> C[таблица] </pre> <i>Установление отношений.</i> — устанавливать отношения: • между данными; • между элементами.

	Выделять ситуации, которые описаны в задаче: • преобразование единиц сообщения через анализ текста или модели при помощи схемы рассуждений от данных к вопросу; • работа с моделью: анализ схемы, достраивание и видоизменение через анализ текста или модели при помощи схемы рассуждений от вопроса к данным.
Работа с решающей математической моделью задачи	Составление плана решения — устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданным величинами; — переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык; — выражать величины из формул; — выделять из текста задачи предложения, выражающие зависимость между данными и искомыми величинами, преобразовывать их.
Интерпретация результата работы с решающей математической моделью задачи с математического языка на язык задачи	Решение задачи. — интерпретировать полученные результаты на языке данной задачи; — выполнять проверку решения и оценивать его с точки зрения рациональности;
Дополнительная работа с моделью	Соотнесение результатов, полученных на модели, с текстом. — выбирать оптимальный способ решения.

Проведенное сопоставление позволяет сделать вывод, что формирование необходимых умений для построения модели может осуществляться на каждом этапе решения текстовой задачи методом моделирования, если обучающиеся будут включены в соответствующую деятельность.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1

В первом параграфе первой главы на основе анализа психолого-педагогической, методической литературы были выделены определения модели и математической модели, выделены виды и этапы построения. Было установлено, что процесс создания математической модели и её использование для изучения системы называется математическим моделированием.

Во втором параграфе исследовательской работы были рассмотрены текстовые задачи, её виды и этапы их решения. Рассмотрены этапы математического моделирования двух авторов: Фридмана Л. М. и Коробкова С.С., рассмотрены особенности каждого этапа.

В третьем параграфе на основании анализа литературы было установлено соотношение этапов решения текстовой задачи с этапами математического моделирования. Был сделан вывод, что деятельность обучающихся на этапах решения задачи и этапах процесса моделирования идентична. Сделан вывод о методе моделирования, как учебном методе для использования в процессе решения текстовых задач. Также выделены формируемые умения на каждом из этапов решения текстовой задачи методом моделирования.

Таким образом, считаю задачи первой главы решены.

Глава 2. Методические особенности использования заданий, направленных на формирование умений осуществлять построения моделей при решении текстовых задач

2.1. Формирование умений у обучающихся осуществлять построение математических моделей на уроках математики

Для того, чтобы сформировать необходимые умения у обучающихся при построении моделей необходимо не только предоставлять теоретические знания по построению моделей и практическую реализацию, но и правильно организовать деятельность обучающего на уроке.

На *первом этапе* – «Построение решающей математической модели задачи» обучающимся проводят семантический анализ текста задачи, выполняя следующие задания:

- 1) прочитайте условие задачи;
- 2) выделите процессы, о которых идет речь в задаче;
- 3) установите, какими величинами характеризуется каждый процесс;
- 4) выделите величины, которые известны и которые требуется определить;
- 5) составьте краткую запись (схематичную, табличную, с помощью рисунка) условия задачи.

Чтобы проверить, все ли данные задачи отражены на модели, можно прочитать задачу, показывая, все только на составленной модели.

Семантический анализ текста проводится с целью выявления общего смысла, который необходимо представить в виде модели. При этом обучающимся необходимо разделить задачу на логические блоки посредством анализа каждой ситуации и выяснения условий, связывающих

их между собой, для дальнейшего составления краткой или схематической записи условия задачи.

Необходимо обсуждать с обучающимися о «ключевых» фразах в тексте. Упражнение на переформировку предложений, выражающих зависимость между величинами с целью сделать более понятным смысл задачи.

Обучающиеся, решая задачу, устанавливают аналогии между однородными формулами, заполняя модель на нахождение одного компонента формулы по двум другим.

На первом этапе обучающимся необходимо составлять задачу по основным отношениям, числовым или буквенным выражениям, схемам, уравнениям, сравнивать одну и ту же задачу по условию, но с различным вопросом.

Ход выполнения обучающимися каждой операции и получаемые результаты необходимо контролировать.

Для выполнения *второго этапа* – «Работа с решающей математической моделью задачи» во внешний план выносятся элементы задачи и их отношений, которые настолько раскрывают связи и зависимости между величинами в задаче, что иногда перевод сразу ведет к открытию решения.

Работа с моделью может вестись в двух направлениях:

- 1) достраивание схемы, исходя из логического вывода, расшифровки данных задачи;
- 2) видоизменение схемы, ее переконструирование.

В большинстве случаев удобно за независимую переменную выбирать ту величину, которую требуется определить в задаче, и эту возможность надо рассматривать в первую очередь, но, этого правила следует придерживаться не всегда, иногда проще составить уравнения, в которые войдут неизвестные, необозначенные в вопросе задачи, поэтому здесь необходимо подобрать

задания на выбор неизвестных величин в качестве переменной, обсудить с обучающимися преимущества и недостатки того или иного обозначения.

При составлении уравнения или систем уравнений очень важно проследить за тем, чтобы были обязательно использованы все условия задачи - без этого правильного решения получить невозможно.

Лишние условия в текстовой задаче могут быть разнообразными и не всегда очевидными, например:

— Избыточные данные, когда в задаче есть информация, которая не влияет на решение или может быть выведена из других данных. Например, если в задаче о расстоянии между городами указано время в пути, но оно не используется для вычислений.

— Неактуальные детали, подробности, которые не имеют отношения к основной цели задачи. Например, описание внешности персонажей в задаче на математическое вычисление.

— Несоответствующие единицы измерения, т. е. использование разных единиц измерения для одних и тех же величин может запутать и усложнить задачу.

— Повторяющиеся данные, повторение одной и той же информации разными словами может создать впечатление дополнительных условий.

— Ненужные ограничения, указание ограничений, которые уже учтены в других условиях или не влияют на результат.

— Дополнительные вопросы, включение вопросов, ответы на которые можно получить из основного текста задачи.

— Запутывающие формулировки, использование сложных или неоднозначных формулировок, которые могут привести к неправильному пониманию задачи.

Важно помнить, что при анализе задачи необходимо учитывать контекст и цель её постановки. Иногда дополнительные условия могут быть частью задачи и необходимы для её решения.

Иногда элементы и объекты явно демонстрируют связи и зависимости между величинами в задаче, что иногда это сразу же приводит к нахождению решения.

Необходимо обратить внимание обучающихся на тот факт, что после решение уравнения, полученное выражение также будет являться *математической моделью* рассматриваемой задачи, так как оно описывает с помощью математического языка.

На *следующем этапе* – «Интерпретация результата работы с решающей математической моделью задачи с математического языка на язык задачи» обучающиеся должны соотнести полученный результат с теоретическим знанием.

Учащиеся после решения задачи проверяют свои ответы для доказательства того, что полученные ответы удовлетворяют условиям и требованиям задачи.

Чтобы найти правильное решение задачи, нужно изучить корни уравнения и проанализировать их значение. Следует проверить логичность каждого этапа решения и всех выполненных операций.

На этом этапе обучающиеся могут выполнить следующие задания, с целью оптимального, рационального выбора: запишите алгоритм составления таблицы, указав последовательность ваших действий; сформулируйте ответ на вопрос: «Удобно ли применять данный вид модели и почему?».

Для выбора оптимальной модели на естественном языке текстовой задачи учитель может предложить обучающемуся ряд рекомендаций:

- внимательно прочитайте задачу: убедитесь, что вы понимаете все термины и понятия, которые используются в задаче;
- определить цель задачи: что именно нужно найти или вычислить? Это поможет вам выбрать подходящую модель;

— рассмотреть данные: какие данные предоставлены в задаче? Они могут помочь вам определить, какую модель использовать;

— сравнить модели: если у вас есть несколько вариантов моделей, сравните их по следующим критериям: простота, точность, применимость к данным задачи;

— применить выбранную модель: решите задачу, используя выбранную модель. Убедитесь, что полученный результат соответствует условиям задачи;

— проверить ответ: после решения задачи проверьте, соответствует ли полученный результат условиям задачи. Если ответ не совпадает с условиями, возможно, вы неправильно выбрали модель или применили её. В этом случае вернитесь к шагу 4 «сравнить модели» и пересмотрите свои действия;

— запишите ответ: запишите окончательный ответ задачи, учитывая все необходимые единицы измерения и точность.

Выбор подходящей модели для текстовой задачи может зависеть от её сложности, наличия данных и цели задачи. Важно помнить, что иногда задача может быть решена несколькими способами, и выбор модели зависит от ваших предпочтений и опыта.

На заключительном этапе «Дополнительная работа с моделью»:

Необходимо провести ретроспективный анализ, т. е. зафиксировать моменты опыта решения текстовой задачи, вернуться в «начало» с целью уяснения и уточнения идей и методов решения, упрощения расчетов, установления общих приемов для решения подобного рода задач, поиску наиболее рациональных путей решения рассматриваемой задачи.

Таким образом, для формирования необходимых умений строить модели можно использовать специальные задания к текстовой задаче.

Проиллюстрируем сформулированные предположения на конкретном примере задачи.

Задача. По одной из трамвайных линий начали курсировать трамваи новой конструкции. Рейс протяженностью в 20 км продолжается теперь на 12 мин меньше, так как средняя скорость трамвая новой конструкции на 5 км/ч больше средней скорости трамвая устаревшей конструкции. Сколько времени затрачивает на рейс трамвай новой конструкции и какова его средняя скорость?

Задания:

1. Прочитайте задачу и ответьте на вопросы.

Формирование умения анализировать текст

- О каких величинах говорится в условии задачи?
- Все ли известные сравнимые величины приведены к одним единицам измерения? Если нет, то приведите все сравнимые величины к одним единицам измерения.
- Выделить и сравнить объекты, о которых говорится в задаче.
- Запишите краткую запись задачи, используя оптимальную на ваш взгляд форму представления (таблица, схема, рисунок и др.)

Формирование устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданным величинами; переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык; выражать величины из формул.

- Запишите как связаны путь, скорость, время?
 - Какую величину можно принять в виде неизвестной?
 - Выразите другие величины задачи, через неизвестную величину.
- Запишите соотношение между этими величинами.

- Запишите равенство, содержащее только неизвестную величину.
2. Решите полученное уравнение

Формирование интерпретировать полученные результаты на языке данной задачи; выполнять проверку решения и оценивать его с точки зрения рациональности.

— Если уравнение имеет несколько решений, выберите те, которые удовлетворяют условию задачи. Объясните ваш выбор.

— Найдите ответ на второй вопрос задачи.

— Сделайте проверку, найденных ответов.

Формирование выбирать оптимальный способ решения

— Возможно ли было взять за неизвестную другую величину? А несколько величин? Какой на ваш взгляд вариант выбора неизвестной более рациональный и почему (например, его быстрее решать и др.)?

При обучении учащихся построению математических моделей необходимо учитывать следующие аспекты:

1) Создание условий для освоения учениками общих методов и подходов к учебной деятельности.

2) Использование моделей как средства формирования новых методов действий и обучение построению моделей на основе анализа принципов и способов их создания.

3) При разработке учебно-практических заданий необходимо обеспечивать работу по установлению новых взаимосвязей, обоснованию методов отображения общих отношений, чтобы "абстрактные задания" (например, построение схемы по формуле, установление зависимости между величинами, входящими в несколько формул) становились более понятными и доступными для учащихся.

Место модели в обучении каждого ученика определять в зависимости от задания (например, действие может сопровождаться моделью – отношения между величинами во время чтения отображаются схематически при работе над текстовой задачей; модель строится для осознания выполненного действия – строится схема отдельного отношения).

Моделирование на уроках математики в средней школе имеет два ключевых аспекта. Во-первых, оно выступает в качестве основного содержания, которое необходимо усвоить учащимися в процессе обучения.

Во-вторых, моделирование представляет собой неотъемлемое учебное действие и средство, обеспечивающее полноценное обучение.

Формирование умений учащихся осуществлять построение моделей при решении текстовых задач включает: организацию деятельности учащихся, направленную на осознание ими значимости этого умения; деятельность учителя, обеспечивающую единство формирования теоретических знаний и развитие практического умения осуществлять построение моделей.

2.2. Комплект заданий, направленный на формирование умений необходимых для построения моделей при решении текстовых задач

Моделирование является важным инструментом в процессе обучения математике и способствует развитию логического мышления, аналитических способностей и умения работать с информацией. Построение модели позволяет учащимся визуализировать задачу, выделить основные объекты и их взаимосвязь, а также упростить процесс решения.

В результате учащиеся не только получают ответ на поставленный вопрос, но и учатся анализировать данные, делать выводы и применять полученные знания на практике.

Комплект заданий включает в себя разнообразные задачи, направленные на формирование выделенных умений.

На основе выделенных умений разработаем комплект заданий к задачам, которые направлены на развитие у учащихся навыков построения моделей для решения текстовых задач.

1. Задача. В каком отношении нужно смешать два раствора бензина и масла, чтобы в получившемся растворе бензина и масла было поровну, если соотношение бензина и масла в первом растворе $3 : 5$, а во втором — $4 : 3$.

Формирование умение анализировать текст

- О каких величинах говорится в условии задачи?
- Выделить и сравнить объекты, о которых говорится в задаче.

Данные	Математическая расшифровка	Расшифровка
Пусть объем первого раствора – x , объем второго раствора – y , измеряемые в литрах.		Объем бензина в первом растворе
	$\frac{5}{8}x$	
	$\frac{4}{7}y$	
		Объем масла во втором растворе
		Объем раствора после смешивания
		Объем бензина во общем растворе
	$\frac{5}{8}x + \frac{4}{7}y$	

Формирование устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданным величинами; переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык;

В первом столбце описаны некоторые обстоятельства.

Во втором – дана математическая модель с учетом этих обстоятельств и некоторой дополнительной информации.

В третьем – расшифровка модели, опирающаяся на то, каким образом связаны эти данные.

Формирование устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданным величинами; переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык

2 задание. Составьте уравнение (математическую модель) на основе таблицы.

— Если уравнение имеет несколько решений, выберите те, которые удовлетворяют условию задачи. Объясните ваш выбор.

3 задание. Найдите отношение $\frac{x}{y}$.

— Сделайте проверку, найденных ответов.

2. Задача. Четыре подъёмника одинаковой мощности начали грузить товарный поезд. Через два часа работы к ним приехали на помощь ещё два подъемника, но их мощность была меньше. Когда они стали работать вместе они закончили через три часа. Погрузка товарного поезда могла закончиться за четыре с половиной часа, при условии, что если все подъемники начали работать одновременно.

Определите, за какое время мог бы погрузить товарный поезд один подъемник меньшей мощности самостоятельно.

Для краткости назовем подъемники большей мощности большими, а подъемники меньшей мощности — маленькими.

Формирование умение анализировать текст

1 задание. Заполните таблицу, имеющимися данными.

— О каких величинах говорится в условии задачи?

— Выделить и сравнить объекты, о которых говорится в задаче.

	4 больших подъемника	2 маленьких подъемника
1 случай		
2 случай		

Формирование устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданным величинами; переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык

2 задание. По данным таблицы составьте уравнение.

3 задание. Запишите равенство, содержащее только неизвестную величину, и найдите ответ.

3. Задача. Студент вышел из дома и направился к автобусной остановке. За первый час он прошёл 3 километра. Он понял, что если будет продолжать идти с той же скоростью, то опоздает на автобус на 40 минут. В связи с этим он ускорился и пошел скоростью 4 км/ч. Ему удалось успеть на станцию за 15 минут до отправления автобуса.

Задание 1. Заполните таблицу

Формирование умение анализировать текст

- О каких величинах говорится в условии задачи?
- Все ли известные сравнимые величины приведены к одним единицам измерения? Если нет, то приведите все сравнимые величины к одним единицам измерения.

Если студент пришел ...	S , км	V , км/ч	T , ч
Вовремя			
С опозданием			
С опережением			

Формирование устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданным величинами; переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык; выражать величины из формул

Задание 2. Какое расстояние от дома до остановки?

- Какую величину можно принять в виде неизвестной?
- Выразите другие величины задачи, через неизвестную величину.

Запишите соотношение между этими величинами.

Задание 3. С какой постоянной скоростью пешеход должен был идти, чтобы прийти на остановку точно к отправлению автобуса?

- Возможно ли было взять за неизвестную другую величину? А несколько величин? Какой на ваш взгляд вариант выбора неизвестной более рациональный и почему (например, его быстрее решать и др.)?

4. Задача. Из пунктов А и С в пункт В выехали одновременно автомобиль и автобус и, несмотря на то что С отстоял от В на 20 км дальше, чем А от В, прибыли в В одновременно. Найти расстояние от С до В, если автомобиль, выехавший из С, проезжал каждый километр на 1 мин 15 с быстрее, чем автобус, выехавший из А, который приехал в В через 5 ч.

Формирование устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданными величинами; переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык; выражать величины из формул

Задание 1. Прочитайте задачу и заполните схему.

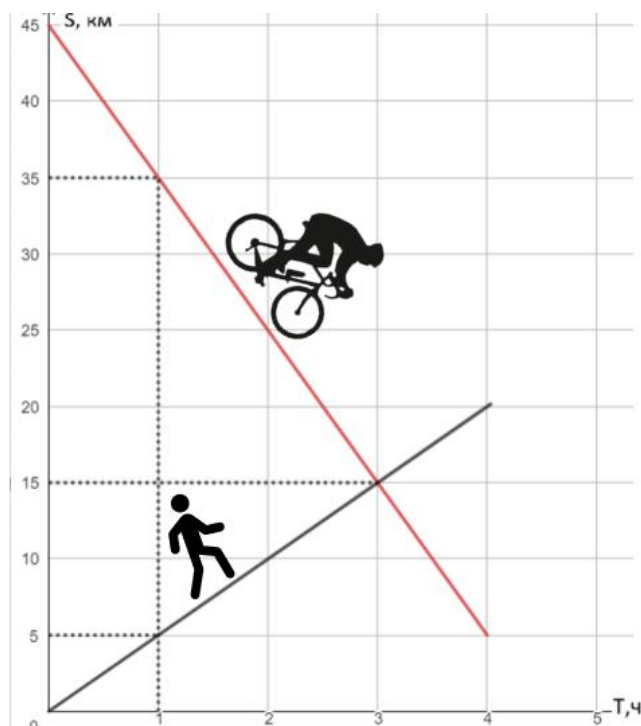


Формирование интерпретировать полученные результаты на языке данной задачи; выполнять проверку решения и оценивать его с точки зрения рациональности

Задание 2. На основе данных схемы составьте уравнения и найдите ответ.

— Если уравнение имеет решение, выберите те, которые удовлетворяют условию задачи. Объясните ваш выбор.

5. Задача. Пешеход и велосипедист направились одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми равно 45 км. Скорость велосипедиста – 10 км/ ч. С какой скоростью шёл пешеход, если через 2 часа после начала их движения они встретились?



Формирование умение анализировать текст

Задание 1. Прочитайте условие задачи и рассмотрите график, составленный по задаче.

Выполнять проверку решения и оценивать его с точки зрения рациональности

Задание 2. Найдите несоответствие с условием, объясните свой выбор.

Формирование устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданным величинами

Задание 3. Сформулируйте условие задачи с учетом корректировок.

Задание 4. Заполните таблицу по условию задачи:

	Скорость (v)	Время (t)	Расстояние (s)
пешеход			
велосипедист			

Переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык; выражать величины из формул

Задание 5. На основе данных таблицы составьте уравнения и найдите ответ.

6. Задача.

Задание 1. Прочитайте задачу.

Анатолий Сергеевич вместе со своей семьёй поехал из Тюмени в Екатеринбург в гости к друзьям. Выехав в 11:10 из Тюмени, Анатолий Сергеевич приехал в Екатеринбург в 15:25. После встречи друзей, вечером они отправились в Оперный театр на оперу "Волшебная флейта" В. А. Моцарта на немецком языке. На следующий день семья Анатолия Сергеевича отправилась в обратный путь. В 08:50 семья выехала обратно в Тюмень. На обратном пути они ехали с той же скоростью, пока не начался дождь с градом. Так как Анатолий Сергеевич опытный водитель с водительским стажем 15 лет, он сбавил свою скорость на 10 км/ч, когда шел дождь с градом. Во время пути Анатолий Сергеевич вместе со своей семьёй сделал небольшую остановку в течении 30 минут, таким образом семья приехала в Тюмень в 13:50. Определите расстояние между Тюменью и Екатеринбургом, если дождя с градом не было на протяжении 100 км.

Формирование умение анализировать текст

Задание 2. Сформулируйте условие задачи короче, опустив данные, несущественные для составления математической модели задачи (уравнения).

Задание 3. Смоделируйте условие задачи в виде схемы или рисунка.

Формирование устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданным величинами; переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык; выражать величины из формул

Задание 4. Заполните таблицу по условию задачи:

— О каких величинах говорится в условии задачи?

— Все ли известные сравнимые величины приведены к одним единицам измерения? Если нет, то приведите все сравнимые величины к одним единицам измерения.

— Выделить и сравнить объекты, о которых говорится в задаче.

	V (км/ч)	T (ч)	S (км)
A-B			
B-C			
C-A			

A, B города, расстояние между которыми нужно найти

C – место, где произошло снижение скорости

— Запишите как связаны путь, скорость, время?

— Какую величину можно принять в виде неизвестной?

— Выразите другие величины задачи, через неизвестную величину.

Запишите соотношение между этими величинами.

— Запишите равенство, содержащее только неизвестную величину.

Формирование интерпретировать полученные результаты на языке данной задачи; выполнять проверку решения и оценивать его с точки зрения рациональности.

Задание 5. Решите полученное уравнение.

— Если уравнение имеет несколько решений, выберите те, которые удовлетворяют условию задачи. Объясните ваш выбор.

Формирование выбирать оптимальный способ решения

— Возможно ли было взять за неизвестную другую величину? А несколько величин? Какой на ваш взгляд вариант выбора неизвестной более рациональный и почему (например, его быстрее решать и др.)?

7. Задача. Два насоса работают одновременно, выкачивая воду из резервуара. Первый насос может выкачать весь объём воды за 20 минут, а второй — за 30 минут. Необходимо заполнить таблицу, отражающую совместную работу насосов и время, за которое они выкачают воду. За сколько оба насоса выкачают воду из резервуара вместе?

Время работы	Объём воды, выкачанный первым насосом	Объём воды, выкачанный вторым насосом	Общий объём воды
			Весь объём

Формирование умение анализировать текст

Задание 1. Прочитайте задачу и ответьте на вопросы.

- О каких величинах говорится в условии задачи?
- Выделить и сравнить объекты, о которых говорится в задаче
- Какую величину можно принять в виде неизвестной?
- Выразите другие величины задачи, через неизвестную величину.

Формирование устанавливать функциональную зависимость и отношения между заданным величинами; переводить зависимости и отношения между величинами на математический язык; выражать величины из формул.

Запишите соотношение между этими величинами.

- Запишите равенство, содержащее только неизвестную величину.

3. Решите полученное уравнение

— Если уравнение имеет решение, выберите те, которые удовлетворяют условию задачи. Объясните ваш выбор.

- Найдите ответ на второй вопрос задачи.

Формирование выбирать оптимальный способ решения

Сделайте проверку, найденных ответов

— Возможно ли было взять за неизвестную другую величину? А несколько величин? Какой на ваш взгляд вариант выбора неизвестной более рациональный и почему (например, его быстрее решать и др.)?

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2

В первом параграфе второй главы на основе выделенных умений и анализа психолого-педагогической и методической литературы были выделены подробные рекомендации учителю с учетом формирования умений строить модели при решении текстовых задач на каждом из этапов.

Рассмотрен пример задачи и специальных заданий, направленных на формирование построения модели при решении текстовой задачи.

Во втором параграфе исследовательской работы был составлен комплект заданий к текстовым задачам, направленный на формирование умений строить модели.

Таким образом, считаю задачи второй главы решены.

Заключение

Умение строить математические модели является важным навыком для специалистов в различных областях. Оно способствует развитию логического мышления, аналитических способностей и умения работать с информацией.

В процессе исследования в первом параграфе первой главы был проведен анализ психолого-педагогической и методической литературы с целью раскрытия сущности понятия «математическая модель» и её классификаций.

Во втором параграфе первой главы были охарактеризованы текстовые задачи и проведен анализ этапов решения текстовых задач методом моделирования.

В третьем параграфе были сопоставлены этапы решение текстовых задач и этапов моделирование, что позволило выделить умения, которые потребуются обучающимся при построении модели в процессе решения текстовых задач.

В процессе исследования в первом параграфе второй главы были составлены рекомендации по формированию умений осуществлять построение моделей при решении текстовых задач. Была описана деятельность учителя и обучающихся.

Во втором параграфе второй главы на основе результатов, полученных при решении задач исследовательской работы был разработан комплект заданий, направленный на формирование умений построение моделей при решении текстовых задач.

Важным инструментом в процессе обучения математике является построение моделей, что подтверждает проведенное исследование. Этот метод способствует развитию логического мышления, аналитических способностей и умения работать с информацией. При использовании моделей учащиеся могут визуализировать задачу, выделять ключевые элементы и их взаимосвязи, что делает процесс решения более простым.

Таким образом, следует считать, что задачи исследования полностью выполнены, цель достигнута.

Список информационных ресурсов

1. Автономова Т. В. Практикум по методике преподавания математики в средней школе: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. институтов / Т.В. Автономова, С.Б. Верченко, В.А. Гусев и др.; под ред. В.И. Мишина. – М.: Просвещение, 1993. –192 с.
2. Азимов Э.Г. Новый словарь методических терминов и понятий (теория и практика обучения языкам) / Э. Г. Азимов, А. Н. Щукин. М.: Издательство Икар, 2009. – Режим доступа http://methodological_terms.academic.ru/.
3. Алексеева Е. В. Построение математических моделей целочисленного линейного программирования. Примеры и задачи: учеб. Пособие. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т., 2012. – 131 с.
4. Аюпов В. В. Математическое моделирование технических систем. Учебное пособие. – Пермь: ИПЦ «Прокрость», 2017. – 242 с.
5. Байрамукова П.У. Методика обучения математике в начальных классах: курс лекций / П.У. Байрамукова, А.У. Уртеннова – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 299 с.
6. Белошистая А. В. Преемственность в математическом образовании дошкольника и младшего школьника // Начальная школа. – 2016. – №4. – С. 68 – 72.
7. Буренкова Н. В. Формирование универсального действия моделирования в процессе обучения решению текстовых задач // Вестник БГУ. 2012. №1 (2).– С. 185-187.
8. Ганеев Х.Ж. Пути реализации развивающего обучения математике: учебн. пособие / Х.Ж. Ганеев. – Екатеринбург: Урал. пед. ин-т., 1997. – 102 с.
9. Головин С.Ю. Словарь практического психолога / С.Ю. Головин. – Минск: Хаверст, 1998. - 661 с.

10. Горбунова Л. А., Рыженко Н. Г. Моделирование как средство обучения математической деятельности при решении текстовых задач // Омский научный вестник. –2004.– № 3.– С. 167-169.
11. Горностаева Т. Н., Горностаев О. М. Математическое и компьютерное моделирование. Учебное пособие. – М. : Мир науки, 2019. – 123 с.
12. Горстко А.Б. Познакомьтесь с математическим моделированием. – М.: Знание, 1991. – 112 с.
13. Давыдов В. В., Варданян А. У. Учебная деятельность и моделирование. – Ереван: Луйне, 1981. – 220 с.
14. Далингер В. А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Выпуск 2. Текстовые задачи, решаемые методом составления уравнений. Учебное пособие. – Омск: Омск.гос. пед. ун-т, 1996. – 189 с.
15. Демидова Т. Е., Тонких А. П. Теория и практика решения текстовых задач. – М. : Просвещение, 2003. – 214 с.
16. Дороганова С. Н. Формирование моделирования как универсального учебного действия при решении текстовых задач // Модернизация образования: проблемы и перспективы. – 2015. – С. 173-176.
17. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: кн. для учителя / О.Б. Епишева – М.: Просвещение, 2003. – 223 с.
18. Звонарев С. В. Основы математического моделирования. Учебное пособие. – Екатеринбург: Урал. федер. ун-т. им. Ельцина Б. Н., 2019.– 112 с.
19. Ильясов И. И. Система эвристических приемов решения задач. – М. : Российский открытый университет, 2003. – 214 с.
20. Коробков С. С. Основы математической обработки информации.– Екатеринбург: Урал. гос. пед. ун-т, 2012.– 98 с.

21. Ложкина Е. М. Обучение математическому моделированию в курсе алгебры основной школы как условие развития учебно-познавательной компетентности учащихся // Известия российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. – 2008. – №80. – С. 447-450.
22. Мамыкина Л.А. Математическое моделирование как метод познания и обучения математике в профильной школе // Новосибирский государственный педагогический университет. – 2008. - №8. – С. 296-281.
23. Матвеева Е.П. Развитие умения осуществлять построение моделей у учащихся при обучении математике в основной школе /Автореф. дисс.канд. пед. наук. Екатеринбург: Урал. гос. пед. ун-т, 2007. - 21 с.
24. Матушкина З. П. Приемы обучения учащихся решению математических задач. Учебное пособие. – Курган: Курган. гос. ун-т, 2003. – 140 с.
25. Мельников Ю. Б., Поторочина К. С. Алгебраический подход к математическому моделированию и обучению математической и «предматематической» деятельности //Ярославский педагогический вестник. – 2010. – №3. С. 19-23.
26. Мельников Ю.Б. Математическое моделирование: структура, алгебра моделей, обучение построению математических моделей: Монография / Ю.Б. Мельников. – Екатеринбург: Уральское изд-во, 2004. – 384 с.
27. Морозов К.Е. Математическое моделирование в научном познании. М: Мысль. 1969 г.
28. Нахман А.Д. Математическое моделирование как инновационная содержательно-методическая линия в курсе математики // Вестник Тульского государственного университета. – 2014. - №1 (13). – С. 93-96.
29. Петерсон Л.Г. Методические рекомендации к учебнику «Математика» 5 класс / Л.Г. Петерсон, Л.А. Грушевская, М.А. Кубышева, М.В. Рогатова. – М.: Издательство «Ювента», 2015. – 408 с.

30. Пойа Д. Как решать задачу. Пособие для учителей: Пер. с англ./Под ред. Ю. М. Гайдука. – М. : государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1959. – 206с.
31. Рабаданов Р. Р. Прием моделирования как средство реализации преимущественности в решении текстовых задач // Педагогическое образование в России. – 2016.– № 2. – С. 84-88.
32. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
33. Сафонова Л.А. О действиях, составляющих умение решать текстовые задачи // Математика в школе. – 2000. – №8. – С. 34 – 36.
34. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии. Учебное пособие. – М. : Народное образование. 1998. – 256 с.
35. Сергеев С. В., Смирнов Е. И. Наглядное моделирование на основе актуализации модальностей восприятия в обучении школьников математике // Ярославский педагогический вестник. – 2013. – №4. – Том 2. – С. 76-83.
36. Скворцова М. Математическое моделирование / М. Скворцова // Математика. – 2015. – № 14. – С. 1-4.
37. Федеральный государственный стандарт основного общего образования [сайт]. – URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/> (дата обращения: 07.05.2024). – Текст : электронный.
38. Фридман Л. М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика: учеб. пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей. – М.: Школьная пресса, 2002. – 208 с., с. 56
39. Фридман, Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии / Л.М. Фридман. – Минск: ОАО «Экономика», 2005. – 155 с.

40. Хмелюк И. В. Метод моделирования как средство обучения учащихся решению текстовых задач /Квалификационная работа. Минск: БГПУ, 2017. – 25 с.
41. Шелехова Л. В. Сюжетные задачи по математике. Учебно-методическое пособие. – Майкоп: АГУ, 2007. – 174 с.
42. Штофф В. А. Моделирование и философия / В. А. Штофф. – М.: Наука, 2016. – 316 с.