

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»  
Институт математики, информатики и информационных технологий  
Кафедра теории и методики обучения математике

«Формирование исследовательских умений обучающихся в  
процессе решения задач»

Выпускная квалификационная работа

Квалификационная работа

допущена к защите

Зав. кафедрой ТиМOM:

д.п.н., профессор И.Г.Липатникова

\_\_\_\_\_

дата

\_\_\_\_\_

подпись

Исполнитель:

студентка группы БМ- 41z

Цветкова Евгения Николаевна

\_\_\_\_\_

подпись

Руководитель ОПОП:

к.п.н., доцент кафедры ТиМOM

И.Н. Семенова

\_\_\_\_\_

подпись

Научный руководитель:

к.п.н., доцент кафедры ТиМOM

И.А. Аввакумова

\_\_\_\_\_

подпись

\_\_\_\_\_

отметка

Екатеринбург 2016 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.....	6
1.1. Понятие учебной исследовательской деятельности, ее признаки, задачи. .	6
1.2. Понятие исследовательских умений, их виды.....	22
1.3. Учебно-исследовательская задача как средство формирования исследовательских умений .....	36
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ У УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ .....	42
2.1. Технологический подход к разработке системы задач по математике ....	42
2.2. Разработка системы задач по математике, направленной на формирование исследовательских умений у учащихся.....	52
Заключение .....	58
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	59

## ВВЕДЕНИЕ

Главная цель современного образования – формирование разносторонне развитой личности, способной реализовать творческий потенциал в динамичных социально – экономических условиях, как в собственных жизненных интересах, так и в интересах общества. Выпускник современной школы заинтересован в получении знаний, которые нужны ему для успешной социализации в обществе и адаптации в нем. Использование педагогических технологий, которые формируют у школьников навыки самостоятельного добывания новых знаний, сбора и анализа информации, умение выдвигать гипотезы, делать выводы и выстраивать грамотную речевую позицию, очень актуальны в педагогическом процессе. На формировании вышеперечисленных компетенций обучающихся указывает Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования. Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту современный выпускник школы должен достичь такого уровня образованности, который был бы достаточен для самостоятельного творческого решения мировоззренческих и исследовательских проблем теоретического или прикладного характера. При этом овладение исследовательскими умениями относится к сущностным характеристикам высокого уровня образованности современных школьников.

В связи с происходящими изменениями в области образовательной системы приоритетная роль в работе школы принадлежит качественным изменениям деятельности учителя. В соответствии с новыми жизненными тенденциями учитель должен предлагать и осуществлять в своей работе новое содержание, подходы, отношение, поведение, педагогический менталитет.

Формирование у обучающихся способности к творческому мышлению, самостоятельному принятию решений, инициативности возлагается на учителя. Реализация предметных целей может

осуществляться через научно – исследовательскую деятельность обучающихся.

В отечественной психологии накоплен богатый опыт изучения исследовательской деятельности детей, который показывает возможность и необходимость формирования исследовательских умений учащихся. (Е.Е. Васюкова, Л. А. Венгер, П. Я. Гальперин, А. В. Запорожец, А. М. Матюшкин, М. В. Матюхина, Н. А. Менчинская, Л. Ф. Обухова, А. Н. Поддьяков, О. В. Соловьева, Н. Ф. Талызина и др.)

Исследовательская деятельность способствует развитию личности ребенка, поскольку побуждает его к анализу окружающего мира. Подчеркнем, что именно подбор исследовательской задачи по объему и сложности позволяет включить в работу учащихся самых разнообразных возрастов, способностей и склонностей.

В трудах В. И. Андреева, В. В. Давыдова, Л. В. Занкова, Д. Б. Эльконина доказано, что в учебной деятельности, имеющей исследовательскую направленность, наиболее полно проявляются оригинальность мышления, творчество школьников.

Но для организации исследовательской деятельности необходимо найти такой способ, который позволил бы сделать ребенка субъектом учебной деятельности.

Этим обоснована актуальность выбранной темы: Формирование исследовательских умений обучающихся в процессе решения задач

Объект исследования: процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

Предмет: средства формирования исследовательских умений обучающихся в процессе обучения математике.

Цель: обосновать возможности использования учебно-исследовательских задач в качестве средства формирования

исследовательских умений; разработать систему задач, направленных на формирование исследовательских умений обучающихся.

Цель исследования обусловила необходимость постановки и решения ряда взаимосвязанных задач:

1. Проанализировать психолого-педагогическую и научно-методическую литературу по данной проблеме;
2. раскрыть особенности исследовательской деятельности;
3. выявить средства формирования исследовательских умений у учащихся;
4. реализовать технологический подход к разработке системы задач по математике.

В первой главе работы рассмотрены основные характеристики исследовательской деятельности обучающихся, ее структура, роль в процессе обучения математике, приводятся определение исследовательских умений, условия, средства формирования умений, критерии и уровни сформированности умений обучающихся, раскрывается возможность использования исследовательских задач по математике в качестве средства формирования исследовательских умений. Во второй главе рассмотрена технология конструирования системы задач по математике, а также разработана система задач, направленная на формирование исследовательских умений у учащихся.

# ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ.

## 1.1. Понятие учебной исследовательской деятельности, ее признаки, задачи.

В каждом человеке заложено стремление раскрыть себя и проникнуть в самые сокровенные тайны бытия с самого раннего возраста. Детская потребность в исследовательском поиске обусловлена биологически, ребёнок рождается исследователем. Неутолимая жажда новых впечатлений, любознательность, постоянное стремление наблюдать и экспериментировать. Именно в школе необходимо помочь тем, кто интересуется различными областями науки, помочь претворить в жизнь их планы и мечты, помочь наиболее полно раскрыть свои способности. Любопытство, перерастающее в любознательность, составляет как бы первооснову будущей исследовательской деятельности. Обучающиеся насыщены различными знаниями, при этом совершенно не умеют их применять на практике. Отсюда все большее значение приобретает направление, предусматривающее участие школьников в научно-исследовательской и научно-практической деятельности. Разберемся что такое исследовательская деятельность.

Учебная исследовательская деятельность — это специально организованная учебная деятельность под руководством педагога, направленная на исследование различных объектов с соблюдением процедур и этапов, близких научному исследованию, но адаптированных к уровню познавательных возможностей школьников.

Рассмотрим различные определения понятия исследовательской деятельности.

Исследовательская деятельность - средство создания благоприятных условий для реализации творческого потенциала личности (А.В.Усова, Е.В. Мещерова)

Исследовательская деятельность – средство развития познавательной активности (Г.И. Щукина, Н.Ф. Талызина)

Исследовательская деятельность – средство формирования научного стиля мышления (Л.П. Богоявленский, П.Я. Гальперин)

По мнению А.Г. Алексева [1] исследовательская деятельность – деятельность учащихся, связанная с поиском ответа на творческую, исследовательскую задачу с заранее неизвестным решением.

Викол Б.А. [3] определяет исследовательскую деятельность учащихся как всякую деятельность, которая направлена на получение нового знания и осуществляется не по строгому предписанию, а на основе самоорганизации, понимая под последней способность рационально планировать свою деятельность, осуществлять самоконтроль, регулирование, способность пересмотреть и изменить свои представления об объектах, включенных в деятельность.

Исследовательская деятельность - это процесс поиска решения неизвестного учителем и учеником, не имеющий заранее определенного алгоритма действий, направленный на получение учеником нового знания и на развитие его личности. Деятельность, результатом которой является создание чего-то нового (материального или идеального), является творческой. Поэтому исследовательская деятельность является частным случаем творческой деятельности. Из данного определения вытекает, что исследовательская деятельность является также разновидностью учебной деятельности, так как направлена на приобретение знаний и совершенствования личности учащегося.

Далингер В.А. [6] выделил следующие признаки исследовательской деятельности:

1) исследовательская деятельность - это процесс поисковой познавательной деятельности (изучение, выявление, установление чего-либо и т.д.);

2) исследовательская деятельность направлена на усвоение общих способов учебных и исследовательских действий;

3) результатом исследовательской деятельности учащегося является изменение самого учащегося, его развитие;

4) усвоение знаний общего и абстрактного характера предшествуют знакомству с более частными и конкретными знаниями.

Основными задачами научно-исследовательской работы являются:

- формирование у школьника интереса к научному творчеству, обучение методике и способам самостоятельного решения научно-исследовательских задач;

- развитие творческого мышления и самостоятельности, углубление и закрепление полученных при обучении теоретических и практических знаний;

- выявление наиболее одаренных и талантливых школьников, использование их творческого и интеллектуального потенциала для решения актуальных задач.

Участвуя в учебном исследовании, учащиеся обучаются математической деятельности, ибо непосредственно проделывают эту деятельность. Учебные исследования создают своего рода платформу для активной мыслительной деятельности учащихся. В таком случае важна не только работа обучающихся, но и то, каким образом они приобретаются.

Учебное исследование как метод обучения математике не только формирует, развивает мышление учащихся, но и способствует формированию высшего типа мышления – творческого мышления, без которого немислима творческая деятельность. [8]

В.В. Успенский, И.А. Зимняя и Е.А. Шашенкова, Н.Л. Головизнина и др. рассматривают исследовательские умения как результат и меру исследовательской деятельности, т.е. как способности к проведению самостоятельных наблюдений, экспериментов, приобретаемой в процессе решения различного рода исследовательских задач. Авторы другого подхода Н.В. Сычкова, П.Ю. Романов, М.Н. Поголяева и др. рассматривают исследовательские умения как способность к действиям, необходимым для выполнения исследовательской деятельности.

В.С. Лазарев [7] к числу основных действий, выполняемых при решении исследовательских задач, относит следующие:

- постановка исследовательских задач;
- планирование решения задач;
- выдвижение гипотез;
- построение измеряемых величин и измерительных шкал;
- сбор исходной информации (наблюдение);
- экспериментирование;
- анализ данных экспериментов или наблюдений и построение обобщений;
- построение моделей действительности и работа с моделями.

Совокупность этих умений представляет собой характерные этапы экспериментального метода исследования.

К общим принципам организации учебного процесса, обеспечивающим развитие исследовательской деятельности учащихся можно отнести [10]:

- педагогическое руководство в создании стимулов и мотивов к учению;
- привитие интереса к изучаемому предмету;
- вооружение учащихся необходимыми приемами познавательной деятельности;

- систематическое осуществление принципа индивидуализации в обучении;
- широкое использование технических и наглядных средств обучения;
- внедрение в практику работы и систематическое использование компьютерных технологий;
- разработка творческих заданий, требующих нестандартных решений и самостоятельного поиска источников информации;

сочетание и соединение дидактически и методически обоснованных методов, способствующих развитию познавательной деятельности и творческих способностей учащихся.

Исследовательская деятельность учащихся может быть осуществлена на материале любой дисциплины школьного курса. Проведенный Далингером В. А. анализ процесса усвоения математических знаний показал, что исследовательскую деятельность учащихся при изучении математики целесообразно организовывать при [7]:

1. выявлении существенных свойств понятий или отношений между ними;
2. установлении связей данного понятия с другими;
3. ознакомлении с фактом, отраженным в формулировке теоремы, в доказательстве теоремы;
4. обобщении теоремы;
5. составлении обратной теоремы и проверке ее истинности;
6. выделении частных случаев некоторого математического факта;
7. обобщении различных фактов;
8. классификации математических объектов. Отношений между ними, основных фактов данного раздела математики;
9. решении задач различными способами;
10. составлении новых задач, вытекающих из решения данных;

## 11. построении контр - примеров.

Одним из способов включения учащихся в исследовательскую деятельность является организация учебных исследований. Учебное исследование – это творческая работа, выполненная с помощью корректной, с научной точки зрения, методики, имеющая полученный с помощью этой методики собственный экспериментальный материал, на основании которого делается анализ и выводы о характере исследуемого явления [22, с. 153]. Учебные исследования призваны обеспечить творческое применение имеющихся у учащихся знаний для самостоятельного решения познавательной проблемы.

Признаками учебного исследования являются [10]:

- постановка познавательной проблемы и цели исследования;
- самостоятельное выполнение учащимися поисковой работы;
- направленность учебного исследования обучающихся на получение новых для себя знаний;
- направленность учебного исследования на реализацию дидактических, развивающих и воспитательных целей обучения.

При проведении учебных исследований должна быть соблюдена система принципов [29]:

- 1) принцип естественности (проблема исследования должна быть актуальной, а также вызывать неподдельный, искренний интерес учащихся)
- 2) принцип осознанности (учащиеся должны четко представлять себе проблему исследования, его цель)
- 3) принцип самостоятельности (учащиеся добывают новые знания в процессе самостоятельной деятельности, приобретая при этом собственный опыт)
- 4) принцип наглядности
- 5) принцип культуросообразности (учет традиций, существующих в данной культуре, характерных для данной социальной общности)

Рассмотрим основные дидактические функции учебного исследования по Далингеру В. А. [7, с. 108]:

- функция открытия новых знаний (в ходе исследования ученик может установить свойства математических понятий, выявить математические закономерности, провести доказательство какого-либо факта)
- функция углубления знаний (в ходе исследования ученик может получить эквивалентные определения какого-либо понятия, обобщить изученные теоремы, найти различные доказательства изученных теорем)
- функция систематизации изученных знаний (в ходе исследования ученик может установить отношения между понятиями, выявить взаимосвязи между теоремами, структурировать учебный материал)
- функция развития учащегося, формирование у него самостоятельности к самоуправлению: самообразованию, самовоспитанию, самореализации

В Ганеев Х. Ж, Иванова О. А. [5] выделяют три уровня учебного исследования в зависимости от степени самостоятельности в деятельности учащихся.

I уровень: обнаружение проблемы и выдвижение гипотезы осуществляется либо учителем, либо под его непосредственным руководством. На этом этапе доля самостоятельности учащегося мала;

II уровень: постановка проблемы происходит под руководством учителя, остальные этапы ученики выполняют самостоятельно (в индивидуальной или групповой деятельности);

III уровень: исследование проводится учениками самостоятельно.

Отличительные особенности перечисленных уровней представлены в таблице 1.

Таблица 1. Соотношение между уровнями исследовательской деятельности

Уровень	Проблема	Метод решения	Решение
I	+	+	
II	+		
III			

+ означает предъявление этого элемента исследовательской деятельности учителем в готовом виде.

Таким образом, на первом уровне учитель сам выделяет проблему и намечает план ее решения, включая учащихся лишь в отдельные звенья рассуждения. Выделив проблему, учитель дает детям возможность самим попытаться решить ее на основе уже имеющихся знаний и убедиться, что для достижения цели этих знаний недостаточно. Учитель сознательно заостряет конфликт, подчеркивает возникшее противоречие, стимулирует попытки найти выход из создавшегося положения и принимает участие в решении.

На втором уровне учитель только ставит проблему, а метод ее решения учащиеся ищут самостоятельно. Учитель лишь в крайнем случае, если учащиеся в рассуждениях зашли в тупик, оказывает им минимальную помощь.

На высшем, третьем уровне, постановка проблемы, поиск метода и разработка самого решения осуществляются учащимися самостоятельно [12, с. 61-63].

Кроме того, учебные исследования можно использовать при осуществлении контроля знаний основных разделов школьного курса математики, при определении уровня владения различными методами решения задач, при выявлении уровня логического мышления, а также уровня сформированности умений и навыков.

Исследовательская деятельность является разновидностью учебной деятельности. Структура учебной деятельности была рассмотрена нами ранее. Исходя из этого, структура исследовательской деятельности включает в себя следующие компоненты: познавательная потребность, учебные мотивы, учебно-исследовательская задача, учебно-исследовательские действия.

#### Познавательная потребность

Познавательная потребность есть источник активности учащегося и выражает его готовность к исследовательской деятельности.

#### Учебные мотивы

В роли мотива учебного исследования может выступать познавательный интерес, внутреннее противоречие, познавательное затруднение, связанное с необходимостью использования знаний, которыми учащийся на данный момент не обладает. Условием возникновения внутреннего противоречия является проблемная ситуация, созданная учителем. Под проблемной ситуацией понимается психическое состояние человека или коллектива, требующее нахождения и использования новых, ранее неизвестных субъекту знаний и способов деятельности [14, с. 210].

#### Учебно-исследовательская задача

Далингер В. А. [6] дает следующее определение учебно-исследовательской задачи: «учебно-исследовательская задача – объект мыслительной деятельности, в котором в диалектическом единстве представлены основные элементы: предмет, условие и требование получения некоторого познавательного результата при раскрытии отношений между известными и неизвестными элементами задачи». Кроме того, Далингер В. А. выделяет следующие требования к отбору и составлению учебно-исследовательских задач [6]:

- необходимо учитывать, что в процессе решения учебно-исследовательских задач будут использоваться все возможные обобщения;

- решение будет направлено на нахождение определенных зависимостей между величинами, вывод определенных формул, которые можно использовать в дальнейшем;
- в процессе решения «частных» задач возможность нахождения рационального решения;
- в процессе решения можно создать условия для формирования творческого мышления. Творческое мышление направлено на создание новых идей, его результатом является открытие нового или усовершенствование старого решения той или иной задачи.

#### Учебно-исследовательские действия

При проведении учебного исследования учащийся выполняет ряд учебно-исследовательских действий, среди которых психологи (Давыдов В. В., Теплов Б. М.) выделяют:

- преобразование условий задачи с целью обнаружения основного отношения изучаемого объекта;
- моделирование выделенного отношения в предметной, графической или буквенной формах;
- преобразование модели отношения для изучения его свойств;
- построение системы частных задач, решаемых общим способом, алгоритмом;
- вычленение основного противоречия, формулирование проблемы;
- формулирование гипотезы;
- анализ, обобщение результатов, формулирование выводов, новых проблем, задач.

Так как организация исследовательской деятельности учащихся может быть осуществлена не только с помощью решения исследовательской задачи, но и с помощью проведения учебного исследования, то рассмотрим структуру учебного исследования.

Алексеев Н. Г. [1] предполагает наличие в структуре учебного исследования основных этапов, характерных для исследования в научной сфере:

- 1) постановка проблемы;
- 2) изучение теории, посвященной данной проблематике;
- 3) подбор методик исследования и практическое овладение ими;
- 4) сбор собственного материала, его анализ и обобщение;
- 5) формулировка собственных выводов.

Далингер В. А. [7] считает, что учебное исследование обязательно должно включать четыре основных этапа:

- 1) постановка проблемы;
- 2) выдвижение гипотезы;
- 3) проверка гипотезы;
- 4) вывод.

Также Далингер В. А. [7] отмечает, что при более детальном анализе структуры учебного исследования можно выделить следующие этапы:

- мотивация учебной деятельности;
- постановка проблемы исследования;
- анализ имеющейся информации по данному вопросу;
- экспериментирование (проведение измерений, испытаний, проб)

с целью получения фактического материала;

- систематизация и анализ полученного фактического материала;
- выдвижение гипотезы;
- подтверждение или опровержение гипотезы;
- доказательство гипотезы.

Лернер И. Я. [17] в структуру учебного исследования включает следующие этапы:

- наблюдение и изучение фактов и явлений;

- выявление непонятных явлений, подлежащих исследованию (постановка проблемы);
- преобразование проблемной ситуации в исходную задачу (выделение данных и искомого);
- выдвижение гипотез;
- построение плана исследования;
- осуществление плана выяснения связей изучаемого явления с другими;
- формулирование решения, объяснения;
- проверка решения;
- практические выводы о возможности и необходимости применения добытых знаний.

Баранова Е. В., Зайкин М. И. [2] утверждают, что важно так организовать учебную работу, чтобы учащиеся усвоили процедуру исследования, пройдя через его основные этапы:

#### Мотивация исследовательской деятельности

Осуществляется различными способами: можно сделать акцент на значимости ожидаемых результатов, предложить оригинальное или неожиданно сформулированное учебное задание. Мотивирующая задача должна обеспечить «видение» учащимися более общей проблемы, нежели та, которая отражена в условии задачи.

#### Постановка проблемы

В идеальном случае проблему должен сформулировать сам ученик. Однако, для многих школьников самостоятельное определение проблемы затруднительно. Поэтому необходим контроль со стороны учителя.

#### Сбор фактического материала

Может осуществляться при изучении соответствующей учебной или специальной литературы, посредством проведения испытаний. всевозможных проб, попыток решения частных проблем, варьировании

числовых данных, рассмотрении предельных положений, изменения взаимного расположения фигур или частей фигуры, каких-либо параметров, фигурирующих в условии задачи.

### Систематизация и анализ полученного материала

Систематизацию можно реализовывать с помощью таблиц, диаграмм, схем, графиков. Это позволяет визуально определить необходимые свойства, связи, закономерности, отношения.

### Выдвижение гипотез

Наибольшее затруднение у учащихся вызывает выдвижение и обоснование гипотезы исследования. Это обусловлено тем, что при традиционной учебной деятельности у учащегося нет необходимости выдвигать гипотезы, а также опровергать или подтверждать их.

Под гипотезой можно понимать:

1. предположение или объяснение какого-либо явления, связи между наблюдаемыми явлениями (П. Т. Приходько);
2. прием познавательной деятельности, который «представляет собой совокупность догадок о способе достижения цели» (В. Н. Соколов).

Гипотезы могут касаться основной проблемы исследования, его основных задач, или частных связей между отдельными переменными. Учитывая сказанное, можно дать еще одно определение гипотезы: гипотеза – предположение о наличии и характере связей между исследуемыми признаками. Гипотеза должна не просто фиксировать связь между признаками, но и объяснять причину возникновения этой связи, а также содержать такие сведения об изучаемых объектах, по которым их можно отличить от других объектов [30].

Учащиеся должны понимать, что разнообразные эмпирические действия: вычисления в нескольких конкретных случаях или использование рисунков, конкретных моделей геометрических фигур или рассуждение по аналогии – могут лишь давать право на этих гипотез. Развитие такого

понимания требует поставить учащегося в такое положение, где их наглядных представлений недостаточно для объяснения того или иного факта и «верить своим глазам нельзя», необходимо теоретическое обоснование. Это будет способствовать тому, что у учащихся появляется некоторая осторожность в категоричности суждений, что ведет к образованию подхода, свойственного математикам: пока утверждение не доказано, это всего лишь гипотеза [30].

Любая гипотеза строится на основе определенных фактов и знаний, которые называются ее посылками или свидетельствами. Между посылкой и самой гипотезой существует определенная логическая взаимосвязь, называемая логической вероятностью, где посылки гипотезы должны служить в качестве ее подтверждения и допускать эмпирическую проверку [20].

#### Проверка гипотез

Проверка гипотез позволяет укрепить веру или усомниться в истинности предположений, также может внести изменения в их формулировки.

#### Доказательство истинности гипотез

На этом этапе происходит доказательство гипотез, получивших ранее подтверждение или уточнение; ложность их может быть определена с помощью контрпримеров.

Выделяется четыре уровня исследовательской деятельности [4]:

1. Естественный (высокий и низкий): на высоком уровне – деятельность осуществляется осознанно, организовано и целенаправленно; на низком уровне – стихийно, спонтанно, случайно и принудительно

2. Приобретенный: деятельность характеризуется направленной любознательностью, высокой организованностью, настойчивостью выполнения.

3. Модернизированный: целенаправленное решение проблем, самостоятельность выбора пути решения задач, быстрота выполнения.

4. Прогрессирующий; выработка индивидуального стиля мышления, саморегуляция деятельности, оригинальность действий, глубина и осознанность результатов.

В процессе творческой (в частности исследовательской) математической деятельности учащиеся овладевают информационной компонентой математических знаний, то есть знаниями, умениями и навыками в их традиционном понимании. Но поскольку эти знания и умения были получены в результате субъектной деятельности учащегося, то они приобретают совершенно иное качество, основной характеристикой которого является осознанность этих знаний. Учащийся выступает полноправным субъектом деятельности, что позволяет сделать изучаемое математическое содержание личностно-значимым для него. Только в процессе исследовательской деятельности школьники осмысленно овладевают методами научного познания. Причем, обучение этим методам происходит не стихийно, а целенаправленно.[12, с. 22]

Приобщение школьников к исследовательской деятельности позволяет создать благоприятные условия для самообразования и личностно-профессионального развития. В психолого-педагогических исследованиях (В. И. Андреев, В. И. Мареев, П. И. Пидкасистый, Н. Ф. Талызина, Т. И. Шамова) отмечаются следующие характеристики исследовательской деятельности: созидательный характер, результативность, самоуправляемость. В связи с этим, исследовательская деятельность школьников приобретает характер самостоятельного компонента образовательно-воспитательного процесса в школе [14, с. 72].

Развивающая функция исследовательской деятельности по математике заключается в том, что в процессе ее выполнения происходит [6]:

- 1) усвоение методов и стиля мышления, свойственных математике;

- 2) воспитание осознанного отношения к своему опыту;
- 3) формирование черт творческой деятельности;
- 4) формирование познавательного интереса к различным аспектам математики.

Учебное исследование по любой дисциплине, в том числе и по математике, является мощным инструментом формирования мышления, так как:

- 1) учебное исследование обладает большими потенциальными возможностями для развития умственных операций;
- 2) учебное исследование формирует активность и целенаправленность мышления;
- 3) учебное исследование развивает гибкость мышления;
- 4) учебное исследование формирует культуру логических рассуждений.

Учебное исследование как метод обучения математике формирует не только мышление учащихся, но и специфические способности и качества личности: целеустремленность, любознательность, научную фантазию.

Участвуя в учебном исследовании, учащиеся обучаются математической деятельности, ибо непосредственно проделывают эту деятельность. Учебные исследования создают своего рода платформу для активной мыслительной деятельности учащихся. Кроме того, учебные исследования расширяют кругозор учащегося, являются стимулом познавательного интереса, способствуя воспитанию научного мировоззрения. Таким образом, учебное исследование наряду с развивающей функцией выполняет и воспитательную функцию.

Таким образом, исследовательская деятельность по математике – целенаправленное средство развития учащихся, стимулирования у них познавательной и творческой активности, формирования логического мышления и учебной самостоятельности [14].

## 1.2. Понятие исследовательских умений, их виды

Чтобы сформулировать определение исследовательских умений и раскрыть механизм их формирования, обратимся к понятию «умения».

В психологическом словаре дается следующее определение умения: «умение — промежуточный этап овладения новым способом действия, основанный на знании и соответствующий правильному использованию этого знания в процессе решения определенного класса задач, но еще не достигший уровня навыка» [30].

Немов Р. С. [19] рассматривает умение, как элемент деятельности, позволяющий что-либо делать с высоким качеством.

Барабанщиков А. В. [21], считает, что «умение — это приобретенная человеком способность целеустремленно и творчески пользоваться своими знаниями и навыками в процессе практической деятельности».

По мнению Лернера И. Я. [17], умение — это способ действия, который состоит из упорядоченного ряда операций, имеющих общую цель, и усвоен до степени готовности применять его в вариативных ситуациях.

Д. Пойа [25] понимает под умением «способность использовать имеющиеся у вас сведения для достижения своих целей».

Усова А. В. [29] придерживается определения: умение – возможность выполнять действия в соответствии с целями и условиями, в которых человеку приходится ориентироваться.

Ительсон Л. Б. [13] трактует умение как использование имеющихся знаний для выбора приемов действия в соответствии с поставленной целью, регулирование действий по отношению к объектам знаниями об их свойствах.

Воронов В. В. дает следующее определение: «умение – владение способом деятельности, способность применять знание».

Подласый И. П. [24] понимает под умением готовность сознательно и самостоятельно выполнять практические и теоретические действия на основе усвоенных знаний, жизненного опыта и приобретенных навыков.

О.Б.Епишева, В. И. Крупич [10] определяют прием деятельности как систему действий, выполняемых в определенном порядке и служащих для решения учебных задач. При этом степень овладения учащимися приемом учебной деятельности характеризуется терминами «умение» и «навык», что отражает разный уровень сформированности приема. Первый уровень — это умение, то есть способность ученика выполнять действия в составе приема, зная способ их выполнения, под активным контролем внимания. Второй уровень — это навык, то есть способность ученика выполнять действия быстро, автоматизировано.

Приняв это определение за основу, уточним определение умения: под умением будем понимать приобретенную человеком способность целеустремленно и творчески пользоваться своими знаниями и навыками в процессе как практической, так и теоретической деятельности. В свою очередь, исследовательское умение – умение, овладение которым позволит учащемуся самостоятельно проводить либо исследование в целом, либо отдельные его этапы.

Выделим следующие характеристики умения:

1. применение знаний;

Данилов М. А. [8] называет умение знанием в действии, подчеркивая тем самым, что основой умения служат усвоенные учеником знания. Умение без знания невозможно.

2. осознанное выполнение действий;

Умение всегда опирается на активную интеллектуальную деятельность и обязательно включает в себя процессы мышления. Сознательный интеллектуальный контроль – это одна из главных характеристик умения [19]. Психологической основой умения является понимание

взаимоотношения между целью деятельности, условиями и способами ее выполнения.

3. направленность на достижение цели;

4. использование имеющихся навыков.

Однозначного понимания терминов «умение» и «навык» среди педагогов и психологов не существует. Относительно сущности и соотношения этих понятий сложились две точки зрения:

- умение есть лишь переходная ступень от знаний к навыкам, неавтоматизированный этап в развитии учебных действий (А. Ц. Пуни, К. Н. Корнилов, П. Н. Шимбирев). Навык рассматривается как завершенное умение, совершающееся автоматически.

- умение – совокупность различных знаний и навыков (Ходжава З. И., Платонов К. К., Немов Р. С.) В рамках данного подхода навык выступает компонентой умения, реализуемой на основе бессознательного контроля.

Исследовательские умения учащихся можно разделить на пять групп [727, с. 13]:

- умения организовать свою работу (организационные);
- умения, связанные с осуществлением исследования (поисковые);
- умения работать с информацией (информационные);
- умения оформить и представить результат своей работы;
- умения, связанные с анализом своей деятельности и оценочной деятельностью (оценочные).

Определим, какие умения входят в состав каждой группы.

К организационным умениям относятся:

1. ставить цель исследования и организовывать ее достижение, уметь пояснять, аргументировать цель;
2. осуществлять планирование своей учебной исследовательской деятельности;
3. организовывать процесс учения;

4. выбирать собственную траекторию исследования.

М. А. Данилов и М. Н. Скаткин выделяют следующие поисковые умения [8]:

1. учитывать и соотносить все данные в условии задачи между собой и с требованием задачи, выяснять их согласованность и противоречивость;

2. выявлять избыточные и недостающие данные;

3. соотносить шаги поиска решения между собой и вопросом задачи;

4. доказывать каждый вывод;

5. стремиться к исчерпыванию всех возможных доказательств и определить их достаточность;

6. стремиться к исчерпыванию всех возможных выводов в соответствии с вопросом задачи;

7. проверять решения и его соответствие требованиям задачи.

Поисковые умения необходимо прививать учащимся, чтобы научить их поиску доказательств, строгому их построению и дать им ориентировку для решения любой задачи.

Информационные умения составляют:

1. умение воспринимать, перерабатывать и предъявлять учебную информацию в различных формах (словесной, образной, символической и т.д.);

2. умение вычленивть в информации главное;

3. умение представить последовательность изложения информации (по возможности, различными средствами);

4. умение обозначить смысловые ударения и логические акценты;

5. умение создать устный или письменный текст с учётом особенностей восприятия адресата;

6. умения работать с реальными объектами как с источниками информации.

В группу оценочных умений входят:

1. умение осуществлять анализ своей учебной исследовательской деятельности;
2. умение осуществлять самооценку своей учебной исследовательской деятельности;
3. умение осуществлять рефлексию своей учебной исследовательской деятельности;
4. осмысливать, оценивать, структурировать выполнение различных видов деятельности.

Учитывая основные этапы учебного исследования, выделенные Далингером В. А., исследовательские умения можно систематизировать следующим образом.

Таблица 2. Виды исследовательских умений

Этап	Умения
постановка проблемы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умение учитывать и соотносить все данные в условии задачи, выяснять их согласованность и противоречивость;</li> <li>• ставить познавательные задачи;</li> <li>• умение определять задачи с неполным условием;</li> <li>• умение видоизменять сюжетное условие готовой задачи и получать новые задачи с сохранением их общей математической модели;</li> <li>• умение формулировать задачи, обратные данным;</li> <li>• умение формулировать экстраполяционные задачи;</li> <li>• умение моделировать конкретную жизненно-практическую ситуацию, переводить её на язык математики;</li> <li>• умение рассматривать частные и предельные случаи при решении задач;</li> <li>• умение определять границы выполнения условия задач;</li> <li>• умение выявлять избыточные и недостающие данные в условии задачи.</li> </ul>
выдвижение гипотезы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умение выполнить ряд проб с целью выдвижения гипотезы;</li> <li>• умение сделать предположение;</li> <li>• умение проверить предположение с помощью новых проб (опровергнуть нахождением контрпримера);</li> <li>• умение выдвигать гипотезу;</li> </ul>
проверка гипотезы	<ul style="list-style-type: none"> <li>• соотносить шаги поиска решения между собой и с вопросом задачи;</li> <li>• доказывать каждый вывод;</li> <li>• проверять решение и его соответствие;</li> <li>• умение доказать гипотезу.</li> </ul>
вывод	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умение сформулировать практические выводы о возможности и необходимости применения добытых знаний</li> </ul>

Умения формируются у человека в процессе его обучения на основе освоения понятий о различных сторонах и свойствах изучаемых объектов. Процесс формирования умений выступает как продукт все углубляющихся знаний. Главный путь формирования умений – это приучение учащихся видеть различные стороны в объекте, применять к нему разнообразные понятия, формулировать в понятиях отношения этого объекта [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, с. 211].

Базой для формирования умений служат знания и навыки, которыми обладает учащийся. Знания выделяют свойства вещей, существенные в разных отношениях и для разных целей. Чтобы знания стали основой умения, необходимо [4, с. 212]:

- 1) вещи действительно имели те свойства, которые отображены в данном знании;
- 2) эти свойства были существенны для тех целей, которые стоят перед действием;
- 3) эти действия обеспечивали преобразование объекта, необходимое для достижения цели.

Л. Б. Ительсон [13] выделяет три способа научения умениям:

1. Учащемуся сообщают необходимые знания, затем перед ним ставят задачи на их применение, решение которых учащийся ищет самостоятельно (проблемное обучение).
2. Учащихся обучают признакам, по которым можно однозначно распознать тип задачи и требуемые для ее решения операции.
3. Учащегося обучают самой умственной деятельности, необходимой для применения знаний. В этом случае учитель не только знакомит учащегося с ориентирами отбора признаков и операций, но и организует деятельность учащегося по использованию полученных сведений для решения задач.

Умение проходит при своем формировании ряд этапов, которые представлены в таблице 3.

Таблица 3. Этапы формирования умения

Этап	Форма	Психологическая структура
1	Первоначальное умение	Осознание цели действия и поиск способов его выполнения, опирающихся на ранее приобретенные знания и навыки. Для этого этапа характерна деятельность методом проб и ошибок
2	Недостаточно умелая деятельность	Наличие знаний о способах выполнения действий и использование ранее приобретенных, не специфических для данной деятельности навыков
3	Отдельные общие умения	Ряд отдельных, высокоразвитых, но узких умений, необходимых в различных видах деятельности, например: умение планировать свою деятельность, организаторские умения и так далее
4	Высокоразвитое умение	Творческое использование знаний и навыков данной деятельности с осознанием не только цели, но и мотивов выбора способов ее достижения
5	Мастерство	Творческое использование различных умений

Психологи обнаружили ряд факторов, способствующих или мешающих формированию умения [4]:

- отчетливое выделение или замаскированность в исходных данных существенного для задачи отношения;
- установка учащегося;
- схватывание ситуации в целом, а не отдельных ее элементов;

- предшествующий опыт учащегося.

Процесс формирования умения происходит по следующей схеме [20]:

1. ознакомление учащихся с данным умением, усвоение ими тех знаний, которые необходимы для выполнения данного умения;
2. тренировка в применении данного умения и доведение с помощью системы упражнений овладения им до нужного уровня;
3. проверка у всех учащихся овладения ими формируемым умением;
4. индивидуальная работа с учащимися по коррекции выполнения ими данного умения.

Формирование исследовательских умений учащихся происходит в процессе их исследовательской деятельности, для организации которой должны быть созданы определенные условия. Семенова Н. А. [27] к педагогическим условиям успешного формирования исследовательских умений относит:

1) учет возрастных и индивидуальных особенностей детей: использование адекватных методов обучения, адаптация понятий, связанных с исследовательской деятельностью, к возрасту учеников, доступность форм и методов проводимых исследований, соответствие тематики исследования возрастным особенностям и личностным интересам;

2) мотивированность исследовательской деятельности учащихся реализуется за счет создания ситуаций практического и интеллектуального затруднения, актуализации потребности учащихся в новых знаниях, в расширении круга интересов учащихся, сообщении им знаний об исследовательской деятельности и ее значении для человека. Учащиеся должны осознавать смысл их творческой исследовательской деятельности, ее возможности в реализации собственных способностей, в саморазвитии и самосовершенствовании, понимать ценность исследовательской деятельности.

3) учитель должен владеть знаниями об исследовательской деятельности, включаться в сотрудничество и сотворчество, обладать творческим потенциалом для организации учебного исследования.

Основные условия формирования умений – это осознание цели задания и понимание его содержания и способов выполнения. Успех в формировании умений больше всего зависит от сознательного отношения, готовности учащегося к выработке в себе умений, заинтересованности в лучшем выполнении действий [25].

Для правильной оценки умений учащихся и определении методов работы учителя большое значение имеет установление критериев и уровней сформированности умений. Усова А. В. [29] выделяет три уровня сформированности умений учащихся:

1) низший уровень (учащийся выполняет лишь отдельные операции, причем, последовательность их хаотична, действия в целом плохо осознаны);

2) средний уровень (учащийся выполняет все требуемые операции, но последовательность их недостаточно продумана, а действия не вполне осознаны);

3) высший уровень (обучаемый выполняет все операции, последовательность их рациональна, действия осознаны).

Рассмотрим уровни сформированности исследовательских умений учащихся по Семеновой Н. А. [27].

#### Исходный уровень

Имеющийся уровень, сформировавшийся на основе спонтанного исследовательского опыта и учебных умений, полученных ранее. Низкий уровень проявления интереса к ведению учебной исследовательской работы, отсутствие знаний об исследовательской деятельности, возможна реализация исследовательских действий по аналогии; ученик редко проявляет инициативу и оригинальный подход в учебном исследовании, не высказывает идей, предположений, предложений.

### Начальный уровень

Характеризуется появлением внешних мотивов к ведению исследования, возможностью с помощью учителя находить проблему и предлагать способы ее решения. Ученик способен выполнять элементарные кратковременные исследования по аналогии с помощью учителя. Наблюдается владение основами знаний по организации своей исследовательской работы, некоторыми простыми исследовательскими умениями.

### Продуктивный уровень

Устойчивые внутренние и внешние мотивы к ведению исследовательской работы. Желание вести исследование самостоятельно. Учащийся имеет определенные знания об исследовательской деятельности, владеет многими умениями осуществления учебного исследования (может определить тему, цель, задачи исследования самостоятельно или с помощью учителя, работать с источниками информации). Демонстрирует возможность оригинального подхода к решению проблемы, представлению результатов своей деятельности.

### Креативный уровень

Проявляется постоянный интерес к ведению различного рода исследований, возможность самостоятельно и творчески подходить к выбору темы исследования, умение ставить цель, задачи исследования. Находить способы решения поставленных задач. Высокая доля самостоятельности на всех этапах исследования, умение оригинально представить результаты своей деятельности.

Кроме того, Семенова Н. А. [27] выделяет критерии сформированности исследовательских умений: практическая готовность ученика к осуществлению исследовательской деятельности, мотивированность исследовательской деятельности, проявление креативности в учебно-исследовательской деятельности, степень проявления самостоятельности.

### Практическая готовность к осуществлению исследовательской деятельности

Проявляется в том, что учащийся самостоятельно выбирает значимую для него тему исследования, намечает шаги работы по этой теме, применяет различные методы исследования (анализ литературных источников, наблюдение), оформляет и представляет результат своей работы.

### Мотивированность исследовательской деятельности

Данный критерий просматривается в динамике у детей мотивов исследовательской деятельности: от узких социальных мотивов (добиться похвалы) к широким познавательным (желание приобрести новое знание, научиться способам нахождения информации).

### Проявление креативности в учебно-исследовательской деятельности

Проявляется в выборе темы, определении задач, нахождении проблемы исследования, оригинальности подходов к выбору путей исследования, оформлении и представлении результатов, умении видеть исследуемый предмет с различных позиций.

### Степень проявления самостоятельности

По мере овладения умениями исследовательской деятельности учащимися позиция учителя меняется от руководителя к организатору, помощнику, наставнику. Ученик становится способным самостоятельно организовывать либо отдельные этапы исследования, либо все исследование в целом.

Основываясь на работах А.И. Савенкова [28] под общими исследовательскими умениями и навыками мы будем понимать следующие умения и навыки:

- видеть проблемы;
- задавать вопросы;
- выдвигать гипотезы;

- давать определения понятиям;
- классифицировать;
- сравнивать;
- наблюдать;
- проводить эксперименты;
- делать выводы и умозаключения;
- устанавливать причинно-следственные связи;
- структурировать материал;
- работать с текстом;
- доказывать и защищать свои идеи.

В исследовательском обучении задача развития у школьников общих исследовательских умений и навыков рассматривается не как частный способ познания, а как основной путь формирования особого стиля жизни. Такого стиля жизни, при котором поисковая активность будет занимать ведущее место. В этих условиях работа по формированию общих умений и навыков исследовательского поиска у учащихся предстает как задача, имеющая самостоятельную ценность. Она – не просто один из путей занимательного изучения какой-либо дисциплины. Она – фундамент развития поведения, основанного на доминировании проявлений поисковой активности в различных жизненных ситуациях. Общие исследовательские умения и навыки нужны не только для того, чтобы наглядно представить действие тех или иных элементарных законов природы, они важны как наиболее соответствующий современному динамичному миру способ адаптации личности к условиям постоянно меняющегося окружения [12, с.278].

Таким образом, анализ психолого-педагогической литературы позволяет сформулировать вывод о том, что формирование у учащихся исследовательских умений возможно лишь в контексте их участия в учебно-исследовательской деятельности, которая представляет собой самостоятельное изучение, исследование интересующей проблемы, открытие

учеником субъективно нового научного знания. Учебно-исследовательская деятельность основана на субъектном взаимодействии учителя и учащегося.

Формирование у школьников исследовательских умений будет проходить в оптимальном режиме при следующем подходе учителя к организации учебно-исследовательской деятельности:

- необходимо побуждать ученика к самостоятельному определению предмета исследования, формулированию проблемы исследования;
- деятельность учащегося должна представлять активный процесс отражения действительности объекта исследования;
- учащемуся необходимо воспроизводить в своем учебном исследовании все процедуры реального научного исследования: поиск информации, преобразование найденной информации, творческое решение проблемы;
- учебно-исследовательская деятельность учащимся должна строиться на основе принципов самостоятельности и самоуправления.

### 1.3. Учебно-исследовательская задача как средство формирования исследовательских умений

Не существует единого подхода к определению понятия учебно-исследовательская задача. Так в рамках технологии развивающего обучения учебно-исследовательская задача понимается как задача, основным назначением которой является усвоение обобщенного способа действий. Назовем такую задачу учебно-исследовательской в узком смысле. Однако целостность методологических знаний учащихся не будет сформирована в полной мере, если трактовать понятие учебно-исследовательской задачи только в таком смысле. Чтобы этого избежать, необходимо включать учащегося в деятельность, подобную научной [26].

Седакова В. И., Дьячкова М. В. [9] определяют учебно-исследовательскую задачу как конкретные аспекты поставленной научной проблемы, выяснение которых направлено на ее решение.

Д. Пойа [25] считает, что задачи исследовательского характера – это задачи, в которых главную роль играют правдоподобные рассуждения (наблюдения, предположения, индуктивные умозаключения и т. д.), а также задачи с глубоким подтекстом, связанные с окружающей нас действительностью или другими областями мышления.

Меньшикова Н. А. [18] рассматривает учебно-исследовательскую задачу как многокомпонентное задание, представляющее собой укрупненную дидактическую единицу.

Кроме того Меньшикова Н. А. [18] выделяет характеристики учебно-исследовательских математических задач:

1. возможность совместного построения задачи учениками и учителем на основе опорной задачи из учебной программы;

2. возможность варьирования учителем уровня сложности, позволяющая применять такие задачи для обеспечения дифференциации и индивидуализации обучения;

3. возможность составления учениками общего плана исследования выбранного объекта, предусматривающего их самостоятельную деятельность по выявлению свойств объекта, внутрисубъектных и межпредметных связей объекта, сравнению его свойств со свойствами аналогичных объектов, формулировке результатов исследования и их приложений;

4. возможность совместного поиска рациональной организации вычислений, необходимых для решения.

В нашей работе мы будем использовать следующее определение учебно-исследовательской задачи: учебно-исследовательская задача – это задача, направленная на самостоятельное формулирование проблемы и ее разрешения. Процесс возникновения и самостоятельной постановки проблемного вопроса может возникнуть не только в рамках проблемной ситуации, но и вне нее: учащийся в знакомом факте, явлении увидел новые для него проблемы и сумел сформулировать их в виде вопроса.

Отметим, что учебно-исследовательские задачи существенно отличаются от традиционных задач уже своей формулировкой. В формулировках исследовательских задач нет явного указания на ответ, учащийся должен самостоятельно найти и обосновать его. Формулировки заданий могут быть такими [30]:

- «Исследовать ...»;
- «Верно ли, что если ..., то ...»;
- «Найти необходимое и достаточное условие, при котором ....»;
- «Существуют ли такие значения ..., при которых ...»;
- «Существуют ли такие значения ..., что множество решений ...».

Воронько Т. А. [4] различает исследовательские задачи и задачи исследовательского характера. К исследовательским задачам относятся:

задачи, предполагающие различные способы решения, параметрические задачи, задачи на исследование геометрического объекта с целью установления его характерных признаков. Задачи исследовательского характера включают задачи на выявление и формулировку определенных закономерностей, задачи, предполагающие самостоятельную формулировку вопроса по данному условию, задачи на существование того или иного математического объекта.

Таким образом, можно выделить шесть видов учебно-исследовательских задач:

1) Задачи, не содержащие требования;

К задачам первого типа можно отнести задачи, в которых по предполагаемым данным нужно отыскать все, что возможно. При решении таких задач важно обратить внимание учащихся на полноту их решения, на различные способы нахождения неизвестных элементов задачи, а также на последовательность построения действий и логику рассуждений каждого учащегося. Основанную на индивидуальном восприятии данной информации, то есть, решая задачу такого типа, учащиеся продвигаются вперед в порядке и темпе, который соответствует их индивидуальным особенностям. На основе наблюдений, анализа учащиеся выявляют связи и отношения между элементами задачи и на основе синтеза формулируют проблемы и строят гипотезы.

2) Задачи на установление истинности высказывания;

К задачам второго типа относятся задачи на выявление истинности некоторых математических предложений, связанных с изучаемым понятием, или на существование данного объекта. К задачам данного типа можно отнести и различные математические парадоксы. Таким образом, задачи второго типа – это задачи, где предлагаются ошибочные рассуждения или нереальные конфигурации, и требуется найти ошибку и исправить ее.

3) Задачи, решаемы различными способами;

Задачи третьего типа не требуют от учащихся общего, одинакового для всех, решения. Каждый может решить задачу тем способом, который ему понятнее. Как правило, приступая к решению задачи, учащиеся ищут ведущую идею, из которой следует исходить. Если такая идея найдена, то дальнейшее решение представляет конкретизацию, ее воплощение. Но не всякая идея обеспечивает достижение цели. Тогда начинается поиск других идей для данной задачи и их отбор для ее решения – в этом основная трудность решения.

Чтобы иметь возможность выбрать идею решения задачи, нужно располагать запасом таких идей. Понятно, что запас идей создается в практике решения задач. Получив задание и уяснив суть проблемы задачи, учащиеся в процессе эмпирического поиска предлагают несколько гипотез, которые порождают соответствующий метод решения. Таких гипотез или идей может быть несколько.

4) Задачи с измененными условиями;

К задачам четвертого типа можно отнести задачи, нацеленные на перестраивание условия путем отказа от избыточной информации, и задачи на частичное изменение условия с целью создания новой проблемы. Задачи с избыточными и недостающими данными играют немаловажную роль при выдвижении гипотез, так как позволяют выявить у учащихся умения устанавливать связи и отношения между элементами задачи, необходимые для ее решения, выделять главное и существенное в задаче, находить нужные данные.

5) Задачи, обратные данным;

Задачи пятого типа ставят учащихся на позицию исследователей, так как направлены на открытие ими новых фактов, что позволяет сформулировать им новые теоремы и определения понятий. С помощью составления учащимися обратных теорем и задач, обратных данной, учащиеся учатся формулировать проблемы и доказывать гипотезы. Ценным

является и то, что многие из обратных теорем и задач затем используются при решении других задач.

б) Задачи с параметрами.

Задачи шестого типа позволяют учащимся рассмотреть проблему с разных точек зрения, дать полное и исчерпывающее ее решение. Формировать такой подход к решению задач можно на примерах, не связанных с вычислениями или доказательствами, как правило, это задачи на конструирование геометрических объектов. А также обобщенные задачи, которые позволяют рассмотреть все возможные дающие разные решения случаи.

Учебно-исследовательские задачи имеют важное развивающее и воспитательное значение. В ходе поиска решения нестандартных задач развиваются сообразительность, изобретательность, смекалка. Правильно поставленное обучение решению исследовательских задач воспитывает у учеников настойчивость в преодолении трудностей, уважение к труду других участников. Каждая решаемая задача имеет методическую цель. Поэтому учитель должен стремиться не к тому, чтобы задача была решена быстро и безошибочно, а к тому, чтобы она была решена творчески [4].

Деятельность учителя, направленная на формирование исследовательских умений у учащихся, может заключаться в следующем:

1. организации работы по решению учебно-исследовательской задачи;
2. проведении учебного исследования;
3. создании проблемной ситуации.

Таким образом, учебно-исследовательская задача является средством формирования исследовательских умений.

Анализ учебных пособий показывает, что они содержат недостаточное количество задач исследовательского характера. Поэтому учитель должен осуществлять подбор исследовательских задач или конструировать эти задачи самостоятельно.

Отметим, что для целенаправленного формирования исследовательских умений у учащихся необходимо иметь систему учебно-исследовательских задач, но в учебных пособиях таких задач недостаточно. Причем, эта система должна быть составлена с учетом правил отбора задач, правил упорядочивания задач, должны присутствовать основные этапы конструирования системы задач по математике. Далее рассмотрим технологию конструирования системы задач по математике и разработаем элемент методической системы – средства обучения.

#### Выводы по первой главе

1. Исследовательская деятельность по математике – целенаправленное средство развития учащихся, стимулирования у них познавательной и творческой активности, формирования логического мышления и учебной самостоятельности.

2. Исследовательская деятельность имеет следующие этапы: выявление проблемы, постановка проблемы, нахождение пути решения проблемы, оформление решения.

3. В процессе обучения математике для непрерывного поступательного развития учащегося необходимо наряду с общеобразовательными и специальными умениями формировать исследовательские умения.

4. На основе анализа литературы выделено пять групп исследовательских умений: умения организовать свою работу, умения, связанные с осуществлением исследования, умения работать с информацией, умения оформить и представить результат своей работы, умения, связанные с анализом своей деятельности и оценочной деятельностью.

5. Выявлено средство формирования исследовательских умений - учебно-исследовательская задача по математике.

## ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ У УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

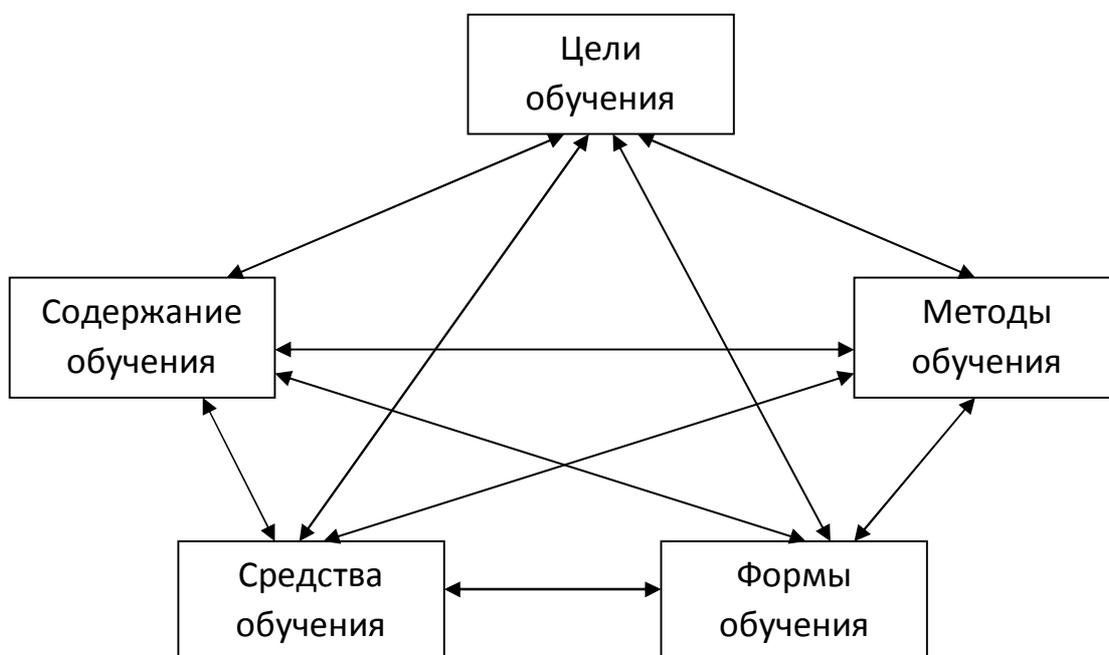
### 2.1. Технологический подход к разработке системы задач по математике

Методика обучения математике отвечает на следующие основные вопросы, определяющие содержательные единицы методики обучения математике как науки: «Зачем учить?», «Кого учить?», «Чему учить?», «Как учить?».

Выделенные единицы методики обучения математике как предмета взаимообусловлены и взаимосвязаны в процессе обучения и составляют методическую систему. Классическая схема методической системы, разработанная А. М. Пышкало (схема 1)

Схема 1

Методическая система А. М. Пышкало



Предметом нашего исследования является процесс формирования исследовательских умений у учащихся в процессе обучения математике.

Тогда, опираясь на методическую систему А. М. Пышкало, можно сказать, что:

1. Целью обучения будет являться формирование исследовательских умений у учащихся в процессе обучения математике;
2. Содержанием обучения будет выступать материал геометрии 7-9 классы;
3. Будут использоваться индивидуальная и групповая формы обучения;
4. Будет применяться проблемный метод обучения.
5. Средством обучения будет выступать система учебно-исследовательских задач.

Остальная часть нашей работы будет посвящена разработке системы учебно-исследовательских задач, направленной на формирование исследовательских умений у учащихся в процессе обучения математике. Поэтому рассмотрим технологию конструирования системы задач по математике, предложенную Ковалевой Г. И. [21].

Под системой задач понимается совокупность упорядоченных и подобранных в соответствии с поставленной целью задач, действующих как одно целое, взаимосвязь и взаимодействие которых приводит к заранее намеченному результату.

Ковалева Г. И. выделяет этапы конструирования системы задач по математике:

1. Теоретический этап

На данном этапе происходит выявление совокупности основных понятий, фактов и умений, которые должны быть сформированы в процессе изучения темы в соответствии с программными требованиями.

2. Отборочный этап

На данном этапе осуществляется отбор задачного материала. Если имеющиеся в учебных пособиях задачи не позволяют добиться поставленных

целей, то недостающие задачи строятся с помощью приемов обобщения, конкретизации, составления обратных задач, варьирования.

### 3. Связующий этап

На данном этапе между совокупностью отобранных задач устанавливаются взаимосвязи.

### 4. Структурирующий этап

В соответствии с правилами упорядочивания задач и методами конструирования строятся системы задач для каждого из уроков.

### 5. Констатирующий этап

Проверяется соответствие построенных систем задач выделенным системным требованиям. В случае необходимости производится корректировка сконструированных систем задач.

Ковалева Г. И. [21] выделяет следующие требования к отбору задач в систему:

1. Правило доступности. Каждая задача должна быть посильна ученику. Следует оберегать учащихся от непосильных трудностей, заботиться о сохранении интереса к решению задачи.

2. Правило однотипности. В систему необходимо включать однотипные задачи, так как это способствует формированию прочных знаний и умений. Однако однотипных задач в системе должно содержаться в разумном количестве.

3. Правило разнообразия. Чтобы избежать снижения интереса, внимания и активности учащихся, в систему должны быть включены задачи, разнообразные по форме, содержанию и способу решения.

4. Правило противопоставления. Необходимо включать в систему задачи на сходные и взаимообратные понятия, а также задачи, не имеющие решения.

5. Правило учета целей. При выборе задач в систему необходимо учитывать цели, которые могут быть достигнуты посредством конкретной

задачи. Нельзя выпускать из виду и общие цели их использования. Их место в системе.

6. Правило ситуативности. При отборе задач необходимо предусмотреть применение формируемого действия в различных ситуациях.

7. Правило полноты. Перед отбором задач системы необходимо выделить все понятия и факты, которые должны усвоить учащиеся, умения и навыки, которые они должны приобретать в процессе решения системы.

Упорядочивание задач системы также производится по определенным правилам:

1. Правило усложнения. Необходимо учитывать сложность каждой задачи системы и располагать задачи в порядке увеличения сложности.

2. Правило структурности. Система задач должна быть разбита на несколько подсистем, которые отделяются друг от друга либо задачами на повторения, либо нестандартными задачами.

3. Правило индивидуализации. Следует учитывать, что разным учащимся требуется разное время для решения одних и тех же задач, а также разное количество задач для усвоения одного и того же материала. Система задач должна иметь открытую структуру, то есть у учителя должна быть возможность исключать некоторые задачи или менять форму их предъявления.

Освоение механизмов конструирования системы задач в методическом отношении представляет собой сложную проблему, поэтому важной представляется систематизация знаний о методах конструирования систем задач по математике. Ковалева Г. И. под методом конструирования систем задач понимает способ упорядочивания в соответствии с поставленной целью задач в совокупности, обеспечивающий последней системные характеристики, и выделяет четыре метода конструирования систем учебных задач:

1. Метод варьирования задачи;

2. Метод ключевых задач;
3. Метод целевой задачи;
4. Метод «снежного кома».

#### Метод варьирования задачи

Суть метода варьирования задачи состоит в том, что каждая задача системы получена из данной задачи путем варьирования ее содержания или формы. Под содержанием задачи понимается совокупность ее компонентов: условие, требование, базис и способ решения. Варьирование - это не только изменение, но и замена объектов и (или) отношений, добавление и (или) изъятие компонентов (условий, требований). Понимая прием как элемент метода, его составную часть, выделим приемы конструирования. Используемые при составлении системы задач различными методами. Ими являются прием построения взаимобратных задач, прием аналогии, прием обобщения и конкретизации. Дадим краткую характеристику каждого приема.

Суть приема составления обратных задач – при составлении обратной задачи меняют местами условие и требование исходной задачи. Поскольку данных и искомых величин в задаче может быть несколько, то и так называемая «обратная» задача может быть не одна.

При составлении задач можно также действовать по аналогии. Суждения, полученные по аналогии, носят вероятный характер и подлежат исследованию. Они являются источниками научных гипотез и играют важную роль в научных открытиях. Эрдниев П. М.: «Аналогия лишь открывает путь исследования и не имеет доказательной силы».

При решении и составлении математических задач часто применяют индуктивные обобщения. Суть индуктивного обобщения заключается в следующем: рассматривается самый простой частный случай задачи, когда она решается легко. Решив эту задачу, обобщают ее на другой более сложный, но все же частный случай, используя результат предыдущей

задачи. Обобщение происходит до тех пор, пока не получится задача, обобщающая все предыдущие. Обратный обобщению процесс происходит при применении конкретизации.

Варьирование условия задачи не должно быть произвольным. Когда условие меняется калейдоскопически учащимся трудно сосредоточить внимание на существенных связях между данными, понять роль варьируемого элемента.

В методической литературе выделяют два взаимообратных приема варьирования некоторого элемента условия задачи. Первый прием предполагает при переходе от одной задачи к другой инвариантность всех их звеньев кроме одного. Второй прием – обратный первому – заключается в том, что варьируется то звено внешней формы условия, уяснение роли которого является целью в данный момент.

Снятие условий в исходной задаче может привести к неопределенной или вариативной задаче.

Неопределенные задачи – это задачи с неполным условием, в котором для получения конкретного ответа не хватает одной или нескольких величин или каких-то указаний на свойства объекта или его связи с другими объектами. Решить неопределенную задачу означает указать множество значений искомой величины.

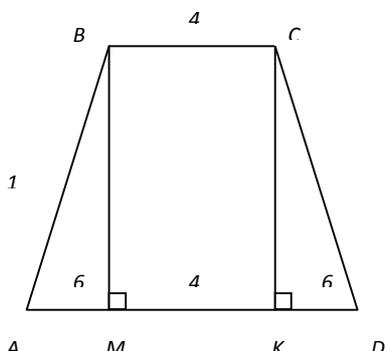
Например, задача: «В треугольнике одна сторона имеет длину 5 см, а другая – 8 см. Найдите длину третьей стороны» не имеет решения. Ученику, привыкшему к определенности, недостаточно данных, чтобы приступить к решению задачи. Целесообразно задать учащимся следующий вопрос: «Как изменить требование, чтобы задача имела решение?» После анализа различных предложений, можно решить задачу: «В треугольнике одна сторона имеет длину 5 см, а другая – 8 см. Какой может быть длина третьей стороны?» Также примером неопределенных задач служат задачи с параметрами.

Решение неопределенных задач требует от ученика мобилизации практически всего набора знаний, умения анализировать условие, строить математическую модель решения, находить данные в задаче «между строк» условия. С помощью неопределенных задач создается представление о вариативности решения или ответа к задаче, о путях выбора рационального способа решения.

Под вариативной задачей будем понимать задачу, формулировка которой не допускает точного установления взаимного расположения объектов условия или требования.

В результате варьирования условия могут получиться противоречивые задачи, содержащие противоречие между данными. Решить противоречивую задачу – значит найти противоречие в условии. Так как противоречивость не всегда бросается в глаза, то необходимо выполнять проверку полученного ответа. Некоторые из задач этого типа позволяют выявить противоречие еще при анализе условия, в результате чего процесс решения становится излишним. Достаточно частое повторение таких ситуаций приведет учащихся к анализу условия перед началом решения, чтобы избежать себя от лишней работы.

Приведем пример противоречивой задачи: «В равнобедренную трапецию  $ABCD$  можно вписать окружность. Найдите площадь трапеции, если ее основания равны 4 см и 16 см, а острый угол при основании  $30^\circ$ ».



Вписать в трапецию в окружность можно при условии  $AB + CD = BC + AD$ . Так как  $AD + BC = 20$ , а  $AB = CD$ , то  $AB = 10$ . Из

прямоугольного треугольника  $ABM$   $BM = 8$ . Следовательно, площадь трапеции равна  $\frac{16+4}{2} \cdot 8 = 80$  см<sup>2</sup>. Но в данном случае острый угол при основании не равен  $30^\circ$ , что противоречит условию задачи.

С другой стороны, так как острый угол при основании равен  $30^\circ$ , то  $BM = 2\sqrt{3}$ ,  $AB = 4\sqrt{3}$ . Тогда не выполняется условие  $AB + CD = BC + AD$ . Следовательно, в трапецию нельзя вписать окружность. Таким образом, снова получаем противоречие с условием задачи.

Подобные задачи следует предлагать учащимся на уроке, чередуя с аналогичными заданиями, в которых объект соответствует условию задачи. Такая организация занятий мобилизует учащихся на постоянный контроль за формулировкой задачи, устраняет формальный подход к её решению. «Нередко приходится не без удовольствия наблюдать, как учащиеся, у которых постепенно формировалось чувство критического анализа, указывали на отдельные неточности, упущения в условиях задач, указывали пути их исправления», — пишет Д.В. Климченко [15].

Наряду с варьированием условия задачи возможно и варьирование требования. Варьирование требования может идти по линии минимизации. Предельный случай – это задачи, в которых имеются все данные, но нет требования. Так называемые задачи с несформированным требованием.

Варьирование базиса и, как следствие, способа решения приводит к решению одной задачи разными способами. На одну задачу, решаемую разными способами, можно смотреть как на своеобразную систему, удовлетворяющую всем предъявленным к ней требованиям.

#### Метод ключевых задач

Метод конструирования системы задач, построенной по принципу – каждая задача системы использует результат решения (утверждение или метод) ключевой задачи – будем называть методом ключевых задач.

Существует две точки зрения на понятие ключевой задачи. Первая из них состоит в рассмотрении ключевой задачи как задачи-факта, результат решения которой может быть использован при решении каждой из задач системы. Зачастую такая ключевая задача оказывается дополнительной теоремой школьного курса.

Вторая точка зрения состоит в рассмотрении ключевой задачи как задачи-метода. При изучении какой-либо темы можно отобрать минимум задач, овладев методами решения которых, учащиеся будут в состоянии решить любую задачу на уровне программных требований по изучаемой теме.

#### Метод целевой задачи

Данный метод предполагает выделение достаточно сложной задачи, решение которой разбивается на решение ряда простых задач. Таким образом, решение целевой задачи представляет собой решение системы элементарных задач.

Решение целевой задачи требует от учащихся применения основного ядра знаний и наиболее полно отражает сущность изучаемого материала. Существует два подхода к организации решения целевой задачи. При первом подходе целевая задача рассматривается вместе с учащимися, во втором случае о предстоящей более сложной работе до определенного момента знает лишь учитель. После постановки целевой задачи в результате ее анализа, учащиеся устанавливают связи между решенными задачами.

#### Метод «снежного кома»

Метод «снежного кома» предполагает при решении каждой задачи системы использование результата решения предыдущей задачи.

Так как результатом решения задачи могут быть как доказанный факт об объекте, так и метод, реализованный в процессе решения, то выделим две разновидности «снежного кома». В первом случае идет использование доказанного утверждения, во втором – повторение операции предыдущей

задачи. Во втором случае наращивание «снежного кома» идет за счет добавления новой операции. Система задач, построенная таким образом, имеет следующую структуру: для решения первой задачи необходимо выполнить всего одну операцию, решение второй задачи предполагает выполнение подобной операции, плюс еще одной операции, в следующей задаче системы, кроме двух ранее сделанных, выполняется новая третья операция и т. д., пока не дойдет до достаточно сложной задачи, решение которой предполагает выполнение большого количества операций.

Возможность выстраивания индивидуальной образовательной траектории при решении таких систем задач, возрастание уровня сложности и трудности задач, обеспечивает дифференциацию обучения.

Заметим, что данную технологию можно использовать и для разработки системы задач, направленной на формирование исследовательских умений.

## 2.2. Разработка системы задач по математике, направленной на формирование исследовательских умений у учащихся

Опираясь на технологию разработки системы задач по математике Ковалевой Г. И., сконструируем систему задач по геометрии для учащихся 10 класса, направленную на формирование исследовательских умений.

### Теоретический этап

При решении задач системы возникает необходимость использования следующих понятий и фактов: треугольник, правильная пирамида, сфера, прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники, высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника, равнобедренные и равносторонние треугольники, свойства и признаки равнобедренного треугольника, признаки равенства треугольников, неравенство треугольника, сумма углов треугольника, внешние углы треугольника, зависимость между величинами сторон и углов треугольника, подобие треугольников, коэффициент подобия, теорема Пифагора, признаки равенства прямоугольных треугольников, синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ , теорема косинусов и теорема синусов, замечательные точки треугольника.

### Отборочный этап

Исследовательские умения включают в себя умение формулировать задачи, обратные данным, умение определять задачи с неполным условием, умение учитывать и соотносить все данные в условии задачи, выяснять их согласованность и противоречивость, умение выявлять избыточные и недостающие данные в условии задачи. В учебных пособиях количество исследовательских задач довольно невелико и недостаточно для целенаправленного формирования исследовательских умений. Поэтому задачи системы будут получены из исходной задачи с помощью приема составления обратных задач, приема обобщения и метода варьирования.

Отметим, что при использовании метода варьирования могут получиться противоречивые задачи, переопределенные задачи или задачи с неполным условием, вариативные задачи.

Исходная задача. В равнобедренном треугольнике основание равно 16 см, а боковая сторона равна 10 см. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей, а также расстояние между их центрами.

Связующий этап

Воспользуемся приемом составления обратных задач. Составив матрицу условий (боковая сторона  $a$  и основание  $c$  равнобедренного треугольника) и заключений (радиус описанной окружности  $R$ , радиус вписанной окружности  $r$ , расстояние между их центрами  $d$ ), меняя местами данные и искомые величины, получим 9 принципиально различных задач.

a	c	R	r	d
16	10			
8		11		
7			6	
3				3
	$\sqrt{11}$	$\sqrt{23}$		
	5		4	
	3			$\sqrt{3}$
		$3\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	
			$4\sqrt{2}$	4

Используя прием обобщения, получим следующую задачу: «Докажите, что для любого треугольника расстояние  $d$  между центрами описанной и вписанной окружностей находится по формуле:  $d^2 = R^2 - 2Rr$ . Может ли  $d$  принимать значение, равное нулю? Если да, то в каком случае?»

С помощью метода варьирования условия и требования получим следующие задачи:

а) В треугольнике  $ABC$  сторона  $AC$  имеет длину 16 см, сторона  $BC$  имеет длину 10 см. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей и расстояние между их центрами. Эта задача вариативная: при решении необходимо рассмотреть два случая: треугольник равнобедренный, треугольник прямоугольный.

б) В равнобедренном треугольнике радиус описанной окружности равен 5 см, расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей равно 3 см. Найти:

- а. высоту, проведенную к боковой стороне;
- б. площадь треугольника;
- с. периметр треугольника;
- д. угол между биссектрисами углов при основании.

в) Неопределенную задачу: «В равнобедренном треугольнике основание в два раза больше боковой стороны, расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей равно 5 см. Какой может быть длина боковой стороны треугольника?»

г) Задачу с несформированным требованием: «В равнобедренном треугольнике основание равно 16 см, а радиус вписанной окружности равен 5 см. Найти все, что возможно».

д) Противоречивую задачу: «В прямоугольном треугольнике радиус описанной окружности равен 16 см., радиус вписанной окружности равен 8 см. Найти высоту, проведенную из прямого угла». По условию задачи  $R = 2r$ . Это условие выполняется тогда и только тогда, когда треугольник равносторонний. Следовательно, данный треугольник равносторонний, а, значит, ни один из углов не может быть равен  $90^\circ$ ».

е) Переопределенную задачу: « В равнобедренном треугольнике основание равно 8 см, угол при основании равен  $30^\circ$ , высота, проведенная к основанию, равна 6 см. Найти расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей».

Используя прием аналогии, получим следующую задачу: «В правильной четырехугольной пирамиде  $ABCDE$  с основанием  $ABCD$  все боковые ребра равны 12 см.,  $AB$  равно 8 см. Найти радиус сферы, вписанной в пирамиду, радиус сферы, описанной около пирамиды, расстояние между центрами этих сфер».

#### Структурирующий этап

В соответствии с правилами упорядочивания задач системы, расположим задачи в следующем порядке:

1. В равнобедренном треугольнике основание равно 16 см, а боковая сторона равна 10 см. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей, а также расстояние между их центрами.

2. В равнобедренном треугольнике основание в два раза больше боковой стороны, расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей равно 5 см. Какой может быть длина боковой стороны треугольника?

3. В равнобедренном треугольнике основание равно 8 см, угол при основании равен  $30^\circ$ , высота, проведенная к основанию, равна 6 см. Найти расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей.

4. В прямоугольном треугольнике радиус описанной окружности равен 16 см, радиус вписанной окружности равен 8 см. Найти высоту, проведенную из прямого угла». По условию задачи  $R = 2r$ . Это условие выполняется тогда и только тогда, когда треугольник равносторонний. Следовательно, данный треугольник равносторонний, а, значит, ни один из углов не может быть равен  $90^\circ$ .

5. Заполните таблицу:

<b>a</b>	<b>c</b>	<b>R</b>	<b>r</b>	<b>d</b>
16	10			
8		11		
7			6	
3				3
	$\sqrt{11}$	$\sqrt{23}$		
	5		4	
	3			$\sqrt{3}$
		$3\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	
			$4\sqrt{2}$	4

6. В треугольнике  $ABC$  сторона  $AC$  имеет длину 16 см, сторона  $BC$  имеет длину 10 см. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей и расстояние между их центрами.

7. Докажите, что для любого треугольника расстояние  $d$  между центрами описанной и вписанной окружностей находится по формуле:  $d^2 = R^2 - 2Rr$ . Может ли  $d$  принимать значение, равное нулю? Если да, то в каком случае?

8. В равнобедренном треугольнике радиус описанной окружности равен 5 см, расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей равно 3 см. Найти:

- высоту, проведенную к боковой стороне;
- площадь треугольника;
- периметр треугольника;
- угол между биссектрисами углов при основании.

9. В равнобедренном треугольнике основание равно 16 см, радиус вписанной окружности равен 5 см. Найти все, что возможно.

10. В правильной четырехугольной пирамиде  $ABCDE$  с основанием  $ABCD$  все боковые ребра равны 12 см., ребро  $AB$  равно 8 см. Найти радиус сферы, вписанной в пирамиду, радиус сферы, описанной около пирамиды, расстояние между центрами этих сфер.

#### Констатирующий этап

Сконструированная система задач может служить средством формирования исследовательских умений. Это обеспечивается наличием в системе противоречивой задачи, задачи с неполным условием, переопределенной задачи, взаимно обратных задач и т. д. Таким образом, учащиеся приходят к выводу, что перед тем как решать задачу, необходимо соотнести все данные в условии, выяснить их непротиворечивость. Кроме того, формируется понимание того, что задача может иметь различные решения (вариативная задача).

## Заключение

В ходе проведения исследования были решены следующие задачи:

В первой главе нашей работы проведён анализ литературы по проблеме формирования исследовательских умений, который позволил считать исследовательскими умениями следующие: увидеть проблему, сформулировать проблему, выдвинуть гипотезу, проверить правильность решения проблемы. А также, была проведена систематизация видов исследовательских умений в соответствии с этапами учебного исследования.

Формирование данных умений у школьников осуществляется посредством реализации педагогических технологий, которые представляют собой: умения организовать свою работу, умения, связанные с осуществлением исследования, умения работать с информацией, умения оформить и представить результат своей работы, умения, связанные с анализом своей деятельности и оценочной деятельностью.

Целью нашей работы является разработка системы задач, направленных на формирование исследовательских умений обучающихся.

На основе поставленной цели была организована и проведена работа по рассмотрению технологии конструирования системы задач по математике.

На основе данной технологии разработана система задач, направленная на формирование исследовательских умений обучающихся.

Таким образом, следует считать, что задачи работы полностью выполнены и цель исследования достигнута.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алексеев, Н. Г. Концепция развития исследовательской деятельности учащихся [Текст] / Н. Г. Алексеев, А. В. Леонтович, А. С. Обухов, Л. Ф. Фомина // Исследовательская работа школьников. - 2002. - №1. - С. 24 - 33.
2. Баранова, Е. В. Как увлечь школьников исследовательской деятельностью [Текст] / Е. В. Баранова, М. И. Зайкин // Математика в школе. - 2004. - №2. - С. 7 - 10.
3. Викал, Б.А. Формирование элементов исследовательской деятельности при углубленном изучении математики [Текст] : автореф. дис. канд. пед. наук: 13.00.01 / А. Б. Викал. — М., 1977. — 16 с.
4. Воронько, Т. А. Формирование исследовательской деятельности учащихся основной школы в процессе обучения математике [Текст] : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Т. А. Воронько ; М.: 2005. – 40 с.
5. Ганеев, Х. Ж. Пути реализации развивающего обучения математике [Текст] / Ганеев Х. Ж. - УрГПУ. Екатеринбург, 1997. - 102 с.
6. Далингер, В. А. Учебно-исследовательская деятельность учащихся в процессе изучения математики [Текст]/ «Вестник Волгоградского государственного педагогического университета», 2007
7. Далингер В.А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике: учебное пособие. - Омск: Изд-во ОмГПУ, 2005.
8. Дидактика средней школы. Некоторые проблемы современной дидактики [Текст] / Под ред. М. А. Данилова, М. Н. Скаткина. — М.: Просвещение, 1975. — 303 с.
9. Дьячкова, М. В. Использование исследовательских задач по математике в курсе средней школы [Текст] / Дьячкова М. В., Седакова В. И. // Фундаментальные науки и образование: Материалы II Всероссийской научно-практической конференции. – 2008. – С. 431-437.

10. Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Кн. для учителя [Текст] / О. Б. Епишева. - М.: Просвещение, 2003. - 223 с.
11. Епишева, О. Б. Учить школьников учиться математике: Формирование приемов учебной деятельности: Кн. Для учителя [Текст] / О. Б. Епишева, В. И. Крунич. - М.: Просвещение, 1990. - 128 с.
12. Иванова, Т. А. Учебно-исследовательская деятельность как компонент гуманитарно-ориентированного содержания математического образования [Текст] / Т. А. Иванова // Проблемы реализации творческого потенциала личности в процессе обучения математике: Межвузовский сборник научно-методических трудов. - Екатеринбург: НУДО "Межотраслевой региональный центр", 2000. - с. 15 – 27.
13. Ительсон, Л.Б. Лекции по общей психологии [Текст] / Л. Б. Ительсон. — М.: ООО «Издательство АСТ», 2000. — 896с.
14. Калинина, О. Л. Включение подростков в исследовательскую деятельность по математике как условие формирования у них готовности к развитию своего творческого потенциала [Текст] / О. Л. Калинина // Проблемы реализации творческого потенциала личности в процессе обучения математике: Межвузовский сборник научно-методических трудов. - Екатеринбург: НУДО "Межотраслевой региональный центр", 2000. - с. 69 – 81.
15. Климченко, Д. В. Воспитывать исследовательские навыки [Текст] / Д. В. Климченко // Математика в школе. - 1972. № 3. - С. 26-28.
16. Леонтович, А. В. Учебно-исследовательская деятельность школьников как модель педагогической технологии [Текст] / А. В. Леонтович // Народное образование. - 1999. - №10. - с. 152 - 159.
17. Лернер, И.Я. Процесс обучения и его закономерности [Текст] / И. Я. Лернер. — М.: Знание, 1980. — 96 с.

- 18.Меньшикова, Н. А. Основы методики работы с учебно-исследовательскими математическими задачами [Текст] / Н. А. Меньшикова // Ярославский педагогический вестник. - 2002. - №3. – С. 10-15.
19. Немов, Р. С. Психология [Текст] : в 3 кн. / Р. С . Немов. - М.: Гуманит. Издат. Центр Владос. - Кн. 1: Общие основы психологии. - 688 с.
20. Обухов, А. С. Исследовательская деятельность как способ формирования мировоззрения [Текст] / Обухов А. С. // Народное образование. - 1999. - №10. - с. 158 - 161.
- 21.Паршуков, В. Г. Развитие исследовательских способностей учащихся в условиях гимназического образования [Текст] : Автореф. дис. канд. пед. Наук: 13.00.01 / В. Г. Паршуков. – Калуга, 2004. -22 с.
- 22.Педагогическая технология освоения учащимися исследовательской деятельности [Текст] : Учебно-методическое пособие / Сост. С. В. Палецкий. - Омск: Омск. Гос. Ун-т, 2004. - 72 с.
23. Пермякова, М. Ю. Формирование учебно-исследовательских умений учащихся при составлении математических задач [Текст] / М. Ю. Пермякова // Оптимизация образовательного процесса в школе и вузе с использованием современных образовательных технологий: Мат. Всерос. Науч.-практ. Конф. 4-5 дек. 2008 г. - Шадринск: Изд-во Шадр. Гос. Пед. Ин-та, 2008. - с. 84 - 87.
- 24.Педагогика: Новый курс [Текст]: учеб. пособ. для студ. высш. учеб. заведений: в 2 кн. / Подласый И. П. - М.: Гуманит. Издат. Центр Владос, 2001. - Кн. 1: Общие основы. Процесс обучения. - 576 с.
25. Пойа, Д. Математическое открытие [Текст] / Д. Пойа. — М.: Издательство «Наука», 1970. — 452 с.
26. Проблемы реализации творческого потенциала личности в процессе обучения математике [Текст]: Межвузовский сборник научно-

- методических трудов. - Екатеринбург: НУДО "Межотраслевой региональный центр", 2000. - 164 с.
27. Семенова, Н. А. Формирование исследовательских умений младших школьников [Текст]: автореф. Дис. Канд. Пед. Наук: 13.00.02 / Семенова Н. А. - Томск: изд-во Томск. Гос. Пед. Ун-та, 2007 - 22 с.
28. Усова, А. В. О критериях и уровнях сформированности познавательных умений у учащихся [Текст] / А. В. Усова // Советская педагогика. - 1980. - №12. - с. 45 - 48.
29. Усова, А. В. Формирование у учащихся учебных умений [Текст] / А. В. Усова, А. А. Бобров. — М.: Знание, 1987. — 80 с.
30. Учебно-исследовательская деятельность учащихся в процессе изучения математики [Электронный ресурс] : Электронный ресурс. – Режим доступа : <http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-195.pdf>