ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

По своим природным способностям, темпу работы, уровням развития дети сильно отличаются друг от друга. Учитель в своей работе должен это учитывать так, чтобы слабые дети овладели минимальным уровнем знаний, а сильные не останавливались в своём развитии.

В обучении математике проблема обучения учащихся с разными уровнями развития занимает особое место, что объясняется спецификой этого учебного предмета. Математика является одной из самых сложных школьных дисциплин, уровень её усвоения различен у каждого ученика.

По требованиям федерального государственного образовательного стандарта общего образования от 17.12.2010 года математическое образование должно:

- учитывать индивидуальные, возрастные, психологические и физиологические особенности обучающихся, … при построении образовательного процесса и определении образовательно-воспитательных целей и путей их достижения;

- обеспечить владение всеми учащимися базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания курса, знание основных теорем, формул, алгоритмов решения и умение их применить.

Таким образом, учитель должен учитывать индивидуальные, возрастные, психологические и физиологические особенности обучающихся на уроке для умственного развития каждого, чтобы обеспечить владение каждым базовым понятийным аппаратом предмета. Однако обучение в школе носит массовый характер, поэтому учесть индивидуальные особенности очень тяжело. Всё это приводит к необходимости использования уровневой дифференциации на уроках математики. В условиях дифференцированного обучения комфортно чувствуют себя сильные и слабые ученики. В условиях дифференциации школа к каждому ученику относится как к уникальной неповторимой личности. Оставаясь в рамках классно-урочной системы, используя при этом дифференциацию обучения, можно приблизиться к личностной ориентации образовательного процесса.

Проблема дифференциации обучения принадлежит к традиционным для педагогики. В разное время эту проблему исследовали в своих работах различные авторы: А.А. Бударный, З.И. Калмыкова, Е.С. Рабунский, И.Э.Унт, И.М. Чередов, К.Д. Ушинский, В.В. Фирсов, Н.П. Гузик, В.М. Монахов, В.А. Орлов, Г.К. Селекко, А.З. Минаев и др. Их исследования показали эффективность и целесообразность дифференцированного обучения. Е.С. Рабунский считает, что процесс обучения в условиях дифференциации становится максимально приближенные к познавательным потребностям учеников, их индивидуальным возможностям. И. М. Чередов отмечает, что при дифференцированном обучении создаются оптимальные условия для активной деятельности всех учащихся, обеспечивающие возможность продуктивного усвоения и переработки наибольшего количества информации.

В настоящее время в связи с модернизацией образования тема не утратила своего значения. Сейчас ей занимаются Р.А. Утеева, О.Б. Епишева, В.А. Крутецкий, Г.И. Щукина, Е.С. Тимощук, Т. А. Косенкова.

Несмотря на большое количество теоретических работ по проблеме дифференцированного обучения для рядового учителя на наш взгляд недостаточно разработанного практического дидактического материала, позволяющего осуществлять разноуровневый подход на уроках математики в средней школе.

Необходимость использовать дифференциацию процесса обучения в условиях новой программы образования и недостаточность практической разработанности данной проблемы обусловили выбор темы исследования.

Объектом исследования является процесс обучения математики.

Предметом исследования является реализация уровневой дифференциации в процессе решения геометрических задач.

Цель настоящего исследования: разработка комплекса задач, направленного на реализацию уровневой дифференциации.

Для достижения поставленной цели в работе поставлены и решаются следующие задачи:

1. Проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу с целью выявить различные подходы к понятиям индивидуализация и дифференциация обучения.

2. Описать особенности уровневой дифференциации.

3. Определить критерии деления на типологические группы.

4. Выделить задачи, как одно из средств реализации уровневой дифференциации.

5. Проанализировать требования к отбору дифференцированых задач и их оцениванию.

6. Разработать комплекс дифференцированных задач.

ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ

1.1. Индивидуализация и дифференциация процесса обучения математике в средней школе

Требования учитывать индивидуальные особенности ребёнка в процессе обучения очень давняя традиция. Необходимость этого очевидна, ведь учащиеся по разным показателям в значительной мере отличаются друг от друга. Это требование находит отражение в педагогической теории под названием принципа индивидуального подхода.

Проблемой индивидуализации процесса обучения занимались Е.А. Климов, И.Э.Унт, Х.И.Лийметс, Е.С.Рабунский, А.А.Кирсанов и другие. Индивидуальный подход обеспечивает:

- устранение трудностей в учении отдельных школьников.

- возможность развития всех сил и способностей учащихся.

Необходимой предпосылкой успешной реализации индивидуального подхода в обучении в первую очередь является педагогический такт учителя. Ученик, особенно слабый, должен быть уверен в том, что учитель заинтересован в его успехах, видит любое, даже самое малое продвижение, радуется вместе с ним. Конечно, такая позиция не снижает требовательности к ученику. Следующая важная предпосылка осуществления индивидуального подхода к ученику – направленность обучения на формирование личности ученика, которая предполагает действенное внимание к каждому ученику, его творческой индивидуальности на каждом уроке. Прежде всего, необходимо воспитывать у детей интерес к занятиям, учебному труду и ответственного отношения к учению.

Некоторым необходима индивидуальная помощь в осознании того, что они уже знают и что должны узнать, как искать пути к истине. Если сразу не обратить внимание на этих детей, то они останутся пассивными на протяжении всего урока и сознание их не будет обогащаться, хотя ими и будут выполняться общеклассные задания [4].

Индивидуальный подход включает в себя следующие элементы, тесно связанные между собой и представляющие цикл, периодически повторяющийся на новом уровне:

- систематическое изучение каждого ученика;
- постановка ближайших педагогических задач в работе с каждым учеником;
- выбор и применение наиболее эффективных средств индивидуального подхода к ученику;
- фиксация и анализ полученных результатов;
- постановка новых педагогических задач.

Важно отметить, что в индивидуальном подходе нуждается действительно каждый ребёнок, ибо это непременное условие и предпосылка формирования гармонической и всесторонне развитой личности, формирование самой личности как неповторимой индивидуальности [36].

Рассмотрим мнения разных педагогов и методистов об индивидуализации.

В педагогическом словаре индивидуализация обучения – это организация учебного процесса с учётом индивидуальных особенностей учащихся, позволяющая создать оптимальные условия для реализации потенциальных возможностей каждого ученика.

В словаре по культорологии П. Гуревич даёт следующее определение. Индивидуализация – оборотная сторона социализации, социально-культурный процесс накопления личностью особенного, уникального опыта, рост её масштаба, творческого потенциала, универсальности, самостоятельности свободы и ответственности.

По определению А.А. Кирсанова [16] индивидуализация – это осуществление принципа индивидуального подхода, это организация учебного процесса с учётом индивидуальных особенностей учащихся, которая позволяет создать оптимальные условия для реализации потенциальных возможностей каждого ученика. Индивидуализация обучения направлена на преодоление противоречий между уровнем учебной деятельности, который задают программы и реальные возможности каждого ученика. Индивидуализация – это необходимый фактор реализации разнообразных целей обучения и формирования индивидуальности.

В определении, которое даёт К.Г. Юнг, подчёркиваются три момента: 1) целью этого процесса является развитие целостной личности; 2) индивидуализация не может осуществиться в состоянии изоляции, она предполагает и включает коллективные взаимоотношения; 3) индивидуализация подразумевает определённый уровень оппозиции по отношению к социальным нормам, не имеющим абсолютной ценности.

Под индивидуализацией Н.И. Резвицкий [33] понимает процесс и результат совмещения индивидуальных требований, ценностно-нормативных предписаний, ожиданий определённых действий, проявления личностных и деловых качеств, необходимых для эффективного выполнения общественной роли, со спецификой потребностей, свойств и стиля деятельности индивидов, т.е. персонифицированной формой реализации социальных функций.

Таблица 1.

Контент-анализ понятия индивидуализации

	Индивидуальный подход	Особая организация учебного процесса	Учёт индивидуальных особенностей	Создание оптимальных условий	Реализация возможностей	Разнообразные цели обучения	Развитие личности	Самостоятельность
Педагогичесий Словарь	+	+	+	+	+			
Резвицкий Н.И.	+	+	+			+	+	
Кирсанов В.В.	+	+	+	+	+	+		+
Гуревич П.	+	+	+				+	+

Юнг К.Г.				+			+	

Таким образом, благодаря контент-анализу под определением индивидуализации будем понимать определение, данное В.В. Кирсановым.

Наиболее полно идею индивидуализации в процессе обучения в школьной практике реализует дифференциация обучения.

В 60-е годы XX века дифференцированное обучение применимо к общеобразовательной школе понималось как разделение школьных планов и программ в старших классах. В дальнейшем это понимание стало рассматриваться гораздо шире, но и здесь имеются различные подходы.

Рассмотрим различные определения дифференциации в психолого-педагогической и методической литературе.

В педагогическом словаре под дифференциацией обучения (франц. differentiation, от лат. differentia – разница) понимают форму организации учебной деятельности школьников среднего и старшего возраста, при которой учитываются их склонности, интересы и проявившиеся способности.

Большой энциклопедический словарь предполагает следующее определение: дифференциация обучения – разделение учебных планов и программ в средней школе с учётом склонностей и способностей учащихся. Осуществляется через организацию школ, учебных потоков, классов с углублённым изучением отдельных предметов, факультативных занятий.

Например, И.Э.Унт [38] подразумевает под дифференциацией учёт индивидуальных особенностей в той форме, когда «учащиеся группируются на основании каких либо особенностей для отдельного обучения; обычно обучение в этом случае происходит по нескольким различным учебным планам или программам».

Гораздо шире рассматривает дифференцированное обучение И.М. Чередов [47]. Он включает в это понятие не только обучение по различным планам и программам, но и «такой процесс обучения на уроках, который предполагает глубокое изучение индивидуальных особенностей учащихся, их классификацию по типологическим группам и организацию работы этих групп над выполнением специфических учебных заданий, которые способствуют их умственному и нравственному развитию».

Г.К. Селевко [37] в своей книге «Современные образовательные технологии», отмечает, что дифференциация обучения (дифференцированный подход в обучении) – это:

1) создание разнообразных условий обучения для различных школ, классов, групп с целью учёта особенностей их контингента;

2) комплекс методических, психолого-педагогических и организационно-управленческих мероприятий, обеспечивающих обучение в гомогенных группах.

В работах З.И. Калмыковой [26] сказано, что «дифференциация обучения это создание специализированных классов и школ, рассчитанных на учёте психологических особенностей школьников».

Г.Ф. дорофеев, С.Б. Суворова, В.В. Фирсов, П.В. Кузнецов [11] определяют дифференциацию так: “Эта такая система обучения, при которой каждый ученик, овладевая некоторым минимумом общеобразовательной подготовки, являющейся общезначимой и обеспечивающей возможность адаптации в постоянно меняющихся жизненных условиях получает право и гарантированную возможность уделять преимущественное внимание тем направлениям, которые в наибольшей степени отвечают его склонностям.

И. М. Осмоловская [30] даёт следующее определение: Дифференциация обучения – это организация учебного процесса, при которой учитываются индивидуально-типологические особенности личности (способности общие и специальные, уровень развития, интересы, психофизиологические свойства нервной системы и т. д.), характеризуется созданием групп учащихся, в которых содержание образования, методы обучения, организационные формы различаются.

Таблица 2.

Контент-анализ понятия дифференциации

	Учёт индивидуальных способностей	Разделение на группы	Разделение учебных планов (программ)	Форма организации учебного процесса	Изучение индивидуальных особенностей учащихся	Организация работы в группах	Специфические задания, способствующие развитию	Возможность адаптации к условиям
Педагогический Словарь	+			+				
БЭС	+		+	+				
Унт И.Э.	+	+	+					
Чередов И.М.			+		+	+	+	
Селевко Г.К.	+			+		+		
Калмыкова З.И.	+			+				
Дорофеев Г.Ф.	+		+	+				+
Осмоловская И.М.	+	+	+	+	+	+		

Таким образом, контент-анализ показал, что наиболее полное определение даёт И.М. Осмоловская. В своей работе под дифференциацией будем понимать организацию учебного процесса, при которой учитываются индивидуально-типологические особенности личности (способности общие и специальные, уровень развития, интересы, психофизиологические свойства нервной системы и т. д.), характеризующаяся созданием групп учащихся, в которых содержание образования, методы обучения, организационные формы различаются.

Таким образом, рассмотрев понятия индивидуализации и дифференциации, не можем не согласиться с мнением И.М. Чередова [46], который помогает нам их разграничить. Он говорит, что «с точки зрения дидактических соотношений следует понимать индивидуализацию обучения как принцип процесса обучения, а дифференцированное обучение на уроках – как конкретную форму организации обучения, представляющую оптимальные условия для реализации этого принципа в условиях классно-урочной системы».

Проанализировав выше сказанное, можно сказать, что индивидуализация обучения предполагает дифференциацию учебного материала, разработку систем заданий различного уровня трудности и объёма, разработку системы по организации процесса обучения в конкретных учебных группах, учитывающей индивидуальные особенности каждого учащегося.

В классно-урочной системе учителю необходимо в новой парадигме образования учитывать индивидуальные особенности каждого ученика, но это практически невозможно. Поэтому, что бы максимально реализовать цели обучения, используют дифференциацию, которая отражает все принципы индивидуализации процесса обучения.

Дифференцированный подход в воспитании и обучении, один из способов решения педагогических задач с учётом социально-психологических особенностей групп воспитания, которые существуют в сообществе детей как его структурные или неформальные объединения или выделяются педагогом по сходным индивидуальным, личностным качествам учащихся. Дифференцированный подход даёт возможность воздействовать на отношения между личностью и группой, группой и коллективом, детьми и взрослыми и т. д.[49].

Изучение психолого-педагогической литературы позволило определить понятие дифференцированного подхода как системы мер (совокупности приёмов и форм педагогического воздействия) по изучению, учёту и развитию типологических индивидуальных особенностей различных групп школьников, работающих по единой учебной программе. Сущность дифференцированного подхода заключается:

- в обеспечении достижений обязательных результатов обучения каждым учеником в соответствии с его реальными учебными возможностями;

- в обеспечении развития познавательного, ценностного, творческого, коммуникативного и художественного потенциала личности;

- в обеспечении обучения в соответствии с реальными учебными возможностями учащихся и ориентацией на « зону ближайшего развития»[3].

В психолого-педагогической и методической литературе с социалоной точки зрения целью дифференциации обучения является формирование творческого, интеллектуального, профессионального потенциала общества в целях рационального использования возможностей каждого члена общества в его взаимоотношениях с социумом.

С дидактической точки зрения целью дифференциации является решение назревших проблем школы путём создания новой дидактической системы дифференцированного обучения учащихся, основанной на принципиально новой мотивационной основе.

С психолого-педагогической точки зрения конечной целью дифференциации является его индивидуализация, основанная на создании оптимальных условий для выявления задатков, развития интересов и способностей каждого ученика [47].

В XX веке в практике школ опробованы различные дифференциации обучения, среди них – дифференциация по способностям. На основании учёта успеваемости в предыдущем классе учащиеся распределялись на несколько групп. Такое деление предполагалось ежегодным. Другой разновидностью дифференциации была дифференциация по интеллекту на основе интеллектуальных тестов. Третьей разновидностью являлась дифференциация обучения по неспособностям. Она состояла в том, что учащиеся, не успевающие по отдельным предметам помещались в классы, в которых эти предметы изучались на пониженном уровне и в меньшем объёме. В 60-70-е гг. появилась такая форма организации дифференциации обучения как специализированные школы с углублённым изучением отдельных учебных предметов[34]. Такие школы существуют и сейчас. Пример такого учебного заведения в городе Камышлове – МБОУ «Лицей».

Таким образом, рассмотрев понятия индивидуализации и дифференциации, выяснили, что для эффективности процесса обучения и реализации современных целей образования следует применять индивидуализацию, но в условиях массовой школы это затруднено большим количеством учащихся в классе. Поэтому, что бы реализовать нормативные требования необходимо использовать дифференциацию процесса обучения, внутри которой можно затронуть элементы индивидуализации.

1.2. Уровневая дифференциация как один из видов дифференциации процесса обучения

В психолого-педагогической и методической литературе в настоящее время выделяют два основных типа дифференциации обучения: профильная дифференциация и уровневая.

В работах Ю.М. Колягина [19] для профильной дифференциации выделены следующие черты:

- создание однородных групп учащихся по способностям, интересам, склонностям;

- организацией в этих группах однородной среды, предметно и социально жестко ориентированной (изучение отдельных предметов, их циклов, ориентация на подготовку в вуз с гарантией поступления в него и т. п.).

Профильная дифференциация реализуется в организации профильных классов, факультативов, гимназий и лицеев.

Профильная дифференциация предполагает обучение разных групп старшеклассников по программам, отличающимися глубиной изложения материала, объёмом сведений и даже номенклатурой включённых вопросов, а также профессионально ориентированным содержанием обучения. Разновидностью профильного обучения является углублённое изучение отдельных предметов, которое отличает достаточно продвинутый уровень подготовки школьников по этим предметам, что позволяет добиваться высоких результатов. Профильное обучение является более демократичной и широкой формой фуркации школы на старшей ступени.

Наряду с профильной дифференциацией необходимо отметить уровневую дифференциацию, которая характеризуется следующим:

- создание смешанных (разнородных) классов, где детей изначально не разделяют по способностям;

- учёт индивидуально – типологических особенностей детей осуществляется в специально созданных группах внутри класса; разделение на группы может быть явным или не явным, состав групп меняется в зависимости от поставленной учебной задачи.

Впервые идея уровневой дифференциации была высказана в концепции дифференцированного обучения, разработанной РАО. В соответствии с ней уровневая дифференциация «предполагает такую организацию обучения, при которой школьники, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать её на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований».

Уровневая дифференциация выражается в том, что обучаясь в одном классе по одной программе и учебнику, школьники могут усваивать материал на различных уровнях. Определяющим при этом является уровень обязательной подготовки. Его достижение свидетельствует о выполнении учеником минимально необходимых требований к усвоению содержания. На его основе формируется более высокие уровни овладения материалом.

Уровневая дифференциация основывается на планировании результатов обучения: явном выделении уровня обязательной подготовки и формировании на этой основе повышенных уровней овладения материалом. Сообразуясь с ними и учитывая свои способности, интересы, потребности, ученик получает право и возможность выбирать объём и глубину усвоения учебного материала, варьировать свою учебную нагрузку[23].

С.Б. Суворова поясняет, что дифференциация обучения предполагает обязательный учёт индивидуально-типологических особенностей учащихся, форму их группирования и различное построение учебного процесса в выделенных группах. Такое понимание дифференциации обучения не предполагает негативных последствий, так как обязательным является учёт индивидуально-типологических особенностей личности, что приспосабливает учебный процесс к ученику. Однако наряду с содержанием дифференциация обучения имеет форму, в которой реализуется на практике. Это могут быть классы углублённого изучения предметов, профильные, компенсирующего обучения, факультативные занятия, включённые в учебный процесс задания различного уровня сложности и т. д.

Как утверждает И.Д. Бутузов в основе дифференцированного обучения лежит учёт психологических особенностей учащихся, а именно таких, которые влияют на их учебную деятельность и от которых зависят результаты учения. Это такие особенности как память, внимание, воображение, мышление, способности. Таких особенностей очень много, поэтому возникает вопрос: какие из них надо учитывать в первую очередь. Принцип индивидуального подхода в дидактике предполагает учёт таких особенностей учащихся, которые влияют на его учебную деятельность и от которых зависят результаты учения.

Оба вида дифференциации – уровневая и профильная – сосуществуют и взаимно дополняют друг друга на всех ступенях школьного образования, однако в разном удельном весе. В основной школе ведущим направлением дифференциации является уровневая, хотя она не теряет своего значения и в старших классах. На старшей ступени школы приоритет отдаётся разнообразным формам профильного изучения предметов. Вместе с тем дифференциация по содержанию может проявляться уже и в основной школе, где она осуществляется через систему кружковых занятий (во всех классах) и факультативов (в VIII-IX классах). Эти формы предназначены для школьников, проявляющих интерес к какому-то предмету, имеющих желание и возможность работать больше отводимого расписанием времени[48].

В основе уровневого дифференцированного обучения лежит планирование результатов обучения: выделение уровня обязательной подготовки и формирование на этой основе повышенных уровней овладения материалом. Сообразуясь с ними и учитывая свои способности, интересы, потребности, ученик получает возможность выбирать объём и глубину учебного материала, варьировать свою учебную нагрузку. Достижение обязательных результатов обучения становится тем объективным критерием, на основе которого может видоизменяться ближайшая цель каждого ученика и перестраиваться содержание его работы: либо его усилия направляются на овладение материалом на более высоких уровнях, либо продолжается работа по формированию важнейших опорных знаний и умений. Недопустимо, что одним ученикам предлагается больший объём материала, а другим меньший. Каждый должен протии через полноценный учебный процесс, который ни для кого не может быть ограничен требованиями минимума. Иными словами, уровень обучения в целом должен превышать уровень обязательных требований. Каждый ученик должен в полном объёме услышать изучаемый материал, увидеть в определённом смысле идеальные образы деятельности. И одни школьники воспримут эти образы полностью, присвоят их, сделают своим знанием и опытом, другие – не потеряются в обилии информации, а усвоят из неё то, что предусматривается минимальным стандартом.

Благодаря такому подходу дифференцированная работа получает прочный фундамент, приобретая реальный, осязаемый и для учителя и для ученика смысл. Заметно увеличиваются возможности для работы с сильными учениками, поскольку учитель уже не должен спрашивать данный на уроке материал в полном объёме со всех школьников. Кроме того отпадает не обходимость постоянно разгружать программу и снижать общий уровень требований, оглядываясь на слабых учеников[36].

В работах А.А. Кирсанова [16] выделен ряд важных условий, выполнение которых необходимо для успешного и эффективного осуществления уровневой дифференциации.

- выделенные уровни усвоения материала и обязательные результаты обучения должны быть открыты для учащихся.

Успех дифференцированного обучения (как учебного процесса в целом) в значительной степени зависит от познавательной активности школьников, от того, насколько они заинтересованы в собственной работе. Ясное знание конкретных целей при усвоении их посильности, возможность выполнить предъявляемые учителем требования активизируют познавательную деятельность учащихся, причём на разных уровнях.

Если цели известны и посильны ученику, а их достижение поощряется, то для подростка нет ничего естественнее, как стремиться к их выполнению. Поэтому открытость уровней подготовки способствует формированию положительных мотивов учения, сознательного отношения к учёбе, повышению самооценки учащегося.

- наличие определённых «ножниц» между уровнем требований и уровнем обучения.

Не следует отождествлять уровень преподавания материала с обязательным уровнем его усвоения. Первый должен быть в целом существенно выше, иначе и уровень обязательной подготовки не будет достигнут, а учащиеся, потенциально способные усвоить больше, не будут двигаться дальше.

Каждый ученик должен в полном объёме услышать предлагаемый материал со всеми доказательствами и обоснованиями, ознакомиться с образцами рассуждений, на каких-то этапах участвовать в решении более сложных задач. Иначе говоря, давая всем одинаковый объём материала, мы устанавливаем различные уровни требований к его усвоению.

- в обучении должна быть обеспечена последовательность в продвижении ученика по уровням.

Не следует предъявлять более высоких требований тем учащимся, кто не достиг уровня обязательной подготовки. Трудности в учебной работе должны быть для школьников посильными, соответствующими индивидуальному темпу овладения материалом на каждом этапе обучения. В то же время, если для одних учащихся необходимо продлить этап обработки основных, опорных знаний и умений, то других не следует необоснованно задерживать на этом этапе.

- добровольность в выборе уровня усвоения и отчётности.

Каждый ученик имеет право добровольно и сознательно решать для себя, на каком уровне ему усваивать материал.

Такой подход позволяет формировать у школьников познавательную потребность, навыки самооценки, планирования и регулирования своей деятельности.

- содержание контроля и оценка должны отражать принятый уровневый подход.

Контроль должен предусматривать проверку достижения всеми учащимися обязательных результатов обучения, а так же дополняться проверкой усвоения материала на более высоких уровнях.

Таким образом, мы выяснили, что оба вида дифференциации могут сосуществовать одновременно и взаимно дополнять друг друга. Профильную дифференциацию рекомендуют вводить в более старших классах, а для применения уровневой не накладывают таких ограничений. Для изучения математики в своей работе мы будем применять уровневую дифференциацию.

1.3. Критерии деления на типологические группы

Уровневая дифференциация может осуществляться в разной форме (её выбор во многом зависит от методов и приёмов работы учителя, особенностей класса, возраста учащихся и т.д.). В качестве одной из основных предлагается формирование мобильных групп, деление на которые происходит на основе критерия достижения уровня обязательной подготовки.

Группы могут формироваться для работы и на обычных уроках, и на дополнительных занятиях. Отметим, что в процессе самостоятельной деятельности учащихся не стоит ограничиваться лишь дифференцированным подходом, следует варьировать индивидуальную и фронтальную формы работы в зависимости от этапа изучения темы, от потребности учащихся в помощи учителя.

Деление учащихся на группы в зависимости от достижения ими уровня обязательной подготовки носит объективный характер и при правильной организации не даёт ученикам поводов для обид. Важно, что дети могут оценить собственные силы и выбрать для себя уровень целей, соответствующий их потребностям и возможностям в данный момент, а со временем перейти на более высокий уровень.

В основу работы мы закладываем изучение способностей личности. В структуру математических способностей входят более десяти групп компонентов[21].

В.В. Куприянович в качестве показателей для деления учащихся на группы берёт «быстроту усвоения» (Таблица 3).

Таблица 3.

Уровень	Быстрота усвоения	Активность мышления
3:учащиеся, имеющие хорошие математические способности	1. Дословное повторение текста 2. Частичное повторение	1.Плодотворная работа на протяжении всего урока

	3. Воспроизведение 50% текста 4. Самостоятельное воспроизведение ранее изученного текста	2.Работа со «вспышками»
2: учащиеся, имеющие средние математические способности	4.Самостоятельное воспроизведение ранее изученного текста 5.Воспроизведение материала с помощью воспроизведения текста учителя 6.Воспроизведение с ошибками, но основная нить вопроса выдерживается.	2.Работа со «вспышками» 3.Неполная работоспособность
1:учащиеся, имеющие низкие математические способности	7. Замедленное, невнятное 8. Умственная отсталость (затухание развития)	4. Быстрая утомляемость 5. Игнорирование заданий

Существует много типологий особенностей деления учащихся на группы, разработанных различными учёными. Например, Ю.К. Бабанский определяет следующие критерии для определения учебных возможностей учащихся и последующего разделения на группы:

- уровень развития психических процессов и свойств в мышлении и в первую очередь умение выделять существенное в изучаемом, а также самостоятельность мышления школьников;

- сформированность навыков и умений учебного труда и, прежде всего, умение рационально планировать учебную деятельность, осуществлять самоконтроль в учении и выполнять в должном темпе основные учебные действия;

- отношение к изучению, ведущие интересы и склонности;

- идейно-нравственная воспитанность, осознание необходимости учебной дисциплины, настойчивость при выполнении учебных требований;

- работоспособность;

- образовательная подготовленность по ранее пройденному материалу.

Другой учёный Е.С.Рабунский – к особенностям учащихся, которые в первую очередь следует учитывать, относит:

- уровень успеваемости учащихся, который, прежде всего, соответствует качеству выполнения ими учебных заданий. Учитель с помощью школьной отметки устанавливает уровень знаний и навыков учащихся согласно требованиям учебной программы, а также относительный уровень умений – в соответствии с известными учителю алгоритмами усвоения и применения знаний;

- уровень познавательной самостоятельности. Познавательная самостоятельность в широком смысле слова – это готовность школьника к самообразованию, это результат всей учебно-воспитательной работы в школе. В структуру познавательной самостоятельности входят знания, навыки, способности, мотивы учения;

- интересы, которые по принципу действенности можно условно подразделить на три уровня;

1. Нулевой уровень характеризуется отсутствием интереса к предмету, такие учащиеся учатся, как правило, по принуждению;

2. Потенциальный интерес характеризуется обычно положительным отношением к учению, любознательностью, желанием и отдельными попытками преодолеть трудности в учебной деятельности;

3. Действенный интерес характеризуется осознанной устойчивой познавательной направленностью ученика, основанной на глубокой потребности самостоятельно добывать знания, овладевать навыками, умениями.

И.Э. Унт [38] выделяет следующие особенности:

- обучаемость, т.е. общие умственные способности (в том числе креативность), а также специальные способности;

- учебные умения;

- обученность, которая состоит как из программных, так и внепрограммных знаний, умений и навыков;

- познавательные интересы (на фоне общей учебной мотивации).

В трудах О.Б. Епишевой [13] особенностями деления на типологические группы является уровень усвоения, т.е. способность учащегося выполнять целенаправленные действия по решению определённого класса задач, связанных с использованием объекта изучения. В.П. Беспалько различает четыре таких уровня: 1 – уровень знакомства; 2 – уровень «репродукции»; 3 – уровень умений; 4 – уровень трансформации. Иногда, по этому же основанию, выделяют три уровня учебно-познавательной деятельности учащихся: 1 уровень – репродуктивной деятельности (заученные готовые знания могут быть использованы учеником в случае надобности); 2 уровень – поисковой деятельности (знания получаются учеником в ходе проб и ошибок и свободно используются); 3 уровень- творческой деятельности (используются оригинальные пути достижения новых знаний методов познания).

Т.И. Шамова при определении уровней знаний и способов деятельности использует дополнительно понятие «готовность» - система условий (физиологического, психологического, учебного, социального характера) успешного выполнения любой деятельности. Тогда 1 уровень – готовность к воспроизведению осознанно воспринятого и зафиксированного в памяти знания; 2 уровень – готовность применять знания по образцу и в знакомой ситуации; 3 уровень – готовность на основе обобщения и систематизации к переносу знаний и способов деятельности в ситуации их применения; 4 уровень - готовность к творческой деятельности.

Психолого-педагогические исследования и опыт разработки и применения педагогических технологий показывают, что и оценивать знания и умения учащихся целесообразно на тех же уровнях, а именно: 1 уровень – понял, запомнил, воспроизвёл; 2 уровень – овладел знаниями на первом уровне, применил их по образцу и в изменённых условиях, где можно узнать образец; 3 уровень – овладел знаниями на втором уровне и научился переносить их в незнакомую ситуацию без предъявления способов деятельности; 4 уровень – творческая деятельность – может не достигаться никем из учащихся, это уровень одарённых детей.

Уровни усвоения знаний и способов деятельности соотносятся с процессами полного цикла учебно-познавательной деятельности: 1 уровень (ступень) реализуется во время восприятия, первичного обобщения, осмысления; 2 уровень (ступень) – во время осмысления, вторичного обобщения, запоминания и применения в стандартных ситуациях; 3 уровень (ступень) – во время итогового обобщения и систематизации изученного, его применения в нестандартных ситуациях.

О.Б. Епишевой выявлены и обоснованы три уровня сформированности приёмов учебной деятельности (Таблица 4).

Таблица 4.

Уровни сформированности приёмов учебной деятельности

1 уровень	2 уровень	3 уровень
Незнание или слабое Осознание приёма, неумение сформулировать его	Осознание приёма, умение сформулировать его с помощью извне	Осознание приёма, сохранение его в памяти, умение сформулировать
Выбор нужного приёма и применение его по образцу только с помощью извне	Выбор нужного приёма с небольшой помощью извне и самостоятельное применение по образцу	Самостоятельный выбор нужного приёма, применение по образцу с вариациями
Непонимание связей между приёмами	Осознание легко различимых связей между	Осознание разных связей между приёмами

	приёмами	
Узнавание ситуаций применения приёмов с помощью извне и в зависимости от ситуации	Самостоятельное узнавание наиболее типичных ситуаций применение приёмов	Самостоятельное использование приёмов в различных ситуациях
Неумение самостоятельно обобщать приёмы решения учебных задач	Умение обобщить и сформулировать приём решения несложной учебной задачи с помощью извне	Обобщение и самостоятельное нахождение приёмов решения учебных задач
Неумение осуществлять перестройку и перенос приёма	Осуществление перестройки и переноса приёма с помощью извне и в несложных ситуациях	Самостоятельная перестройка и перенос приёма в различные ситуации
Отсутствие умения и навыка самостоятельного применения приёма	Самостоятельное использование приёма на уровне умения	Самостоятельное использование приёма на уровне навыка
Низкий темп учебной деятельности, её исполнительский характер, отсутствие интереса к ней	Средний темп учебной деятельности, неустойчивый и ситуативный интерес к ней	Высокий темп учебной деятельности, устойчивый интерес к ней

В этом делении учащихся по уровням учебной деятельности можно выделить ещё и нулевой уровень, когда учащиеся не умеют учиться и не усваивают материал никаким другим способом. Учащиеся первого уровня тоже не умеют учиться, но по ходу изучения материала и решения задач стихийно запоминают отдельные (как правило, частные) приёмы учебной деятельности, которые остаются для них недостаточно осознанными и необобщёнными, а потому ограниченными в применении. Усвоение и запоминание материала у них формальное, часто достигается зубрёжкой. Учащиеся второго уровня обращают внимание на способы решения учебных задач в конкретных ситуациях, стараются их понять, запомнить и использовать в готовом виде, но не обобщают приёма решения. Учащиеся третьего уровня стараются научиться учиться осознанно и рационально, достигают умения переносить усвоенные обобщённые приёмы в новые ситуации. Учащиеся выше третьего уровня не только самостоятельно применяют усвоенные приёмы деятельности (часто в свёрнутом виде), но и умеют самостоятельно обобщить их, составить новые приёмы решения незнакомых и не стандартных задач.

Сопоставив мнения различных исследователей, о том, какие особенности учащихся нужно учитывать в первую очередь при осуществлении дифференцированного подхода, можно сделать вывод, что очень важным для успешной организации обучения является уровень умственного развития учащегося и «быстрота усвоения».

Таким образом, в исследованиях О.Б. Епишевой собраны воедино основания для деления на типологические группы разных учёных- педагогов. Из работ Куприяновича берёт «быстроту усвоения», учебные возможности из разработок Бабанского, обученность и обучаемость в исследованиях Унт. Следовательно, объединив выше сказанное, в своей работе будем использовать критерии деления на типологические группы, выделенные О.Б. Епишевой. На основании государственного образовательного стандарта учитель должен формировать у учащихся приёмы учебной деятельности, поэтому данное разделение на группы соответствует современным требованиям.

Распределение учащихся по типологическим группам происходит путём наблюдений, по результатам которых заполняется следующая диагностическая таблица.

Таблица 5.

Диагностическая таблица распределения учащихся по уровням усвоения

Уровень 3 (учащиеся с хорошими математическими способностями)	Уровнень 2 (учащиеся со средними математическими способностями)	Уровень 1 (учащиеся со слабыми математическими способностями)
1. 2. 3. …	1. 2. 3. …	1. 2. 3. …

Так же в дополнение к наблюдениям можно включить разного рода анкеты. Например, такую.

Анкета.

1. Класс.

2. Фамилия, имя.

3. Где и кем работают родители?

4. Отношение родителей к математике. (Нужное подчеркнуть.)

Имеют математическое образование; применяют математику в своей работе; увлечены математикой; не любят математику; не интересуются математикой.

5. Есть ли в домашней библиотеке математические книги (не учебники)?

6. Кто больше всего помогает тебе готовить уроки по математике?

7. Сколько времени занимает подготовка к уроку математики?

8. Почему ты учишь математику?

9. Хочешь ли ты знать больше, чем даётся на уроке?

10. Как даётся тебе математика? (Нужное подчеркнуть)

Легко; много надо заучивать; трудно.

11. Твоё отношение к математике? (нужное подчеркнуть)

Люблю; учу, чтобы получить хорошую оценку; чтобы не ругали дома; скучно на уроках; не хочу её учить.

12. Какими знаниями по математике ты владел до прихода в школу? (Нужное подчеркнуть)

Счёт до 10 и обратно; сложение в пределах десятка, решение простых задач.

13. Какого вида задания по математике тебе нравятся больше? (Нужное подчеркнуть)

Задачи; примеры; задачи и примеры.

14. Мечтаешь ли ты связать свою жизнь с математикой? (Нужное подчеркнуть)

Хочу стать математиком; хочу поступить в ВУЗ, куда надо сдавать математику; хочу знать как можно больше о разном.

По результатам формирования групп необходимо проинформировать учащихся о принадлежности к соответствующей группе и объяснить, что со временем можно перейти из одной группы в другую в соответствии с результатами обучения и собственным желанием [48].

Таким образом, из выше приведённой теории дифференцированного обучения можно сделать следующие выводы:

сама структура коллектива требует применение дифференциации в процессе обучения;

при использовании уровневой дифференциации в обучении, ученик получает право выбора доступного для него пути обучения;

дифференцированное обучение способствует повышению учебной мотивации и развивает интерес к предмету у учащихся;

дифференцированное обучение сохраняет индивидуальность учащегося;

уровневая дифференциация даёт возможность успевающим учащимся развивать свои способности к математике;

уровневая дифференциация способствует повышению качества знаний.

Таким образом, уровневая дифференциация должна обеспечить каждому учащемуся базовую подготовку по математике. Обучение в условиях уровневой дифференциации идёт в пределах каждой типологической группы, которая формируется по определённому критерию. В нашей работе будем использовать критерии деления на типологические группы, выделенные Епишевой О.Б., так как она наиболее полно объединила труды различных учённых по этому вопросу и в соответствии целям современной системы обучения.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ УРОВНЕВОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

2.1. Дифференцированные задачи как средство реализации уровневой дифференциации

Задача, являясь одной из дидактических единиц в процессе изучения в школьном курсе математики играет значительную роль в формировании у учащихся системы знаний, в развитии их мышления. Г.А.Балл выделил три подхода к раскрытию понятия «задача».

1.Задача представляет собой определённую ситуацию, которая требует от объекта некоторого действия.

2.Задача-есть определённая ситуация действия, направленная на нахождение неизвестного посредством его существующей связи с известным.

3.Задача-есть такая ситуация, в которой от субъекта требуется отыскать действие, направленное на установление связи неизвестного с известным, но в тех условиях, когда субъект не владеет способами этого действия.

Математическая задача – это математический вопрос, ответ на который не является непосредственным и не может быть получен путем прямого применения известных схем.

Детально структура и основные компоненты математической задачи были исследованы в методике преподавания математики М.Ю.Колягиным. Он выделили в задаче следующие компоненты:

1. Начальное состояние (А) характеризует условия конкретной задачи.

2. Конечное состояние (В) характеризует частный результат решения задачи.

3. Решение задачи ® характеризует способ преобразования условия задачи для получения требуемого результата.

4. Базис решения (С) характеризует объём теоретических и практических знаний, необходимых для решения задачи.

Схема структуры задачи {ACRB}.

Решить математическую задачу – значит отыскать последовательность теоретических положений математики, применяя которые сначала к условию задачи, а потом к их следствиям, мы даём ответ на вопрос задачи. Задачи могут служить разным целям обучения: мотивации учебной деятельности, возбуждению и развитию интереса к математике, иллюстрации математических фактов, подведению к основным понятиям и методам математики, осмыслению и углублению теоретического материала, выработке необходимых умений и навыков, самостоятельному изучению нового, математическому и общему развитию учащихся, контролю и самоконтролю усвоения, приобщению к поисковой и творческой деятельности математического характера, то есть всем целям математического образования.

В качестве одного из существенных признаков задачи, проблемной ситуации психологи называют необходимость преодоления субъектом тех или иных трудностей. С этих позиций задачу характеризуют уровнем трудностей – психолого-дидактической характеристики, представляющей собой совокупность многих субъективных факторов, зависящих от особенностей личности. Сложность задачи – это объективная характеристика, зависящая не от субъекта, а от внутренней структуры задачи.

Существует множество классификаций задач. Например, А.А.Столяр выделяет «три вида учебных ситуаций, связанных с решением задач: решение стандартных задач, общий метод которых ещё не известен учащимся; решение стандартных задач, общий метод которых уже известен учащимся; решение нестандартных задач».

Деятельность по решению задач содержит следующие этапы: анализ состава задачи, поиск плана решения, осуществление найденного плана и доказательство того, что полученный результат удовлетворяет требованиям задачи, обсуждение проведённого решения. Эти этапы деятельности складываются из некоторых элементарных шагов, называемых умственными действиями или умственными операциями. Различные сочетания элементарных шагов образуют всю деятельность по решению конкретной задачи.

Существует два принципиально различных способа деятельности по решению задач: алгоритмический (в соответствии с известным решающему алгоритмом) и неалгоритмический (эвристический). При эвристическом способе решающему оказывают помощь так называемые эвристики – системы указаний, пользуясь которыми можно безошибочно выполнить то или иное действие. Эти указания составляют ориентировочную основу действий по решению задач. Процесс решения задачи есть процесс поиска её решения, который составляет эвристические действия, входящие в состав приёма решения задачи или класса задач.

Эффективность использования математических задач в качестве ведущего средства развития мышления учащихся и основного средства обучения математике непосредственно зависит от того, на сколько учащиеся владеют определённой совокупностью мыслительным умений, составляющих так называемое умение решать задачи. Эти умения можно разделить на общие, используемые для решения любых задач, и специальные (для определённых классов задач).

С позиций деятельностного подхода к обучению Епишева О.Б. разделяет школьные математические задачи на алгоритмические, полуалгоритмические и полуэвристические, и эвристические. В последнем случае необходимо не только логическое мышление, но и интуиция, изобретательность и т.п. Для обучения всех учащихся умению самостоятельно решать задачи необходимо развивать у них умение находить способ решения задачи. При переходе от алгоритмически разрешимых задач к эвристическим происходит постепенное расширение поля поиска способа их решения.

Требования к задачам:

Задачи должны выступать как средство связи теории с практикой.

Задачи должны не только заключать изучение теорем, понятий, но и предшествовать, сопутствовать ему, то есть выступать в качестве средства усвоения знаний.

Задачи должны выступать в процессе обучения способом стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности школьников.

Задачи должны выступать как способ организации и управления учебно-познавательной деятельностью учащихся.

Чтобы реализовать дифференцированный подход к учащимся на уроках математики необходимо обеспечить наличие дифференцированных задач, направленных на усвоение учебного материала различными уровнями учащихся.

Дифференцированные задачи – задачи, построенные с учётом особенностей типологической группы учащихся, то есть группы, объединенной одинаковым уровнем знаний и умений по предмету (теме, разделу, курсу) и уровнем их усвоения.

О.Б.Епишева предлагает дифференциацию учащихся по уровню формирования знаний и умений. Она делит учащихся на три уровня: первый уровень - «минимум» успеваемости, второй уровень – обязательный, третий уровень – уровень возможностей. Учащиеся разного уровня продвигаются по-разному, но и этап формирования приемов в разном темпе, с различным содержанием формируемых приёмов, с разной мерой помощи извне. Поэтому учащимся первого уровня нужно создавать условия для самостоятельного применения готовых частных приёмов в знакомой ситуации учить обобщать их;

учащиеся второго уровня могут самостоятельно применять обобщённые приёмы в стандартных условиях;

учащихся третьего уровня необходимо обучать переносу обобщённых приемов в незнакомой ситуации и нахождении новых приёмов.

2.2. Требования к отбору дифференцированных задач по математике и их оцениванию

Под комплексом упражнений и задач будем понимать совокупность математических упражнений и задач, каждый которой необходим, а все вместе они достаточны для сформированности у каждого учащегося умения решать задачи того или иного вида.

К комплексу упражнений и задач предъявляют следующие требования:

- однотипности;
- непрерывного повторения;
- наличие контрпримера;
- полноты;
- сравнения.

Раскроем эти требования.

Принцип однотипности.

Совокупность упражнений одного и того же типа называют однотипной системой упражнений. Для формирования прочных навыков в решении того или иного типа задач однотипные упражнения необходимы. В то же время они приводят к механическому, неосознанному решению, к ошибкам. Из-за этого диалектического противоречия наблюдаются противоположные методические подходы относительно реализации принципа однотипности упражнений. Чтобы обеспечить на уроках устойчивое внимание всех учащихся и сформировать у них прочные умения и навыки, необходимо непременно сохранить однотипность комплекса упражнений, а для нейтрализации её отрицательных последствий одновременно использовать другие принципы.

Принцип непрерывного повторения.

В однотипный комплекс упражнений по новой теме с первого момента её изучения нужно включать задачи из предыдущих разделов. Цель включения – устранение отрицательного влияния однотипности системы упражнений и осуществление систематического, непрерывного повторения изученного материала.

В таком комплексе упражнений упражнения одного типа группируются подряд по два-три, изредка – по четыре.

При реализации принципа непрерывного повторения нужно учитывать следующие условия:

последовательность упражнений в комплексе определяется не столько автором задачника, сколько учителем;

большинство задач в комплексе должно быть по новой теме;

из пройденных тем желательно подбирать такие упражнения, которые по отдельным внешним признакам сходны с упражнениями новой темы.

Принцип наличия контрпримера.

Контрпримером, исходя из дидактических соображений, называют любую задачу, которая помогает выявить, а значит, и устранить имеющиеся у учащихся ошибочные ассоциации. Отношение одной и той же задачи к контрпримеру или нет является относительным. В роли контрпримеров могут выступать задачи с неполными или противоречивыми условиями и любые другие упражнения, провоцирующие учащихся на ошибку. На основе контрпримеров можно создавать на уроках игровые ситуации: учитель именно провоцирует, а учащиеся догадываются, что это своего рода игра. Задание-контрпример необходимо в большей степени включать для учащихся 1 уровня для исключения в дальнейшем ошибок.

При включении контрпримера в комплекс упражнений и задач нужно учитывать, что:

контрпримеры решаются в классе под наблюдением учителя;

ошибки сразу анализируются;

нежелательно включать контрпримеры в домашнее задание;

контрпримеры используются не сами по себе – они лишь изредка включаются в систему упражнений.

Принцип полноты.

Комплекс упражнений и задач называется полным, если совокупность его задач и способы их решения не способствуют формированию ошибочных ассоциаций и позволяют учащимся глубоко усваивать все необходимые вопросы изучаемой темы. Часто принцип полноты нарушается из-за медленного темпа работы на уроке или при сокращении числа часов.

Основой для реализации принципа полноты в комплексе упражнений и задач является их типизация (классификация).

Принцип сравнения.

Под принципом сравнения понимают чередование упражнений на прямые и обратные операции и любых других задач, когда желательно показать их взаимосвязь, сходство и различия.

Принцип сравнения удобно использовать приодновременном изучении некоторых тем: сложение и вычитание дробей, умножение и деление чисел с разными знаками, решение задач на нахождение дроби от числа и числа по величине его дроби и т. д. Однако принцип сравнения не является всеобщим: существуют темы, для которых применение принципа сравнения не целесообразно.

Все перечисленные принципы построения системы упражнений и задач помогают усиливать глубину понимания изучаемого материала и воспитывать учащихся как интеллектуально развивающихся личностей.

Рассмотрим методику диагностики обученности учащихся при осуществлении уровневой дифференциации на уроках математики. В качестве количественного показателя уровня обученности выберем коэффициент усвоения $К_{а,}$ предложенный В.П. Беспалько.

Выделим четыре последовательных уровня усвоения (а) как способность учащихся решать различные задачи по данной теме:

1 уровень – уровень узнавания. Это алгоритмическая деятельность при внешне заданном алгоритмическом описании («с подсказкой»). В сформулированной задаче заданы цель, начальные условия (ситуация) и алгоритм

(действие) её решения. От ученика требуется дать заключение о соответствии этих трёх компонентов в структуре задачи.

2 уровень (a_2) – уровень алгоритмической деятельности. Это решение типовых задач, в которых заданы цель и начальные условия, от учащегося требуется применить ранее усвоенные действия по её решению.

3 уровень(a_3) – уровень эвристической деятельности. Заданы цель, но начальные условия определены не полностью, требуется их дополнить или уточнить, а затем применить усвоенные ранее действия для решения данной нетипичной задачи.

4 уровень (a_4) – уровень творческой деятельности. В задаче известна лишь цель деятельности, требуется определить начальные условия и действия, ведущие к достижению цели.

Следует отметить, что в нашем исследовании используется только три уровня обученности (1 – минимальный, 2 – обязательный, 3 – уровень возможностей). В связи с этим мы соотнесли официальные уровни обученности с уровнями, рассмотренными В.П. Беспалько, и определили, что нам для диагностики в исследовании важны только три уровня 1, 2, 3 (узнавания, алгоритмической деятельности, эвристической деятельности).

Ученикам предлагаются диагностические задания, включаюие в себя задания 1 уровня усвоения, 2 уровня усвоения и 3 уровня усвоения.

С целью отслеживания полученных результатов диагностики за основу была принята шкала 5-бальной оценки знаний обучающихся, предложенная В.П. Беспалько.

Уровень усвоения	1 уровень (a_1) – уровень узнавания			2 уровень (a_2) – уровень алгоритмической деятельности			3 уровень (a_3) – уровень эвристической деятельности		
Коэффициент усвоения K_a	до т 0,7	от 0,7 до0,8	Выше 0,8	до 0,7	от 0,7 до0,8	Выше 0,8	до 0,7	от 0,7 до0,8	Выше 0,8
Условные обозначе-	1	2		3	4		5	6	7

ния уровня обученности									
Отметка по 5-бальной шкале	3	4	Конт-роль по 2	4	5	Конт-роль по 3	5	5	5 5

Коэффициент усвоения $К_а$ В.П. Беспалько определяет по следующей формуле $К_а=а/р$, где р – число существенных операций, ведущих к решению задачи (определяется по эталону), а – число правильно выполненных учащимися операций.

Для слежения за продвижением ученика по уровням, за его результатами в изучении темы перед введением нового материала определяется начальный уровень обученности, а затем для контроля изменения уровня обученности учащегося диагностика в конце темы.

2.3. Комплекс дифференцированных задач по теме «Подобие треугольников»

Первый уровень

1. Подобны ли треугольники, если стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника?

Ответ: подобны.

2. Найти коэффициент подобия ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$ если $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}=\frac{2}{3}$

Решение: $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}=k^2 \Rightarrow k=\sqrt{\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$

Ответ: $k=\sqrt{\frac{2}{3}}$

3. Исходя из того, что $\frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}}=k$, определить P_{ABC}, если $P_{A_1B_1C_1}=8$, $k=\frac{1}{2}$

Решение: $P_{ABC}=k\cdot P_{A_1B_1C_1}=\frac{1}{2}\cdot 8=4$

Ответ: $P_{ABC}=4$

4.Найти отношение отрезков AB и CD, если их длины равны соответственно равны соответственно 15 см и 20 см. Изменится ли это отношение, если длины отрезков выразить в миллиметрах?

Решение: $\frac{AB}{CD}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$ 15 см = 150 мм, 20 см = 200 мм; $\frac{AB}{CD}=\frac{150}{200}=\frac{3}{4}$

Ответ: $\frac{AB}{CD}=\frac{3}{4}$ отношение не изменится.

5. Пропорциональны ли изображенные на рисунке отрезки: а) AC, CD и M_1M_2, MM_1, б) AB, BC, CD и MM_1, M_1M_2.

а) Решение: $\begin{matrix}\frac{AC}{CD}=\frac{12}{6}=\frac{2}{1}\\ \frac{M_1M_2}{MM_1}=\frac{2}{1}\end{matrix} \Rightarrow \frac{AC}{CD}=\frac{M_1M_2}{MM_1} \Rightarrow$ пропорциональны

Ответ: пропорциональны.

Б) Решение: $\frac{AB}{CD}=\frac{9}{3}=\frac{3}{1}$, $\frac{BC}{CD}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $\frac{AB}{CD}=\frac{9}{2}$, $\frac{MM_2}{MM_1}=\frac{3}{1}$, $\frac{MM_2}{M_1M_2}=\frac{3}{2}$, $\frac{MM_1}{M_1M_2}=\frac{1}{2}$

Ответ: непропорциональны.

6.Подобны ли равнобедренные треугольники, если они имеют: по равному тупому углы. Ответ обоснуйте.

Решение: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ по первому признаку подобия треугольников, т. к $\angle A=\angle A_1$, $\angle C=\angle C_1$

Ответ: подобны.

7. Два треугольника подобны. Два угла одного треугольника равны 120^0 и 50^0. Чему равен меньший угол второго треугольника?

Решение: $x=180^0-\left(120^0+50^0\right)=10^0$

Ответ:10^0

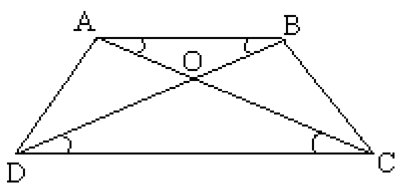
8. Подобны ли треугольники? Если да, то составить пропорцию?

Решение: треугольники подобны по первому признаку, пропорциональность сторон запишется в следующем виде: $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$, $\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$

Ответ: треугольники подобны, $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$, $\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$.

9. Диагонали трапеции ABCD с основаниями AB и CD пересекаются в точке O. Найдите AB, если $OB=4$ см, $OD=10$ см, $DC=25$ см.

Решение: $\Delta AOB \sim \Delta DOC$ (по второму признаку, $\angle BDC=\angle ABC$, $\angle BAC=\angle ACD$, как накрест лежащие при параллельных прямых $AB\|DC$)



$\Rightarrow \frac{AB}{CD}=\frac{OB}{OD}\Rightarrow AB=\frac{25\cdot 4}{10}=10$ см.

Ответ: $AB=10$ см.

10. По данным рисунка найти x и y.

$\Delta ABC \sim \Delta DEC$,как прямоугольные,

$\frac{AC}{DE} = \frac{CB}{EB} \Rightarrow \frac{y}{6} = \frac{28}{8} \Rightarrow 8 \cdot y = 28 \cdot 6 \Rightarrow y = 21$

Ответ: y = 21.

Задачи второго уровня

1. Биссектриса AD треугольника ABC делит сторону BC на отрезки CD и BD, равные соответственно 4,5 см и 13,5 см. Найти AB и AC, если периметр треугольника ABC равен 42 см.

Дано: ΔABC , AD – биссектриса, DC = 4,5 см, BD = 13,5 см, $P_{ABC} = 42$ см.

Найти: AB, AC.

Решение:

Пусть AB = x. Тогда AC = 42 – 18 – x = 24 – x

$\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{13,5}{x} = \frac{4,5}{24 - x} \Rightarrow 324 - 13,5x = 4,5x$

$-18x = -324$

$x = 18$, AB = 18 см, AC = 24 – 18 = 6 см.

Ответ: AB = 18 см, AC = 6 см.

2. Площади двух подобных треугольников равны 75 $м^2$ и 300 $м^2$. Одна из сторон второго треугольника равна 9 $м^2$. Найти сходственную ей сторону первого треугольника.

Дано: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, $S_{ABC} = 75$ $м^2$, $S_{A_1B_1C_1} = 300$ $м^2$, $A_1B_1 = 9$ м.

Найти: AB.

Решение:

$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2 \Rightarrow \frac{75}{300} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} = k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$ так как $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, то

$\frac{AB}{A_1B_1} = k \Rightarrow \frac{AB}{9} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ 2AB = 9 $\Rightarrow$ AB = 4,5 м.

Ответ: AB = 4,5 м.

3. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны, и их сходственные стороны относятся как 6:5. Площадь треугольника ABC больше площади треугольника $A_1B_1C_1$ на 77 $см^2$. Найти площади треугольников.

Дано: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{6}{5}$, $S_{ABC} > S_{A\ B_1C_1} + 77$ см^2

Найти: S_{ABC}, $S_{A_1B_1C_1}$

Решение: $\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2 \Rightarrow k = \frac{AB}{A_1B} = \frac{6}{5}$

$S_{ABC} = S_{A_1B_1C_1} + 77$

$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = \frac{36}{25} \Rightarrow 25 \cdot S_{A_1B_1C_1} + 1925 = 36 \cdot S_{A_1B_1C_1} \Rightarrow -11 \cdot S_{A_1B_1C_1} = -1925 \Rightarrow S_{A_1B_1C_1} = 175$ см

^{2} $S_{ABC} = 252$ см^2

Ответ: $S_{ABC} = 252$ см^2, $S_{A_1B_1C_1} = 175$ см^2.

4.На одной из стон данного угла A отложены отрезки AB = 5 см и AC = 16 см. На другой стороне этого же угла отложены отрезки AD = 8 см и AF = 10 см. Подобны ли треугольники ACD и AFB? Ответ обоснуйте.

Дано: $\angle A$, AB = 5 см, AC = 16 см, AD = 8 см. AF = 10 см.

Доказать: $\Delta ACD \sim \Delta AFB$

Доказательство:

Рассмотрим пропорциональность сторон этих треугольников. $\frac{AB}{AD} = \frac{5}{8}$,

$\frac{AF}{AC} = \frac{16}{10} = \frac{5}{8}$, $\frac{AB}{AD} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \Delta ACD \sim \Delta AFB$

Что и требовалось доказать.

5.Точки M, N, P лежат соответственно на сторонах AB, BC и AC треугольника ABC, причем $MN \| AC$, $NP \| AB$. Найти стороны четырехугольника AMNP, если AM = AP, AB = a, AC = b.

Дано: ΔABC: $M \in AB, N \in BC, P \in CA, MN \| AC, NP \| AB$, $AM = AP$, AB=a, AC = b.

Найти: AM

Решение:

Так как $MN \| AC$, $NP \| AB$, MA = AP, то AMNP – ромб. $\Delta BMN \sim \Delta PNC$ (по первому признаку подобия треугольников: $\angle C = \angle MNB$ как соответственные при параллельных прямых MN и AC, $\angle P = \angle M$ как соответственные при параллельных прямых AB и PN)

$\frac{BM}{PN} = \frac{MN}{PC}$ MB = a – AM, PC = b – AM, $\frac{a-AM}{AM} = \frac{AM}{b-AM}$ $AM^2 = (a-AM)(b-AM)$ $AM^2 = a\cdot b - a\cdot AM - AM\cdot b + AM^2$ $AM = \frac{a\cdot b}{a+b}$

Ответ: $AM = \frac{a\cdot b}{a+b}$.

6. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. Сходственные стороны BC и B_1C_1 соответственно равны 1, 4 см и 56 см.Найти отношение периметров треугольников ABC и $A_1B_1C_1$

Дано: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ $AB = 1.4 см,$ $A_1B_1 = 56 см$

Найти: $\frac{P_{ABC}}{P_{a_1b_1c_1}}$

Решение:

$\frac{P_{ABC}}{P_{a_1b_1c_1}} = \kappa$ $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{1.4}{56} = \frac{1}{40}$ $\frac{P_{ABC}}{P_{a_1b_1c_1}} = \frac{1}{40}$

Ответ: $\frac{P_{ABC}}{P_{a_1b_1c_1}} = \frac{1}{40}$

7. Основания трапеции равны 5 см и 8 см. Боковые стороны равны 3,6 см и 3,9 см, продолжены до пересечения в точке M. Найти расстояние от точки M до концов меньшего основания.

Дано: ABCD –трапеция, AB = 3, 9 см, CD = 3,6 см, BC = 5 см, AD = 8 см.

Найти: BM и MC

Решение:

Пусть AM = x, тогда BM = x – 3,9. $\Delta BMC \sim \Delta AMD$ (по первому признаку, $\angle B = \angle A$, $\angle C = \angle D$ как соответственные). $\frac{BM}{AM} = \frac{BC}{AD}$ $\frac{x-3{,}9}{x} = \frac{5}{8}$ $8 \cdot x - 3{,}12 = 5 \cdot x$

$3 \cdot x = 31{,}2 \Rightarrow x = 10{,}4$

Пусть MD = x, тогда MC = x – 3,6.

$\frac{MC}{MD} = \frac{BM}{AM} \Rightarrow \frac{x-3{,}6}{x} = \frac{6{,}5}{10{,}4} \Rightarrow 10{,}4 \cdot x - 37{,}44 = 6{,}5 \cdot x \Rightarrow 3{,}9 \cdot x = 37{,}44 \Rightarrow x = 9{,}6$ MC = 9,6 – 3,6 = 6 см.

Ответ: BM = 6,5 см, MC = 6 см.

8. Доказать, что два равносторонних треугольника подобны.

Дано: $\Delta ABC, \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:

$\angle A = \angle A_1 = 60^0 = \angle B = \angle B_1 = \angle C = \angle C_1 \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по 1-му признаку).

Что и требовалось доказать.

9. Диагональ AC параллелограмма ABCD равна 18см. Середина M стороны AB соединена с вершиной D. Найти отрезки, на которые делится диагональ AC отрезком DM.

Дано: ABCD – параллелограмм, AC=18см, AM=MB

Найти: AK, KC

Решение: $\Delta AMK \sim \Delta KCD$ (по первому признаку $\angle AKM = \angle DKC$, $\angle MAK = \angle ACD$, каксоответственные)

Пусть $AK = x$, $KC = 18 - x$, $AM = \frac{1}{2}CD$ $\frac{AM}{CD} = \frac{AK}{KC}$ $\frac{\frac{1}{2}CD}{CD} = \frac{x}{18-x}$ $\frac{1}{2} = \frac{x}{18-x}$

$18 - x = 2x$ $3x = 18$ $x = 6$ AK=6см; KC=18-6=12см.

Ответ: AK = 6см, KC = 12см.

10. Высота прямоугольного треугольника проведенного из вершины прямого угла, делит гипотенузу на отрезки, один из которых на 11см больше другого. Найти гипотенузу, если катеты прямоугольника относятся как 6:5.

Дано: ΔABC **-** прямоугольный, CK – высота.

AK=11+KB, $\frac{AC}{BC}=\frac{6}{5}$

Найти: AB

Решение:

Пусть $KB = x$, тогда $AK = 11 + x$ $CK = \sqrt{AK \cdot KB} = \sqrt{(11+x)x} = \sqrt{11x + x^2}$

$\Delta CKB \sim \Delta ABC$ ($\angle B$-общий, $\angle K = \angle C = 90^0$ по первому признаку)/

$\frac{KB}{CB} = \frac{CK}{AC}$ $CK = \frac{KB \cdot AC}{CB} = \frac{x \cdot 6}{5} \Rightarrow \frac{36 \cdot x^2}{25} = 11 \cdot x + x^2 \Rightarrow 36 \cdot x^2 - 25 \cdot x^2 - 275 \cdot x = 0 \Rightarrow$
$11 \cdot x^2 - 275 \cdot x = 0 \Rightarrow x \cdot (11 \cdot x - 275) = 0$

$x_1 = 0$ или $11 \cdot x - 275 = 0$

$x = \frac{275}{11} = 25$

KB = 25 (см)

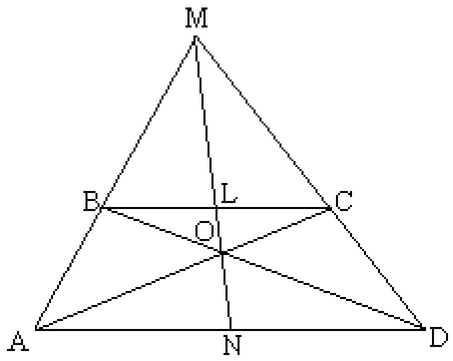
AK = 25 + 11 = 36

AB = AK +KB = 36 +25 = 61 (см)

Ответ: AB = 61 (см)

Задачи третьего уровня

1. Доказать, что прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей трапеции и точку пересечения продолжений боковых сторон, делит основание на равные части.



Дано: ABCD – трапеция

Доказать: AN = ND

Доказательство:

Пусть AN = a, ND = b, BL = c, LC = d, NO = n.

$\Delta AON \sim \Delta OLC$ (по первому признаку, $\angle A = \angle C$, $\angle AON = \angle LOC$)

$$\frac{AN}{LC} = \frac{NO}{OL} \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{m}{n} \quad (1)$$

$\Delta NOD \sim \Delta BOL$ (по первому признаку)

$$\frac{ND}{BL} = \frac{NO}{LO} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{m}{n} \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что $\frac{a}{d} = \frac{b}{c} \Rightarrow a \cdot c = b \cdot d$ (3)

$\Delta AMN \sim \Delta BML$ (по первому признаку)

$$\frac{AN}{BL} = \frac{MN}{ML} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{MN}{ML} \quad (4)$$

$\Delta NMD \sim \Delta MLC$ (по первому признаку)

$$\frac{ND}{LC} = \frac{MN}{ML} \Rightarrow \frac{b}{d} = \frac{MN}{ML} \quad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$ (6)

Складывая равенства (3) и (6) получаем, что

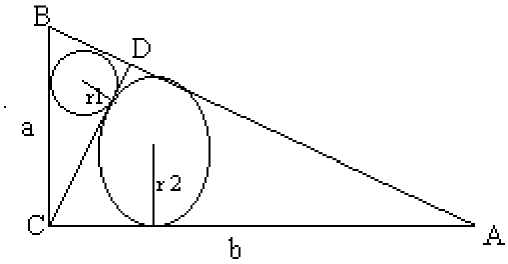
$$\begin{cases} a \cdot d = b \cdot c \\ a \cdot c = b \cdot d \end{cases} \Rightarrow a \cdot (d + c) = b \cdot (c + d) \Rightarrow a = b; \; a + c = c + d \Rightarrow c = d$$

AN = ND, BL = LC.

Что и требовалось доказать.

2. В треугольнике ABC проведена высота CD из вершины прямого угла. Радиусы окружностей, вписанные в треугольники CBD и CAD равны r_1 и r_2. Найти радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Дано: ΔABC **,** CD – высота, r_1 и r_2 – радиусы вписанных окружностей.



Найти: радиус окружности вписанной в треугольник ABC.

Решение:

Пусть r – радиус вписанной окружности в ΔABC .

$\Delta CBD \sim \Delta CBA$ (как прямоугольные по острому углу)

$$\frac{r_1}{r} = \frac{a}{c} \Rightarrow a = \frac{r_1}{r} \cdot c$$

$\Delta CDA \sim \Delta ABC$ (как прямоугольные по острому углу)

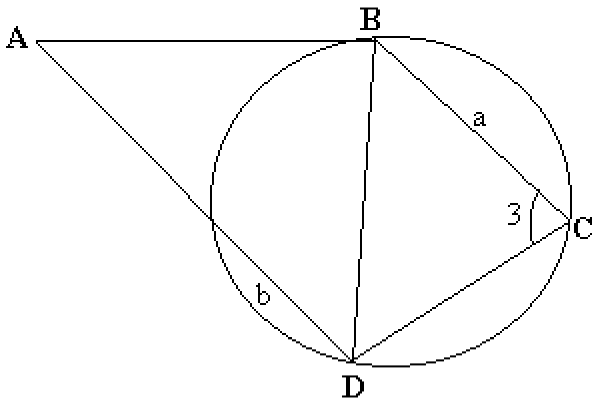
$$\frac{r_2}{r} = \frac{b}{c} \Rightarrow b = \frac{r_2}{r} \cdot c$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow \left(\frac{r_1}{r} \cdot c\right)^2 + \left(\frac{r_2}{r} \cdot c\right)^2 = c^2 \Rightarrow \frac{{r_1}^2 \cdot c^2 + {r_2}^2 \cdot c^2}{r^2} = c^2 \Rightarrow \frac{{r_1}^2 + {r_2}^2}{r^2} = 1 \Rightarrow$$

$$r^2 = {r_1}^2 + {r_2}^2 \Rightarrow r = \sqrt{{r_1}^2 + {r_2}^2}$$

Ответ: $r = \sqrt{{r_1}^2 + {r_2}^2}$

3. Окружность проходит через вершины B, C,D трапеции ABCD и касается стороны AB в точке B. Найти длину диагонали BD, если длины оснований равны a и b.



Дано: ABCD – трапеция, B, C, D, принадлежат окружности AD = a, BC=b.

Найти: BD

Решение:

$\angle 3 = \frac{1}{2} \cup BCD$ $\angle ABD = \frac{1}{2} \cup BD$ (как угол, образованный касательной и хордой BD, проведенной в точку касания)

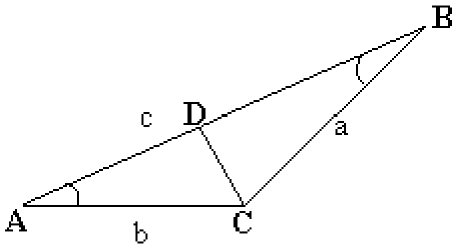
$\angle 3 = \angle ABD \;\; \angle 1 = \angle 2$

$\Delta ABD \sim \Delta BCD$

$\dfrac{BD}{BC} = \dfrac{AD}{BD} \Rightarrow BD^2 = BC \cdot AD = a \cdot b \Rightarrow BD = a \cdot b$

Ответ: $BD = a \cdot b$

4.Углы A и B треугольника ABC соответственно равны 30^0, 50^0. Доказать, что стороны треугольника связаны соотношением $a = \dfrac{c^2 - b^2}{b}$, a, b, c – стороны треугольника.



Дано: ΔABC **,** $\angle A = 30^0$**,** $\angle B = 50^0$

Доказать: $a = \dfrac{c^2 - b^2}{b}$

Доказательство:

$\Delta ADC \sim \Delta ABC$ (по первому признаку)

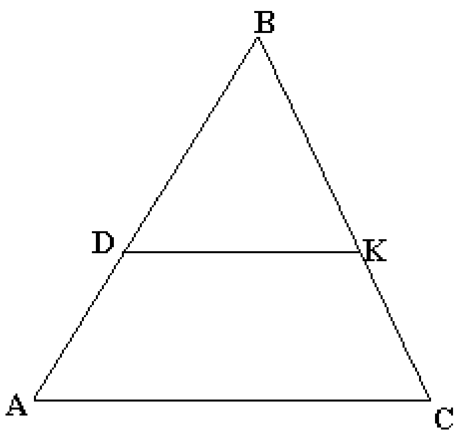
Пусть AD = x, $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AC}{AB} \Rightarrow \dfrac{x}{b} = \dfrac{b}{c} \Rightarrow x = \dfrac{b^2}{c}$

$\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AC}{CB} \Rightarrow \dfrac{x}{c - x} = \dfrac{b}{a} \Rightarrow ax = cb - bx \Rightarrow x \cdot (a + b) = c \cdot b \Rightarrow x = \dfrac{c \cdot b}{a + b}$

$\dfrac{b^2}{c} = \dfrac{c \cdot b}{a + b} \Rightarrow b^2 \cdot a + b^3 = c^2 \cdot b \Rightarrow a = \dfrac{c^2 \cdot b - b^3}{b^2} = \dfrac{b \cdot (c^2 - b^2)}{b^2} = \dfrac{c^2 - b^2}{b}$

Что и требовалось доказать.

1. В треугольнике с основанием 10 см проведен отрезок параллельный основанию так, что площадь полученной трапеции составляет $\dfrac{3}{4}$ площади данного треугольника. Найти длину этого отрезка.



Дано: ΔABC**,** AC = 10 см, $CK \| AC$,

$S_{трап} = \dfrac{3}{4} \cdot S_{ABC}$

Найти: CK

Решение:

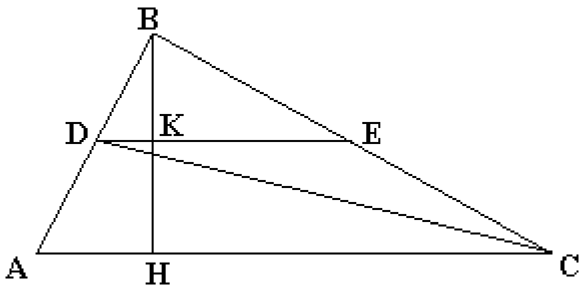
$S_{трап} = \frac{3}{4} \cdot S_{ABC}$, $S_{BBB} = \frac{1}{4} \cdot S_{ABC}$ $\frac{S_{BDK}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

$\Delta BDK \sim \Delta BAC$ (по первому признаку)

$\frac{DK}{AC} = \frac{1}{2}$CK = 5 см.

Ответ: DK = 5 см.

2. В треугольнике ABC проведена прямая DE, параллельная AC. Площадь треугольника ABC равна 8 кв. ед., а площадь треугольника DEC равна 2 кв. ед. Найти отношение отрезка DE к длине стороны AC.



Дано: ΔABC : $DE \| AC$, $S_{ABC} = 8$, $S_{DEC} = 2$

Найти: $\frac{DE}{AC}$

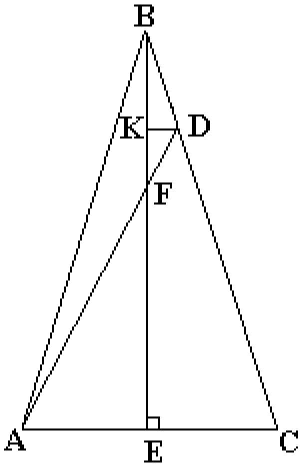
Решение:

$S_{DEC} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot HK = 2 \Rightarrow HK = \frac{4}{DE}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BH = 8 \Rightarrow BH = \frac{16}{AC}$, $\Delta ABC \sim \Delta DBE$ (по первому признаку $\angle BDE = \angle BAC$, $\angle BED = \angle BCA$) $\frac{DE}{AC} = \frac{BK}{BH}$, но BK=BH-HK, то $\frac{BK}{BH} = \frac{BH - HK}{BH} = 1 - \frac{HK}{BH} = 1 - \frac{4}{DE} : \frac{16}{AC} = 1 - \frac{AC}{4DE}$.

Пусть $\frac{DE}{AC} = x$, тогда $x = 1 - \frac{1}{4 \cdot x}$ или $4 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 1 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DE}{AC} = \frac{1}{2}$$



Ответ: $\frac{DE}{AC} = \frac{1}{2}$

7. **[**11.216, с. 26, [14]**]**В равнобедренном треугольнике ABC (AB=BC) на стороне BC взята точка D так, что BD:DC=1:4. В каком отношении прямая

AD делит высоту BE треугольника ABC, считая от вершины B?

Дано: ΔABC – равнобедренный, $D \in BC$, BD:DC=1:4

Найти: $\dfrac{BF}{FE}$

Решение:

$F = AD \cap BE$

Проведем прямую $DK \| AC$.

$\Delta BCE \sim \Delta BDK$ как прямоугольные по острому углу. $\dfrac{BK}{BE} = \dfrac{KD}{EC} = \dfrac{BD}{DC} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow BK = \dfrac{1}{5} \cdot BE$, $KD = \dfrac{1}{5} \cdot EC$

$\Delta KFD \sim \Delta AFE$ как прямоугольные по острому углу.

$\dfrac{KD}{AE} = \dfrac{KF}{FE} = \dfrac{1}{5}$

Пусть $KF = x$, тогда $FE = 5 \cdot x$

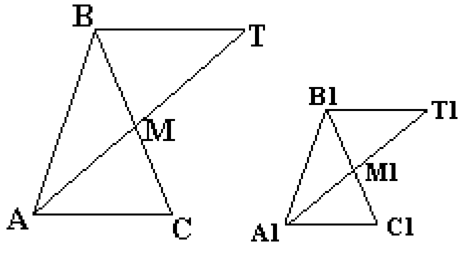
$BK + x + 5 \cdot x = BE \Rightarrow 6 \cdot x = 4 \cdot BK \Rightarrow BK = \dfrac{3 \cdot x}{2}$

$BF = BK + x = \dfrac{3 \cdot x}{2} + x = \dfrac{5 \cdot x}{2}$

$FE = 5 \cdot x$ и $\dfrac{BF}{FE} = \dfrac{5 \cdot x}{2 \cdot 5 \cdot x} = \dfrac{1}{2}$

Ответ: $\dfrac{BF}{FE} = \dfrac{1}{2}$

8.Доказать, что два равнобедренных треугольника подобны, если боковая сторона и медиана, проведенная к ней, одного треугольника пропорциональны боковой стороне и медиане, проведенной к ней, другого треугольника.



Дано: ΔABC **,** $\Delta A_1B_1C_1$ – равнобедренные, AM, A_1M_1 – медианы.

Доказать: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:

$\Delta ABM \sim \Delta A_1B_1M_1$ по третьему признаку

$$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BM}{B_1M_1}=\frac{AM}{A_1M_1}\Rightarrow \angle BAM=\angle B_1A_1M_1$$

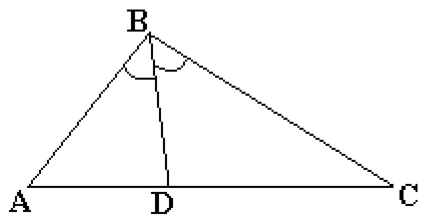
На продолжениях медиан отложим MT=AM, $M_1T_1=A_1M_1$

$\Delta ABT\sim\Delta A_1B_1T_1$ по второму признаку ($\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{AT}{A_1T_1},\angle BAM=\angle B_1A_1M_1$)

$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BM}{B_1M_1}=\frac{AM}{A_1M_1}\Rightarrow\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BT}{B_1T_1}$, но BT=AC, $B_1T_1=A_1C_1$. Учитывая равенство боковых сторон равнобедренного треугольника, получим $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}\Rightarrow\Delta ABC\sim\Delta A_1B_1C_1$

Что и требовалось доказать.

9. Угол треугольника, заключенный между сторонами 6 и 4, разделенный пополам. Один из отрезков третьей стороны оказался равным одной из данных сторон. Определить третью сторону.



Дано: ΔABC : AB=4, BC=6

Найти: AC

Решение:

$$\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DC}$$

Выясним какой из отрезков AD или DC оказался равным одной из сторон AB=4 или BC=6.

Пусть AD=AB=4 $\Rightarrow\frac{AB}{AD}=\frac{4}{4}=1\Rightarrow DC=\frac{BC}{1}=6$

AC=AD+DC=4+6=10

По теореме о неравенстве треугольников AB+BC>AC,но 6+4>10 – неверно, то есть $AD\neq AB\Rightarrow AD\neq 4$ и $BC\neq DC\Rightarrow DC\neq 6$

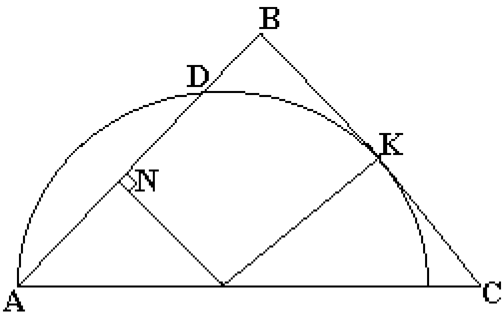
Пусть AD=DC=6 $\Rightarrow\frac{AB}{AD}=\frac{4}{6}\Rightarrow DC=\frac{BC\cdot 6}{4}=9$

AC=AD+DC=6+9=15 $\Rightarrow$AB+BC>AC,но 6+4>15 – неверно, то есть $AD\neq BC\Rightarrow AD\neq 6$

Пусть DC=AB=4 $\Rightarrow \dfrac{BC}{DC} = \dfrac{6}{4} \Rightarrow AD = \dfrac{AB \cdot 4}{6} = 2\dfrac{2}{3}$ и $AC = 4 + 2\dfrac{2}{3} = 6\dfrac{2}{3} \Rightarrow$ AB+BC>AC,но 6+4>$6\dfrac{2}{3}$ верно.

Ответ: $AC = 6\dfrac{2}{3}$

10. Один конец диаметра полуокружности совпадает с вершиной угла при основании равнобедренного треугольника, а другой принадлежит этому основанию. Найти радиус полуокружности, если она касается одной боковой стороны и делит другую на отрезки длиной 5 и 4 см, считая от основания.



Дано: ΔABC – равнобедренный, AD=5 см, DB=4 см

Найти: r

Решение:

Согласно теореме с касательной и секущей, получаем $BK^2 = AB \cdot DB = 9 \cdot 4 = 36$, откуда BK=6 см,

KC=3 см. Проведем радиус OK=r в точку касания и $ON \perp AB$. Тогда AN=ND=2,5 см.

$\Delta ANO \sim \Delta OKC$ как прямоугольные по острому углу $\angle A = \angle C$, то $\dfrac{KC}{AN} = \dfrac{OC}{AO} = \dfrac{3}{2{,}5} = \dfrac{6}{5}$

ΔOKC – прямоугольный, то по теореме Пифагора $OC = \sqrt{9 + r^2} \Rightarrow 6 \cdot r = 5 \cdot \sqrt{9 + r^2} \Rightarrow 36 \cdot r^2 = 225 + 25 \cdot r^2 \Rightarrow r = \dfrac{15}{\sqrt{11}}$ см.

Ответ: $r = \dfrac{15}{\sqrt{11}}$ **см.**

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое исследование показывает, что применение уровневой дифференциации при обучении математике, как одного из путей учёта индивидуальных особенностей учащихся, необходимо и возможно. Возможность применения уровневой дифференциации, а также её эффективность подтверждается опытом многих учителей: публикациями в журнале “Математика в школе”, “Директор школы”, “Педагогика” и т.п. Уровневая дифференциация способствует более прочному и глубокому усвоению знаний, развитию индивидуальных способностей, развитию самостоятельного творческого мышления.

Изучив и проанализировав теоретический, психолого-педагогический и методический материал, мы раскрыли понятия индивидуализации и дифференциации в процессе обучения математике. В своей дипломной работе под дифференциацией понимали организацию учебного процесса, при которой учитываются индивидуально-типологические особенности личности (способности общие и специальные, уровень развития, интересы, психофизиологические свойства нервной системы и т. д.), характеризующаяся сознанием групп учащихся, в которых содержание образования, методы обучения, организационные формы различаются (И.М. Осмоловская).

Рассмотрев дифференцированный подход в обучении математике можно сделать вывод, что использование разноуровневых заданий повышает эффективность обучения математике для каждого учащегося. Исходя из этого, мы выяснили, что учитель, подбирая задания, которые максимально эффективны при обучении может добиться более высокого качества обучения математике. Однако необходимо правильно распределить каждого ученика по типологическим группам. В нашей работе мы использовали критерии деления на типологические группы, выделенные О.Б. Епишевой, так как она наиболее полно объединила труды различных учёных по этому вопросу и в соответствии целям современной системы обучения.

Во второй главе нами были рассмотрены дифференцированные задачи как средство реализации уровневой дифференциации, требования к отбору задач и их оцениванию по В.П.Беспалько, а так же разработан комплекс разноуровневых задач по теме «Подобие треугольников».

Таким образом, следует считать, что задачи работы полностью выполнены и цель исследования достигнута.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аввакумова И.А, Потапова Г.В, Семёнова И.Н, Слепухин А.В. Реализация дифференцированного подхода при изучении школьного курса математики в системе развивающего обучения. – Учеб. – метод. пособие. Урал. Гос. Пед. У – г. Екатеринбург, 2002.-119 с.

2. Атанасян Л.С, Бутузов В.Ф. Геометрия: учеб. для 7-9 кл. сред. шк. М.: Просвещение, 1991-335с.

3. Бабанский Ю.К. Оптимизация процесса обучения: Общедидактический аспект. – М.:Педагогика, 1977.

4. Белошистая А.В. Обучение математике с учётом индивидуальных особенностей ребёнка / А.В.Белошистая // Вопросы психологии. 2001. №5.

5. Беспалько В.П. Педагогика и прогрессивнее технологии обучения. – М.:Педагогика,1995.

6. Беспалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. – М.: Педагогика, 1987 – 180 с.

7. Вопросы общей методики преподавания математики: Учеб. Пособие для студ. – заочников 3 – 4 курсов физ. – мат. факультетов пед. институтов / Л. Ф. Пичурин, В.В. Репьев, Н. Г. Федин, Н. Н. Шоластер; под ред. О. А. Павлович. – М.: «Просвещение», 1979 – 80 с.

8. Гусев В.А. Индивидуализация учебной деятельности учащихся как основа дифференцированного обучения математике в средней школе. / В. А.Гусев// Математика в школе. – 1990 - №4.

9. Дахин А.Н. К вопросу о разноуровневом обучении. /А. Н. Дахин // Математика в школе. 1993. №4. – 39 с.

10. Дорофеев Г.В. Дифференциация в обучении математике // Математика в школе. – 1990. №6 – 20 с.

11. Дорофеев Г.В., Кузнецова Л.В., Суворова С.Б., Фирсов В.В. Дифференциация в обучении математике. / Г. В. Дорофеев.//Математика в школе. – 1990. - №4. 21 с.

12. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике: Формирование приёмов учеб. деятельности: Кн. для учителя.- М.: Просвещение, 1990. – 128 с.

13. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Кн. для учителя / О.Б.Епишева. – М.: Просвещение,2003. – 223 с.

14. Злоцкий Г.В. Широкий спектр средств дифференциации.// Математика в школе. – 1991. - №5.

15. Кельбакиани В.Н. Контуры дифференциации в преподавании математики //Математика в школе – 1990 - №6.

16. Кирсанов А.А. Индивидуализация учебной деятельности школьников. – Казань: Тат. КН. изд-во, 1980 – 207 с.

17. Козлова В.Т. Индивидуальность учащегося и индивидуальный подход /М.К.Акимова. – М.: Знание, 1992. – 80 с.

18. Колягин Ю.М. и др. Методика преподавания математики в средней школе /Учеб. пособие. – М.: Просвещение, 1975. – 1 ч. – 300 с.

19. Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Федорова Н.Е. Профильная дифференциация обучения.// Математика в школе, 1990. - №4. – с. 21-27.

20. Коноплева Ю.В. Особенности уровневой дифференциации [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://festival.1september.ru/articles/210569/

21. Концепция федеральных государственных стандартов общего образования. М.: Просвещение, 2009.

22. Кравченко Т.В. Технология уровневой дифференциации в личностном ориентированном обучении математике /Т.В.Кравченко//Математика в школе. – 2007. - №1.

23. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 324 с.

24. Математика. Содержание образования: Сборник нормативно-правовых документов и методических материалов. – М.: Вента-Граф, - 2007. – 160 с.

25. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов/ Под научн. ред. Н.Л.Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005.

26. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие дя студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов /Г.И.Саранцев. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.

27. Монахов В.М., Орлов В.А., Фирсов В.В. Дифференциация обучения в средней школе //Советская педагогика. – 1990.№8.с . 42-47.

28. Новикова Л.И. Дифференцированный подход к учащимся в процессе обучения /Л.И.Новикова//Начальная школа. – 2002 - №1.

29. Осмоловская И.М. Практика дифференцированного обучения: попытка систематизации // Школа. 1996. - №6. – 45 с.

30. Осмоловская И.М. Организация дифференцированного обучения в современной общеобразовательной школе. – М.: Издательство «Институт практической психологии»; Воронеж: Издательство НПО «МОДЭК», - 1998.

31. Петрова Е.С. Дифференцированное обучение. 1 сентября – 2001, - №16 – 7-12 с.

32. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5 – 9 классы: проект – 2-е изд.: Просвещение, 2010. – 67 с.

33. Резвицкий Н.И. Философские основы теории индивидуальности. Л., 1973.

34. Ромашко И.В., Винник В.М. Технология работы в разноуровневых группах. // Математика в школе. – 1996, № 4 – с. 40-41.

35. Самоволов П. К. К проблеме дифференциации обучения. // Математика в школе. – 1991. - №4.

36. Саранцев Г.И. Методика обучения математики в средней школе: Кн. для училя. – М.: Просвещение, 2000. – 173 с.

37. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии: Учеб. пособие. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.

38. Унт И. Э. Индивидуализация и дифференциация обучения. – М.: Педагогика, 1990. – 191 с.

39. Утеева Р.А. Диффиринцированные формы учебной деятельности учащихся //Математика в школе. 1995. №5. – 32 с.

40. Утеева Р.А. Формы учебной деятельности учащихся на уроке //Математика в школе. – 1995. № 2 – с. 33-34.

44. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования РФ // Приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897 (ред. от 31.12.2015) "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования" (Зарегистрировано в Минюсте России 01.02.2011 № 19644) Документ – М.: Просвещение. - 48 с.

45. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений. – М.: Московский психолого-социальный институт: Флинта, 1998.- 224 с.

46. Черезов И.М. О дифференцированном обучении на уроках. – М.: Просвещение, 1973. – 155 с.

47. Чередов И.М. Формы учебной работы в средней школе: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1988.

48. Шахмаев Н.И. Учителю о дифференциальном обучении. – М.: АПН СССР, 1989. – 231 с.

49. Юркина С.Н. О дифференцированном обучении математике. // Математика в школе. – 1990, №3 – с. 13-14.

50. Якиманская И.С. Технология личностно0ориентированного образования.- М.: Сентябрь, 2000.