

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»  
Институт математики, информатики и информационных технологий  
Кафедра теории и методики обучения математике

## **РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ**

### **МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАССАХ**

Выпускная квалификационная работа

Квалификационная работа  
допущена к защите зав. кафедрой,  
доктором педагогических наук,  
профессором Липатниковой И.Г.

дата

подпись

Руководитель ОПОП  
кандидат педагогических наук,  
доцент Семенова И.Н.

подпись

Исполнитель:  
Чибоксарова Евгения Эдуардовна,  
обучающаяся группы БМ-41z

подпись

Научный руководитель:  
кандидат педагогических наук,  
доцент Блинова Т.Л.

подпись

Екатеринбург, 2016 г.

## **Оглавление**

Введение .....	3
Глава 1. Теоретические основы организации проблемного обучения .....	5
1.1. История развития, основные понятия проблемного обучения .....	5
1.2. Проблемная ситуация и учебная проблема: способы и условия их реализации .....	11
1.3. Методические особенности организации проблемного обучения на уроках математики .....	20
Выводы по главе 1 .....	28
Глава 2. Особенности реализации проблемного обучения на уроках математики в 5-6 классах .....	30
2.1. Анализ психолого-педагогических особенностей учащихся 5-6 классов.....	30
2.2. Рекомендации к условиям создания проблемных ситуаций на уроках математики в 5-6 классах.....	38
2.3. Конспект урока, с элементами проблемного обучения по теме «Сложение дробей с разными знаменателями» .....	48
Выводы по главе 2 .....	59
Заключение .....	60
Литература .....	61
Приложения.....	65

## **Введение**

Одним из направлений обновления содержательной области «Математика» в основном общем образовании является «обеспечение каждого обучающегося развивающей интеллектуальной деятельностью на доступном уровне с использованием присущей математике красоты и увлекательности» - отмечается в Концепции развития математического образования в России. В связи с этим в названном документе перед школой поставлена задача развития способности школьников к логическому мышлению, коммуникации и взаимодействию на математическом материале, к поиску решений новых задач, формированию внутренних представлений и моделей для математических объектов.

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования предлагает в процессе обучения математике использовать методы обучения, обеспечивающие развитие ученика как субъекта собственной деятельности, умеющего «самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе», то есть решать учебные проблемы. К таким способам относятся методы поискового и исследовательского обучения, в том числе проблемного, содержанием которого является разрешение создаваемых в учебных целях проблемных ситуаций, а целью – усвоение результатов научного познания и пути получения этих результатов.

Суть психологической основы проблемного обучения выражена в тезисе С.Л. Рубинштейна: «Мышление начинается с проблемы». Система проблемного обучения описана в трудах И.Я. Лернера, М.И. Махмутова, И.Т. Огородникова, П.И. Пидкасистого, М.Н. Скаткина, доказавших, что развитие самостоятельности и активности учащихся происходит в поисково-познавательной деятельности, которая является своеобразным ядром всей учебной деятельности. К реализации в условиях современных ФГОС основного общего образования система проблемно-диалогического обучения, в том числе и на уроках математики, адаптирована Е.Л. Мельниковой, одного

из авторов дидактической системы «Школа 2100». Современная проблемная технология обогатилась приемами, позволяющими достигать метапредметных результатов, формировать личностные, регулятивные, познавательные и коммуникативные универсальные учебные действия на математическом содержании. Вышеизложенное стало обоснованием выбора темы выпускной квалификационной работы «Реализация проблемного обучения на уроках математики в 5-6 классах».

Объект исследования – процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

Предмет исследования: реализация проблемного обучения на уроках математики в 5-6 классах.

Цель: разработать рекомендации к организации проблемного обучения на уроках математики в 5-6 классах и проиллюстрировать их на примере урока по теме «Сложение дробей с разными знаменателями».

Поставленная цель раскрывается через решение задач:

- 1) проанализировать методическую и психолого-педагогическую литературу по проблеме исследования;
- 2) охарактеризовать проблемную ситуацию и учебную проблему;
- 3) выявить требования к организации проблемных ситуаций на уроках математики;
- 4) провести анализ психолого-педагогических особенностей учащихся 5-6 классов;
- 5) разработать рекомендации к организации проблемного обучения на уроках математики в 5-6 классах;
- 6) разработать конспект проблемного урока по теме «Сложение дробей с разными знаменателями».

В ходе подготовки выпускной работы применялись следующие методы исследования: на теоретическом уровне - анализ литературы, понятийно-теоретической системы, сравнение, обобщение, систематизация, синтез, на эмпирическом уровне - изучение и обобщение педагогического опыта.

## **Глава 1. Теоретические основы организации проблемного обучения**

### **1.1. История развития, основные понятия проблемного обучения**

Проблемное обучение не является новым педагогическим явлением. В истории педагогики постановка вопросов собеседнику, вызывающих затруднение в поисках ответа на них, известна по беседам Сократа, по пифагорейской школе, софистам. Признаки проблемного обучения проявились в рекомендациях Ж. Ж Руссо, К.Д. Ушинского о переводе механического запоминания в рассудочное, в идеях И. Песталоцци, Ф.А. Дистервега [14] о включении учащихся в исследовательскую деятельность. Поиск способов активизации мыслительно-познавательной деятельности учащихся привели во второй половине XIX – начале XX веков к внедрению эвристического (Г.Э. Амстронг), опытно-эвристического (А.Л. Герд), лабораторно-эвристического (Ф.А. Винтергальтер), лабораторного методов (К.П. Ягодский) и других, названных исследовательскими. История проблемного обучения, как педагогической технологии, начинается с разработки в 60-х годах прошлого столетия канадским ученым Джоном Дьюи [22] исследовательского метода. Он предлагал заменить все виды и формы обучения школьников самостоятельным путем решения подготовленных учителем практических проблем по содержанию учебного материала.

Исследование и развитие психологических механизмов и способов практического использования проблемного обучения в массовой школе начались в 60-х годах прошлого столетия под влиянием идей Дж. Дьюи. Американский философ, психолог, педагог противопоставляет традиционному догматическому обучению активную самостоятельную практическую деятельность учащихся по решению проблем. Мышление, по мнению Дж. Дьюи, является психологическим механизмом решения проблемы и способностью решать проблемы, когда мысль движется к состоянию ясности в задаче, проходя следующие этапы:

1) все возможные решения проблемы или предположения принимаются индивидом во внимание;

2) затруднение осознается и принимает словесную формулировку в виде проблемы, которую требуется решить;

3) предположения, основанные на наблюдении фактов и явлений, являются гипотезами;

4) систематизация фактов проводится и представляет собой аргументацию;

5) практическая или воображаемая проверка проводится для доказательства или опровержения гипотезы [6].

Существенная роль в развитии теории проблемного обучения принадлежит американскому психологу Дж. Брунеру. В основе его концепции лежат две идеи:

1) структурирование учебного материала создает психологическую основу усвоения нового;

2) роль интуитивного мышления в процессе усвоения новых знаний является доминирующей. Дж. Брунер подробно раскрывает следующие вопросы:

– роль структуры знаний в организации обучения является ведущей и основополагающей;

– фактором успешного учения является готовность ученика учиться;

– основой развития умственной деятельности в процессе обучения является интуитивное мышление;

– мотивация учения школьников зависит от потребностей и запросов современного общества [6].

И Дж. Дьюи, и Дж. Брунер ставят целью обучения развитие логического мышления, а способ ее достижения - в применении проблемного подхода в обучении.

Суть второй концепции заключается в механическом переносе психологических выводов на процесс обучения. По мнению В. Бертона [6],

обучение – это приобретение новых реакций или изменение старых, поэтому процесс обучения сводится к простым и сложным реакциям, исключая влияние среды и условий воспитания на развитие мышления ученика.

Современная концепция проблемного обучения основана на идее Дж. Брунера о структурировании учебного материала и доминирующей роли интуитивного мышления в процессе усвоения новых знаний как основы эвристического мышления.

Начиная со второй половины 50-х годов XX века в отечественной педагогической литературе актуализируются идеи проблемного обучения. Отечественные ученые М.А. Данилов и В.П. Есипов [45] формулируют правила активного обучения, суть которых отражает принципы организации проблемного обучения:

- вести учащихся к обобщению признаков новых понятий и формулировке их определений;
- знакомить учащихся с методами научного познания и учить их применять для формулировки собственных выводов;
- развивать с помощью творческих заданий самостоятельность мышления учащихся.

С начала 60-х гг. в литературе развивается мысль о необходимости более широкого применения элементов исследовательского метода, об усилении роли эвристического обучения, поднимается вопрос о принципах организации проблемного обучения. Перед учителем стоит совершенно иная задача: постепенно подводить учащихся к овладению методами научного познания, развивать самостоятельность мышления. Для этого не формально сообщать знания, которые ученик без труда усвоит, а преподавать творчески, заставляя ученика видеть развитие и движение нового знания.

Со второй половины 60-х годов идея проблемного обучения начинает обретать форму практических рекомендаций, основанных на идее сообщения знания в их движении и развитии. Эта идея выступила важнейшим принципом проблемного изложения учебного материала и признаком

организации проблемного обучения. Большое значение для становления теории проблемного обучения имели работы отечественных психологов, развивших положения о том, что умственное развитие характеризуется не только объемом и качеством усвоенных знаний, но и структурой мыслительных процессов, системой логических операций и умственных действий (С.Л. Рубинштейн, Н.А. Менчинская, Т.В. Кудрявцев). Существенное значение в развитии теории проблемного обучения имело положение о роли проблемной ситуации в мышлении. (А.М. Матюшкин). Особый вклад в разработку теории проблемного обучения внесли М.И. Махмутов, А.М. Матюшкин, А.В. Брушлинский, Т.В. Кудрявцев, И.Я. Лернер, И.А. Ильницкая и другие [13].

Опыт применения элементов проблемного обучения в школе описан М.И. Махмутовым, И.Я. Лернером, которые положили в основу организации проблемного обучения принципы теории деятельности (С.А. Рубинштейн, Л.С. Выгодский, А.Н. Леонтьев). Проблемность в обучении рассматривалась как ведущая закономерность умственной деятельности учащихся. Были разработаны способы создания проблемных ситуаций на содержании разных образовательных областей, сформулированы критерии оценки сложности проблемных познавательных задач, сформулированы признаки и определено само понятие проблемного обучения.

В современной педагогической практике используются определения проблемного обучения, сложившиеся исторически в ходе развития понятия проблемного обучения. Под проблемным обучением В. Оконь понимает «совокупность таких действий, как организация проблемных ситуаций, формулирование проблем, оказание ученикам необходимой помощи в решении проблем, проверка этих решений и, наконец, руководство процессом систематизации и закрепления приобретенных знаний» [22, с.23]. Для И. Я. Лернера главным признаком проблемного обучения является участие ученика «под руководством учителя в решении новых для него познавательных и практических проблем в определенной системе,



соответствующей образовательно-воспитательным целям школы» [25, с.12]. Сущность проблемного обучения, по мнению Ю. К. Бабанского [6], заключена в овладении учащимися обобщенными знаниями и принципами решения открытых задач в ходе решения поставленных перед учащимися дидактических проблем. М. И. Махмутов [32] определяет проблемное обучение как тип развивающего обучения, объединяющий самостоятельную поисковую деятельность учащихся и процесс усвоением готовых выводов науки на основе внутренней мотивации к познанию и содержательной проблемности.

Российские дидакты определяют проблемное обучение как «один из видов обучения, основанных на использовании эвристических методов» [40, с.322] и относят его к поисково-педагогическим методам обучения, обязательными компонентами которого являются развитие познавательной самостоятельности ученика на основе решения противоречий, придающих обучению характер научного познания. Постановка проблемы вызывает у учащихся познавательный интерес и мотивацию к усвоению нового.

Проблемное обучение является одним из способов организации учебной деятельности в рамках системно-деятельностного подхода. Высокая активность на проблемных уроках достигается за счет того, что ученик в ходе анализа, сравнения, обобщения, поиска ответа на вопрос-противоречие получает новую информацию самостоятельно, осваивая не только знания, но и способы их достижения. В ходе поиска ответа на вопросы, являющиеся содержанием нового, ученик находит новое применение имеющимся знаниям.

К основным понятиям проблемного обучения относятся: «проблемная ситуация», «проблемная задача», «проблема», «проблемность», «проблематизация».

Способом придания проблемного характера содержанию учебного материала является проблемная ситуация. Средством создания проблемной ситуации может быть проблемная задача, проблемный вопрос, практическое

задание, противоречивый факт. Механизмом обнажения проблемности, или проблематизации, является противоречие, воспринимаемое учеником как некое несоответствие.

Проблемная ситуация – конкретное учебно-содержательное действие, которое вводит ученика в состояние, в котором он видит объективно существующую проблемность, проявляющуюся как психическое состояние интеллектуального затруднения при взаимодействии ученика с содержанием нового знания, практической задачи и т.п.

Проблемная задача – «материализованное» с помощью словесной формулировки (устной или письменной) средство создания проблемной ситуации. Активизация мышления ученика вызывается проблемой – противоречием - единицей содержания учебного материала, доступной ученику, но имеющей несоответствие, которое ученик объяснить имеющимися у него знаниями объяснить не может. Роль учителя состоит в том, чтобы ученик почувствовал трудность практического или теоретического характера, уяснил проблему, поставленную учителем, или сформулировал ее сам, захотел решить проблему, решил ее.

Итак, в результате анализа литературы можно сделать вывод, что система проблемного обучения не является новой, его разработка началась в XX веке и впервые описана в трудах американских ученых. Российские педагоги и психологи обосновали систему проблемного обучения как способ развития самостоятельности и активности учащихся в поисково-познавательной деятельности. Ученые определили проблемное обучение как вид поискового обучения, в котором сочетаются систематическая самостоятельная исследовательская деятельность учащихся с усвоением ими готовых выводов науки и способов их получения, организованная на внутренней мотивации учения и развития мыслительных способностей.

## **1.2. Проблемная ситуация и учебная проблема: условия и способы их реализации на уроках математики**

Проблемная ситуация и учебная проблема - это методические понятия проблемного обучения, представляющего собой взаимодействие и взаимосвязь двух деятельностей: учительской и ученической. Со стороны учителя - создание системы проблемных ситуаций и управление активной поисковой деятельностью учащихся. Со стороны учащихся – активность в выполнении умственных действий: восприятия, анализа проблемных ситуаций, формулировки проблем и их решения в ходе выдвижения предложений, гипотез, обоснования, доказательства, а также проверки правильности выводов и решения. Приведенное описание учебной деятельности «в проблемном обучении включает основной вид деятельности ученика - поиск, поэтому его относят к поисковым способам обучения» [26, с.78]. В этом характеристические признаки проблемного обучения.

Во-первых, дети получают знание не в готовом виде, оно будет найдено ими в ходе решения предъявленной учителем проблемы, которую ученики решают самостоятельно. Знание становится средством решения проблемы, а не целью обучения. Благодаря пониманию, что без нового знания не решить поставленную проблему, значительно повышается учебная мотивация. Во-вторых, повышается активность и самостоятельность обучающихся на уроке, т.к. усилий одного ученика недостаточно, необходима групповая работа для уточнения проблемы, определения знаний и источников информации, необходимых для выхода из затруднительного положения, обобщения полученного совместно варианта.

Ведущая роль в решении проблемы отводится ученикам, педагог выступает в роли организатора, консультанта, помощника.

Проблемное обучение в аспекте педагогического процесса - это деятельность учителя по созданию системы проблемных ситуаций, управлению деятельностью учащихся, направленной на освоение новых путей самостоятельной подготовки учебных проблем и их решения.

Основными понятиями проблемного обучения являются учебная проблема и проблемная ситуация.

И. Я. Лернер понимает учебную проблему как «отражение логико-психологического противоречия процесса усвоения, пробуждающего интерес к исследованию сущности неизвестного и ведущее к усвоению нового понятия или нового способа действия» [26, с.57]. Основными элементами учебной проблемы являются «известное» и «неизвестное». Суть учебной проблемы состоит в том, что именно она является содержанием проблемной ситуации, возникающей в процессе учебной деятельности школьника. Она несет в себе новые для ученика знание и способы усвоения этого знания и определяет структуру мыслительного процесса. Учебная проблема формулируется в виде задачи, задания, вопросов.

Проблемная ситуация – это средство организации проблемного обучения, начальный момент мышления, вызывающий познавательную потребность учения и создающий внутренние условия для активного усвоения новых знаний и способов деятельности. Она возникает в том случае, когда для осмысления чего-либо или совершения каких-то необходимых действий человеку не хватает знаний или не известен способ действия, т.е. есть противоречие между знанием и незнанием. Главным элементом проблемной ситуации является неизвестное, новое, то, что должно быть использовано для выполнения поставленного задания или действия.

Проблемная ситуация в обучении имеет обучающую ценность только тогда, когда она способна пробудить у обучаемых желание выйти из этого затруднения, снять возникшее и ощущаемое противоречие. Для того, чтобы оно появилось, нужно соблюдение условия: содержательная сторона ситуации должна быть интересна учащимся и посильна.

По виду рассогласованности информации выделяют проблемные ситуации неожиданности, конфликта, предположения, опровержения, несоответствия, неопределенности. По методическим особенностям проблемные ситуации делятся на преднамеренные, проблемное изложение,

эвристическую беседу, проблемные демонстрации, игровые проблемные ситуации, исследовательскую работу, проблемный фронтальный эксперимент, мысленный эксперимент, проблемные задания. Для разрешения проблемной ситуации очень часто используется групповая форма работы.

По типу противоречия проблемные ситуации делятся на ситуации с затруднением и удивлением (см. Приложение 1).

Для организации проблемного обучения необходимо учитывать, что оно должно обладать следующими признаками:

Первый - специфическая интеллектуальная деятельность ученика, характеризующаяся самостоятельным усвоением новых понятий в ходе решения учебных проблем.

Второй признак проблемного обучения – формирование мировоззрения ученика как следствие развития критического, творческого, диалектического мышления. Самостоятельное или под руководством учителя решение проблем учащимися является условием превращения знаний в убеждения.

Третий вытекает из закономерной взаимосвязи между теоретическими и практическими проблемами и определяется дидактическим принципом связи обучения с жизнью. Использование жизненного опыта учащихся и связь с практикой при проблемном обучении выступают не только как иллюстрация теоретических выводов, правил, но и, главным образом, как источник новых, но теперь уже лично-значимых знаний и как сфера приложения усвоенных способов решения проблем в практической деятельности.

Четвертый признак проблемного обучения - систематическое применение учителем разнообразных типов и видов самостоятельной работы учащихся, подготовленных таким образом, чтоб ученики в ней были успешны, от репродуктивных до исследовательских. Указанная особенность заключается в том, что учитель организует выполнение самостоятельных работ, требующих как актуализации ранее приобретенных, так и усвоения новых знаний и способов деятельности.

Пятый определяется дидактическим принципом индивидуализации обучения. При проблемном обучении индивидуальный подход обусловлен наличием учебных проблем разной сложности, которые каждым обучаемым воспринимаются по-разному.

Шестой признак раскрывает динамичность проблемного обучения.

Седьмой характеризует высокую эмоциональную активность и интеллектуальное возбуждение обучаемых, обусловленную содержанием проблемной ситуации. С другой стороны, самостоятельная мыслительная деятельность поискового характера, связанная с индивидуальным «принятием» учебной проблемы, вызывает личное переживание обучаемого, его эмоциональную активность.

Восьмой признак проблемного обучения заключается в том, что оно способствует произвольному использованию учеником различных видов мышления, в том числе индуктивного и дедуктивного, а также и обеспечивает новое соотношение использования индукции и дедукции, как методов познания, и новое соотношение репродуктивного и продуктивного усвоения знаний.

К характерным особенностям проблемного обучения относятся следующие признаки: самостоятельное усвоение учеником новых понятий в ходе решения учебных проблем, использование жизненного опыта детей и формирование их мировоззрения, использование на уроках разных видов самостоятельной работы, включая исследовательские, эмоциональная активность учащихся, использование методов научного познания как методов обучения. Обязательными признаками являются динамичность и проблемность содержания, воспринимаемые учениками с разной степенью противоречивости в зависимости от индивидуальных особенностей мышления, восприятия, жизненного опыта интересов.

В результате, проблемная ситуация возникает, если учащиеся не знают способа решения поставленной задачи, не могут дать объяснение новому факту в учебной или жизненной ситуации, при столкновении учащихся с

необходимостью использовать ранее усвоенные знания в новых практических условиях. Она создается через противоречие между теоретически возможным путем решения задачи и практической неосуществимостью избранного способа или между достигнутым результатом выполнения учебного задания и отсутствием у учащихся знаний для его теоретического обоснования.

К организации проблемного обучения на уроках математики предъявляются особые требования, связанные и методическими и дидактическими особенностями противоречия математического содержания.

А.М. Матюшкин описывает проблемную ситуацию как, «особый вид умственного взаимодействия объекта и субъекта, характеризующийся таким психическим состоянием учащегося при решении им задач, который требует обнаружения (открытия или усвоения) новых, ранее неизвестных для субъекта знаний или способов деятельности» [30, с.45]. Иначе говоря, проблемная ситуация - это такая ситуация, при которой учащийся хочет решить какие-то трудные для себя задачи, но ему не хватает данных, он должен сам их искать.

Можно выделить наиболее характерные для педагогической практики типы проблемных ситуаций.

1. Проблемная ситуация возникает при условии, если учащийся не знает способа решения поставленной задачи, не может ответить на проблемный вопрос и дать объяснение новому факту в учебной или жизненной ситуации, то есть в случае осознания учащимися недостаточности прежних знаний для объяснения нового факта.

Например, в 7 классе на уроке геометрии на тему «Трапеция» учащимся предложена задача: дана трапеция  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ) в которой проведена средняя линия  $KL$ . Основание трапеции  $|AD|$  равно 14см,  $|BC|=6$ . Боковые стороны трапеции  $AB$  и  $CD$  равны 5см и 7см соответственно. Необходимо вычислить периметр трапеции  $KBCL$ .

Учащиеся в процессе решения должны найти боковые стороны новой трапеции; одно основание известно, следовательно, остается найти длину второго, которое является средней линией, однако у учащихся не получается найти неизвестное (недостаточно знаний о трапеции). Возникает противоречие между потребностью в решении задачи и недостаточностью прежних знаний.

2. Проблемные ситуации возникают при необходимости у учащихся использовать ранее усвоенные знания в новых практических условиях. Учителя создают такие условия, что учащиеся смогли применить свои знания не только на практике, но и столкнулись с фактом их недостаточности. Осознание этого факта учащимися возбуждает познавательный интерес и стимулирует поиск новых знаний.

Например, перед уроком на тему «Объем усеченной пирамиды» учащимся дается домашнее задание - найти из жизни примеры применения усеченной пирамиды и попытаться определить ее объем. Для мотивации выполнения задания объясняется, что для сооружения, например, железнодорожной насыпи, чтобы определить необходимое количество строительных материалов необходимо заранее рассчитать ее объем, то есть, обращается внимание на практическую значимость задания.

Следующий урок начинается с беседы. Учащиеся в качестве примеров усеченной пирамиды называют формы насыпей песка, щебня, формы картонных коробок, башни, детали машин и т.д. Однако найти варианты решения, чтобы вычислить объем усеченной пирамиды, ученики не могут. Возникает проблемная ситуация и потребность найти решения проблемы, имеющей для учащихся практическую значимость.

Таким образом, процесс формирования новых знаний начался в ходе домашнего выполнения задания, в жизненной ситуации, раскрывающей главную проблему, выявлены противоречия между возникшей познавательной потребностью и необходимостью ее удовлетворения при полученных ранее знаниях.



Одним из признаков проблемного обучения на уроках математики является опережающий характер домашних заданий, которые вызывают у учащихся затруднение и одновременно подготавливают к усвоению новых знаний на уроке. Повторение и актуализация опорных знаний происходят в ходе самостоятельной работы, содержанием которой является анализ возникшей проблемы при решении конкретной задачи.

Проблемная ситуация возникает тогда, когда имеется противоречие между практически достигнутым результатом выполнения учебного задания и отсутствием у учащихся знаний для его теоретического обоснования. Возможности управления процессом учения состоят в том, что проблемная ситуация в своей психологической структуре имеет не столько предметно-содержательный, сколько мотивационный, личностный оттенок (интересы, желания, потребности, возможности ученика).

И. Я. Лернер выделяет дидактические цели проблемных ситуаций:

- 1) привлечь внимание учащегося к вопросу, задаче, новому материалу, пробудить познавательный интерес и другие мотивы деятельности;
- 2) поставить учащегося перед познавательным затруднением, завершение которого невозможно без активной мыслительной деятельности;
- 3) выделить в познавательной задаче, вопросе, задании проблему и составить план поиска выхода из затруднения;
- 4) определить границы знания и незнания для ученика, найти наиболее рациональные пути выхода из ситуации затруднения на основе имеющихся и приобретенных знаний [16].

М. И. Махмутов называет десять способов создания проблемных ситуаций:

1. Побуждение учащихся к теоретическому объяснению явлений, фактов, внешнего несоответствия между ними. Это вызывает поисковую деятельность учеников и приводит к активному усвоению новых знаний. На уроках математики этот способ является самым распространенным.

Например, объяснить, почему вычитая отрицательное число, значение разности становится больше уменьшаемого?

2. Использование учебных и жизненных ситуаций, возникающих при выполнении учащимися практических заданий, в ходе наблюдений за природой. Проблемные ситуации в этом случае возникают при попытке учащихся самостоятельно достигнуть поставленной перед ними практической цели. Обычно ученики в итоге анализа сами формулируют проблему. Каким образом измерить высоту дерева, к которому нельзя подойти? Или ширину реки, если противоположный берег недоступен?

3. Постановка учебных практических заданий на объяснение явления или поиск путей его практического применения. Вычисление отношения длины окружности к диаметру для окружностей с различным радиусом. Почему у всех в классе получается примерно одинаковое число, большее 3?

4. Побуждение учащихся к анализу фактов и явлений действительности, порождающему противоречия между житейскими представлениями и научными понятиями об этих фактах. Разрезание торта сначала на 4 равные части, потом каждой части ещё на две равные части, с помощью каких дробей можно описать? С помощью каких действий над дробями? Объясните, что  $\frac{1}{4}$  умножается на  $\frac{1}{2}$ , или  $\frac{1}{4}$  делится на 2. Докажите, что результаты этих действий равны.

5. Выдвижение предположений (гипотез), формулировка выводов и их опытная проверка. Чтобы доказать равенство треугольников, необязательно проверять равенство всех компонентов треугольника. Сколько равных компонентов должно быть? Какие они? Дети выдвигают гипотезы, сначала проверяют в практической работе, вырезая треугольники, потом доказывают.

6. Побуждение учащихся к сравнению, сопоставлению и противопоставлению фактов, явлений, правил, действий. Сравнивая понятия «модуль числа», «длина отрезка», «расстояние между точками на числовой прямой», ученики находят общие и отличные признаки. Проблемный вопрос: «Какое понятие самое «сильное», включающее остальные два?»

7. Побуждение учащихся к предварительному обобщению новых фактов. Проблемная ситуация выявляет свойства новых фактов, необъяснимые их признаки. По теме «Свойства степени с натуральным показателем», после того, как дети осмыслили, что  $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ , учитель предлагает предположить, по какому правилу будут выполняться умножение и деление степеней с натуральным показателем. Относительная легкость задания побуждает к анализу примеров и формулировке правил умножения и деления степени на степень.

8. Ознакомление учащихся с фактами, имеющими в пределах доступных детям знаний необъяснимый характер, и приведенными в истории науки к постановке научной проблемы. Эти факты противоречат сложившимся у учеников представлениям и понятиям, что объясняется неполнотой, недостаточностью их прежних знаний. Как в прошлом с помощью чисел записывали, что один купец должен сколько-то рублей другому?

9. Предъявление интегрированного материала, который по-разному объясняется на разных предметах. Загадка: на уроке изобразительного искусства его можно нарисовать с помощью семейства взаимно симметричных линий разной кривизны, на уроке естествознания его полную поверхность можно увидеть на карте. Что это на уроке математики? (Шар)

10. Варьированные задачи, переформулировка вопроса. Бабушка привязала козу 10-метровой веревкой к кольшку. Коза вытоптала некоторый участок земли, площадь которого требуется найти. Назовите на математическом языке веревку, форму участка земли. Докажите [17].

Проблемная ситуация специально создается учителем путем применения особых методических приемов. Эти методические приемы могут быть реализованы на уроках математики (см. Приложение 2).

### **1.3. Методические рекомендации к условиям создания проблемных ситуаций на уроках математики в 5-9 классах**

Организация проблемного обучения предполагает применение таких приемов и методов преподавания, которые приводили бы к возникновению взаимосвязанных проблемных ситуаций и предопределяли применение школьниками соответствующих методов учения.

Проблемные ситуации возникают в следующих видах учебно-познавательной деятельности учащихся: решение готовых нетиповых задач, составление задач и их решение, логический анализ текста, ученическое исследование, сочинение, рационализация и изобретение, конструирование и другие.

Поэтому создание учителем цепи проблемных ситуаций в различных видах творческой учебной деятельности учащихся и управление их мыслительной (поисковой) деятельностью по усвоению новых знаний путем самостоятельного (или коллективного) решения учебных проблем составляет сущность проблемного обучения.

В результате, структура проблемного урока содержит элементы логики познавательного процесса (логики продуктивной мыслительной деятельности) и создает возможности управления самостоятельной учебно-познавательной деятельностью ученика.

В зависимости от конкретной характеристики той или иной учебной проблемы динамичен план организации проблемного урока математики, то есть он выполняется полностью или частично, отдельные пункты плана могут объединяться вместе и тому подобное.

Для процесса самостоятельного поиска знания в системе проблемного обучения характерна последовательность обобщенных этапов учебного процесса:

- 1) постановка проблемы, ее формулировка, обнажение противоречия;
- 2) анализ и поиск фактов для лучшего понимания проблемы, ее уточнения, поиска путей и возможностей ее решения;

3) поиск нового знания, информации, практических примеров, выдвижение идей, гипотез для решения поставленной проблемы;

4) поиск решения, составление плана для отбора информации, анализа приобретенных знаний, проверки идей и воплощения лучшей из них;

5) обобщение, формулировка способа решения проблемы, поиск признания найденного решения окружающими [19].

Структурными элементами проблемного урока математики являются актуализация опорных знаний, создание проблемной ситуации, формулирование проблемы (темы и целей урока), открытие нового знания, формирование нового знания, первичное применение нового знания (самостоятельная работа), повторение и закрепление ранее изученного, итог урока, домашнее задание. Этапы проблемного урока соотносятся с этапами урока открытия нового.

1. Актуализация опорных знаний. На этом этапе в форме игры, устойчивой работы, с использованием других приемов дети выполняют задания, повторяя и выводя в оперативную память те знания, которые необходимы будут при решении проблемы. Например, учитель обращает внимание учеников на сделанные на доске записи и просит самостоятельно сформулировать к ним задания (все задания при этом относятся к необходимому уровню сложности). Ученики задают задания друг другу для выполнения и контролируют полученный результат. Форма диалога: ученик – ученик, работа в группе. В ходе выполнения каждого задания вслух формулируются уже известные понятия и алгоритмы действий, которые понадобятся на этом уроке, как отправная точка для поиска нового знания.

2. Создание проблемной ситуации (возникновение проблемной ситуации и постановка проблемы). Учитель вводит детей в ситуацию затруднения или противоречия, предлагая задания, в основе выполнения которых лежит неизученный пока алгоритм действий. Ученики выполняют проблемное задание, анализируют противоречивую ситуацию, приходят к выводу, что не могут выполнить или объяснить этого, так как не хватает или

знаний, или не могут определить, какой из предложенных алгоритмов действий верный.

3. Формулирование проблемы (выдвижение предположений и обоснование гипотезы). Это диалог с конкретными вопросами: Какой у вас возникает вопрос? Что нам сегодня предстоит выяснить? Какая же будет тема урока? Учащиеся формулируют учебный вопрос, он записывается на доске. Это этап выражения учебной гипотезы в словесной форме, составления плана действий.

4. Открытие нового знания (доказательство гипотезы). Это система практических, исследовательских действий с целью проверки гипотезы, реализации плана работы, выполнение мини-проекта, результатом учебных действий на котором является усвоение содержания нового знания. Выполняется через сравнительный анализ математических моделей, путем подводящего диалога. Новый алгоритм основывается на уже изученных ранее и рассмотренных на этапе актуализации знаниях, поэтому в конце обсуждения новый способ сравнивается с известным детям правилом. На этом этапе происходит усвоение новых знаний и способов действия.

5. Формирование нового знания (проверка правильности решения проблемы). С помощью учебника или других источников информации ученики сверяют полученные выводы и свои формулировки с приведенными в учебнике, выводят окончательную, воспроизводя ее в удобных и понятных для себя терминах.

6. Первичное применение нового знания. Ученики под руководством учителя решают задачи, основанные на применении нового знания. Работа организуется в парах, группе. Содержанием заданий являются типичные задачи на новое знание, объяснение, комментирование вслух нового алгоритма действия. На этом этапе сверяются ответы, предупреждаются и анализируются ошибки.

7. Повторение и закрепление ранее изученного. Это работа по заданию учителя с перспективой на будущие уроки или отработку умений.

Предлагаются задания, которые являются наиболее эффективными для данного класса в данный момент. Они могут быть распределены между группами учащихся, с обязательным последующим воспроизведением полученных результатов.

8. Итог урока. Учитель просит ещё раз сформулировать цели урока, ученики самостоятельно определяют, насколько сумели достигнуть поставленных на уроке целей.

9. Домашнее задание. Учитель называет задания для домашней работы, какие из них являются обязательными (инвариант) и какие можно взять на выбор (вариантная часть). В случае необходимости, разъясняет задания. Ученики определяют для себя инвариантную и вариативную часть задания.

Приведем для сравнения этапы урока «открытия нового знания» в системно-деятельностной парадигме:

1. Самоопределение к деятельности, целеполагание.
2. Актуализация знаний и фиксация затруднений в деятельности.
3. Постановка учебной задачи.
4. Построение проекта выхода из затруднения.
5. Первичное закрепление.
6. Самостоятельная работа с самопроверкой.
7. Рефлексия деятельности (итог) [25].

Логика проблемного урока повторяет логику познавательного процесса и продуктивной мыслительной деятельности. Структура проблемного урока соответствует уроку открытия нового в системно-деятельностном подходе. Эти положения проиллюстрированы на примере модели проблемного урока математики.

Обобщенный характер содержания курса математики позволяет создавать проблемные ситуации по многим темам. Например:

1. Тема: «Свойства степеней с натуральным показателем». Проблемная ситуация со столкновением мнений учеников создается вопросом или практическим заданием на новый материал.

Ход работы	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Вопрос на новый материал	Посмотрите на выражения на доске.	$a^3 + a^5$ $a^3 \cdot a^5$ $a^3 : a^5$ $(a^3) \cdot 5$ $a^3 - a^5$
	По вашему мнению, какие действия можно выполнить со степенями?	Возможно, все. Только умножение деление. Только сложение и вычитание. Только умножение и сложение. Только возведение в степень.
Побуждение к осознанию	Вопрос был один, предполагающий один ответ. Сколько мнений прозвучало?	Много. (Осознание противоречия)
Побуждение к проблеме	Чего мы ещё не знаем?  Какой возникает вопрос урока?	Какие действия можно выполнять со степенями?  (Вопрос)

2. Тема: «Длина ломаной». Ученикам дано два варианта самостоятельной работы:

- 1) из двух звеньев;
- 2) из трех звеньев.

Путем измерения сравнить длину ломаной и расстояние между ее концами. Получаем разные результаты.

Длина ломаной	Расстояние между концами
10 см	8 см
15 см	5,5 см
9,7 см	4 см



В завершении, нужно предположить и извлечь зависимость между длиной ломаной и расстоянием между ее концами. После чего ищем пути решения проблемы и переходим к доказательству в общем виде.

3. Тема: «Задачи на проценты». Проблемная ситуация с противоречием между житейским (т.е. ограниченным или ошибочным) представлением учеников и научным фактом.

Ход работы	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Вопрос «на ошибку»	Предположим, цена товара была А. Затем цена повысилась на 10%, а к Новому году снизилась на 10%. Изменилась ли цена?	Цена товара не изменилась. (Житейское представление.)
Предъявление научного факта расчетами	Считаем. Цена товара была 100 руб., после повышения на 10% стала 110 руб., а после понижения на 10% стала какой?	99 руб. (проблемная ситуация)
Побуждение к осознанию	Что вы сказали сначала? А что оказывается на самом деле?	Цена не изменится. Цена уменьшилась. (Осознание противоречия)
Побуждение к проблеме	Какие задачи мы еще не умеем решать? Какая будет тема урока?	Задачи на проценты. (Тема)

4. Тема: «Свойства уравнений». На доске записаны уравнения вперемежку и без номеров.

$$x + 20 = 8$$

$$5x = 2x + 6$$

$$5 - x = 11$$

$$3x + 8 = 5x - 2$$

$$-1/4x = -3$$

$$4x/10 = -2$$

$$-8/x = 5$$

На какие две группы можно разделить уравнения? Что это за группы и чем они отличаются? Ученики разбивают на 1-5, 6-7: в первой группе

неизвестное  $x$  только в левой части, их мы можем решить, а во второй группе – в обеих частях находится  $x$ , это решать не умеем. Какие правила нужно знать, чтобы решить уравнения первой группы? (найти неизвестные слагаемое, множитель, делитель, вычитаемое, делимое). В итоге, на каждое из пяти уравнений по правилу.

Почему не можем решить уравнения второй группы? В результате решения уравнений первой группы, где для каждого вида уравнения получаем правило и их много. Итог, уменьшим количество правил и сделаем уравнения второй группы похожими на уравнения первой с неизвестным только в левой части, научившись при этом переносить слагаемые из одной части в другую. Выводы: для этого нужно изучить части уравнений.

5. Тема: «Формула корней квадратного уравнения». Перед изучением темы обратить внимание на примеры, решенные ранее способом выделения квадрата двучлена, и предложить для сравнения решить следующее уравнение:

$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot 4x + 16 - 16 - 10 = 0$$

$$(x + 4)^2 - 26 = 0$$

Учащимся еще не встречались примеры типа  $(x+a)^2 \pm b = 0$ , где  $b$  не является квадратом целого числа, значит их это затруднит, но известный способ решения квадратных уравнений путем выделения квадрата двучлена универсален и требует больших преобразований. Следовательно, рациональнее будет решить квадратное уравнение в общем виде, после чего вывести формулу его корней и впоследствии решать квадратные уравнения по формуле. Мотивация к изучению новой темы создана.

Прочие примеры представлены в Приложении 3.

Профессиональный уровень учителя виден при создании проблемных ситуаций на уроке. Учитель в своей работе должен уметь использовать различные методы обучения:

- 1) словесные;

- 2) наглядные;
- 3) практические;
- 4) индуктивный и дедуктивный методы;
- 5) репродуктивные и проблемно поисковые.

Педагог выступает в роли помощника, а не источника готовых знаний.

Реализация проблемного обучения поднимает очень важный вопрос, который сам по себе является проблемой: «какую подготовку должны пройти учителя, чтобы успешно справиться с такого рода обучением?» [10].

Проблемное обучение целесообразно применять тогда, когда:

- 1) содержание учебного материала содержит причинно-следственные связи и зависимости, направлено на формирование понятий, законов, теорий;
- 2) ученики подготовлены к проблемному изучению темы;
- 3) ученики решают задачи на развитие самостоятельности мышления, формирование исследовательских умений, творческого подхода к делу [13].

Рекомендации для учителей при подготовке к проблемному уроку:

1. Определенное количество объема и точное содержание учебного материала.
2. Систематизация учебного материала в соответствии с его структурой и принципами.
3. Разделение материала на сложно и легко усваиваемые.
4. Выделение тесно связанных между собой частей учебного материала.
5. Усвоение учебного материала, которое сопровождается контролем и корректированием результатов.
6. Учет индивидуальных особенностей школьников и темп усвоения ими учебного материала.

Проблемное обучение позволяет эффективно сочетать индивидуальную, групповую, коллективную работу. На выбор вида работы влияет характер задания, учебные средства, учебные пособия, материалы и время отведенное учителю.

## **Выводы по главе 1**

Проблемное обучение – это вид поискового обучения, в котором сочетаются систематическая самостоятельная поисковая деятельность учащихся с усвоением ими готовых выводов науки и способов их получения, организованная на внутренней мотивации учения и развития мыслительных процессов. К основным понятиям проблемного обучения относятся: «проблемная ситуация», «проблемная задача», «проблема», «проблемность», «проблематизация». Два понятия «учебная проблема» и проблемная ситуация сходны в том, что оба содержат неизвестную и противоречие. Учебная проблема характеризует содержание учебного материала наличием несоответствия, противоречия и вызывает проблемную ситуацию, а она в свою очередь, характеризует методику организации учебного процесса и является средством организации проблемного обучения. Это ситуация переживания учеником противоречия, начальный момент мышления, вызывающий познавательную потребность учения и создающий условия для активного усвоения новых знаний и способов деятельности.

Способов создания проблемных ситуаций больше десятка. Проблемная ситуация является началом активного мыслительного процесса и активной познавательной деятельности, поэтому к ней предъявляются требования: она ставится на основе имеющихся знаний и умений, посильна, понятна и интересна, не вызывает страха перед невозможностью решения. Постановке проблемной ситуации предшествует подготовительная работа: повторение определений, правил, необходимых для уяснения противоречия, для логических самостоятельных рассуждений, для разрешения сомнений в достаточности и убедительности аргументов.

Для уроков математики характерно предложение заданий на обобщение, практических, невыполнимых, создающих ситуацию затруднения с содержанием новой темы. Основу проблемного обучения составляют проблемные ситуации, создаваемые учителем с помощью вопросов, задач и заданий. Проблемная ситуация – это такая ситуация, в

которой субъект хочет решить какую-то задачу, но ему не хватает данных, знаний и он должен сам их найти. Проблемные ситуации на уроках математики делятся на два типа: с затруднением и с удивлением.

Проблемные ситуации на уроке математики могут быть поставлены с помощью проблемных задач с недостаточными или избыточными исходными данными, с неопределенностью в постановке вопроса, с противоречивыми данными, с заведомо допущенными ошибками, с ограничением времени для решения задачи, на преодоление психической инерции и т.д. В практике работы учителей чаще используются проблемные ситуации, созданные на основе столкновения различных точек зрения, связанные с обобщением и сравнением явлений и фактов, а также практические задачи.

Структура проблемного урока соответствует логике познавательного процесса и продуктивной мыслительной деятельности. Этапы проблемного урока повторяют и соответствуют этапам урока открытия нового в системно-деятельностном подходе. Широко используются групповые формы работы.

Для реализации проблемного обучения подходит не всякое содержание: слишком трудная или легкая темы, не содержащие противоречий, не побуждают к мыслительной деятельности. Для того, чтобы ученик научился мыслить самостоятельно, на уроках математики необходимо предоставить ему возможность преодолевать трудности в познании нового, самостоятельно добывать знания, поставляя «пищу для ума» с помощью проблемных ситуаций.

Самостоятельное «открытие» нового знания учащимися обеспечивает постановку и решение учебных проблем школьниками. Они представляют собой сочетание активизирующих приемов, вопросов, заданий. Проблемное обучение позволяет эффективно сочетать как индивидуальную, так и групповую работу учащихся на уроке.

## **Глава 2. Особенности реализации проблемного обучения на уроках математики в 5 - 6 классах**

### **2.1. Анализ психолого-педагогических особенностей учащихся 5 - 6 классов**

Периодизация психического развития личности относит учащихся 5-6 классов к младшему подростковому возрасту. Это начало периода перехода от детства к юности. Внешне развитие младших подростков происходит так же, как в детстве, но семья, школа и сверстники приобретают новые смыслы. Подросток начинает сравнивать себя со взрослыми и приходит к заключению, что между ним и взрослым никакой разницы нет. Подростковая тенденция к взрослости: стремление быть, казаться и считаться взрослым, - является центральным новообразованием младшего подросткового возраста. Для этого возраста усиливается авторитет группы сверстников, так как, сравнивая себя с подобными, подросток познает себя. В общении со сверстниками младшие подростки в своей среде учатся рефлексии на себя, взаимопониманию, взаимодействию и взаимовлиянию.

В младшем подростковом возрасте меняется и внутренняя позиция по отношению к учению. Основой внутреннего интереса младшего подростка в учебной деятельности становятся взаимоотношения со сверстниками. Подросток выбирает те виды учебной деятельности, которые делают его более взрослым в его собственных глазах. Для него становятся привлекательными самостоятельные формы занятий. Стремление занять определенное положение в классе, добиться признания сверстников подростку импонирует, и он легче осваивает способы учебных действий. При этом для подростка значение оценки остается высокой, т.к. она дает возможность подтвердить свои способности.

По мнению В.В. Давыдова [16], учебная и общественно-организационная становятся ведущими в подростковом возрасте. Психологические изменения у подростка способствуют изменению всех

психических процессов: восприятия, запоминания, памяти, внимания, воображения, мышления.

В младшем подростковом возрасте уровень развития восприятия достаточно высок: школьники обладают высоким уровнем остроты зрения, слуха, ориентировки на форму и цвет. В процессе восприятия учебной информации учащимся 5-6 классов необходимы осмысленность, внешние яркие образы и признаки. Умение сосредоточиться, рассмотреть все характеристики предмета, выделить главное позволяют младшему подростку анализировать, проводить сравнение и классификацию фигур по одному или нескольким свойствам. У школьников этого возраста развивается наблюдательность как черта характера и как деятельность. Поэтому при организации проблемного обучения одним из часто применяемых методов обучения является коллективное анализирующее наблюдение для формирования новых понятий и выявления закономерностей наблюдаемых явлений.

У школьников 5-6 классов возрастает способность к запоминанию, благодаря увеличению доли произвольного запоминания, переходу от механического запоминания к смысловому. Развитие интеллекта характеризуется тем, что подросток приобретает способность к гипотетико-дедуктивным рассуждениям, поэтому обучение пониманию и правильному рассуждению становится основой запоминания учебного материала, в том числе и абстрактного.

Например: в 5-6 классах используются задачи на доказательство. Школьники учатся рассуждать логически. Задание: «Расположите дроби в порядке возрастания  $\frac{2}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{5}{6}, \frac{17}{20}, \frac{1}{9}, \frac{3}{20}, \frac{5}{9}$ ».

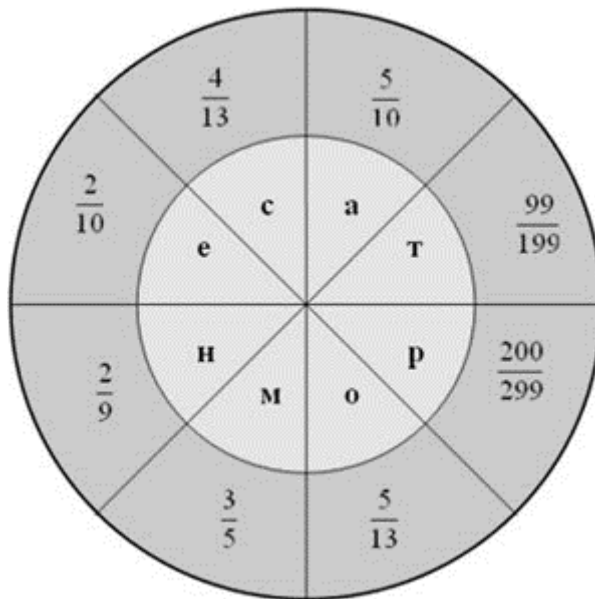
В этом возрасте совершенствуется самооценка и самопознание, являющиеся центральными новообразованиями подросткового возраста. Это благоприятный возраст для развития самоконтроля и произвольного внимания. Внимание школьников 5-6 классов целесообразно

удерживать с помощью занимательных, интересных задач, использовании наглядности (картинки, таблицы), медиа-средств, опорных схем.

Например: В процессе изучения темы «Доли. Обыкновенные дроби» используем наглядность. Ученикам предложена игра в «Поле чудес».

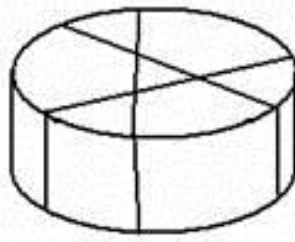
Верному ответу соответствует нужная буква, в результате получится слово.

1. Торт разрезан на 9 кусков. Оля съела 2 из них. Какую часть торта съела Оля? ( $2/9$ ).
2. В вазе лежат 13 фруктов, из них 5 бананов и 4 апельсина. Какую часть составляют бананы от всех фруктов? ( $5/13$ ).
3. Золушке высыпали 100 зерен пшена и 99 горошин. Какую часть от всех зерен составляют горошины? ( $99/199$ ).
4. У бабушки было 3 собаки и 5 попугаев. Ей принесли еще 2 котят. Какую часть составляют попугаи от всех домашних любимцев бабушки? ( $5/10$ ).

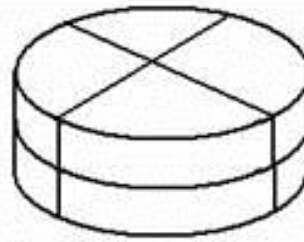


Например: Как тремя прямолинейными разрезами разделить круглый торт на семь частей и как разделить на восемь частей?





*на семь частей*



*на восемь частей*

Поэтому роль проблемной ситуации на уроке математики, как учебного материала с противоречием огромна. Развитию внимания способствует использование опорных схем и других способов знакового представления нового, что способствует развитию воображения.

В 5–6 классах у учащихся доминирующим является наглядно-образное мышление, но начинает развиваться словесно-логическое мышление, закладываются основы теоретического мышления.

Например: Учащимся предложено установить соблюдение / нарушение логических правил деления понятия «Дробь» прочитав текст:

«Дробь в математике — число, состоящее из одной или нескольких частей (долей) единицы».

По способу записи дроби делятся на 2 группы: обыкновенные вида  $\frac{a}{b}$  и десятичные.

В тексте соблюдены логические правила деления понятия «Дробь», т.к. указано основание деления – «По способу записи» установить соблюдение / нарушение логических правил:

- 1) анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных);
- 2) выбор оснований и критериев для сравнения и классификации объектов;
- 3) осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме;
- 4) поиск и выделение необходимой информации.

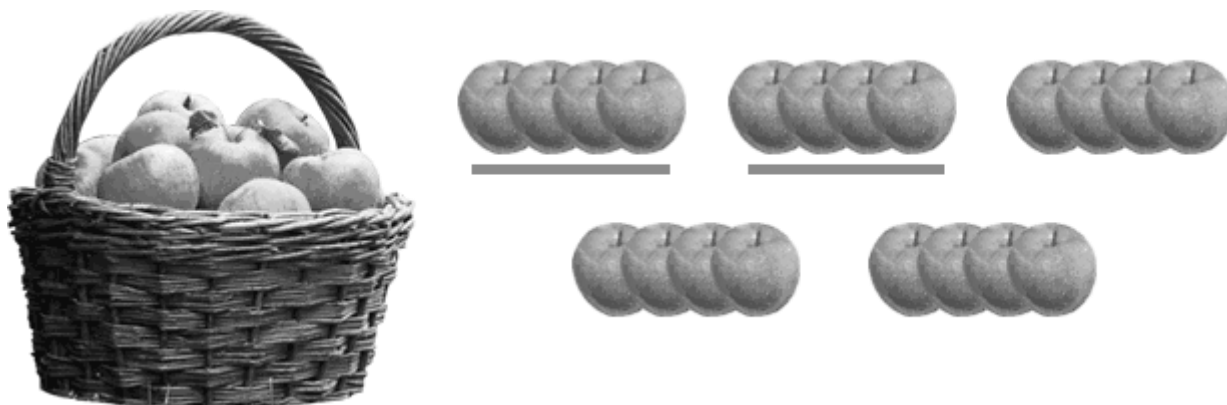
Таким образом, в ходе анализа проблемных ситуаций следует предлагать устанавливать максимальное количество смысловых связей задачах, в предложенных фигурах, рассуждать и обобщать закономерности и существенные признаки.

Психологические и возрастные особенности младшего подросткового возраста лежат в основе выбора средств, методов и приемов обучения. Отбор содержания зависит от используемых методов, способствующих успешной реализации проблемного обучения и формированию продуктивных видов деятельности.

Для реализации проблемного обучения в 5-6 классах используются разные методы обучения.

1. Объяснительно-иллюстративный, как метод вхождения в проблемную ситуацию, побуждения к наблюдению и анализу, сравнению, обобщению.

Например: В процессе изучения темы «Правила нахождения дроби от числа» используем наглядность. Задание: В корзине лежит 20 яблок. Игорь взял  $\frac{2}{5}$  от этого количества. Сколько взял Игорь?



Исходя из психологических особенностей школьников этого возраста на уроках математики нужно усиливать наглядность, как можно чаще прибегать к иллюстрациям и при изучении нового материала, и при закреплении изученного. Это способствует развитию памяти, мышления, воображения и внимания.

У младших школьников слабая устойчивость внимания, им свойственно частое отвлечение, а значит, внимание у них является преимущественно произвольным и даже интересный материал удерживает внимание лишь на 5-10 минут. В связи с этим с первых уроков необходимо «воспитывать» внимание и это достигается использованием на уроках иллюстрации и демонстрации.

Цель изучения материала объяснительно-иллюстративным методом — довести знание правил, законов, алгоритмов до уровня навыка.

Этот метод может применяться в следующих случаях:

а) при организации проблемной беседы, работе учащихся с учебниками дополнительной литературой, показа фрагментов фильмов и др. медиа-объектов, содержащих противоречие;

б) при резюмировании, обобщении выводов, представлении нового материала в виде схемы, опорного сигнала, интеллект-карты;

в) при предъявлении учащимся готового плана исследования, выполнения практической работы с целью подтверждения или опровержения гипотезы;

г) при переформулировании вопросов, облегчающих понимание учениками их смысла, проведении инструктажа учебных действий.

Таким образом, объяснительно-иллюстративный метод является основным при изучении математики в 5–6 классах.

2. Частично-поисковый и собственно проблемный методы. На подростках 11-13 лет эти методы обучения используются частично, в зависимости от изучаемого материала и уровня подготовки учащихся. Использование этих методов обучения на уроках математики требует постановки проблемы, выдвижения гипотезы, построения плана проверки гипотезы и доказательства истинности или неверности высказанного предположения. Эти методы включают в себя два основных приема: коллективное анализирующее наблюдением и учебный диалог. Проблема, трудная для самостоятельного решения, делится на подпроблемы, и серия

взаимосвязанных вопросов подводит ученика к решению. При таком методе обучения ученик самостоятелен лишь на отдельных этапах учебного исследования.

3. Исследовательский и эвристический методы требуют более высокого уровня сформированности учебных действий ученика, так как цепь рассуждений обнажение противоречивости ситуации выстраиваются в самостоятельной групповой или коллективной работе. Эти методы позволяют ученикам мыслить вместе с учителем, так как создаются условия для того, чтобы ученики следили за движением мысли учителя, участвовали в его рассуждениях. В этом возрасте могут использоваться лишь элементы этих методов. Важно, чтобы учащиеся постепенно привыкали к такой работе на уроках.

При проблемном обучении используются все формы обучения: фронтальная, групповая, парная, коллективная.

Групповая работа учащихся применяется для решения основных дидактических проблем: изучение нового материала, закрепление и повторение, решение задач и упражнений. Самостоятельная работа организуется как при индивидуальном обучении, так и в группах, но выполнение дифференцированных групповых заданий приучает школьников к коллективным методам работы, а общение является непременным условием формирования правильных понятий, так как позволяет освободиться от субъективности.

Фронтальная форма предполагает совместную деятельность всего класса. Преимуществами данной формы обучения является быстрота получения результата, опрос сразу большого количества учеников, а также то, что ученики слушают ответы других учеников, анализируют их и учатся говорить на заданную тему.

При индивидуальной форме обучения удастся наиболее полно реализовать индивидуальные возможности ученика, учесть его личностные свойства. Однако весомым недостатком такой организации работы является

то, что подростки практически не общаются друг с другом, а следовательно приобретаемый опыт самостоятельной деятельности не становится достоянием коллектива, не обсуждается совместно в классе и с учителем. В результате следует, что индивидуальная работа на уроке должна сочетаться с коллективными формами ее организации. Одновременно с фронтальной организацией работы учеников на уроке применяется коллективная форма, как групповая работа учащихся, при которой класс делится на несколько групп, выполняющих одинаковые или различные задания. Оптимальный состав групп — 4-5 человек. Для продуктивной совместной работы комплектуются группы из учащихся с примерно одинаковым темпом работы и успеваемостью.

Итак, в младшем подростковом возрасте качественным преобразованиям подвергается личность ребенка: развивается рефлексия, изменяется содержание самооценки, формируется чувство взрослости, происходит развитие интересов, которые еще неустойчивы и разноплановы. Для подростков характерно стремление к новизне, потребность в получении новых ощущений способствует развитию любознательности и быстрому переключению с одного дела на другое при поверхностном его изучении.

Если подытожить возрастные особенности, то центральным психическим новообразованием является самооценка подростка, влекущая развитие чувства взрослости, а ведущей деятельностью - общение и общественно значимая деятельность.

В результате анализа познавательной сферы подростков возраста 11-13 лет можно сделать вывод: для того чтобы понять, как с данной подростковой группой организовывать проблемное обучение на уроках математики необходимо продумывать рациональное сочетание методов обучения, обоснованный и продуманный их выбор, учитывать психологические особенности подростков этого возраста, а также особенности класса и отдельно взятых учеников.

## **2.2. Рекомендации к условиям создания проблемных ситуаций на уроках математики в 5-6 классах**

Основными новообразованиями психологического развития школьников 5-6 классов является появление у младшего подростка отношения к себе как к взрослому человеку. Появление взрослости проявляется в стремлении к самостоятельности, усилении авторитета сверстников, усвоении навыков взаимопонимания, взаимодействия и взаимовлияния в общении со сверстниками. При этом подростку интересны виды учебной деятельности, которые делают его более взрослым в его собственных глазах и глазах сверстников: самостоятельные формы занятий, способы действия, в которых учитель выступает помощником, методы обучения, наталкивающие на самостоятельную формулировку выводов, помогающие добиться признания одноклассников. Для подростка важны успешность и высокая оценка, как возможность подтвердить свои способности.

К возрастным психологическим изменениям относится приобретение подростком способности к гипотетико-дедуктивным рассуждениям, развивается рефлексия, произвольное внимание становится более объемным, расширяется круг интересов, но пока они неустойчивы и разноплановы. Для подростков характерно стремление к новизне: в получении новых ощущений, быстрому переключению с одного дела на другое. В эмоциональном развитии появляется потребность в выражении переживаемых чувств, чаще проявляется раздражительность и возбудимость, эмоциональная лабильность.

Возрастные особенности младшего подросткового возраста – самооценка и самопознание, расширение интересов, усиление авторитета группы сверстников, а ведущая деятельность - общение и общественно значимая деятельность. В развитии психических процессов наблюдаются следующие новообразования: развитие словесно-логического мышления,

расширение объема памяти, внимания, появление устойчивого интереса к лично и общественно значимым видам деятельности, потребности в самостоятельной деятельности.

Исходя из новообразований психического развития младшего подросткового возраста, можно сделать вывод о том, что проблемное обучение обладает всеми признаками, учитывающими возрастные психические особенности развития младших подростков.

Каким образом психологические особенности младшего подросткового возраста (учеников 5-6 классов) учитываются при организации проблемного обучения на уроках математики, показано в Таблице 1.

Рекомендации к условиям организации  
проблемного обучения на уроках математики в 5-6 классах

<b>Психологические особенности учащихся</b>	<b>Рекомендации для организации проблемного обучения на уроке математики</b>	<b>Пример</b>
Появление чувства взрослости, но с неумением реализовать его.	Самостоятельная формулировка вывода по опорным словам, выполненному исследованию. Роль учителя – организатор, консультант, помощник. Самостоятельная работа учеников по разрешению проблемной ситуации тщательно подготовлена, сопровождается либо консультацией, либо устным сопровождением учителя.	6 класс. Тема: Сложение рациональных чисел. Ученикам предлагается ряд примеров на сложение, среди которых есть примеры суммы отрицательных и суммы двух чисел с разными знаками. Ученики, испытывая затруднения (проблемная ситуация), пытаются решать самостоятельно незнакомые примеры. Решение с помощью координатной прямой приводит к выводу: сумма двух чисел может оказаться меньше слагаемых. Самостоятельная работа учеников сопровождается устной консультацией по выполнению задания.
Стремление к достижению успеха в	Использование групповых, парных форм организации познавательной деятельности, выполнение	5 класс. Тема: Сравнение обыкновенных дробей с разными знаменателями  В групповой самостоятельной работе учащиеся сравнивают



<p>самостоятельной деятельности</p>	<p>практических заданий проблемного характера</p>	<p>дроби с одинаковыми знаменателями, дробь с 1, правильную дробь с неправильной. Проблемной является задача на сравнение дробей с разными знаменателями. Задание группам с элементом состязательности: найти способ сравнения дробей с разными знаменателями, зная способ сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.</p>
<p>Стремление к признанию успехов и достижений сверстниками. Значимость успеха и потребность в высокой оценке.</p>	<p>Организация учебного диалога для формулировки предположений разрешения противоречия, собственных выводов. Организация учебного диалога, поощрение высказываний детей (правильных, неправильных), побуждение к высказыванию собственных мыслей. Проблемные ситуации на основе столкновения разных мнений детей, трактовки понятия в житейском плане и в научных кругах.</p>	<p>5-й класс. Тема: Деление десятичных дробей.  Организация учебного диалога на основе наблюдения и анализа результатов деления на натуральное число и на десятичную дробь.  - Сегодня на уроке будем учиться делить на десятичную дробь.  Вычислите:  1) <math>125 : 25 = \dots\dots 5</math>  2) <math>1250 : 250 = \dots\dots 5</math>  3) <math>12500 : 2500 = \dots\dots 5</math>  - Как изменились делимые? (Увеличились в 10, 100 раз.)  - Сравните делители. (Увеличились в 10, 100 раз.)  - Сравните ответы.</p>

		<p>- Решим эту задачу в рублях:</p> <p>125 коп. = 1 р.</p> <p>25 коп. = 1,25 руб.</p> <p>25 коп. = 0,25 р.</p> <p><math>1,25 : 0,25 = ?</math></p> <p>- Сравните:</p> <p>1,25: 0,25 и 125: 25</p> <p>(При решении одной и той же задачи ответ должен быть одинаковый).</p> <p>- Подумайте, какие изменения пришлось выполнить для того, чтобы делить на натуральное число и частное при этом не изменилось? (Увеличить делитель в 100 раз и увеличить делимое в 100 раз.)</p> <p>- Как выполнить деление на десятичную дробь?</p> <p>- Как решить нашу проблему?</p>
<p>Ведущий вид деятельности – общение и общественно</p>	<p>Организация групповой работы, выполнение микроисследований по выявлению противоречия.</p> <p>Индивидуальные задания с</p>	<p>5 класс. Тема. Объем куба.</p> <p>Класс делится на группы. Каждой группе предлагается задание.</p> <p>Все грани куба покрасили красной краской и распилили его</p>

<p>значимая деятельность</p>	<p>выполнением практических заданий, подводящих к формулировке вывода. Учет интересов при выполнении детьми индивидуальных заданий, отличающихся по содержанию.</p>	<p>на <math>n^3</math> маленьких одинаковых кубиков. Выведите формулу для нахождения количества кубиков, не имеющих ни одной окрашенной грани. Для решения учащиеся используют окрашенную модель куба и по ней устанавливают связь между объемом и количеством маленьких кубиков.</p>
<p>Развитие словесно-логического мышления наряду с наглядно-образным, способности к гипотетико-дедуктивным рассуждениям</p>	<p>Использование следующих видов организации учебно-познавательной деятельности проблемного обучения: решение готовых нетиповых задач; составление задач и их решение; логический анализ текста; ученическое исследование; сочинение; конструирование из дидактических элементов нового знания. Побуждение детей к формулировке гипотез, составлению плана исследования.</p>	<p>6 класс. Тема. Признаки делимости. Учитель предлагает высказывания о числах по теме «Признаки делимости», которые не обязательно верны. Учащиеся должны установить истинность или ложность высказывания и объяснить это сначала друг другу, а потом и классу. Ответы учеников записываются на доску. После того, как прозвучат все мнения, дети в паре проверяют свои предположения по правилам в учебнике. Примеры высказываний: Число 24 нечетное или делится на 7. Сумма чисел 5 и 17 – четное число. Произведение <math>234567 \cdot 26</math> делится на 13, т.к. 26 делится на 13. У какого числа больше делителей: 11 или 5?</p>

	<p>Использование моделей, наглядности, других форм визуализации информации.</p> <p>Использование методов научного познания для открытия нового: анализа, синтеза, сравнения, обобщения, систематизации и т.д.</p>	<p>Для числа 12 существует 4 делителя или 4 кратных.</p> <p>Число 450 кратно 9, т.к. 45 кратно 9.</p> <p>Число 378 не кратно 3, т.к. цифры 7 и 8 не кратны 3.</p>
<p>Стремление к новизне, расширение круга интересов.</p>	<p>Использование занимательных, практических задач, побуждение детей к поиску новой информации, содержащей противоречия, выполнение учащимися опережающих домашних заданий.</p>	<p>5класс. Тема. Объем прямоугольного параллелепипеда.</p> <p>Дома дети решали следующую задачу.</p> <p>Длина плавательного бассейна 200 м, а ширина 50 м. В бассейн налили 2 000 000 л воды. Как вы полагаете, можно ли плыть в этом бассейне?</p> <p>На уроке рассказывали о полученных результатах. Ответы разные.</p>
<p>Увеличение объема памяти, устойчивости внимания, развитие словесно-</p>	<p>Составление на обобщающем этапе открытия новой опорной схемы нового знания.</p> <p>Использование проблемных задач с выдвижением гипотез, составлением</p>	<p>5 класс. Тема: Системы счисления.</p> <p>Побуждение детей к объяснению факта. При изучении систем счисления можно предложить такое задание.</p> <p>Известно, что если два натуральных числа имеют разное количество разрядов, то больше то число, у которого</p>

<p>логического мышления.</p>	<p>плана реализации способа решения задачи, анализа найденного способа в виде графической модели.</p> <p>Продолжительность создания и разрешения проблемной ситуации 7 -10 минут.</p>	<p>разрядов больше. Однако неравенство <math>101 &lt; 15</math> может быть верным. Как такое может быть?</p> <p>5 класс. Тема. Проценты.</p> <p>В конкурсе участвовали два класса. Из 5 «а» класса – 50% учащихся, а из 5 «б» - 40%. При подсчете оказалось, что количество участников из каждого класса одинаково. Почему?</p>
<p>Потребность в рефлексии и самопознании</p>	<p>Побуждение к обобщению нового знания, сравнения выводов разных авторов, творческого представления нового знания с использованием схем, моделей, опор и т.д.</p>	<p>6 класс. Тема. Признаки делимости.</p> <p>В легенде рассказывается, что, когда один из помощников Магомета – мудрец Хозрат Али садился на коня, подошедший человек спросил его:</p> <p>- Какое число делится без остатка на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?</p> <p>Мудрец ответил:</p> <p>- Умножь число дней в неделе на число дней в месяце (считая, что в месяце 30 дней) и на число месяцев в году.</p> <p>Прав ли Хозрат Али? Почему?</p> <p>Чтобы найти ответ на поставленный вопрос, ученики выписывают в две колонки делители, названные мудрецом и делители, найденные самими. Сравнение приводит к ответу.</p>

Таким образом, структура проблемного урока, в отличие от структуры непроблемного, имеет элементы логики познавательного процесса и создает возможности управления самостоятельной учебно-познавательной деятельностью ученика. План организации проблемного урока математики динамичен, выполняется полностью или частично. Роль учителя – организатор, консультант, помощник в работе детей по собственному открытию нового.

Для процесса самостоятельного поиска знания в системе проблемного обучения характерна последовательность обобщенных этапов учебного процесса:

- 1) постановка проблемы, ее формулировка, обнажение противоречия;
- 2) анализ и поиск фактов для лучшего понимания проблемы, ее уточнения, поиска путей и возможностей ее решения;
- 3) поиск нового знания, информации, практических примеров, выдвижение идей, гипотез для решения поставленной проблемы;
- 4) поиск решения, составление плана для отбора информации, анализа приобретенных знаний, проверки идей и воплощения лучшей из них;
- 5) обобщение, формулировка способа решения проблемы, поиск признания найденного решения окружающими [19].

Структурными элементами проблемного урока математики являются актуализация опорных знаний, создание проблемной ситуации, формулирование проблемы (темы и целей урока), открытие нового знания, формирование нового знания, первичное применение нового знания (самостоятельная работа), повторение и закрепление ранее изученного, итог урока, домашнее задание.

Для организации познавательной деятельности используются следующие методы и приемы: решение готовых нетиповых задач; составление задач и их решение; логический анализ текста; ученическое исследование; сочинение; конструирование из дидактических элементов нового знания, побуждение детей к формулировке гипотез, составлению

плана исследования. При организации проблемного обучения широко используются модели, наглядность, другие формы визуализации информации, а также методы научного познания: анализ, синтез, сравнение, обобщение, систематизация. Описанная схема урока проблемного обучения, выбранные методы обучения учитывают новообразования психического развития младшего подросткового возраста.

### **2.3. Конспект урока, с элементами проблемного обучения по теме «Сложение дробей с разными знаменателями»**

**Учебник:** Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б. Математика. 5 класс.

**Тип урока:** урок открытия нового знания

**Время проведения урока:** 1 час 20 минут

**Планируемые результаты:**

**Личностные:** развитие умения ясно, точно, грамотно излагать свои мысли, понимать смысл поставленной задачи, воспитание самостоятельности, умения общаться, формирование мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности.

**Метапредметные:** формирование УУД (регулятивных, познавательных, коммуникативных), развитие умения сравнивать, анализировать, обобщать, оценивать, понимать сущность алгоритма и умения действовать в соответствии с найденным алгоритмом, самостоятельность планирования, формирование умения ставить цели и самостоятельно находить пути достижения; умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии), сотрудничать и договариваться.

**Предметные:** формирование алгоритма сложения обыкновенных дробей с разными знаменателями и овладение умением сложения дробей с разными знаменателями.

**Основные понятия урока:** обыкновенная дробь, общий знаменатель, дополнительный множитель.

**Ресурсы урока:** мультимедийный проектор, экран, презентация «Сложение обыкновенных дробей», смайлики для рефлексии, карточки с заданиями для групповой работы, карточки для рефлексии, дидактический материал.



Этапы урока	Задачи этапа	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Требования
<p>1. Организация класса.</p> <p>Самоопределение к учебной деятельности</p>	<p>Создать благоприятный психологический настрой на работу</p>	<p>Приветствие, мобилизация внимания детей.</p> <p>Вопрос: как справились с домашним заданием?</p> <p>В чем были затруднения?</p>	<p>Включаются в деловой ритм урока</p> <p>Показывают с помощью карточек: красная – выполнил легко самостоятельно, зеленая – выполнил самостоятельно с небольшими затруднениями, синяя – испытывал затруднения, выполнил с помощью, желтая – не смог выполнить.</p>	<p>Учет потребности подростков в самооценке, рефлексии собственной деятельности</p>
<p>2. Устная работа.</p> <p>Повторение.</p>	<p>Актуализация опорных знаний и способов деятельности</p>	<p>1. Беседа</p> <p>На слайде задания теста.</p> <p>Глядя на задания, назовите правило для их выполнения.</p>	<p>1. Воспроизведение определения дроби, правильной, неправильной дроби, правила приведения дроби к новому знаменателю,</p>	<p>Использование опорных схем с учетом преобладающего вида мышления –</p>

		<p>2. Выберите задание которое вы не можете решить, определите почему вы не можете его решить. Каких знаний вам не хватает? Спросите правило выполнения у соседа.</p> <p>3. Тест «Обыкновенные дроби» (Приложение 4)</p>	<p>правила сравнения дробей с одинаковыми знаменателями, с одинаковыми числителями.</p> <p>2. Определение границ своего знания и незнания.</p> <p>3. Заполняют таблицу ответов теста, самопроверка по эталону (на слайде).</p>	<p>наглядно-образного.</p> <p>Перевод информации из знаковой модели в словесно-логическую способствует развитию абстрактного мышления.</p>
3. Актуализация опорных знаний	Вывести в оперативную память правило сложения дробей с одинаковыми	<p>Дидактическая игра «Прыг-скок».</p> <p>Даны дроби:</p> $\frac{2}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{5}{6}, \frac{17}{20}, \frac{1}{9}, \frac{3}{20}, \frac{5}{9}$ <p>Составьте и суммы и</p>	<p>Составление сумм, вычисление значений сумм по правилу, два обобщения:</p> <p>1) как складываются дроби с одинаковыми знаменателями;</p>	<p>Учитывается потребность детей в самостоятельной успешной</p>

	знаменателями.	разности, найдите их значения. - Почему игра так называется?	2) числа, с которыми можно образовать суммы или разности, стоят в данном ряду через число.	деятельности. Используются приемы научного познания: анализ, сравнение, обобщение.
3. Проблемная ситуация с затруднением.	Создать проблемную ситуацию, показать недостаточность знаний учеников, вызвать потребность в изучении нового.	1. Побуждающий диалог. - Можно составить ещё суммы и разности? (Да) Какие? $(\frac{2}{5} + \frac{1}{6}, \frac{1}{5} + \frac{17}{20}, \frac{1}{6} + \frac{1}{9}$ и т.д.) Чему равны значения этих сумм и разностей? Можно их решать по правилу сложения дробей с одинаковыми знаменателями? Какой способ	Составление сумм и разностей. Попытка найти ответ по известному правилу.  Осознание проблемы: правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями не подходит, т.к. знаменатели разные, другой способ (предложенный детьми) приводит к неверному ответу.	Учащимся предложена личностно-значимая познавательная деятельность: найти значения самими составленных числовых выражений. В ходе

		<p>предлагаете? (Дети могут ошибочно предположить, что <math>\frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{3}{11}</math>)</p> <p>В опровержение показать на слайде модели дробей на полосках, что если приложить к полоске, обозначающей дробь <math>\frac{2}{5}</math>, полоску, обозначающую <math>\frac{1}{6}</math>, то длина полученной полоски не равна полоске, обозначающей <math>\frac{3}{11}</math></p>	<p>Отвечают на вопрос</p> <p>2. Работают в группах, выставляют результат работы на доску, объясняют свой выбор.</p>	<p>наблюдения результатов организуется учебный диалог, где ученики обосновывают собственный выбор.</p>
4. Целеполагание и мотивация	Формулирование проблемы, обеспечение	<p>Диалог</p> <p>- Чем отличается новая задача от задач, которые</p>	<p>Выделяют признак: разные знаменатели.</p> <p>Формулируют область</p>	<p>Ученики самостоятельно выделяют и</p>

	<p>мотивации учения детьми, принятием целей урока</p>	<p>мы решали?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Почему не удалось найти сумму?</li> <li>- Какова тема урока?</li> <li>- Какова ваша задача на уроке?</li> </ul>	<p>незнания: не знаем правило сложения дробей с разными знаменателями.</p> <p>Формулировка темы: сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.</p> <p>Задача: найти правило и научиться складывать и вычитать дроби с разными знаменателями.</p>	<p>формулируют познавательную цель на основе осознания того, что уже усвоено и что предстоит усвоить.</p>
<p>5. Открытие нового знания.</p>	<p>Найти правило сложения дробей с разными знаменателями.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Работа в группах (Приложение 5)</li> <li>2. Запись каждой группой полученных равенств на доске.</li> <li>3. Беседа. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Сколько решений найдено?</li> </ul> </li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Практическое решение задачи.</li> <li>2. Составление математической модели решения, запись двумя способами: <math>\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}</math> и <math>\frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}</math></li> <li>3. Сравнение.</li> <li>4. Анализирующее</li> </ol>	<p>Организуется групповая работа, т.к. поиск способа решения для детей является исследовательской задачей. Группа следует</p>

		<p>- Почему решение одной и той же задачи можно записать двумя способами?</p> <p>- Какие дроби равны?</p> <p>- Как из дроби <math>\frac{1}{2}</math> получить дробь <math>\frac{1}{8}</math>?</p> <p>(Привести к знаменателю 8)</p> <p>- Сформулируйте правило сложения дробей <math>\frac{1}{2}</math> и <math>\frac{1}{8}</math>.</p>	<p>наблюдение.</p> <p>5. Формулировка правила прибавления данных дробей.</p>	<p>предложенному плану работы в группе, обобщает и составляет математическую модель решения.</p>
6. Формулировка вывода.	Составить алгоритм сложения дробей с одинаковыми	<p>Беседа с практическим заданием</p> <p>- Что мы сначала делали?</p> <p>- Затем что?</p>	Анализ способа решения.	<p>Логическое завершение - анализ и оценка собственных</p>

	знаменателями	Составьте алгоритм. Приводим дробь к общему знаменателю. Сложить числители, а знаменатели оставить прежними.	Составление алгоритма (выходит на слайде, остается до конца урока)	действий при решении проблемы, осознание завершенности работы над учебной проблемой.
7. Формирование нового знания.	Обобщение полученного знания	1. Чтение правила по учебнику (для любых дробей) 2. Анализ приведенных в учебнике примеров. 3. Введение понятия «дополнительный множитель» 4. Формулировка вывода о решении поставленной	Перенос полученного правила для единичного случая (дробей в практической задаче) к решению любых задач. Осмысление способа записи и решения задач на сложение дробей с разными знаменателями. Слайд с алгоритмом	Использование методов научного познания: осмысление правила, перевод на язык «собственного понимания», обобщение, соотнесение

		в начале урока проблемы.	дополняется образцом записи решения, служит ориентировочной основой действия при решении задач.	проблемы, ее решения.
5. Первичное закрепление	Выявление и коррекция пробелов первичного осмысления, обеспечение закрепления новых знаний и способов действий.	1. Учебник № 881 – с объяснением на доске  Физкультминутка (Приложение 6) 2. № 882	1. Один ученик на доске, все в тетрадях	Выполнение действий по алгоритму.  подведение под понятие,  рефлексия способов действий
6. Первичный контроль (самостоятельная работа)	Выявление качества и уровня усвоенных знаний и способов	1. №879: 2 ученика на доске 1 вариант - 1 строка 2 вариант – 2 строка	1. Самостоятельное решение в паре. 2. Проверка по слайду.	Осознание качества и уровня усвоения  Реализация



	действий, установление причин выявленных недостатков	Сильным учащимся - консультантам (по мере выполнения) предлагается проверить, оказать помощь товарищам №895		потребности в общении: взаимопомощь в решении задач новым способом.
7. Информация о домашнем задании	Обеспечение понимания детьми цели, содержания и способов выполнения домашнего задания	№880, 886(устно) №897 – по желанию придумать собственную опору.	Записывают домашнее задание	Творческий характер задания способствует повышению значимости в глазах сверстников.
8. Рефлексия.	Дать качественную оценку работы	1. Предлагает продолжить предложение	1. Отвечают на вопросы	Учет потребности подростков самооценке,

	<p>класса и отдельных учащихся</p> <p>Инициировать рефлексию детей по поводу мотивации их собственной деятельности и взаимодействия с учителем и другими детьми</p>	<p>«Сегодня на уроке Я повторил ... Я закрепил ... Я научился ... Я узнал ...»</p> <p>2. Предлагает отметить в карточке то высказывание, которое больше всего подходит к качеству усвоения материала на уроке</p> <p>3. Выставляет оценки</p>	<p>2. Отмечают в карточках (Приложение 7)</p>	<p>осознании, оценке границ собственного знания и незнания.</p>
--	---	---	---	---

## **Выводы по главе 2**

Для решения задач поставленных в исследовании был проведен анализ литературы особенностей познавательной сферы учащихся 5-6 классов, который показал, что именно в подростковом возрасте развивается наблюдательность, возрастает способность к запоминанию, происходит развитие интеллекта, мышление переходит от наглядно-образного к словесно-логическому, закладываются основы теоретического мышления, формируется адекватная самооценка, развиваются умения строить логическое рассуждение, умозаключение, формируется мотивация к обучению. Следовательно, современный учитель в процессе организации проблемного обучения математике учащихся 5-6 классов должен уметь грамотно отбирать соответствующие методы, формы, средства обучения.

Требования к отбору таких методов (объяснительно-иллюстративный, частично-поисковый, исследовательский и эвристический), форм обучения (фронтальная, групповая, парная, коллективная и индивидуальная работа) и средств (учебные пособия, сборники задач, дидактический материал, картинки, таблицы, схемы, медиа-средства и другие) представлены в рекомендациях к условиям создания проблемных ситуаций на уроках математики в 5-6 классах. Для иллюстрации этих требований был разработан урок по теме: «Сложение дробей с разными знаменателями», который содержит проблемную ситуацию с затруднением, основанную на выдвижении предположений о новом правиле, ситуация разрешается в исследовательской групповой работе с помощью подводящего и побуждающего диалогов. Описанная схема урока проблемного обучения, выбранные методы обучения учитывают новообразования психического развития младшего подросткового возраста.

## **Заключение**

Рассмотрев в работе основные аспекты реализации проблемного обучения в качестве педагогической технологии на уроках математики, можно сделать следующие выводы:

1. Активно разработкой вопроса о сущности проблемного обучения, как педагогической технологии занимались Ю.К. Бабанский, П.Л. Гальперин, Н.А. Менчинский, А.М. Матюшкина, М.И. Махмутова и другие авторы.

2. Исследования психолого-педагогических основ проблемного обучения были проведены в 60-х годах советскими психологами С. Л. Рубинштейном, Н. А. Менчинской, Д. Н. Богоявленским, А. М. Матюшкиным, а к системе школьного образования адаптировали дидакты М. И. Махмутов, И. Я. Лернер, Ю. К. Бабанский, М. Н. Скаткин и М.А. Данилов. Современная интерпретация проблемно-диалогического обучения, как ведущей технологии системно-деятельностного подхода, описана в трудах одного из авторов дидактической системы «Школа 2100» Е.Л. Мельниковой.

3. Проблемное обучение является одним из наиболее эффективных средств активизации мышления учащихся, это обучение, при котором педагог ставит перед учениками проблему и организует процесс её решения.

4. Проблемная ситуация и учебная проблема являются основными понятиями проблемного обучения. Учебная проблема – это форма реализации принципа проблемности в обучении. Существует более десятка основных способов создания проблемных ситуаций, а также правила создания проблемных ситуаций.

На основе полученных результатов и психолого-педагогической характеристики учащихся 5-6 классов были выделены требования к организации проблемного обучения на уроках математики в 5-6 классах, которые проиллюстрированы на примере урока по теме: «Сложение дробей с разными знаменателями». Тем самым можно сделать вывод, что поставленные в выпускной квалификационной работе задачи выполнены и цель достигнута.

## Литература

1. Алгебра. 7 класс. Уч. для общеобразоват. учреждений / Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. и др. Под ред. Теляковского. – М.: Просвещение, 2013. - 256 с.
2. Алгебра. 8 класс. Уч. для общеобразоват. учреждений / Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. и др. Под ред. Теляковского. – М.: Просвещение, 2013. - 260 с.
3. Алгебра. 9 класс. Уч. для общеобразоват. учреждений / Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. и др. Под ред. Теляковского. – М.: Просвещение, 2013. - 262 с.
4. Асмолов А.Г. и др. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя. – М.: Просвещение, 2010
5. Бабанский Ю.К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе. – М.: Просвещение, 1985.
6. Бабанский Ю.К. Проблемное обучение как средство повышение эффективности учения школьников. – Ростов-на-Дону, 1970
7. Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение/ А.В. Брушлинский // Новое в жизни, науке и технике. Сер. «Педагогика и психология. М.: Знание, 1983. - № 6. - 96 с.
8. Бурменская Г.В., Захарова Е.И., Карабанова О.А. и др. Возрастно-психологический подход в консультировании детей и подростков: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. Заведений – М.: Издательский Центр «Академия», 2002
9. Виленкин Н.Я. Жохов В.И. Чесноков А.С. Шварцбурд С.И., Математика. 5 класс. Уч. для общеобразоват. учрежд. 31-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. - 280 с.: ил.
10. Виленкин Н.Я. Жохов В.И. Чесноков А.С. Шварцбурд С.И., Математика. 6 класс. Уч. для общеобразоват. учрежд. 30-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. - 288 с.: ил.

11. Вилькеев Д.В. Познавательная деятельность учащихся при проблемном характере обучения основам наук в школе. – Казань, 1987.
12. Гальперин П.Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка. - М.: Изд-во МГУ, 1985.
13. Гвозденко О.В. Проблемное введение знаний на уроках математики <http://festival.1september.ru/articles/613534/>
14. Геометрия. 7-9 классы. Уч. для общеобразоват. организаций. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев Л.С. и др. М. Мнемозина, 2013. – 346 с.: ил.
15. Еникеев М.И. Общая и социальная психология: Учебник для вузов. М.: Изд-во гр. НОРМА-ИНФА М, 2000
16. Зимняя И. А. Педагогическая психология: Учебник для вузов. — М., 1999. – 224с. (135)
17. Ильницкая И.А. Проблемные ситуации и пути их создания на уроке/ И.А. Ильницкая. М.: Знание, 1985. - 80 с.
18. Истратова О.Н., Эксакусто Т.В. Психолого-педагогические особенности детей подросткового возраста. Электронный ресурс. Режим доступа: <http://psylist.net/praktikum/00347.htm>
19. Ковалевская Е.В. Проблемное обучение: подход, метод, тип, система/ Е.В. Ковалевская. М.: МНПИ, 2000. - 245 с.
20. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. Распоряжение Правительства Российской Федерации от 23.12. 2013г. № 2506-р. Интернет-ресурс. Режим доступа: [http://www.firo.ru/wp-content/uploads/2014/12/Concept\\_mathematika.pdf](http://www.firo.ru/wp-content/uploads/2014/12/Concept_mathematika.pdf)
21. Крутецкий В.А. Психология обучения и воспитания школьников. - М.: Просвещение, 1986.
22. Кулагина И.Ю. Возрастная психология. Развитие ребенка от рождения до 17 лет, учебное пособие, 4-е изд-е, - М.: «УРАО», 1998
23. Кудрявцев Т.В. Исследование и опыт проблемного обучения. В кн.: «О проблемном обучении»: Вып. 2. – М.:Высшая школа, 1989.

24. Кудрявцев Т.В. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы. – М.:Знание, 1998.
25. Лернер И.Я. Вопросы проблемного обучения на Всесоюзных педагогических чтениях. //Советская педагогика, 1968. - № 7
26. Лернер И.Я. Система методов обучения. – М.: Знание, 1976.
27. Людмилов Д.С., Дышинский Е.А., Лурье А.М. Некоторые вопросы проблемного обучения математике: Пособие для учителей. - Пермь, 1975.
28. Математика. 5 класс. Учебник для общеобразоват. учреждений. Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б. и другие. М.: Издательство «Просвещение», 2010. - 326 с.: ил.
29. Математика 5–6 класс, Методические материалы к учебникам Г.В.Дорофеева, Л.Г.Петерсон. «Школа 2000...», Москва 2003
30. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении/ А.М. Матюшкин. М.: Педагогика, 1972. - 282 с.
31. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в школе: Книга для учителей/ М.И. Махмутов. М.: Просвещение, 1977. - 240 с.
32. Махмутов М.И. Проблемное обучение. Основные вопросы теории. - М.: Педагогика, 1975.
33. Мельникова Е.Л. Проблемно-диалогическое обучение как средство реализации ФГОС. Пособие для учителя. - М., 2013. - 138 с.
34. Мельникова Е.Л. Типология и методические схемы проблемно-диалогических уроков в начальной, основной и старшей школе //Образовательная система «Школа 2100». Опыт решения проблемы непрерывности и преемственности образования. Сборник материалов. - М.: Баласс, 2009. - С. 164-283
35. Мельникова Е.Л. Проблемный урок, или как открывать знания с учениками: Пособие для учителя. - М., 2002. – 168 с.
36. Мочалова Н.М. Методы проблемного обучения и границы их применения. - Казань, 1988

37. Мухина В.С. Возрастная психология: феноменология развития, детство, отрочество. М.: «Академия», 1997
38. Оконь В. Основы проблемного обучения. М.: Просвещение, 1968. – 208с.
39. Психология человека от рождения до смерти. / под общ. ред. А.А. Реана – СПб.: «Прайм-ЕВРОЗНАК», 2002.
40. Психолого-педагогический словарь для учителей и руководителей общеобразовательных учреждений / под ред. П.И. Пидкасистого. – Ростов-н/Д: Феникс, 2007. – 359 с.
41. Развитие учащихся в процессе обучения: Под ред. Л.В. Занкова.- М., 1992
42. Рождественская Н.А. Как понять подростка: Учебное пособие для студентов факультетов психологии высших учебных заведений по специальностям 52100 и 020400 — «Психология». 2-е изд. М.: Российское психологическое общество, 1998.
43. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. - СПб: Издательство «Питер», 2010. – 782 с.
44. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Утвержден приказом Министерства образования и науки от 17.12.2010г. № 1897
45. Чернявская, А.П., Байбородова, Л.В., Харисова, И.Г. Технологии педагогической деятельности. Часть I. Образовательные технологии: учебное пособие / под общ. ред. А.П. Чернявской, Л.В. Байбородовой. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2012. – 311 с..



## Приложение 1

### Проблемные ситуации по типу противоречия и приемы их создания

Тип ситуации	Тип противоречия	Приемы создания
С удивлением	Между двумя или более теоретическими положениями	Одновременно предъявить ученикам противоречивые факты, теории или точки зрения, для объяснения которых у детей не хватает знаний.
	Между разными мнениями учащихся	С помощью проблемного вопроса или практического задания получить в классе несколько правдоподобных мнений. Столкнуть мнения учеников.
	Между житейским представлением учащихся и научным фактом	1. «Обнажить» житейское представление учащихся вопросом или практическим заданием на «ошибку». 2. Предъявить научный факт сообщением или наглядностью, с помощью презентации.
С затруднением	Между необходимостью выполнить задание, простотой его формулировки и невозможностью найти решение	1. Дать практическое задание, не выполнимое в рамках имеющихся у учащихся знаний.
		2. Дать практическое задание, по внешним признакам знакомое учащимся, но известными детям способами не выполнимое.
		3. Дать практическое задание, сходное с предыдущими, но способ решения отличен от тех, на которые дети опирались при решении предыдущих задач.

## Приложение 2

Создание проблемной ситуации путем применения методических приемов на уроках математики:

1. Учитель сталкивает учеников с противоречием в ходе практической деятельности.

Тема: Построение треугольников. Учитель предлагает выполнить практическую работу с моделями отрезков. У каждого ученика набор полос-моделей по 4, 5, 3, 7, 4, 11, 5, 6, 10 см. Дети располагают отрезки в порядке возрастания, подписывают их длину. Потом учитель просит построить треугольник со сторонами 3, 4 и 5 см, потом со сторонами 7, 4, и 11 см, далее со сторонами 5, 6, 10 см. Какие треугольники смогли построить, а какие нет? Почему? Какую закономерность можно увидеть?

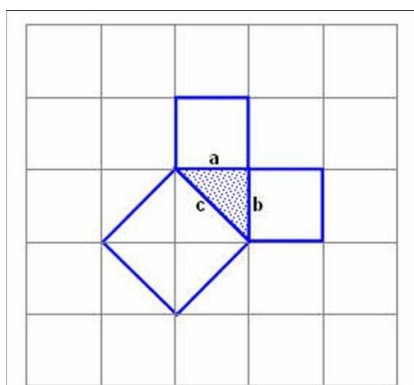
2. Учитель подводит школьников к противоречию практическим заданием, предлагает самим найти способ его разрешения. Тема: Нахождение дроби от числа и числа по его дроби.

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
У каждого ученика три одинаковые полоски. Учитель предлагает взять в руки полоску и показать $\frac{1}{2}$ этой полоски. 	Загибают полоску пополам. 
Учитель предлагает отложить полоску и взять другую. «Это половина полоски. Покажите всю полоску»	Возникает затруднение, т.к. необходимо найти всю полоску присоединением ещё одной, равной ей, а не сгибанием.
Учитель обнажает противоречие между одинаковыми фактами, но	

<p>разными результатами.</p> <p>- Какая дробь была дана в первой задании?</p> <p>- Какая дробь была дана во втором задании?</p> <p>- Почему дроби были одинаковые, а полоски получились разные?</p>	<p><math>\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\frac{1}{2}</math></p> <p>В первом случае надо было найти <math>\frac{1}{2}</math> данной полоски, а во втором случае – найти всю полоску, <math>\frac{1}{2}</math> которой известна.</p>
---	--

3. Учитель сталкивает разные мнения учащихся, полученные на один и тот же вопрос.

Тема: Теорема Пифагора. Постройте на отдельных листах бумаги равнобедренный прямоугольный треугольник с катетом  $a$  и  $a$  и гипотенузой  $c$ . Постройте на катетах и гипотенузе квадраты. Если сложить два квадрата, построенные на катетах, получится квадрат, построенный на гипотенузе? Ответы разные: уверенное «нет» и робкое «да». Для получения ответа дети разрезают квадраты, построенные на катетах, на два равных треугольника. Из полученных треугольников складывают квадрат, равной гипотенузе. Обнаруживается, что он равен квадрату, построенному на гипотенузе.



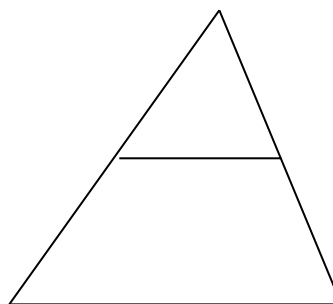
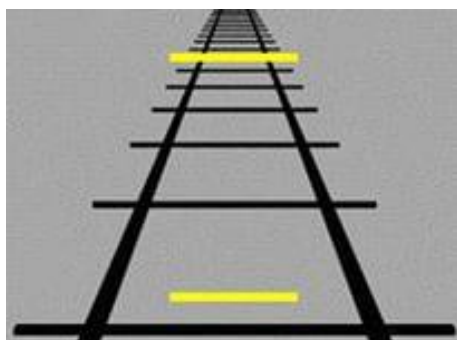
4. Учитель преднамеренно задает вопрос, на который ученики дают неправильный ответ из-за недостатка знаний, и приводит научный факт (в виде правила в учебнике). Для поиска ответа на проблемный вопрос учитель

побуждает учеников к выполнению сравнения, обобщения, анализа, сопоставлению фактов, формулировке выводов.

Тема: Основное свойство дроби. Проблемный вопрос: «Можно ли с помощью одной и той же модели показать разные числа?» Дети, исходя из знаний о натуральных числах, отвечают: «Нет». Для обнажения противоречия проводится практическая работа. У каждого ученика 4 одинаковые полоски, являющиеся моделью целого. Исходя из того, что знаменатель дроби показывает, на сколько равных частей разделено целое, а числитель обозначает, сколько таких частей взято, ученики изображают на разных полосках дроби  $1/2$ ,  $2/4$ ,  $3/6$ ,  $4/8$  и сравнивают. Вопрос: «Почему закрашенные части полос одинаковые, хотя дроби разные?» и очевидность фактов заставляют думать. (Преднамеренная ошибка: дроби равны, это предстоит открыть на уроке.)

5. Выполнение практической работы с познавательным компонентом.

Тема: Средняя линия треугольника.



Рассматривая иллюзию перспективы, учитель задает вопрос: «Какой из желтых отрезков короче?». Путем измерения выясняется, что они равны. Дети находят середину основания треугольника. Иллюзия перспективы вносит сомнения в вопрос: «Равна ли средняя линия треугольника половине стороны, которой она параллельна?». Возникает противоречие между житейской очевидностью и возможной ошибкой «очевидности». Дети измеряют длины средней линии и параллельной ей стороны, получают разные ответы из-за погрешности измерений. Выдвигается гипотеза о необходимости доказательства.

6. Выполнение проблемных теоретических и практических заданий, например, исследовательского характера.

Тема: Взаимное расположение графиков линейных функций. На доске изображена прямоугольная система координат. Вопрос: «Каково может быть взаимное расположение прямых на плоскости?» Ученики изображают на доске пересекающиеся, параллельные, совпадающие прямые. Вопрос: «Как определить взаимное расположение прямых без чертежа?» ставит детей в тупик. Они говорят, что это невозможно. Учитель предлагает прочитать правило в учебнике. Противоречие между житейским представлением и невозможности сделать вывод о взаимном расположении прямых без чертежа и выводом, сделанным аналитически, побуждает детей восстановить недостающую цепочку рассуждений.

7. Учитель излагает разные точки зрения на один и тот же вопрос.

Тема: Египетский треугольник. Если он Бермудский, то это район в Атлантическом океане, в котором якобы происходят таинственные исчезновения морских и воздушных судов. Район ограничен тремя отрезками, концами которых которого являются Флорида, Бермудские острова, и Пуэрто-Рико. Если он египетский, то его стороны 3, 4, 5.

8. Тема: Конус. Учитель предлагает рассмотреть понятие или его свойство с разных позиций, с точки зрения разных людей, геолога, финансиста, строителя и т.д.

Перед вами конус. Что важно для портного, получившего заказ сшить купол конусообразного шатра? Что важно для строителя, который должен поместить шарик на вершине конуса? Что важно для фокусника, кидающего кольцо в вершину конуса? Что важно для землекопа, который должен вырыть яму конусообразной формы? Как эти части конуса называются в математике? Установите соотношение: поверхность, высота, объем.

### Приложение 3

1. Тема: «Сумма внутренних углов треугольника». По трем заданным углам построить треугольник:

1) угол А равен  $90^\circ$ , В равен  $60^\circ$ , С равен  $45^\circ$ ;

2) угол А равен  $20^\circ$ , В равен  $80^\circ$ , С равен  $50^\circ$ .

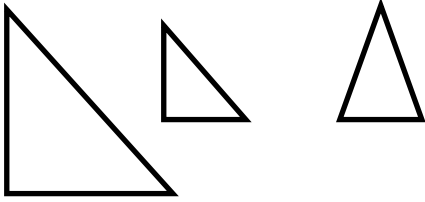
Учащиеся умеют выполнять задания данного типа, однако в данных случаях это не является возможным. Возникает проблема: «Почему при известных величинах трех углов не всегда можно построить треугольник?» В результате у учащихся появляется потребность в познании изучаемого, так как поставленное задание предстает как требуемое неизвестное знание. Согласно этому, изучение указанной теоремы индуктивным или дедуктивным путем будет составлять для ученика открытие нового.

2. Тема: «Треугольник». Перед определением треугольника ученикам задается вопрос «Почему треугольник назван «треугольником»? Можно ли дать ему другое название, также связанное с его свойствами?». Благодаря этому простому вопросу ученики размышляют, систематизируют свои знания о треугольнике, обращаясь к учебнику и в диалоге с классом.

3. Тема: «Свойства равнобедренного треугольника». Задание «Дан равносторонний треугольник ABC. Какие свойства имеют треугольники, образовавшиеся путем проведения высоты ВН?» В процессе решения устанавливается, что эти треугольники прямоугольные, равные, острые углы в них составляют  $30^\circ$  и  $60^\circ$ , и, наконец катет, противолежащий углу в  $30^\circ$ , равен  $1/2$  гипотенузы. Задается вопрос: «Существует ли зависимость между углами и сторонами, прилежащими к этим углам?» На чертеже видно, что если одна сторона треугольника в 2 раза больше другой, то необязательно, чтобы его углы составляли  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ , однако если дан треугольник с углами в  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  и  $90^\circ$ , то катет, лежащий против угла в  $30^\circ$ , равен  $1/2$  гипотенузы. В результате выделяем свойство прямоугольного треугольника с углом в  $30^\circ$ .

4. Тема: «Развернутый угол». Вопрос: «Как можно объяснить название «развернутый угол?»» наталкивает на поиск жизненных ассоциаций и их обобщение.

5. Тема: «Подобные треугольники»

Анализ	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Подводящий диалог	Рассмотрите треугольники на партах. Уберите лишний треугольник.	
	Почему именно третий треугольник убрали?	Треугольники 1 и 2 похожи.
	Какие компоненты определяют «похожесть» треугольников?	Стороны и углы.
	Что можно сказать о сторонах и углах треугольника?	Углы равны, т.к. при наложении совпадают.
	Что можно сказать о сторонах треугольника? Измерим их.	Стороны первого треугольника в 2 раза больше сторон второго треугольника.
	Что можно сказать о сторонах и углах треугольников 1 и 2, используя слова «равные», «пропорциональные»	Стороны пропорциональны, углы равны.

6. Тема: «Свойства окружности». Проблема, полученная в ходе выполнения домашнего задания. Перед изучением темы, ученики получают задание на дом: «Дана прямая  $k$  и две точки  $M$  и  $N$  не принадлежащие этой прямой. Найти при помощи угольника на прямой  $k$  такую точку  $L$ , чтобы треугольник  $MLN$  был прямоугольным». Возможно несколько решений в зависимости от различного положения точек  $M$ ,  $N$  и прямой  $k$ . При выполнении домашнего задания, ученики при помощи угольника должны

сопоставить его стороны с точками М и N, затем поворачивая угольник, найти нужную точку на прямой. В зависимости от расположения точек М, N и прямой k, точка L найдется, либо – нет.

Перед изучением нового, задается вопрос: «Можно ли решить эту задачу иначе? С помощью чего? (циркуля и линейки)» Этот вопрос побуждает проанализировать действия, совершенные при выполнении домашнего задания, где ученики могли использовать циркуль и линейку. После изучения новой темы ученики четко отвечают на поставленный ранее вопрос.

7. Тема: «Теорема, обратная теореме Пифагора». В завершении изучения теоремы Пифагора ученикам задается вопрос: «Верна ли теорема, обратная теореме Пифагора?» Если квадрат большей стороны равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный, то есть прямой угол – это угол, лежащий против этой большей стороны. Таким образом, если это не так и треугольник со сторонами a, b и c, которые связаны зависимостью  $c^2 = a^2 + b^2$ , не являлся бы прямоугольным, то равенство не являлось бы верным. Предложить учащимся указать все известные случаи применения теоремы Пифагора. В ходе решения поставленного вопроса могут появляться следующие задачи:

1) Имеется участок земли формы прямоугольного треугольника, где наибольшая сторона участка заболочена, если другие две стороны участка можно измерить непосредственно.

2) Известно, что длина часовой стрелки часов равна 6 мм., минутной 8 мм. Сколько времени показывают часы, если расстояние между концами стрелок 10 мм., а минутная стоит на отметке «12»?

3) Интересный вопрос: «На чем основан способ построения прямого угла в «египетском» треугольнике со сторонами 3, 4 и 5?»

8. Проблемные ситуации, возникающие в случае необходимости проверить заключение, сделанное на основе интуиции, на основе аналогии или попытки обобщения. Например:



Сумма внутренних углов треугольника равна  $180^\circ$ . Равна ли  $180^\circ$  сумма внутренних углов четырехугольника? Пятиугольника? Средняя линия треугольника параллельна основанию. Имеет ли такое же свойство средняя линия ромба? Параллелограмма? Четырехугольника? В треугольнике биссектрисы пересекаются в одной точке. Можно ли то же самое сказать о биссектрисах углов четырехугольника? Можно ли применить формулу площади трапеции к вычислению площади параллелограмма? Прямоугольника? Ромба? Квадрата?

## Приложение 4

### Тест «Обыкновенные дроби»

#### 1 вариант

1. Выбери правильные дроби:

а)  $\frac{3}{3}$ ; б)  $\frac{6}{2}$ ; в)  $\frac{4}{7}$ ; г)  $\frac{10}{13}$ .

2. Дробь называется неправильной, если ее числитель:

- а) меньше знаменателя;
- б) больше знаменателя;
- в) больше или равен знаменателю;
- г) равен знаменателю.

3. Замените дробь  $\frac{4}{7}$  равной ей дробью со знаменателем 35:

а)  $\frac{4}{35}$ ; б)  $\frac{25}{35}$ ; в)  $\frac{20}{35}$ ; г)  $\frac{24}{35}$ .

4. Какая из дробей больше 1:

а)  $\frac{3}{7}$ ; б)  $\frac{12}{12}$ ; в)  $\frac{5}{4}$ ; г)  $\frac{23}{23}$ .

5. Какие из дробей меньше  $\frac{1}{2}$ :

а)  $\frac{17}{40}$ ; б)  $\frac{37}{40}$ ; в)  $\frac{9}{20}$ ; г)  $\frac{11}{20}$ .

6. Какая из дробей самая маленькая:

а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $\frac{2}{5}$ ; в)  $\frac{5}{8}$ ; г)  $\frac{5}{2}$ .

7. Какое число можно подставить вместо  $k$ , чтобы двойное неравенство

было верно:  $\frac{3}{5} < k < \frac{3}{4}$ :

а)  $\frac{11}{20}$ ; б)  $\frac{7}{10}$ ; в)  $\frac{17}{20}$ ; г)  $\frac{15}{20}$ .

Ключ.

1	2	3	4	5	6	7
в г	в	в	в	а в	б	б

### Тест «Обыкновенные дроби»

#### 2 вариант

1. Выбери из данных чисел неправильные дроби:

а)  $\frac{3}{3}$ ; б)  $\frac{6}{2}$ ; в)  $\frac{4}{7}$ ; г)  $\frac{10}{13}$ .

2. Дробь называется правильной, если ее числитель:

- а) меньше знаменателя;
- б) больше знаменателя;
- в) больше или равен знаменателю;
- г) равен знаменателю.

3. Замените дробь  $\frac{5}{7}$  равной ей дробью со знаменателем 35:

а)  $\frac{4}{35}$ ; б)  $\frac{25}{35}$ ; в)  $\frac{20}{35}$ ; г)  $\frac{24}{35}$ .

4. Какая из дробей меньше 1:

а)  $\frac{3}{7}$ ; б)  $\frac{12}{12}$ ; в)  $\frac{5}{4}$ ; г)  $\frac{23}{23}$ .

5. Какие из дробей больше  $\frac{1}{2}$ :

а)  $\frac{17}{40}$ ; б)  $\frac{37}{40}$ ; в)  $\frac{9}{20}$ ; г)  $\frac{11}{20}$ .

6. Какая из дробей самая большая:

а)  $\frac{1}{2}$ ; б)  $\frac{2}{5}$ ; в)  $\frac{5}{8}$ ; г)  $\frac{5}{2}$ .

7. Какое число можно подставить вместо k, чтобы двойное неравенство

было верно:  $\frac{4}{7} < k < \frac{5}{8}$ :

а)  $\frac{37}{56}$ ; б)  $\frac{30}{56}$ ; в)  $\frac{17}{28}$ ; г)  $\frac{35}{56}$ .

Ключ.

1	2	3	4	5	6	7
а б	а	б	а	б г	г	в

## Приложение 5

### 1 группа

Дается круг, разделенный на 8 равных частей

1. Закрасить синим цветом -  $\frac{1}{4}$  круга, красным цветом -  $\frac{1}{8}$  круга.

2. Какая часть круга закрашена?

3. Запишите два равенства:

1) как находили сумму дробей с разными знаменателями;

2) как нашли сумму данных дробей, но заменив первую дробь дробью

со знаменателем 8.

### 2 группа.

Дается круг, разделенный на 8 равных частей

1. Закрасить синим цветом -  $\frac{1}{2}$  круга, красным цветом -  $\frac{1}{8}$  круга.

2. Какая часть круга закрашена?

3. Запишите два равенства:

1) как находили сумму дробей с разными знаменателями;

2) как нашли сумму данных дробей, но заменив первую дробь дробью

со знаменателем 8.

### 3 группа.

Дается круг, разделенный на 8 равных частей

1. Закрасить синим цветом -  $\frac{1}{2}$  круга, красным цветом -  $\frac{3}{8}$  круга.

2. Какая часть круга закрашена?

3. Запишите, как можно ответить на этот вопрос.

### 4 группа.

Дается прямоугольник, разделенный на 8 равных частей

1. Закрасить синим цветом -  $\frac{1}{4}$  прямоугольника, красным цветом -  $\frac{1}{8}$

прямоугольника.

2. Какая часть прямоугольника закрашена?

3. Запишите два равенства:

1) как находили сумму дробей с разными знаменателями;

2) как нашли сумму данных дробей, но заменив первую дробь дробью со знаменателем 8.

**5 группа.**

**Дается прямоугольник, разделенный на 8 равных частей**

1. Закрасить синим цветом -  $\frac{1}{2}$  прямоугольника, красным цветом -  $\frac{1}{8}$

прямоугольника.

2. Какая часть прямоугольника закрашена?

3. Запишите два равенства:

1) как находили сумму дробей с разными знаменателями;

2) как нашли сумму данных дробей, но заменив первую дробь дробью со знаменателем 8.

**6 группа.**

**Дается прямоугольник, разделенный на 8 равных частей**

1. Закрасить синим цветом -  $\frac{1}{2}$  прямоугольника, красным цветом -  $\frac{3}{8}$

прямоугольника.

2. Какая часть прямоугольника закрашена?

3. Запишите два равенства:

1) как находили сумму дробей с разными знаменателями;

2) как нашли сумму данных дробей, но заменив первую дробь дробью со знаменателем 8.

## **Приложение 6**

### **Физкультминутка**

Раз – согнуться – разогнуться.

Два – нагнуться – потянуться.

Три – в ладошки три хлопка,

Головою три кивка.

На четыре – руки шире,

Пять, шесть – тихо сесть.

Семь, восемь – лень отбросим.

## **Приложение 7**

1. Все понял, могу помочь другим
2. Могу, но нужна помощь
3. Много не понял