

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ	
1.1 Сущность понятия «критическое мышление» и его основные характеристики.....	5
1.2 Средства, направленные на развитие критического мышления учащихся в процессе обучения математике.....	12
1.3 Комбинаторные задачи как одно из средств развития критического мышления учащихся в процессе обучения математике	18
Выводы по главе I	25
ГЛАВА II. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 9-ЫХ КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ	
2.1 Психолого-педагогическая характеристика учащихся 9-х классов...	27
2.2 Особенности комбинаторных задач как средства развития критического мышления учащихся 9-ых классов	31
2.3 Совокупность комбинаторных задач, направленных на развитие критического мышления учащихся 9-ых классов	43
Выводы по главе II	49
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	52
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	55

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в России идет становление новой системы образования, которая ориентирована на вхождение в мировое образовательное пространство. Согласно приказу Министерства образования и науки Российской Федерации утвержден Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Стандарт устанавливает требования к метапредметным результатам освоения образовательной программы для учащихся. Согласно этим требованиям, учащиеся должны уметь грамотно работать с поступающей информацией, рассматривать ее с различных точек зрения и делать выводы относительно значимости данной информации. Таким образом, у обучающихся важно формировать навыки сортировки информации и умений выделять главное; уверенно и четко выражать свои мысли и идеи, уметь их аргументировать; самостоятельно принимать взвешенные решения и выходить из возникшей проблемной ситуации. Указанные требования возможно реализовать, развивая у обучающихся такое качество мышления, как критичность. Таким образом, проблема развития критического мышления обучающихся является актуальной.

Изучением критического мышления как в математике, так и в других школьных предметах, занимались такие ученые, как Дж. Браус, Д. Вуд, К.М. Гуревич, И.О. Загашев, С.И. Заир-Бек, Д. Клустер, С.Л. Рубинштейн, Ч. Темпл, Д. Халперн. В своих работах они рассматривали понятие и характерные черты критического мышления, а также решали проблему его развития у различного контингента учащихся.

Одним из средств развития критического мышления обучающихся в процессе обучения математике являются комбинаторные задачи, поскольку уже сама формулировка таких задач способна заставить обучающихся обратиться к анализу ее данных, от которого будет зависеть достоверность полученного результата и правильность принятого решения. Решение данных

задач не только способствует активизации мыслительной деятельности обучающихся, но и позволяет применить творческие способности в процессе поиска решения данной задачи.

Объект исследования: процесс обучения математике учащихся 9-ых классов в основной школе.

Предмет исследования: элементы комбинаторики как средство развития критического мышления учащихся 9-ых классов.

Цель исследования: разработка совокупности комбинаторных задач, направленных на развитие критического мышления учащихся 9-ых классов.

Для достижения данной цели, были поставлены следующие **задачи:**

- 1) проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу по теме исследования;
- 2) выявить средства, направленные на развитие критического мышления учащихся в процессе обучения математике;
- 3) выделить особенности комбинаторных задач как средства развития критического мышления учащихся при обучении математике в 9-ых классах;
- 4) разработать совокупность комбинаторных задач, направленных на развитие критического мышления учащихся 9-ых классов.

ГЛАВА I. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

1.1 Сущность понятия «критическое мышление» и его основные характеристики

В учебно-методической литературе существуют различные представления о сущности понятия «критическое мышление». Термин «критическое мышление» впервые был рассмотрен в работах таких известных психологов, как Дж. Брунер, Л.С. Выготский, Ж. Пиаже.

Сегодня в различных источниках можно найти разные определения понятия «критическое мышление». Дж. Браус и Д. Вуд [3] определяют его как разумное рефлексивное мышление, сфокусированное на решении того, во что верить и что делать. Критическое мышление, по их мнению, - это поиск здравого смысла: как рассудить объективно и поступить логично с учетом как своей точки зрения, так и других умений, умение отказаться от собственных предубеждений. Критические мыслители способны выдвинуть новые идеи и увидеть новые возможности, что весьма существенно при решении проблем.

В.Н. Брюшинкин пишет: «Критическое мышление – последовательность умственных действий, направленных на проверку высказываний или систем высказываний с целью выяснения их несоответствия принимаемым фактам, нормам или ценностям. Существуют уровни критического мышления, для каждого из которых есть свой вид аргументации, характеризующийся различными соотношениями логической и когнитивной компоненты:

- 1) эмпирический уровень – критическая проверка фактов;
- 2) теоретический уровень – критическая проверка теорий;
- 3) метатеоретический уровень – критическая проверка норм и ценностей» [5, с. 30].

По мнению К.М. Гуревича «критическое мышление представляет собой рациональное, рефлексивное мышление, которое направлено на решение того, чему следует верить или какие действия следует предпринять». При таком понимании критическое мышление включает как способности (умения), так и предрасположенность (установки) [9, с. 270].

И.О.Загашев и С.И.Заир-Бек [14] определяют критическое мышление как мышление «рефлексивное, оценочное», для которого знание является не конечной, а отправной точкой, аргументированное и логичное мышление, которое базируется на личном опыте и проверенных фактах.

Д. Клустер в своей статье «Что такое критическое мышление?» выделяет следующие «параметры критического мышления:

- 1) критическое мышление есть мышление самостоятельное;
- 2) информация является отправным, а отнюдь не конечным пунктом критического мышления;
- 3) критическое мышление начинается с постановки вопросов и выяснения проблем, которые нужно решить;
- 4) критическое мышление стремится к убедительной аргументации;
- 5) критическое мышление есть мышление социальное» [16, с. 9].

С.Л. Рубинштейн говорил: «Критичность – существенный признак зрелого ума. Некритический, наивный ум легко принимает любое совпадение за объяснение, первое подвернувшееся решение – за окончательное. Критический ум тщательно взвешивает все доводы за и против своих гипотез и подвергает их всесторонней проверке» [22, с. 398].

Г.В. Сорина дает следующее определение: «критическое мышление предполагает наличие навыков рефлексии относительно собственной мыслительной деятельности, умение работать с понятиями, суждениями, умозаключениями, вопросами, развитие способностей к аналитической деятельности, а также к оценке аналогичных возможностей других людей. Критическому мышлению в целом свойственна практическая ориентация. В силу этого оно может быть проинтерпретировано как форма практической

логики, рассмотренной внутри и в зависимости от контекста рассуждения и индивидуальных особенностей рассуждающего субъекта» [24, с. 99].

Ч. Темпл, К. Мередит, Дж. Стил предлагают следующее определение критического мышления: «Думать критически означает проявлять любознательность и использовать исследовательские методы: ставить перед собой вопросы и осуществлять планомерный поиск ответов. Критическое мышление работает на многих уровнях, не довольствуясь фактами, а вскрывая причины и следствия этих фактов. Критическое мышление предполагает вежливый скептицизм, сомнение в общепринятых истинах, означает выработку точки зрения по определенному вопросу и способность отстаивать эту точку зрения логическими доводами. Критическое мышление предусматривает внимание к аргументам оппонента и их логическое осмысление. Критическое мышление не есть отдельный навык или умение, а сочетание многих умений» [19, с. 47].

По мнению Д. Халперн, «критическое мышление - это использование когнитивных техник или стратегий, которые увеличивают вероятность получения желаемого конечного результата. Это определение характеризует мышление как нечто отличающееся контролируемостью, обоснованностью и целенаправленностью, - такой тип мышления, к которому прибегают при решении задач, формулировании выводов, вероятностной оценке и принятии решений. При этом думающий использует навыки, которые обоснованы и эффективны для конкретной ситуации и типа решаемой задачи» [27, с. 32].

Д.А. Шаров отмечает: «Критическое мышление отражает в себе направленность на улучшение собственного мышления. Другими словами, оно есть средство саморегуляции мышления с целью его оптимизации в процессе решения возникающих проблем. Именно критическое мышление приходит на помощь, когда проблема не решается, когда необходимо вычлнить фундаментальные основания принятого решения, и именно критическое мышление помогает выявить в нем ошибки и внутренние противоречия» [29, с. 215].

Все выделенные определения понятия «критическое мышление» отражают его оценочные и рефлексивные свойства.

С утверждением нового Федерального Государственного Образовательного Стандарта Основного Общего Образования, проблема постановки определения понятия «критическое мышление» вновь актуализировалась: определение должно удовлетворять требованиям стандарта. Такой подход подводит педагогов и дидактов к необходимости обобщения всех ранее известных понятий согласно требованиям ФГОС ООО. Для ответа на вопрос, каким же должно быть определение критического мышления в данном подходе, необходимо структурировать все ранее известные понятия и соотнести их составляющие с требованиями ФГОС ООО. Для этого проведем контент-анализ понятия «критическое мышление» (таблица №1).

Таблица №1

Контент-анализ понятия «критическое мышление» в соответствии с требованиями ФГОС ООО.

Авторы	Дж. Браус и Д. Вуд	И.О.Загашев и С.И.Заир-Бек	Г.В. Сорина	Ч. Темпл, К. Мередит, Дж. Стил	Д. Халперн
Требования согласно ФГОС ООО.					
Умение самостоятельно определять цели	-	-	-	-	+
Умение осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения	-	-	+	-	+
Умение оценивать правильность выполнения учебной	+	+	-	+	+

задачи					
Владение основами принимать решения	+	-	-	+	+
Умение аргументировать свое мнение	-	+	-	+	+
Владение навыками познавательной рефлексии	+	+	+	+	+

На основе контент-анализа и с учетом требований, выделенных в ФГОС ООО [26], в данной работе будем придерживаться определения Д. Халперн. Данное определение отражает все существенные черты критического мышления, учитывает основные виды деятельности обучающегося и обосновывает возможность формирования метапредметных результатов обучения учащихся через развитие критического мышления в процессе обучения математике.

Обобщив различные подходы к трактовке понятия «критическое мышление», можно сделать вывод, что «оно является многоаспектным личностным образованием, которое характеризуется такими проявлениями, как способность к выявлению недостатков предложенных и своих решений, природы проблемы, к анализу ее решения и оценки ее результатов» [13, с.44].

Критическое мышление позволяет осуществить выбор между несколькими гипотезами и тем самым определить дальнейшее направление мысли обучающегося. Оно диктует вопросы, которые способствуют определению рационального выбора. Для критического мышления характерно построение логических умозаключений и принятие обоснованных решений, касающихся того, отклонить какое-либо суждение или согласиться с ним.

Критическое мышление характеризуется оценкой результатов деятельности, тем, насколько безошибочно принятое решение. Для

критического мышления так же важен и ход рассуждений, то, как обучающиеся пришли к полученным выводам и какие факты они учли при принятии решения [27].

Сформулируем некоторые качества критического мышления, выделенные Д. Халперн [27, с. 56]:

1. *Готовность к планированию.* Мысли часто возникают хаотично. Важно упорядочить их, выстроить последовательность изложения. Упорядоченность мысли – признак уверенности.

2. *Гибкость.* Если учащийся не готов воспринимать идеи других, он никогда не сможет стать генератором собственных идей и мыслей. Гибкость позволяет подождать с вынесением суждения. Пока не обладаешь разнообразной информацией.

3. *Настойчивость.* Часто, сталкиваясь с трудной задачей, мы откладываем ее решение на потом. Вырабатывая настойчивость в напряжении ума. Ученик обязательно добьется гораздо лучших результатов в обучении.

4. *Готовность исправлять свои ошибки.* Критически мыслящий человек не будет оправдывать свои неправильные решения, а сделает правильные выводы. Воспользуется ошибкой для продолжения обучения.

5. *Осознание.* Очень важное качество, предполагающее умение наблюдать за собой в процессе мыслительной деятельности, отслеживать ход рассуждений.

6. *Поиск компромиссных решений.* Важно, чтобы принятые решения воспринимались другими людьми, иначе они так и останутся на уровне высказываний.

Одной из важных характеристик критического мышления является та, что перед ответом на поставленный вопрос, все предположения должны быть проверены и оценены с точки зрения их достоверности и значимости [16].

В данной работе нас будет интересовать развитие критического мышления учащихся в процессе обучения математике. Следует отметить, что «математический стиль критического мышления имеет свои особенности: преобладание логической схемы рассуждения, расчлененность и

упорядоченность рассуждений, лаконичность высказываний, точность терминологии и символики, исчерпывающий анализ вещей с интересующей стороны, полнота доказательств, строгая научность классификации понятий.

Наличие логической схемы рассуждения является ведущим моментом в математике критического мышления, т. к. потеря из виду этой схемы, хотя бы временно, полностью лишает возможности правильно и полноценно рассуждать, формулировать математические предложения» [28, с. 285].

Основываясь на вышесказанном, выделим основные признаки критического мышления, проявляющиеся в процессе обучения математике:

- 1) умение выдвигать гипотезы о возможных вариантах решения данной задачи;
- 2) умение аргументировать свои идеи и решения;
- 3) умение проводить логические схемы рассуждений и принимать решения;
- 4) умение оценивать правильность полученного результата;
- 5) умение выбирать наиболее эффективный метод решения данной задачи;
- 6) умение варьировать способы решения задачи в связи с изменяющимися обстоятельствами.

Таким образом, можно сделать вывод, что перед учителем математики стоит важная задача поиска различных методов, приемов и средств, направленных на развитие критического мышления.

1.2 Средства, направленные на развитие критического мышления учащихся в процессе обучения математике

Изучая математику в школе, обучающиеся знакомятся с математическим языком, формируя при этом речевые умения. Школьники учатся высказывать и аргументировать свое мнение, формулировать вопросы и ответы в процессе выполнения задания, обосновывать каждый этап решения задачи [21]. Следовательно, математика как учебный предмет, обладает различными средствами, направленными на развитие критического мышления обучающихся. Выделим некоторые из таких средств.

1. Работа с математическим текстом.

Работа с математическим тестом, в частности с материалом учебника, позволяет обучающемуся, с одной стороны, научиться выделять главную информацию, а с другой, структурировать знания и выявить в них пробелы.

При работе с математическим текстом добиться существенных результатов в развитии критического мышления помогает разработанная американскими педагогами Дж. Стил, К. Мередитом и Ч. Темплом педагогическая технология развития критического мышления через чтение и письмо (РКМЧП). Развитие мышления тесно связано с развитием речи [8], именно поэтому в основе данной технологии лежат базовые процессы: чтение и письмо, с помощью которых мы получаем и передаем информацию, следовательно, необходимо научить учащихся грамотно читать и писать. Эффективным педагогическим инструментарием для развития указанных умений являются приемы вдумчивого, продуктивного чтения, в процессе которого информация анализируется и ранжируется по значимости.

Основу технологии развития критического мышления составляет структура урока, которая состоит из трех этапов: вызов, осмысление, рефлексия. Каждый из этапов определяет собственные цели и задачи, методические приемы и техники, которые направлены на выполнение задач определенного этапа [15]. Прохождение всех этапов технологии позволяет обеспечить развитие критического мышления с помощью использования в

процессе обучения математике ряда форм и средств, таких как сбор данных, анализ учебных текстов, сопоставление и соотнесение разных точек зрения, организация парной и групповой работы, дискуссий, дебатов и других форм деятельности [12].

Работа с математическим текстом в рамках данной технологии позволяет развивать следующие качества (признаки) критического мышления:

1. Гибкость. Работа с текстом в рамках данной технологии учит обучающихся не просто искать нужную информацию, но и взвешивать альтернативные суждения. Технология развития критического мышления на всех этапах предусматривает толерантное, уважительное отношение всех участников образовательного процесса к любым высказанным мнениям, пусть даже абсолютно неверным.
2. Осознание. Обучающиеся прогнозируют последствия своих решений и учатся нести за них ответственность.
3. Принятие решений на основе анализа информации.

2. Создание на уроке проблемных ситуаций и их разрешение.

Под проблемным обучением понимается организация учебного процесса, при которой в сознании обучающегося учитель создает некоторую проблемную ситуацию, которая разрешается с помощью активной самостоятельной деятельности школьника. В результате такой деятельности происходит творческое овладение знаниями, умениями, навыками и развитие мыслительных операций [23].

В процессе проблемного обучения на уроках математики учитель не дает готовые знания, а старается вовлечь обучающихся в активную поисковую деятельность. Учащиеся при таком обучении самостоятельно обнаруживают и ставят возникшие перед ними проблемы и задачи, а также выдвигают гипотезы по решению данной проблемы [17]. Очень важно, чтобы обучающиеся при выдвижении гипотез подвергали их анализу, отбирали эти гипотезы по принципу адекватности, учились обосновывать совой выбор.

При этом, если обучающийся не может понять какое-либо явление, проблемная ситуация должна побуждать его искать другие способы решения данной проблемы, критически анализировать высказывания одноклассников [18].

Таким образом, создание проблемных ситуаций в процессе обучения математике способствует развитию следующих качеств (признаков) критического мышления:

1. Умение анализировать проблему, выдвигать гипотезы по решению данной проблемы, на основании этого анализа.
2. Умение выбирать гипотезу, в зависимости от решаемой проблемы.
3. Умение обосновывать свой выбор.
4. Умение прийти к компромиссному решению. Важно, чтобы проблемная ситуация была разрешена каждым обучающимся.

3. Математические софизмы.

Одним из средств, направленных на развитие критического мышления, являются софизмы и их использование в процессе обучения математике.

Софизмом называется умышленно ложное умозаключение, которое имеет видимость правильного. Любой софизм содержит в себе одну или несколько хорошо замаскированных ошибок, и задача обучающегося найти эту ошибку. При обнаружении такой ошибки, обучающийся осознает ее, следовательно, предупреждает от повторения данной ошибки в других математических рассуждениях [30].

Разбор математических софизмов учит быть внимательным, идти по логически выстроенному пути, развивает вдумчивое и критическое отношение к изучаемому материалу. Математический софизм приучает следить за точностью рассуждений, правильностью используемых теорем и их формулировок, за тем, насколько допустимо использование той или иной операции.

Таким образом, разбор софизмов в процессе обучения математике способствует развитию следующих качеств (признаков) критического мышления:

1. Анализ информации.
2. Выдвижение гипотез о том, где «спрятана» ошибка в данной задаче.
3. Аргументация и доказательство выдвинутых гипотез.
4. Готовность исправлять свои ошибки (ошибка в софизме у каждого обучающегося одна и та же).

4. Примеры и контрпримеры по математике.

Одним из важных качеств критического мышления является умение находить примеры, которые иллюстрируют или доказывают некоторое утверждение, либо контрпримеры, которые его опровергают. Обучение учащихся приводить примеры и контрпримеры требует от них творческого подхода к изучению математики, а значит такая работа позволит исключить шаблонность мыслей обучающихся.

Выделим основные функции примеров и контрпримеров при обучении математике [11]:

- 1) доказательная или опровергающая функция (умение распознать истинное или ложное высказывание);
- 2) функция предупреждения ошибок и ложных аналогий;
- 3) конструктивная функция;
- 4) функция обучения самоконтролю.

Процесс построения обучающимися примеров или контрпримеров проходит пять этапов: этап выдвижения гипотезы; этап сбора и накопления информации; этап «созревания»; этап инсайта; этап аргументации или доказательства построенного примера или контрпримера.

Таким образом, умение приводить примеры и контрпримеры в процессе обучения математике способствует развитию следующих качеств (признаков) критического мышления:

1. Выдвижение гипотезы.

2. Аргументация или доказательство выдвинутых гипотез, умение активно отстаивать свою точку зрения.

3. Умение принимать и исправлять свои ошибки.

5. Комбинаторные задачи.

Комбинаторика представляет собой раздел математики, который изучает вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Нередко возникают проблемы, которые имеют не один, а несколько вариантов решения. И для того, чтобы сделать правильный выбор, важно не упустить ни один из них. Поэтому надо уметь осуществлять перебор всех возможных вариантов или хотя бы подсчитать их число [4]. Задачи, которые требуют разрешить данную проблему, называются комбинаторными.

Решение таких задач требует от обучающихся развития следующих умений:

1. Умение работать с информацией, а именно: умение анализировать, систематизировать и обобщать информацию, делать выводы.
2. Умение выдвигать гипотезы о возможных вариантах решения данной задачи, предвидеть конечный результат.
3. Умение аргументировать свою точку зрения.
4. Умение варьировать способы решения задачи в связи с изменяющимися обстоятельствами.
5. Умение признавать свои ошибки, принимать точку зрения других людей в случае неправильно решенной задачи.

Данное средство развития критического мышления отличается от остальных. Особенность таких задач заключается в том, что нет единого алгоритма их решения. Например, те же текстовые задачи, которые решаются учащимися в 5-8 классах имеют схожую структуру, и суть решения сводится к умению строить таблицу данных и определению неизвестного. При решении же комбинаторных задач, которые на первый взгляд имеют тоже схожую структуру, зачастую требуются абсолютно разные подходы. В

процессе решения комбинаторных задач обучающиеся расширяют свои представления о различных методах их решений (метод перебора, табличный метод, дерево вариантов, формульный), следовательно, учатся выбирать наиболее эффективный метод решения задачи в зависимости от конкретной ситуации, развиваются гибкость, вариативность и креативность мышления.

Именно поэтому в данной работе рассмотрим в качестве средства развития критического мышления в процессе обучения математике комбинаторные задачи.

1.3 Комбинаторные задачи как одно из средств развития критического мышления учащихся в процессе обучения математике

Развитие критического мышления обучающихся напрямую зависит от того, какую деятельность они выполняют в процессе обучения математике. Например, при репродуктивной деятельности, основной целью которой является формирование у обучающихся знаний, умений, навыков, развитие внимания и памяти, происходит скованность мышления и стремление школьника действовать по готовым алгоритмам. Это связано с тем, что при такой деятельности показывается образец действий, который закрепляется в процессе выполнения однотипных задач. В итоге обучающиеся усвоят и будут воспроизводить только однотипные способы решения задач, но не будут видеть другие варианты решения, не смогут их варьировать и преобразовывать. В процессе продуктивной деятельности происходит активная работа мышления, которая выражается в мыслительных операциях, таких как анализ, синтез, сравнение, классификация, аналогия, обобщение (приемы умственных действий). В результате развития указанных мыслительных операций обучающиеся становятся более самостоятельными в решении учебных заданий, могут рационально строить свою деятельность. Стратегическим направлением образования сегодня является развитие познавательной активности и самостоятельности мышления обучающихся, что невозможно без развития критического мышления [25].

Роль комбинаторных задач в формировании приемов умственных действий, в развитии критичности и вариативности мышления очень высока. Раздел математики, в который включены комбинаторные задачи, содержит небольшое количество формул и определений, однако решение комбинаторных задач вызывает затруднение у обучающихся практически сразу на стадии анализа, где важно определить, какая из формул подойдет для решения и почему. Для того чтобы обучающиеся научились «видеть», какую формулу им нужно применить, необходимо совершенствовать

следующие мыслительные операции: анализ, обобщение, сравнение, рефлексия. Умение использовать эти мыслительные операции, позволит обучающимся искать методы решения комбинаторных задач в их нестандартном виде.

Методы решения комбинаторных задач подразделяют на «формальные» и «неформальные».

«Неформальный» путь решения комбинаторной задачи предусматривает составление всех возможных вариантов (комбинаций) данных элементов. К неформальным методам решения можно отнести следующие:

1. Перебор («метод проб и ошибок»).

Данный метод решения комбинаторной задачи является одним из самых простых, но в то же время и самых долгих. Суть данного метода заключается в том, что нужно перебрать всевозможные варианты решения задачи без использования различных схем и таблиц. При этом важно организовать процесс перебора таким образом, чтобы не упустить ни один из вариантов. Зачастую сделать это бывает трудно, поэтому такой метод подходит для задач, в которых количество возможных вариантов сравнительно невелико.

2. Построение дерева возможных вариантов.

Такой метод заключается в построении схемы (графа), которая внешне напоминает дерево. В данной схеме обязательно должна быть указана информация о каждом элементе.

3. Составление таблиц.

Данный метод решения задач схож с методом построения дерева возможных вариантов, так как они оба предлагают наглядное решение проблемы. Для того чтобы решить задачу необходимо составить таблицу. Возможные варианты будут получаться на пересечении столбцов и строк, кроме тех значений, которые находятся на пересечении строк и столбцов с одинаковыми данными.

Все указанные методы не требуют от учащихся знаний определений и формул комбинаторики, поэтому их можно использовать на начальных этапах решения простейших комбинаторных задач, при этом развиваются умения догадываться, варьировать и выбирать варианты решения задачи, выстраивать логику рассуждений.

«Формальный» путь решения заключается в определении характера выборки, то есть необходимо выбрать соответствующую формулу или комбинаторное правило (сложения, умножения). Результатом такого метода является количество всевозможных вариантов, но при этом сами варианты образовываться не будут. К формальным методам решения комбинаторных задач относятся [7]:

1. Комбинаторное правило сложения.
2. Комбинаторное правило умножения.
3. Перестановки.
4. Размещения.
5. Сочетания.
6. Перестановки (сочетания, размещения) с повторениями.

Существование большого количества методов решения комбинаторных задач, позволяет развивать одну из главных характеристик критического мышления. Обучающимся необходимо выбирать именно тот метод, который эффективен для решения данной задачи.

Для формирования умения грамотного выбора методов решения комбинаторной задачи, на первом этапе учителю целесообразно отбирать для работы стандартные задачи, потому что именно на таких задачах происходит закрепление полученных знаний и соответствующих формул. И лишь потом переходить к этапу усложнения задач. На этапе усложнения задач появляется возможность обучения анализу поиска решения - условие усложняется, следовательно, усложняется и поиск.

Как правило, решение таких задач сопровождается следующими вопросами:

- Какие из методов подходят для решения задачи? Какой из них окажется рациональным?
- Какая из формул подойдет для решения данной задачи?
- Что будет если взять иную формулу?
- Какой из полученных результатов окажется верным?
- Какое из условий задачи является существенным для выбора формулы?
- Правильно ли решена задача? И так далее.

Поиск ответов на данные вопросы будет способствовать развитию у учащихся критического мышления, которое характеризуется оценкой результатов деятельности, тем, насколько безошибочно принято решение. Для критического мышления так же важен и ход рассуждений, то, как обучающиеся пришли к полученным выводам и какие факты они учли при принятии решения [27].

Проиллюстрируем возможность развития критического мышления у обучающихся на примере решения следующей комбинаторной задачи:

«Спонсоры муниципальной математической викторины для учащихся 10 классов приняли решение ввести уникальное отождествление количества участников и номера шифровок проделанных ими работ. Чтобы узнать, какое количество участников нужно позвать на викторину, надо сделать подсчет всех возможных вариантов трёхзначных чисел, которые можно сформировать из цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы каждая цифра в числе применялась один раз».

Чтобы правильно решить задачу, *на первом этапе* очень важно верно определить множество, над которым будут проводиться все последующие рассуждения. Для этого необходимо провести анализ условия задачи, который является одним из существенных признаков критического мышления. Путем анализа учащиеся выделяют основное множество A - множество всех возможных трёхзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы каждая цифра в числе применялась один раз.

Так как обучающимся необходимо составить трехзначные числа, то для упрощения рассуждений *на втором этапе* они могут выбрать любые три цифры из предложенных. Например: 2, 4, 5.

На третьем этапе из выбранных обучающимися цифр, составляются всевозможные варианты их перестановок: {2, 4, 5}; {2, 5, 4}; {4, 2, 5} и так далее. При этом школьник делает это не наугад, он находит некоторую закономерность: на первом месте число может быть только 2 раза, так же на втором и на третьем месте.

На четвертом этапе осуществляется вывод о том, различными ли будут данные перестановки в полученных множествах вычлененных элементов исходя из условия задачи.

Обучающиеся выдвигают гипотезу о важности или неважности порядка. При этом они отвечают на вопрос: «Действительно ли это так?». Затем с помощью последующих рассуждений они либо ее опровергают, либо подтверждают.

В данной задаче при перестановке цифр будут получаться разные числа, значит, важен порядок расположения элементов.

На данном этапе обучающиеся учатся аргументировать свои решения и идеи; если решение неправильное, обучающиеся учатся принимать и исправлять свои ошибки.

Таким образом, на данном шаге развиваются следующие качества, которые присущи критическому мышлению [27]: готовность исправлять свои ошибки, поскольку критически мыслящий человек не будет оправдывать свои неправильные решения, а сделает правильные выводы и воспользуется ошибкой для продолжения обучения; выдвижение гипотез; аргументация фактов.

На пятом этапе происходит окончательное решение поставленного вопроса (проблемы), выбирается необходимая формула.

Учащиеся установили, что порядок цифр в перестановках важен, следовательно, используется понятие "размещение".

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60.$$

На шестом этапе происходит запись ответа.

При прохождении этапов решения данной задачи учащимся необходимо было критически оценивать информацию, определить, сколько существует вариантов решения данной проблемы, а затем, опираясь на знания, сделать правильный выбор.

Основываясь на вышесказанном можно сделать следующие выводы:

1. Комбинаторные задачи связаны с практической деятельностью, следовательно, обучение их решению помогает обучающимся лучше ориентироваться в окружающем мире, учит рассматривать все имеющиеся возможности и делать оптимальный выбор.
2. Процесс решения комбинаторных задач требует от обучающихся использования таких мыслительных операций, как анализ, синтез и сравнение. Следовательно, при систематическом использовании комбинаторных задач в процессе обучения математике будут развиваться указанные мыслительные операции.
3. Обучение решению комбинаторных задач будет способствовать развитию критичности, вариативности, гибкости, глубины и креативности мышления, так как, решая такие задачи, обучающиеся должны находить различные решения, разнообразные способы реального преобразования объекта.
4. В процессе решения комбинаторных задач обучающиеся учатся рассуждать точно и логично, выстраивать свои мысли в определенной последовательности.
5. Используя в процессе обучения математике комбинаторные задачи, появляется возможность развивать мышление обучающихся от наглядно-действенного к наглядно-образному и абстрактному. Например, на первом этапе решения комбинаторных задач, должны подбираться такие задачи, которые дают возможность учащимся выполнять практические действия с реальными объектами. По мере усложнения задач, будет осуществляться

перенос наглядного приема в мысленную сферу, что способствует развитию наглядно-образного мышления. А уже при применении комбинаторных правил суммы, произведения и соответствующих формул будет развиваться абстрактное мышление.

б. При систематическом решении комбинаторных задач будет расширяться объем и концентрация внимания, память. Обучающиеся будут развивать речь, поскольку при решении данных задач будет вырабатываться умение грамотно оформлять свои рассуждения, объяснения и доказательства, как в устной, так и в письменной форме.

Все выделенные умения очень важны в плане получения хорошего результата в развитии критического мышления. Критическое мышление должно быть обязательно направлено на практическую деятельность, сопровождаться логикой в рассуждениях и вариативностью решений. Таким образом, обучение учащихся решению комбинаторных задач в процессе обучения математике является эффективным средством развития критического мышления.

Выводы по главе I

Федеральный Государственный Образовательный стандарт устанавливает требования к метапредметным результатам освоения образовательной программы для учащихся. Согласно этим требованиям, учащиеся должны уметь грамотно работать с поступающей информацией, рассматривать ее с различных точек зрения и делать выводы относительно значимости данной информации. Таким образом, у обучающихся важно формировать навыки сортировки информации и умений выделять главное; уверенно и четко выражать свои мысли и идеи, уметь их аргументировать; самостоятельно принимать взвешенные решения и выходить из возникшей проблемной ситуации. Указанные требования возможно реализовать, развивая у обучающихся такое качество мышления, как критичность. Таким образом, проблема развития критического мышления обучающихся является актуальной.

В I главе был проведен анализ психолого-педагогической литературы по теме исследования и проанализированы различные подходы к определению понятия «критическое мышление». На основе контент-анализа и с учетом требований, выделенных в ФГОС ООО, было выбрано основное определение понятия «критическое мышление» Д. Халперн: «критическое мышление - это использование когнитивных техник или стратегий, которые увеличивают вероятность получения желаемого конечного результата. Это определение характеризует мышление как нечто отличающееся контролируемостью, обоснованностью и целенаправленностью, - такой тип мышления, к которому прибегают при решении задач, формулировании выводов, вероятностной оценке и принятии решений. При этом думающий использует навыки, которые обоснованы и эффективны для конкретной ситуации и типа решаемой задачи» [27, с. 32]. Так же были выделены основные признаки критического мышления, проявляющиеся в процессе обучения математике:

- 1) умение выдвигать гипотезы о возможных вариантах решения данной задачи;
- 2) умение аргументировать свои идеи и решения;
- 3) умение проводить логические схемы рассуждений и принимать решения;
- 4) умение оценивать правильность полученного результата;
- 5) умение выбирать наиболее эффективный метод решения данной задачи
- 6) умение варьировать способы решения задачи в связи с изменяющимися обстоятельствами.

В главе были выделены и проанализированы различные средства развития критического мышления в процессе обучения математики. Для данного исследования было выбрано в качестве средства развития критического мышления комбинаторные задачи, поскольку решение комбинаторных задач помогает учащимся ориентироваться в окружающем мире, учит рассматривать все имеющиеся возможности и делать оптимальный выбор; постоянное использование данных задач в процессе обучения математике способствует развитию мыслительных операций анализа, синтеза, сравнения и классификации. В процессе решения таких задач обучающиеся учатся рассуждать точно и логично, выстраивать свои мысли в определенной последовательности.

Были выделены основные методы решения комбинаторных задач: метод перебора, построение дерева возможных вариантов, табличный метод, комбинаторное правило сложения и умножения, сочетания, перестановки, размещения. Таким образом, в процессе решения комбинаторных задач обучающиеся расширяют свои представления о различных методах их решений, следовательно, учатся выбирать наиболее эффективный метод решения задачи в зависимости от конкретной ситуации, развиваются гибкость, глубина, вариативность и креативность мышления.

ГЛАВА II. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМБИАНТОРНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 9-ЫХ КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

2.1 Психолого-педагогическая характеристика учащихся 9-ых классов

В каждый возрастной период происходят множественные изменения в психике учащегося. Эти изменения составляют в совокупности своеобразие структуры личности ребенка на данном этапе его развития [10]. Изменения в развитии мышления, памяти, внимания и других психических процессов оказывает влияние на учебную деятельность обучающегося. Именно поэтому очень важно знать психолого-педагогические особенности учащихся в конкретный возрастной период.

Обучающиеся девятых классов относятся к подросткам 14-15 лет, которые находятся на переходном периоде от подросткового возраста к раннему юношескому. Поэтому одной из особенностей данного возрастного периода является та, что он содержит в себе черты характерные как для подростков, так и для юношей. Этот период является одним из самых сложных, поскольку относится к пику «подросткового кризиса».

Ведущим видом деятельности в девятом классе, как и в 7 – 8-х классах, является интимно-личностное общение. Оно пронизывает всю жизнь подростков, накладывая отпечаток и на учение, и на учебные занятия, и на отношения с родителями. Если потребность в полноценном общении со значимыми взрослыми и сверстниками не удовлетворяется, у детей появляются тяжелые переживания. Для подростка также свойственны беспокойство, раздражительность, агрессивность, противоречивость чувств, меланхолия.

В этот возрастной период обучающиеся впервые начинают размышлять о будущем. Одних привлекает продолжение обучения в старшей школе, других - получение среднего специального образования [10]. От старшего

подростка в этот период требуется первоначальное профессиональное самоопределение. Чтобы определиться, учащийся должен разобраться в своих способностях и склонностях, иметь представление о будущей профессии. Зачастую сделать это очень сложно, поэтому у девятиклассников повышается чувство страха и тревожности за дальнейшую жизнь. Стремление подростка понять себя побуждает интерес к психологическим переживаниям других людей. В результате этого девятиклассник стремится к самоутверждению, самовыражению и самовоспитанию. Многие учащиеся девятого класса обладают развитым умением сдерживать себя, скрывать подлинное отношение, мнение и настроение. Таким образом, предметом деятельности подростка становится он сам: в одном он себя сдерживает, другое ломает, третье приобретает заново [10].

Для обучающихся в девятом классе характерно теоретическое мышление, способность устанавливать максимальное количество смысловых связей в окружающем мире. Особенностью такого мышления является способность рассуждать гипотетико-дедуктивно, то есть на основе одних общих посылок путем построения гипотез и их проверки [20]. В девятом классе устойчиво проявляется рефлексивный характер мышления. «Девятиклассник начинает анализ задачи с попытки выявить все возможные отношения в имеющихся данных, создает различные предположения об их связях, а затем проверяет эти гипотезы. Умение оперировать гипотезами в решении интеллектуальных задач – важнейшее приобретение подростка в анализе действительности» [10, с. 137].

Подросток обладает способностью концентрировать внимание в значимой для него деятельности. Поскольку школа и учебная деятельность не всегда является центральным видом деятельности для старшего подростка, учителю важно поддерживать внимание учащихся. У девятиклассников преобладает смысловое запоминание - оно приобретает опосредованный, логический характер, обязательно включается мышление. Восприятие подростка более целенаправленно, организовано и планомерно.

Таким образом, главными новообразованиями данного возрастного периода являются открытие своего «Я», возникновение рефлексии, осознание своей индивидуальности. Одним из важных особенностей этого периода является формирование у подростка самосознания, самооценки, появление стойкого интереса к самому себе.

Для девятиклассников характерен рост самосознания, подросток начинает самостоятельно мыслить. Учащийся стремится высказывать свое мнение по многочисленным вопросам, при этом не полагается на авторитет взрослых, пытается найти в их суждениях «ошибки», склонен к спорам и возражениям. Таким образом, подростки не слепо принимают чужие мысли, а пытаются убедиться в ее справедливости. Стремление подростка к самостоятельности приводит к тому, что школьник пытается добиться того, чтобы взрослые считались с его мнением, появляется «чувство взрослости». Поскольку подросток не имеет значительного жизненного опыта и обладает ограниченным кругом знаний, его стремление к самостоятельности часто приводит к схематизму и формализму в его мышлении, он пытается мыслить по готовым схемам, не способен учитывать изменившиеся обстоятельства. Поэтому важно развивать у подростков критическое мышление, которое способствует адекватному восприятию подростком окружающего мира и грамотный выход из проблемной ситуации.

Важно отметить, что развитие критичности мышления у подростка может пойти по пути формирования «аутированного критицизма». Обучающиеся привыкают не столько самостоятельно мыслить, сколько сомневаться, спорить, возражать, ставить вопросы, отстаивать заведомо ошибочные положения. Они не стремятся к истине, подростков привлекает процесс «скрещивания аргументаций» иной раз совершенно бесплодный. В этом случае учитель должен тактично и умело показать ненужность подобных споров и возражений и показать другое «поле применения» для воспитания умений самостоятельно и критически мыслить [6].

Для развития самостоятельности и критичности мышления нужно требовать от подростков рецензирования ответов товарищей на уроках по определённому плану [2]:

- 1) достоинства ответа (правильность и глубина изложения, последовательность изложения, стилистическая грамотность);
- 2) недостатки ответа (слабое знание фактического материала, неумение изложить свои мысли по плану, бедность речи).

Таким образом, для развития критического мышления учащихся данного возраста в процессе обучения математике необходимо создавать такие условия, которые дают возможность обучающимся:

- 1) выражать свою точку зрения, не бояться высказать ошибочное суждение;
- 2) аргументировать свой ответ и ответы одноклассников;
- 3) рефлексировать над своей деятельностью и над деятельностью других;
- 4) варьировать методы решения задач;
- 5) выбирать наиболее эффективный способ решения задачи;
- 6) понимать, что изменение обстоятельств в условии задачи ведет к изменению способа ее решения;
- 7) признавать и исправлять свои ошибки.

Для создания благоприятных условий при решении комбинаторных задач, способствующих развитию критического мышления обучающихся 9-ых классов, необходимо выделить особенности этих задач и отобрать те методы решения, которые соответствуют психолого-педагогической характеристике данной возрастной группы учащихся.

2.2 Особенности комбинаторных задач как средства развития критического мышления у учащихся 9-ых классов

Для развития критического мышления у обучающихся девятого класса при решении комбинаторных задач важно выделить особенности этих задач и выбрать те методы решения, которые соответствуют психолого-педагогической характеристике данной возрастной группы учащихся.

Основываясь на психолого-педагогической характеристике, можно сделать вывод, что учащиеся старшего подросткового возраста обладают:

- 1) способностью устанавливать смысловые связи;
- 2) желанием выразить и отстаивать свои мысли и идеи;
- 3) развитым теоретическим мышлением, то есть обучающиеся способны строить гипотезы решения данной проблемы и проверять их правильность относительно применимости к ней;
- 4) рефлексивным характером мышления, то есть учащиеся способны к проверке, переосмыслению, категоризации, анализу, систематизации, возможной переоценке значимости и получению новых выводов.

В связи с этим, можно выделить те методы решения комбинаторных задач, которые целесообразно использовать при обучении математике в девятом классе:

- 1) перебор, построение дерева возможных вариантов;
- 2) комбинаторные правила сложения и умножения;
- 3) перестановки;
- 4) сочетания;
- 5) размещения.

Рассмотрим особенности комбинаторных задач как средства развития критического мышления у обучающихся девятого класса на конкретных примерах, соответствующих выделенным методам.

Задача 1. «Известно, что при составлении команд многоместных космических кораблей возникает вопрос о психологической совместимости участников космического путешествия. Даже вполне подходящие порознь

люди могут оказаться непригодными для длительного совместного путешествия. Предположим, что надо составить команду космического корабля из трех человек: командира, инженера и врача. На место командира есть четыре кандидата a_1, a_2, a_3, a_4 , на место инженера - 3 кандидата b_1, b_2, b_3 и на место врача - 3 кандидата c_1, c_2, c_3 . Проведенная проверка показала, что командир a_1 психологически совместим с инженерами b_1 и b_3 и врачами c_2, c_3 , командир a_2 – с инженерами b_1 и b_2 и всеми врачами, командир a_3 – с инженерами b_1 и b_2 и врачами c_1, c_3 , командир a_4 – со всеми инженерами и врачом c_2 . Кроме того, инженер b_1 психологически несовместим с врачом c_3 , инженер b_2 – с врачом c_1 и инженер b_3 – с врачом c_2 . Сколькими способами при этих условиях может быть составлена команда корабля?» [7, с. 20]

Решение любой комбинаторной задачи начинается с анализа ее условия и выбора метода, который будет применяться для ее решения. Ответы обучающихся зачастую зависят и от умения учителя правильно задавать вопросы, так, чтобы это концентрировало внимание учащихся, ограничивало перебор гипотез. Таким образом, *на первом этапе* решения задачи возникает вопрос: какой из подходов (методов) можно использовать при решении данной задачи? Необходимо дать возможность учащимся предлагать свои идеи о способах решения, позволить им высказаться, создать такие условия, чтобы обучающиеся старались аргументировать свои идеи и не боялись это делать. Если учащийся ошибся в своих предположениях, необходимо донести до него, почему его вариант решения не применим к данной задаче.

Анализ условия задачи выявит различные связи между данными элементами. Поэтому можно задать учащимся следующий вопрос: как бы вы расположили данные объекты, чтобы показать установленные связи? Ответ на данный вопрос поможет определиться с методом решения. При решении данной задачи целесообразно пользоваться методом построения дерева возможных вариантов, поскольку именно он позволит учесть все связи между данными элементами.

После того как было проанализировано условие задачи, выбран метод решения и установлены все связи между данными, переходим к следующему этапу. *Второй этап* решения заключается в построении дерева, на котором обучающиеся показывают все выделенные в процессе анализа задачи связи между объектами (рис.1).

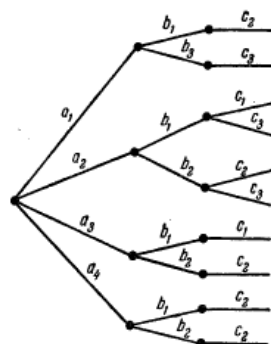


Рис. 1

На *третьем этапе* обучающиеся делают вывод о количестве способов составить команду корабля. На данном этапе, путем анализа, построенного на предыдущем этапе дерева, делается соответствующий вывод.

На *четвертом этапе* происходит запись ответа.

После того как учащиеся справились с данной задачей, можно показать, что изменится в решении если изменить условие, тем самым дать понять, что от изменения обстоятельств может кардинально измениться решение, следовательно, и ответ. Для этого можно задать учащимся следующий вопрос: чтобы произошло в решении задачи, если бы не было ограничений на совместимость? Решение данной задачи свелось бы к применению комбинаторного правила умножения, и ответом на вопрос задачи было бы число $36 = 4 \cdot 3 \cdot 3$.

Таким образом, процесс решения данной задачи позволяет учащимся выразить свою точку зрения, аргументировать свои предположения о возможных методах решения, оценить правильность своих рассуждений и рассуждений одноклассников, выбрать наиболее эффективный метод решения задачи, принимать и исправлять свои ошибки, учитывать изменения

обстоятельств при решении задачи, а также развивает умение учащихся строить логические схемы рассуждения.

Задача 2. Сколько найдется k -значных числовых кодов, в которых цифры расположены в возрастающем порядке?

Решение данной задачи целесообразно проводить в несколько этапов, разделив ее на несколько более простых задач. Эти задачи будут образовывать целый блок задач, решение которых позволит учащимся проанализировать, как изменение данных в условии задачи ведет к изменению способа ее решения. Это является одним из характерных признаков развития критического мышления в процессе обучения математики.

№1 а) Сколько найдется двузначных кодов, меньших 100, цифры которых идут в возрастающем порядке (то есть первая цифра кода меньше второй цифры)?

1 способ. При ответе на вопрос, каким способом будем решать данную задачу, первое, что могут предложить учащиеся, это выписать все такие коды: 01, 02, ... 09, 12, 13, ... ,19, 23, ... ,29, 34, ... ,39, ... ,89. Далее можно заметить, что в первом десятке кодов 9 штук, во втором - 8 штук, в третьем – 7 штук и так далее, а в девятом десятке – 1 такой код, а в десятом их вообще нет. Затем учащиеся предложат сложить полученные числа (используя правило сложения): $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$.

Таким образом получен ответ: 45 двузначных кодов, цифры которых расположены в возрастающем порядке.

2 способ. Каким еще способом можно решить данную задачу? Решения данной задачи можно представить с помощью построения графа с 10 вершинами. Вершинами данного графа будут цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Каждое ребро такого графа будет соединять 2 различные цифры. Присвоив каждому ребру направление, так чтобы цифры, соответствующие вершинам данного ребра, шли в возрастающем порядке, получим ориентированный граф. В результате каждое такое ребро будет соответствовать двузначному

коду с возрастающим порядком цифр. То есть ребер будет столько же, сколько двузначных кодов, цифры которых идут в возрастающем порядке. Так как каждая вершина имеет степень 9, а сумма степеней вершин – 90, то количество ребер в графе $90:2 = 45$.

б) Сколько найдется двузначных кодов, меньших 100, цифры которых идут в убывающем порядке?

При решении этой задачи, можно действовать точно таким же способом, как и в предыдущей задаче. Но важно, чтобы учащиеся проанализировали решение первой задачи и выявили с помощью сравнения условий этих двух задач, что их ответы будут одинаковыми. В самом деле, если в каждом коде, цифры которого идут в возрастающем порядке, поменять цифры местами, то получится код, цифры которого идут в убывающем порядке, и наоборот. Таким образом, ответ на данный вопрос: 45 кодов.

Решая задачи а), б) некоторые учащиеся могут заметить, что можно решить задачу а) еще более простым подсчетом. Сколько существует всего двузначных кодов, в которые обе цифры разные? Нетрудно заметить, что таких кодов 90. Двузначные коды с двумя различными цифрами разбиваются на два класса. Первый класс состоит из кодов, в которых цифры идут в возрастающем порядке, а второй класс – из кодов, цифры которых идут в убывающем порядке. Важно заметить, что эти два класса состоят из одинакового количества кодов. Таким образом, кодов, в которых цифры идут в возрастающем порядке $90:2=45$ штук.

в) Сколько найдется двузначных кодов, меньших 100,

Важно понять, как выглядят коды такого вида. К таким кодам относятся коды, в которых цифры идут в возрастающем порядке, и коды, обе цифры которых одинаковы. Количество кодов с возрастающим порядком, обучающиеся уже знают – их 45 штук. Количество оставшихся кодов, то есть кодов с одинаковыми цифрами, обучающимся найти нетрудно. Их 10 штук: 00, 11, 22, 33 ... 99.

Следовательно, по комбинаторному правилу сложения, $45 + 10 = 55$.

Ответ: 55 кодов.

Теперь постепенно усложняем условие задачи.

№2. Сколько найдется числовых кодов, состоящих из трех цифр, цифры которых идут в возрастающем порядке?

По аналогии с задачей №1 (а) учащиеся смогут сказать, что трехзначные коды, цифры которых идут в возрастающем порядке имеют следующую структуру. У таких кодов вторая цифра больше первой, а третья – больше второй. Разобьем эти коды на классы. При этом коды, которые состоят из одних и тех же цифр и отличаются только порядком их следования, будем относить к одному классу.

Пусть a, b, c – три различные цифры и пусть $a > b > c$. Тогда из них можно составить только шесть различных кодов: $abc, acb, bac, bca, cab, cba$ и из них только у одного кода, cba цифры идут в возрастающем порядке. Таким образом, если M – количество кодов, у которых все цифры различные, то количество классов, на которые мы их разбили, будет равно $M/6$. Так как в каждой из классов есть только один код, удовлетворяющий нашему условию, то таких кодов будет столько же, сколько классов.

Теперь найдем, сколько найдется трехзначных кодов с разными цифрами, то есть число M .

Рассмотрим код abc , где a, b, c – три различные цифры. На место цифры a можно поставить 10 различных цифр, на место b – 9 цифр (поскольку a и b различные), а на место c – 8 различных цифр. Таким образом, используя комбинаторное правило умножение, найдем, сколько всего существует трехзначных кодов с разными цифрами: $M = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$.

Для того чтобы найти сколько трехзначных числовых кодов, цифры которых идут в возрастающем порядке, необходимо M поделить на 6. Таким образом, ответом на данный вопрос будет число $720:6=120$ кодов.

№3. Сколько найдется четырехзначных числовых кодов, цифры которых идут в возрастающем порядке?

Аналогичные рассуждения применяем для нахождения числа кодов с четырьмя разными цифрами. Рассмотрим код $abcd$, где a, b, c, d – четыре различные цифры. На место цифры a можно поставить 10 различных цифр, на место b – 9 цифр (поскольку a и b различные), на место c – 8 различных цифр, а на место d – 7 цифр. Таким образом, используя комбинаторное правило умножение, найдем, сколько всего существует четырехзначных кодов с разными цифрами: $M = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$.

Как и в предыдущем случае разобьем эти коды на 2 класса. Пусть $d > a > b > c$. Зафиксировав цифру d на первом месте, получим 6 вариантов расстановок $dabc, dacb, dbac, dbca, dcab, dcba$. Зафиксировав любую из оставшихся цифр на первом месте, получим для каждой различной цифры по 6 вариантов расстановок. Тогда из цифр d, a, b, c можно составить только $4 \cdot 6 = 24$ различных кода. При этом только у кода, $cbad$ цифры идут в возрастающем порядке. Следовательно, получим ответ: $5040 : 24 = 210$ четырехзначных числовых кодов, цифры которых идут в возрастающем порядке.

№4. Сколько найдется восьмизначных кодов, цифры которых идут в возрастающем порядке?

Выпишем в строку все десять цифр в порядке возрастания: 0123456789. Возьмем двузначный код, цифры которого идут в возрастающем порядке, и вычеркнем его цифры из этой строки. Мы получим в результате восьмизначный код, цифры которого идут в возрастающем порядке, например:

03 → 0123456789, то есть 12456789; 29 → 0123456789, то есть 01345678.

Таким образом, каждому двузначному коду с возрастающим порядком цифр мы сопоставили один восьмизначный код с возрастающим порядком цифр. Таким же образом, каждому восьмизначному коду можно поставить в соответствие двузначный код с возрастающим порядком цифр.

Таким образом, мы установили взаимно однозначное соответствие между двузначными и восьмизначными кодами с возрастающим порядком

цифр. Следовательно, и тех, и других одинаковое количество. То есть ответ на вопрос задачи будет число 45.

Обобщая рассуждения для кодов, где $k=6$ и $k=7$, получаем, что шестизначных кодов будет столько же, сколько и четырехзначных, а семизначных столько же, сколько и трехзначных.

№5. Сколько найдется 10-значных числовых кодов, цифры которых идут в возрастающем порядке?

Ответ очевиден, только один код.

Учащимся нетрудно заметить, что десятизначных кодов, в которых цифры идут в возрастающем порядке - нет, поскольку всего существует 10 различных цифр.

Обобщая эти рассуждения для кодов, где $k>10$, учащиеся делают вывод, что не существует k -значных числовых кодов, цифры которых идут в возрастающем порядке при $k>10$.

Рассматривая такой блок задач, у обучающихся развивается способность к целесообразному варьированию способов действий, они учатся выстраивать систему знаний, умений и навыков относительно изменяющихся обстоятельств, учатся выходить за границы привычного способа действий. У учащихся появляется желание обязательно решить эту проблему, изучить разные подходы к ее решению, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменяющихся условий. Они стремятся осуществить выбор действий, постоянно ориентируясь на поставленную этой проблемой цель. Так же у учащихся формируются обобщенные способы действий (анализ, обобщение, сравнение, классификация).

Особенностью комбинаторных задач, является то, что их, как правило, можно решить различными способами. Иногда на уроках рассматривается только один из способов решения задачи, при этом не всегда рациональный. Решение задач различными способами позволяет развивать у учащихся творческого и критического мышления. При этом учащиеся учатся выбору из

различных способов решения наиболее рациональный [1]. При отыскании различных способов решения задач у школьников формируется познавательный интерес, развиваются творческие способности, вырабатываются исследовательские навыки. Учителю важно поощрять поиск различных способов решения задач, а не стремиться навязывать свое решение.

Задача 3. Назовем два исхода первенства по футболу совпадающими в главном, если при их исходах совпадают обладатели золотых, серебряных и бронзовых медалей, а также четыре команды, покидающие высшую лигу. Найти число различных в главном исходов первенства (считаем, что в первенстве участвуют 17 команд).

Как и в остальных случаях, решение задачи начинается с анализа условия и выбора метода, которым будет решаться задача.

1 способ. Первоначально необходимо выяснить, сколькими способами можно раздать медали командам. Для этого важно понять имеет ли значение порядок выдачи медалей, то есть, какая из команд получит золотую медаль, какая – серебряную, а какая – бронзовую. Обучающиеся выдвигают гипотезу о важности или неважности порядка. При этом они отвечают на вопрос: «Действительно ли это так?». Затем с помощью последующих рассуждений они либо ее опровергают, либо подтверждают.

На данном этапе обучающиеся учатся аргументировать свои решения и идеи; если решение неправильное, обучающиеся учатся принимать и исправлять свои ошибки.

В данной случае порядок важен, следовательно, используем формулу размещений. Таким образом, раздать медали можно $A_{17}^3 = 17 \cdot 16 \cdot 15$ способами.

После вручения медалей трем командам, остается еще 14 команд, из которых четыре должны покинуть высшую лигу. Здесь учащимся снова необходимо определиться с тем, важен ли порядок выбывающих команд или

нет. В данном случае порядок не важен, следовательно, выбывание четырех команд из высшей лиги может произойти $C_{14}^4 = \frac{14!}{4!10!}$ способами.

Далее необходимо найти число различных в главном исходов первенства. Это можно сделать используя комбинаторное правило умножения, то есть $A_{17}^3 \cdot C_{14}^4 = 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot \frac{14!}{4!10!} = \frac{17!}{4!10!} = 4084080$.

Таким образом, можно записать ответ: число различных в главном исходов первенства равно 4084080.

2 способ. Первоначально можно найти общее число различных исходов первенства (не считая случаи, когда происходит раздел тех или иных мест). Это можно сделать $P_{17} = 17!$ способами. Но перестановки команд, которые заняли места с 4-го по 13-е, а также перестановки команд, занявших места с 14-го по 17-е, приводят к совпадающему в главном исходу первенства. Число таких перестановок по правилу произведения равно $10! \cdot 4!$. Значит, число различных исходов дается формулой $\frac{17!}{4!10!}$.

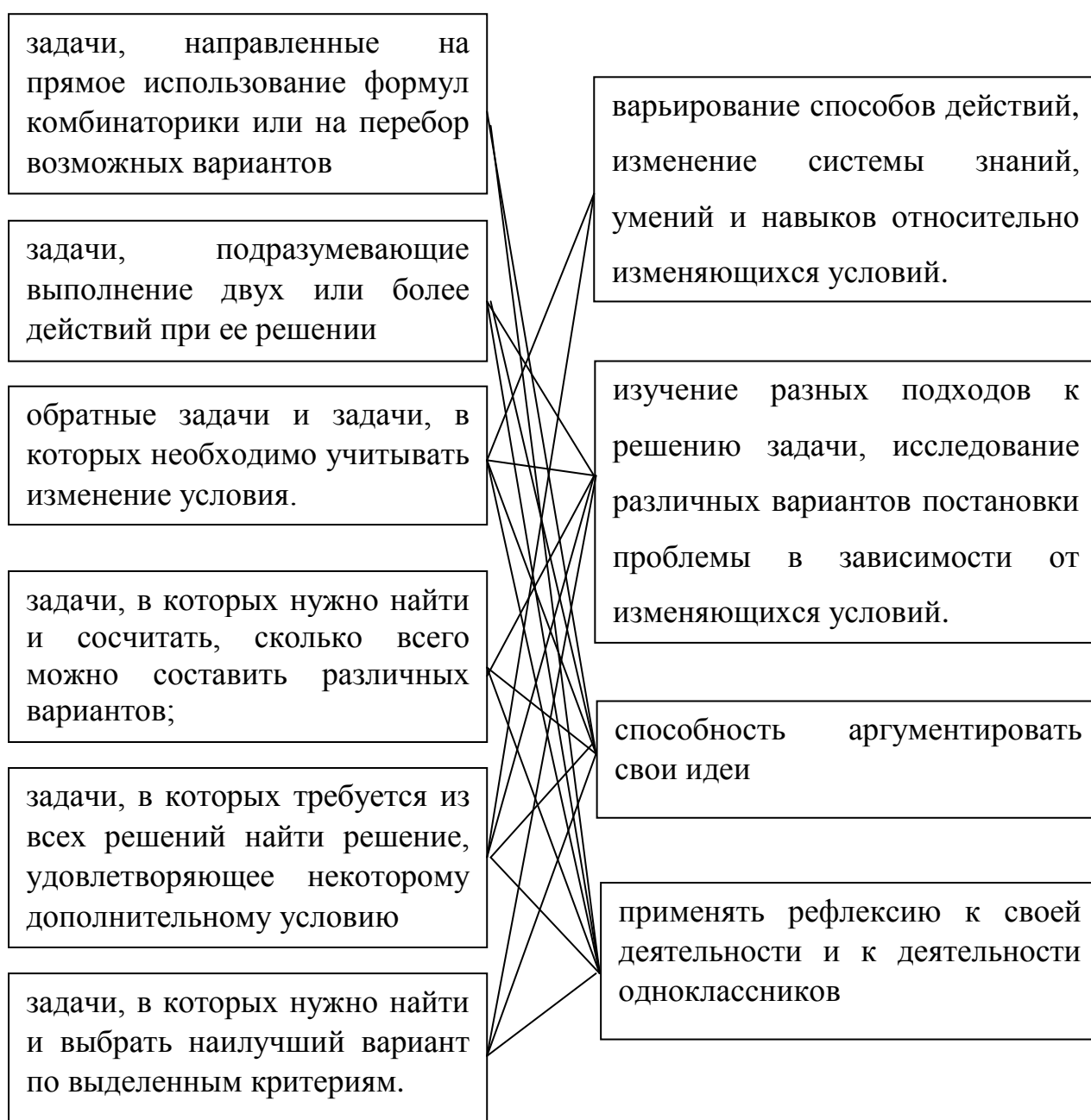
Из рассмотренных примеров, можно выделить некоторые особенности комбинаторных задач, как средства развития критического мышления учащихся 9-ых классов:

1. Комбинаторные задачи должны позволять учащимся варьировать способы действий, изменять систему знаний, умений и навыков относительно изменяющихся условий.
2. Задачи данного типа должны иметь несколько вариантов решения и позволять учащимся изучить разные подходы к ее решению, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменяющихся условий.
3. Такие задачи должны позволять учащимся аргументировать свои идеи.
4. Комбинаторные задачи должны давать возможность учащимся применять рефлексию к своей деятельности и к деятельности одноклассников.

При наполнении совокупности комбинаторных задач в процессе обучения математике в 9-ых классах, для развития критического мышления, необходимо учитывать следующее условие: набор комбинаторных задач должен быть полным относительно выделенных особенностей. Выделим виды задач, отвечающие данному условию, и представим их в виде схемы (схема 1).

Схема 1

Виды комбинаторных задач соответствующие условиям развития критического мышления



Опираясь на построенную схему, составим совокупность комбинаторных задач, направленных на развитие критического мышления у обучающихся 9-ых классов.

2.3 Совокупность комбинаторных задач, направленных на развитие критического мышления обучающихся 9-ых классов

В данном пункте представим разработку совокупности комбинаторных задач, направленных на развитие критического мышления учащихся 9-ых классов, соответствующую требованиям, выделенным в предыдущем пункте, и тем методам их решения, которые соответствуют данной возрастной группе учащихся.

1. Задачи, направленные на прямое использование формул комбинаторики или на перебор возможных вариантов.

При решении такого вида задач учащиеся могут понять основную суть комбинирования. Так же в процессе их решения формируются навыки применения комбинаторных правил и формул.

Данные задачи позволяют развивать у учащихся умения строить логические схемы рассуждений, лаконично высказываться, делать исчерпывающий анализ задачи с интересующей стороны. Решение таких комбинаторных задач требует от обучающихся строить полные доказательства, пользоваться точной терминологией и символикой.

Задача 1. Укажите все способы, какими можно разложить четыре апельсина в три вазы.

Задача 2. Из города Новоуральска в город Реж ведут четыре дороги, а из города Реж в село Дятлово – три дороги. Сколькими способами можно попасть из Новоуральска в Дятлово через город Реж?

Задача 3. Мария помнит, что телефон мамы оканчивается цифрами 4,7, 9, но забыла порядок следования этих цифр. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придется перебрать, чтобы дозвониться маме.

Задача 4. В коробке находится 15 ручек. Сколькими способами можно взять 5 ручек?

Задача 5. В классе учится 28 человек. Сколькими способами можно выбрать старосту, заместителя старосты и ответственного за дежурство?

Задача 6. Расписание одного учебного дня в школе содержит 6 уроков. Определите сколькими способами можно составить такое расписание при выборе из 15 учебных предметов.

Задача 7. На плоскости отмечено 8 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько прямых можно провести через эти точки?

На первом этапе решения комбинаторных задач, направленных на развитие критического мышления, целесообразно использовать задания такого типа. Именно на данных задачах учащиеся не только учатся анализировать условие задачи, но и начинают развивать умения выдвигать гипотезы о возможных вариантах решения данной задачи, оценивать правильность полученного результата.

2. Задачи, которые подразумевают выполнение двух или более действий при решении задачи.

Решение задач данного типа является вторым этапом развития критического мышления. В таких задачах обучающимся необходимо выделить несколько условий, которые повлияют на решение.

Задача 1. В классе учится 27 человек, среди них 15 юношей и 12 девушек. Сколькими способами можно выбрать двух дежурных одного пола?

Задача 2. В многоквартирном доме на одной из двери установили домофон, на котором нанесены цифры 0, 1, 2, ..., 8, 9. Каждая квартира получает определенный код из двух цифр типа 1-5, 7-2, 3-8, 5-5 и так далее, который позволяет открыть входную дверь. Хватит ли таких кодов для всех квартир в доме, если в доме 98 квартир?

Задача 3. Сколькими способами можно поставить на доску две шашки – белую и черную, так, чтобы белая шашка могла бить черную?

Задача 4. На библиотечной полке стоят 12 книг, причем 8 книг – книги разных авторов и еще 4 книги одного автора. Сколькими способами можно расставить эти книги так, чтобы книги одного автора стояли рядом друг с другом?

Задача 5. Сколькими способами из 26 костей домино можно выбрать две кости так, чтобы их можно было приложить друг к другу (то есть чтобы какое-то число очков встречалось на обеих костях)?

Задача 6. Сколько существует вариантов спросить 15 студентов на одном занятии, если ни один из студентов не будет вызван два раза и на занятии может быть опрошено любое количество учащихся (порядок опроса не важен)?

Задача 7. Сколькими способами можно класс, в котором учится 12 человек, разбить на 2 группы, в одной из которых должно быть не более 5, а во второй – не более 9 человек?

Задача 8. В корзине имеется 10 красных и 5 черных карточек. Сколькими способами можно выбрать 7 карточек так, чтобы среди них было 3 черных?

Задача 9. Сколькими способами можно развесить 7 различных картин на стене так, чтобы определенные 4 картины висели рядом?

Процесс решения выделенных задач требует от учащихся умений выдвигать гипотезы, аргументировать свои идеи, принимать решения, рефлексировать над своей деятельностью, выбирать наиболее эффективный метод решения задачи в зависимости от конкретной ситуации.

3. Обратные задачи и задачи, в которых необходимо учитывать изменение условия.

Решение задач данного типа происходит на третьем этапе развития критического мышления. Процесс решения таких задач позволит учащимся действовать в обратную сторону, то есть, зная ответ, найти те условия, которые привели к данному результату, а так же понять, что изменение обстоятельств в условии задачи ведет к изменению способа ее решения.

Задача 1. Из группы студентов четырех дежурных можно выбрать в 13 раз большим числом способов, чем двух дежурных. Сколько студентов учится в группе?

Задача 2. Найдите наименьшее число m , при котором число $m!$ оканчивается:

- а) одним нулем;
- б) двумя нулями;
- в) тремя нулями.

Задача 3. Сколькими способами можно расположить на шахматной доске 8 одинаковых ладей так, чтобы они не могли бить друг друга? Каков был бы результат, если бы ладьи чем-то отличались друг от друга?

Задача 4. На плоскости отметили несколько точек, никакие три из них не лежат на одной прямой. Через каждые две точки провели прямую. Сколько точек было отмечено, если всего было проведено 28 прямых?

Задача 5. Из группы студентов, организующих мероприятие, требуется выбрать ведущего и ответственного за музыкальное оформление. Если бы студентов было на одного больше, то возможностей выбора было бы в 1,25 раза больше. Сколько студентов в группе?

Задача 6. Сколько надо взять элементов, чтобы число размещений из них по четыре было в 12 раз больше, чем число размещений из них по два?

Задача 7. Андрей подсчитал, что существует 378 способов выбора из их класса двух учащихся. Сколько учащихся в этом классе?

Процесс решения выделенных задач требует от учащихся умений не только выдвигать гипотезы, аргументировать свои идеи, принимать решения и оценивать полученный результат, но также варьировать способы решения задачи в связи с изменяющимися обстоятельствами.

Проиллюстрируем возможность развития критического мышления учащихся 9-го класса, на примере следующей задачи, представленной в разработанной совокупности:

Сколькими способами можно развесить 7 различных картин на стене так, чтобы определенные 4 картины висели рядом?

Чтобы правильно решить задачу, *на первом этапе* очень важно верно определить множество, над которым будут проводиться все последующие

рассуждения. Для этого необходимо провести анализ условия задачи, который является одним из существенных признаков критического мышления. Путем анализа учащиеся выделяют основное множество A – множество, состоящее из 7 картин, таких, что 4 определенные картины висят рядом.

Так как в задаче необходимо, чтобы 4 определенные картины висели рядом, то для упрощения рассуждений *на втором этапе* обучающиеся могут считать, что выбранные четыре картины являются одной отдельной картиной.

На третьем этапе учащимся необходимо понять, сколько у нас получилось картин, и узнать сколькими способами их можно развесить на стене.

Так как мы выбрали четыре картины и обозначили их за одну картину, то мы получили 4 различные картины. Для определения того, сколькими способами можно развесить 4 картины на стене, обучающиеся выдвигают гипотезу о важности или неважности порядка. При этом они отвечают на вопрос: «Действительно ли это так?». Затем с помощью последующих рассуждений они либо ее опровергают, либо подтверждают.

В данной задаче важен порядок расположения элементов и для того чтобы найти число способов развесить 4 картины на стене используем формулу перестановок: $P_4 = 4! = 24$.

На четвертом этапе учащиеся находят скольким числом способов можно развесить 4 картины, которые были обозначены за один отдельный элемент, относительно друг друга. Поскольку важен порядок расположения элементов, следовательно, используется формула перестановок: $P_4 = 4! = 24$.

На данных этапах обучающиеся учатся аргументировать свои решения и идеи; если решение неправильное, обучающиеся учатся принимать и исправлять свои ошибки.

Таким образом, при прохождении выделенных этапов развиваются следующие качества, которые присущи критическому мышлению [27]:

готовность исправлять свои ошибки, поскольку критически мыслящий человек не будет оправдывать свои неправильные решения, а сделает правильные выводы и воспользуется ошибкой для продолжения обучения; выдвижение гипотез; аргументация фактов.

На пятом этапе происходит окончательное решение поставленного вопроса (проблемы), выбирается необходимая формула.

Для того чтобы найти сколько существует способов развесить 7 картин так, чтобы 4 определенные картины висели рядом, используем комбинаторное правило произведения.

$$P_4 \cdot P_4 = 24 \cdot 24 = 576.$$

На шестом этапе происходит запись ответа.

При прохождении этапов решения данной задачи учащимся необходимо было критически оценивать информацию, определить, сколько существует вариантов решения данной проблемы, а затем, опираясь на знания, сделать правильный выбор.

Выводы по главе II

Развитие критического мышления учащихся 9-ых классов при обучении их элементам комбинаторики невозможно без знания психолого-педагогической характеристики данной возрастной группы учащихся. Поэтому во II главе данной работы были рассмотрены особенности мышления, памяти и внимания старшего подросткового возраста. Так же было отмечено, что учащиеся в данном возрасте склонны не столько самостоятельно мыслить, сколько сомневаться, спорить, возражать, ставить вопросы, отстаивать заведомо ошибочные положения, то есть подросток привлекает не стремление к истине, а процесс «скрещивания аргументаций» иной раз совершенно бесплодный. Именно по этой причине очень важно развивать у старших подростков критическое мышление, которое подразумевает собой аргументацию, доказательство, анализ и оценку своих действий. Исходя из этого был сделан вывод, что для развития критического мышления учащихся данного возраста в процессе обучения математике необходимо создавать такие условия, которые дают возможность обучающимся:

- 1) выражать свою точку зрения, не бояться высказать ошибочное суждение;
- 2) аргументировать свой ответ и ответы одноклассников;
- 3) рефлексировать над своей деятельностью и над деятельностью других;
- 4) варьировать методы решения задач;
- 5) выбирать наиболее эффективный способ решения задачи;
- 6) понимать, что изменение обстоятельств в условии задачи ведет к изменению способа ее решения;
- 7) признавать и исправлять свои ошибки.

В следующем пункте II главы, опираясь на психолого-педагогические особенности учащихся 9-ых классов, были выделены те методы решения комбинаторных задач, которые целесообразно использовать при обучении математике в девярых классах:

- 1) перебор, построение дерева возможных вариантов;

- 2) комбинаторные правила сложения и умножения;
- 3) перестановки;
- 4) сочетания;
- 5) размещения.

Исходя из выделенных методов были рассмотрены примеры комбинаторных задач, на основании которых были выделены следующие особенности комбинаторных задач, как средства развития критического мышления учащихся 9-ых классов:

1. Комбинаторные задачи, как средство развития критического мышления, способствуют развитию гибкости мышления. Решение таких задач в процессе обучения математике в 9-ых классах позволяет учащимся варьировать способы действий, изменять систему знаний, умений и навыков относительно изменяющихся условий.
2. Задачи данного типа имеют несколько вариантов решения, поэтому, они способствуют развитию активности мышления, учащиеся стремятся изучить разные подходы к ее решению, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменяющихся условий.
3. Комбинаторные задачи позволяют развивать целенаправленность, учащиеся ориентируются на поставленную проблемой цель, стремятся к поиску кратчайших путей решения.
4. Решение комбинаторных задач позволяет учащимся формировать мыслительные операции.
5. При решении комбинаторных задач появляется возможность понять каждое из изученных фактов, увидеть их взаимосвязь с другими фактами.
6. Такие задачи учат учащихся аргументировать свои идеи, признавать и исправлять свои ошибки.
7. При решении комбинаторных задач учащимся необходимо применять рефлексию к своей деятельности и к деятельности одноклассников.
8. Решение комбинаторных задач требует соблюдения строгости, ясности и лаконичности записей и речи.

Так же в данном пункте II главы были выделены требования к отбору комбинаторных задач в процессе обучения математике в 9-ых классах:

1) совокупность комбинаторных задач должна быть полной. Для этого при работе с такими задачами необходимо в процессе обучения использовать следующие типы задач:

-задачи, направленные на прямое использование формул комбинаторики или на перебор возможных вариантов;

- задачи, которые подразумевают выполнение двух или более действий при решении задачи;

- обратные задачи и задачи, в которых необходимо учитывать изменение условия.

2) необходимо учитывать, что требуется найти в задаче. По характеру содержащегося в задаче требования, можно выделить следующие комбинаторные задачи:

-задачи, в которых нужно найти и посчитать, сколько всего можно составить различных вариантов;

-задачи, в которых требуется из всех решений найти решение, удовлетворяющее некоторому дополнительному условию;

-задачи, в которых нужно найти и выбрать наилучший вариант по выделенным критериям.

В третьем пункте II главы была разработана совокупность комбинаторных задач, которая направлена на развитие критического мышления учащихся 9-ых классов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном исследовании рассмотрена проблема развития критического мышления у учащихся 9-ых классов в процессе обучения математике. Актуальность данной проблемы обусловлена тем, что согласно требованиям, сформулированным в ФГОС ООО, у обучающихся важно формировать навыки сортировки информации и умений выделять главное; уверенно и четко выражать свои мысли и идеи, уметь их аргументировать; самостоятельно принимать взвешенные решения и выходить из возникшей проблемной ситуации.

В данной работе был проведен анализ психолого-педагогической литературы по теме исследования и проанализированы различные подходы к определению понятия «критическое мышление». На основе контент-анализа и с учетом требований, выделенных в ФГОС ООО, было выбрано основное определение понятия «критическое мышление» Д. Халперн: «критическое мышление - это использование когнитивных техник или стратегий, которые увеличивают вероятность получения желаемого конечного результата. Это определение характеризует мышление как нечто отличающееся контролируемостью, обоснованностью и целенаправленностью, - такой тип мышления, к которому прибегают при решении задач, формулировании выводов, вероятностной оценке и принятии решений. При этом думающий использует навыки, которые обоснованы и эффективны для конкретной ситуации и типа решаемой задачи» [27, с. 32]. Так же были выделены основные признаки критического мышления, проявляющиеся в процессе обучения математике:

- 1) умение выдвигать гипотезы о возможных вариантах решения данной задачи;
- 2) умение аргументировать свои идеи и решения;
- 3) умение проводить логические схемы рассуждений и принимать решения;
- 4) умение оценить правильность полученного результата;
- 5) умение выбрать наиболее эффективный метод решения данной задачи

б) умение варьировать способы решения задачи в связи с изменяющимися обстоятельствами.

Так же в работе были выделены и проанализированы различные средства развития критического мышления в процессе обучения математики:

- 1) работа с математическим текстом;
- 2) создание на уроке проблемных ситуаций и их разрешение;
- 3) математические софизмы;
- 4) примеры и контрпримеры по математике;
- 5) комбинаторные задачи.

Для данного исследования было выбрано в качестве средства развития критического мышления комбинаторные задачи, поскольку решение комбинаторных задач помогает учащимся ориентироваться в окружающем мире, учит рассматривать все имеющиеся возможности и делать оптимальный выбор; постоянное использование комбинаторных задач в процессе обучения способствует развитию мыслительных операций анализа, синтеза, сравнения и классификации. В процессе решения таких задач обучающиеся учатся рассуждать точно и логично, выстраивать свои мысли в определенной последовательности.

Основываясь на психолого-педагогической характеристике учащихся 9-ых классов, были выбраны те методы решения комбинаторных задач, которые целесообразно использовать в данной возрастной группе учащихся. На основе выбранных методов, были выделены следующие особенности комбинаторных задач, как средства развития критического мышления учащихся 9-ых классов:

1. Комбинаторные задачи, как средство развития критического мышления, способствуют развитию гибкости мышления. Решение таких задач в процессе обучения математике в 9-ых классах позволяет учащимся варьировать способы действий, изменять систему знаний, умений и навыков относительно изменяющихся условий.

2. Задачи данного типа имеют несколько вариантов решения, поэтому, они способствуют развитию активности мышления, учащиеся стремятся изучить разные подходы к ее решению, исследовать различные варианты постановки этой проблемы в зависимости от изменяющихся условий.
3. Комбинаторные задачи позволяют развивать целенаправленность, учащиеся ориентируются на поставленную проблемой цель, стремятся к поиску кратчайших путей решения.
4. Решение комбинаторных задач позволяет учащимся формировать мыслительные операции.
5. При решении комбинаторных задач появляется возможность понять каждое из изученных фактов, увидеть их взаимосвязь с другими фактами.
6. Такие задачи учат учащихся аргументировать свои идеи, признавать и исправлять свои ошибки.
7. При решении комбинаторных задач учащимся необходимо применять рефлексию к своей деятельности и к деятельности одноклассников.
8. Решение комбинаторных задач требует соблюдения строгости, ясности и лаконичности записей и речи.

Так же в данной работе были выделены требования к отбору комбинаторных задач в процессе обучения математике в 9-ых классах, на основании которых была разработана совокупность комбинаторных задач, направленная на развитие критического мышления учащихся старшего подросткового возраста.

Таким образом, все поставленные задачи были выполнены и цель исследования достигнута.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Баринаова О.В. Дифференцированное обучение решению математических задач. - М.: Просвещение, 1999. - 63 с.
2. Болотов В.А. Критическое мышление - ключ к преобразованиям российской школы // Директор школы. - 1995. - №1. - С. 67-73.
3. Браус Дж., Вуд Д. Инвайронментальное образование в школах: Руководство: как разработать эффективную программу / Дж. Браус, Д. Вуд; пер. с англ. – СПб., 1994. - 276 с.
4. Бродский Я.С. Статистика. Вероятность. Комбинаторика. - М.: Оникс, 2008. - 544 с.
5. Брюшинкин В.Н. Критическое мышление и аргументация // Критическое мышление, логика, аргументация/Под ред. В.Н.Брюшинкина, В.И.Маркина. Калининград: Изд-во Калинингр. гос. ун-та - 2003. - С.29-34.
6. Бутенко А.В., Ходос Е.А. Критическое мышление: метод, теория, практика. Учебно-методическое пособие. - М.: МИРОС, 2002. - 176 с.
7. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. - М.: Наука, 1969. - 328 с.
8. Выготский Л.С. Мышление и речь. Психологические исследования. - М.: Лабиринт, 1996. – 416 с.
9. Гуревич К.М. Проблемы дифференциальной психологии. – М.: МПСИ, 1999. - 364с.
10. Давыдов В.В. Возрастная и педагогическая психология. - 2 изд. - М.: Просвещение, 1979. - 288 с.
11. Далингер В.А. Примеры и контрпримеры по математике - средство развития критического мышления учащихся // Международный журнал экспериментального образования. - 2009. - №6. - С. 47-48.
12. Джioева А.Р. О дидактическом аспекте технологии развития критического мышления // Мир науки, культуры, образования. - 2015. - №4 (53). - С. 126-128.

13. Журавлева Е.Г. Подготовка будущего учителя к развитию критического мышления школьников в процессе решения математических задач // Наука и школа. - 2008. - №2. - С. 43-44.
14. Загашев И.О., Заир-Бек С.И. Критическое мышление: технология развития. – СПб.: «Альянс «Дельта», 2003. – 284 с.
15. Заир-Бек С.И., Муштавинская И.В. Развитие критического мышления на уроке. - 2 изд. - М.: Просвещение, 2011. - 223 с.
16. Клаустер Д. Что такое критическое мышление?//Перемена: Международный журнал о развитии мышления через чтение и письмо. - 2001. - № 4 - С.36-40.
17. Кузьмина Н.В. Принцип проблемности в методике преподавания - эффективное средство развития творческого и критического мышления обучающихся // Педагогика и современность. - 2014. - №6. - С. 43-47.
18. Кутькина О.П. Развитие критического мышления средствами технологии проблемного обучения // Мир науки, культуры, образования. - 2013. - №6 (43). - С. 286-288.
19. Мередит К., Стил Дж., Темпл Ч. Критическое мышление. – М.: ИОО, 1999. – 178 с.
20. Мухина В.С. Возрастная психология. Феноменология развития. - 10 изд. - М.: Академия, 2006. - 608 с.
21. Овакимян Е.В. Приемы развития критического мышления на уроках математики. // Математика в школе. Электронное приложение. - 2014. - №1. - С. 1-8.
22. Рубинштейн А.С. Основы общей психологии. - СПб.: Питер, 2000. - 712 с.
23. Селевко Г.К. Проблемное обучение // Школьные технологии. – 2006. – № 2. – С. 61-65.
24. Сори́на Г.В. Критическое мышление: история и современный статус//Вестник Московского университета. Серия 7. Философия. - 2003. - № 6. - С. 97-110.

25. Терно С.А. Обучение критическому мышлению – «экзотические приемы» или решение нетривиальных проблем? // Гуманитарные научные исследования. - 2014. - №1 (29). - С. 14.
26. Федеральный государственный образовательный стандарт начального и основного общего образования / Мин-во образования и науки Рос. Федерации. – М.: Просвещение, 2012.
27. Халперн Д. Психология критического мышления. – СПб.: Питер, 2000. – 512 с.
28. Челябов И.М., Гарунова А.В., Элипханов А.-Э.И. Развитие критического мышления учащихся при изучении математики как одно из важнейших средств подготовки компетентных выпускников средней школы // Вестник Дагестанского государственного университета. - 2014. - №4. - С. 284-290.
29. Шаров А.С. Ограниченный человек: значимость, активность, рефлексия. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2000. – 358 с.
30. Южакова Е.А., Сизова М.Ю. Математические софизмы: обман или путь к открытию?//Юный ученый. – 2015. - №2 - С.95-98