

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский государственный педагогический университет»  
Институт математики, информатики и информационных технологий.  
Кафедра теории и методике обучения математике.

**Реализация уровневой дифференциации в процессе обучения  
математике**

Выпускная квалификационная работа

Квалификационная работа  
допущена к защите  
Зав. Кафедрой:  
И.Г. Липатникова

\_\_\_\_\_

дата

\_\_\_\_\_

подпись

Исполнитель:  
Егоров Андрей Юрьевич  
Обучающийся

\_\_\_\_\_

подпись

Руководитель ОПОП:  
И.Н. Семенова

\_\_\_\_\_

подпись

Научный руководитель:  
И.А. Аввакумова  
Кандидат педагогических наук,  
доцент

\_\_\_\_\_

подпись

Екатеринбург, 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	3
<b>ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАЛИЗАЦИИ УРОВНЕВОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ</b> .....	5
1.1 Психолого-педагогические основы дифференцированного подхода в процессе обучения математике .....	5
1.2 Организация обучения математике в условиях уровневой дифференциации .....	9
1.3 Разноуровневые задачи как средство реализации дифференцированного подхода на уроках математики .....	24
<b>Выводы по главе 1</b> .....	36
<b>ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОЙ РАБОТЫ ШКОЛЬНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ</b> .....	37
2.1 Составление и использование разноуровневых заданий как средство реализации уровневой дифференциации .....	37
2.2 Комплекс разноуровневых задач, направленных на реализацию уровневой дифференциации в процессе обучения математике .....	43
<b>Выводы по главе 2</b> .....	51
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	52
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> .....	53

## ВВЕДЕНИЕ

Важным направлением нового Федерального государственного образовательного стандарта общего и среднего образования является повышение качества образования и воспитания на основе системно-деятельностного подхода в обучении. В современной образовательной системе ученик рассматривается как субъект учебно-воспитательного процесса, поэтому необходимо максимально обеспечить развитие всех учащихся с учетом их особенностей, склонностей и познавательных потребностей. Это обуславливает повышение интереса педагогов, к проблеме дифференцированного обучения, которой посвящены исследования И.М. Осмоловской, О.Б. Епишевой, В.М. Монахова и др.

Закрепляя ответственность педагога за итоги реализации основной образовательной программы общего образования, в ФГОС по формулируются новые требования к подготовке и повышению квалификации учителя. Перед учителем стоит задача: организовать учебно-воспитательный процесс, таким образом, чтобы любой учащийся был включен в учебно-познавательную деятельность, с учетом его математических способностей и интеллектуальных возможностей, и как результат получить качественную математическую подготовку учащихся обычного класса. Различные подходы к дифференциации при обучении математике, рассматривают следующие авторы: О.В.Баринова, В.А.Гусева, Г.В.Дорофеева, О.Б.Епишева, при этом основной акцент делают на разработке целей современного дифференцированного обучения, выявлению требований для реализации различных видов дифференциации, созданию требований для критериев выделения уровней и поиску средств реализации уровневой дифференциация обучения математике.

На сегодняшний день не все обучаемые усваивают программу на соответствующем уровне. Поэтому существует проблема в выборе методических приемов, технологий и средств, необходимых для

осуществления дифференциации обучающихся на уроках математики, а также обеспечивающих возможность включения каждого ребенка в познавательную учебную деятельность, формированию умений самостоятельно приобретать новые знания. Все сказанное выше обуславливает актуальность нашей работы.

**Объект исследования** – процесс обучения математике в основной школе.

**Предмет исследования** – разноуровневые задачи как средство реализации уровневой дифференциации в процессе обучения математике.

**Цель исследования** состоит в разработке комплекса разноуровневых заданий направленных на реализацию уровневой дифференциации в процессе обучения математике.

Для реализации поставленной цели, необходимо решить следующие **задачи:**

1. Проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу по проблеме исследования.
2. Раскрыть сущность понятия уровневой дифференциации и особенности ее реализации в процессе обучения математике.
3. Обосновать, что разноуровневые задачи являются одним из средств направленных на реализацию уровневой дифференциации.
4. Разработать комплекс разноуровневых заданий направленных на реализацию уровневой дифференциации.

**Эмпирическая база исследования:** МАОУ «Артинский лицей», Свердловская область, п. Арти.

# ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАЛИЗАЦИИ УРОВНЕВОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

## 1.1 Психолого-педагогические основы дифференцированного подхода в процессе обучения математике

Латинское происхождение слово дифференциация означает «различие», «разделение». Некоторые авторы считают, «дифференциация» - это разделение учащихся на группы, в которых обучение проходит по-разному. В реальности, понятие дифференциации необходимо рассматривать намного шире. При дифференцированном подходе происходит выделение типологических групп учащихся, и учебный процесс строится согласно индивидуальным особенностям школьников. Таким образом, чтобы изучение предмета было более результативным необходимо учитывать индивидуальность каждого школьника.

Потребность дифференциации возникает от существующих у учащихся отличий: в общих интеллектуальных возможностях, уровне обучаемости, трудоспособности, типе нервной системы, мышления, восприятия и т.д.

Дифференциация обучения на наш взгляд позволяет гарантировать овладение всеми обучающимися содержания образования, которое может быть различным для разных обучающихся, но с обязательным для всех выделением инвариантной части. Мы полагаем, что основной смысл дифференциации в обучении состоит в том, что, зная и учитывая индивидуальные различия в обучении учащихся, определить для каждого из них наиболее рациональный и приемлемый вид деятельности. Таким образом, процесс обучения в условиях дифференциации становится максимально приближенным к познавательным потребностям обучающихся, их индивидуальным особенностям.

Следует помнить, что дифференциация обучающихся в учебной деятельности имеет частично условный характер. Она должна быть

изменчивой и приспособляемой, позволяющей соответствовать лично ко всем учащимся. Основная ее цель – формирование приемлемых условий познавательного процесса с целью формирования способностей и склонностей учащихся, для качественного усвоения содержания образования.

Успех дифференцированного обучения (как и учебного процесса в целом) в большей степени зависит от познавательной активности учеников, от того, насколько они проявляют интерес в собственной деятельности. Ясное понимание конкретных целей при условии их решаемости и возможности выполнить предъявляемые педагогом требования активизируют познавательную деятельность учеников, причем на разных этапах.

Если цели понятны ученику, а при их достижении поощряются, то для школьника нет ничего естественнее, как пытаться их выполнить.

Дифференциация обучения предполагает разные формы работы: фронтальную, групповую, индивидуальную.

С.И.Терещенко приводит следующее определение дифференцированного подхода: дифференцированный подход – это такая основа лично направленной системы обучения, дающей возможность учитывать индивидуальные особенности школьника, при этом создавая условия для достижения и развития его предположительных способностей.

Выделим основные направления дифференциации обучения по образовательным целям:

- по степени решения задач;
- по времени обучения, времени решения задач;
- по содержанию обучения;
- по этапам школьного материала;
- по содержанию школьного материала;
- по подходам к обучению;
- по видам учебной деятельности;
- по способам применения задач;
- по оценке деятельности.

Принимая во внимание все ранее описанное, под дифференциацией мы будем понимать три основных аспекта:

1. Учет личных (типологических) данных учащихся.
2. Группирование на основе индивидуально-типологических качеств.
3. Планирование учебной деятельности в группах на различных этапах обучения с целью овладения общим программным материалом.

В технологии изучения математике на основе деятельностного подхода даются некоторые обобщенные действия учащегося, служащие показателями освоения им изучаемой темы на том или ином этапе и служащие для формулировки образовательных целей, что в общем составляет обобщенные образовательные цели.

Технология дифференцированного обучения - это создание такой системы обучения, при котором учащиеся на основании каких-либо особенностей соединяются в малые группы внутри класса - внутренняя дифференциация или в целые классы, даже школы - внешняя дифференциация. Этот аспект обеспечивает, усвоение базовых познаний всеми школьниками и одновременно предоставляя возможности всем учащимся воплотить свои склонности и способности.

Основная цель дифференцированного обучения - вовлечь в работу всех учеников, помочь «неуспевающему», развивать способности «сильных» учащихся.

Организация дифференцированной деятельности требует предварительного разделения учеников на типологические группы согласно степени обученности.

**А группа** – учащиеся с низким уровнем обучаемости. В данной группе требуется обратить особое внимание на оказание поддержки и помощи в восприятии материала, оказывать различные меры помощи, пока учащиеся группы В и С работают самостоятельно.

**В группа** – ученики со стандартным уровнем обучаемости. Для учащихся нужно создавать условия для развития и постепенного перехода в

С группу. Занимаясь работой в этой группе, необходимо уделять внимание развитию их способностей, воспитанию самостоятельности, уверенности в своих силах.

**С группа** – ученики с высоким уровнем обучаемости и высокими познавательными возможностями, умеют работать самостоятельно, для них необходимо использовать задания повышенной трудности.

Рассмотрим примерную схему занятия в технологии дифференцированного обучения, которую можно представить следующим способом.

Таким образом, мы считаем, что технология дифференцированного обучения математике представляет совокупность организационных решений, средств и методов дифференцированного обучения, объединяющую конкретную часть учебного процесса.

На наш взгляд значимость применения дифференцированных заданий заключается в том, что:

- освоение уровневый подход предоставляет возможность педагогу реализовывать диагностику и прослеживать динамику интеллектуального развития учащегося;

- принимая во внимание все особенности учащихся, дает возможность учителю составлять задачи таким образом, чтобы помогать осуществлению возможностей всех учеников в рамках лично – ориентированного обучения;

- разноуровневые задачи должны применяться по плану, только в этом случае их использование будет давать хорошие результаты.

Необходимо отметить применение уровневой дифференциации благотворно повлияет на развитие универсальных учебных действий.

Развитие регулятивных универсальных учебных действий технологии дифференцированного образования уделяет особое внимание созданию действий целеполагания, в том числе способных поставить новые учебные задачи и цели на свое месте, составлять план их осуществления, реализовать

поиск плодотворных путей и возможностей достичь цели, управлять своими действиями по конечному результату.

Развития коммуникативных универсальных учебных действий уделяет особое внимание формированию умений работать в группе и получению навыка этой работы. В итоге создаются коммуникативные УУД, для обеспечения социальной компетентности, учет мнений разных людей, навыки выслушивать и вступать в беседу.

Развитие личностных универсальных учебных действий технология дифференцированного обучения помогает развить индивидуальные возможности всех учеников, при этом помогает самому добиваться конкретных целей в учебно-познавательном труде, лично осознавать уровень освоенных знаний. В итоге даже безразличный к учебе школьник, проявит заинтересованность в своих достижениях, побуждая самого к творческому достижению познаний.

Развития познавательных универсальных учебных действий уделяет особое внимание нахождению и обработке нужной темы; мастерству обобщать знания, обдуманно и без затруднений выстраивать речевое утверждение в словесной и письменной форме, проверять и ставить оценку своей работе на своем этапе.

Подводя итог вышесказанному следует отметить, что перед учителем стоит важная цель организации процесса математике в условиях уровневой дифференциации предполагающей привлечение всех учащихся вне зависимости от их уровня усвоения материала.

## **1.2 Организация обучения математике в условиях уровневой дифференциации.**

Идея уровневой дифференциации появилась при анализе тяжелой ситуации в массовой школе, которая стремится обучить всех на одинаково высоком уровне. Не каждый ребенок может его освоить. На самом деле, и обществу

не нужно так много людей, знающих, например, математику одинаково превосходно. Необходимо, чтобы подавляющее большинство владело математическими навыками, необходимыми в обиходе и общественном производстве, а какая-то часть общества знала математику на гораздо более высоком уровне.

Систему уровневой дифференциации разрабатывала группа энтузиастов в Институте содержания и методов обучения АПН СССР с начала 80-х годов, она проходила опытную проверку с разных регионах страны .[40]

В.В. Фирсов, один из авторов уровневой дифференциации, считает, что "уровневая дифференциация" не самый лучший термин, потому что его иногда понимают неправильно. Некоторые считают, что за ним стоит разделение детей на классы по уровням. Автор отрицает такую идею, считая ее необычайно вредной. Уровневая дифференциация - это технология обучения в одном классе детей разных возможностей. Основной принцип технологии - предъявление ученику минимальных обязательных требований. Он и в традиционной системе представляет, что нужно от него учителю, но это требования па пятерку. Таким образом, перед учащимися ставится планка значительно выше, чем многие из них в состоянии перепрыгнуть, а тройка становится чуть ли не преступлением. Сообщая школьнику уровень минимальной положительной оценки, мы тем самым определяем некую границу его прав и обязанностей. Учащийся знает: это я обязан освоить, а больше - если могу и хочу. Он сознательно выбирает собственный уровень образования, исходя из своих интересов, склонностей, способностей. Здесь становится неприемлем подход "тот ученик лучше, кто лучше знает мой предмет". В этом Суть технологии. Остальное – технические приемы. При аттестации в тематическом зачете выделяются обязательная и дополнительная (повышенной сложности) части. Обязательная часть оценивается по схеме “зачтено – не зачтено”. От экспериментов на повышенном уровне ученик имеет право отказаться. По такому же принципу строятся учебники: каждая тема раскрывается в разделе "для всех" и в

дополнительном разделе для желающих расширить или углубить знания , Основные направления новых стандартов обуславливаются необходимостью использования уровневой дифференциации при организации процесса обучения.

Термин "уровневая дифференциация" вошел в педагогический лексикон недавно, сменив термин "внутренняя дифференциация", что обусловлено определенными особенностями нового подхода. Обучение в условиях уровневой дифференциации - это форма организации учебного процесса при которой педагог работает с группой учащихся, составленной с учетом различия у них каких-либо значимых для учебного процесса общих качеств (гомогенная группа).

По мнению В.В.Фирсова уровневая дифференциация выражается в том, что, обучаясь в одном классе по одной программе и учебнику, школьники могут усваивать материал на различных уровнях. Однако обязательным для усвоения на любом уровне является общеобразовательный стандарт. На его основе формулируются более высокие уровни овладения математическими знаниями и умениями.

Основная педагогическая установка уровневой дифференциации обучения - формирование положительной мотивации у школьников. Все учащиеся могут достичь обязательных результатов обучения по каждой теме. За ребенком признаются не только лишь обязанности (в частности, усвоить материал на обязательном уровне), но и права. Важнейшим из них является право выбора - получить ли в соответствии со своими способностями и склонностями повышенную подготовку по предмету или ограничиться обязательным уровнем усвоения.

Уровневая дифференциация обучения как технология построения и реализации личностно-ориентированного процесса обеспечивают условия для индивидуального самовыражения на каждого школьника, становление у него важнейших умений.

- самостоятельно приобретать и творчески применять полученные знания;

- принимать самостоятельные и ответственные решения;
- планировать свою деятельность, прогнозировать и оценивать ее итоги;
- принимать ответственность за себя и свое окружение;
- выстраивать с другими людьми отношения, сотрудничества и поддержки.

Технологии уровневой дифференциации обеспечивает выявление индивидуальности каждого школьника по следующим параметрам:

1. Выявление содержания его субъективного опыта включено в образовательный процесс.
2. Учет избирательности учебного материала различного содержания, вида, формы.
3. Предоставление учащемуся возможности выбора способов учебной деятельности с программным материалом, а также выбора:
  - формы работы на уроке (индивидуальный, групповой);
  - типы ответа (с доски, с места), характера ответа (одноклассника, исправление ошибок и так далее).
4. Оценка не только результата, но главным образом процесса его достижения, (то есть обратить внимание как он думал, делал, вспоминал размышлял, а не только что сделал).

Технология уровневой дифференциации (Фирсова) как раз отвечает задаче, установленной перед учителем личностно–ориентированном подходе в образовании.

Цель уровневой дифференциации – научить всех обязательному уровню, создать условия для усвоения продвинутого и повышенного уровня для желающих, обеспечить системный подход в обучении и контроле. Для реализации основных принципов уровневой дифференциации учитель должен использовать различные формы и методы обучения.

Г.В.Дорофеев [16] отмечает ряд важных условий, выполнение которых необходимо для успешного эффективного осуществления уровневой дифференциации.

1. Выделенные уровни усвоения материала и, в первую очередь, обязательные результаты обучения должны быть открытыми для учеников. Как и успех учебного процесса в целом, успех дифференцированного подхода в значительной степени зависит от познавательной активности учащихся, от того, насколько они будут заинтересованы своей работой. Ясно знания конкретных целей, при условии их посильности, возможность осуществить требования учителя активизируют познавательные возможности учеников, причем на разных уровнях.
2. Наличие определенных “ножниц” между уровнем требований и уровнем обучения. Не следует сравнивать уровень, на котором ведется преподавание, с обязательным уровнем усвоения материала. Первый должен быть в целом предварительно выше, иначе и уровень обязательной подготовки не будет достигнут, а учащиеся, потенциально умеющие усвоить больше, не будут двигаться дальше. Каждому школьнику необходимо пройти через полноценный учебный процесс.
3. Важным условием, дополняющее предыдущее: в обучении должна быть обеспечена очередность продвижения школьника по уровню. Это означает, что в процессе обучения не следует предъявлять более высоких требований к ученикам, которые не достигли уровня, обязательной подготовки. Необходимо, чтобы проблемы в учебной работе были для таких учащихся посильными, соответствующие индивидуальному темпу освоения материалом на каждом этапе обучения.
4. Содержание контроля и оценка должны отражать принятый уровневый подход. Контроль предусматривает проверку достижения всеми учащимися обязательных результатов обучения, а также дополняться проверкой освоения материала на более высоких уровнях. Достижение уровня обязательных требований рационально оценивать

альтернативной оценкой (например, “зачтено”, “не зачтено”), а для более высоких уровней разработать соответствующую шкалу оценивания например (отметка “4”, “5”).

5. Еще одно условие, реализация которого повышает эффективность дифференцированного обучения, - добровольность в выборе уровня усвоения и отчетности. Именно такой подход дает возможность формировать у детей познавательную потребность, навыки самооценки, планирования и регулирования своей деятельности.

Уровневая дифференциация в стандартах образования основывается на планировании результатов обучения в виде систем задач на двух уровнях: уровни обязательной подготовки и повышенном уровне (уровни возможностей).

Для школьной практики очень важны способности учащегося проявляющиеся в учебной деятельности и определяющие особую характеристику личности – уровень умственного развития.

Уровень интеллектуального развития ребенка в педагогической практике связывают прежде всего, с его учебными успехами, педагоги делят учеников по данному признаку на отличников, хорошистов, троечников, двоечников. Однако по заявлению психологов дело обстоит гораздо сложнее: в уровни умственного развития следует различать: 1) обучаемость и обученность; 2) общие специальные умственные способности.

Обучаемость (способности к учению, умственные способности) определяет возможности ребенка добиваться в более короткие сроки более высокого уровня и качества знаний и умений.

Обученность содержит весь объем усвоенных знаний и навыков (ЗУН), определяет культурный уровень, кругозор, эрудированность индивида и весьма зависит от прошлого обучения и от социальных условий в которых протекала его жизнедеятельность. Свою роль играют особенность нравственно-волевых качеств личности трудолюбие, настойчивость,

самостоятельность, школьные оценки, баллы успеваемости по предметам представляют оценку, прежде всего обученности ребенка.

Обучаемость и обученность зависят друг от друга и развиваются чаще всего параллельно. Обучаемость представляет собой потенциальные возможности, предпосылки для учения (зону ближнего развития), обученность же является результатом учения и содержательной базой для реализации способностей (зона актуального развития). Вот почему определение уровня умственных способностей (обучаемости) школьников представляет столь трудную проблему и никак не может быть сведено к школьному баллу успеваемости.

По уровню общего умственного развития (обучаемости+обученности) можно отметить следующие группы детей школьного возраста:

- малоспособные дети с аномалиями развития задатков, задержкой психического развития (обучаемость и обученность значительно ниже нормы), такие дети не в состоянии достичь заранее намеченного уровня ЗУН даже за столь длительное время (составляют до 5% учащихся; их надо обучать по особой программе, с особыми целями);
- педагогически запущенные дети (настолько слабая обученность, что даже наличие хорошей обучаемости не выводит их на возрастную норму достижений; однако при достаточном времени и средствах эти дети способны освоить заданный материал; их количество по разным оценкам колеблется в пределах 10-40%);
- дети со средним уровнем развития (обучаемость и обученность соответствуют среднестатистической норме; эти дети составляют большинство 60-70%);
- способные, продвинутые в развитии обучаемости (быстро “улавливают”) и обученности (много знают) по сравнению со средней возрастной нормой (эта основная часть отличников и хорошистов – 5-10%);
- одаренные, или талантливые – высший уровень обучаемости, им (им по силам то, с чем не могут справиться другие; могут учиться в высоком темпе; составляют 1-3% учащихся). Большие коррективы в эту структуру

распределения вносят уровень воспитанности детей; социальные условия микрорайона и, наконец, определенный состав учащихся школы.

Уровневую дифференциацию можно организовать в разнообразных формах, которые существенно зависят от индивидуальных подходов педагога, от особенностей класса, от возраста учеников и др. в качестве основного пути осуществления дифференциации обучения предполагается формирование мобильных групп. Разделение на группы осуществляется, прежде всего, на основе критерия достижения уровне обязательной подготовки. Работа этих групп может проходить в рамках обычных уроков. Их можно также временно выделить для отдельных занятий. В первом случае рационально не ограничиваться дифференцированным подходом в процессе самостоятельной деятельности школьников, а варьировать характер работы групп (самостоятельная или фронтальная под руководством учителя) в зависимости от этапа изучения темы, от потребности в помощи педагога. Во втором случае рационально предусмотреть работу и с группами выравнивания, и с группами повышенного уровня, создать соответствующие программы и методику обучения.

Эффективность дифференциации обучений зависит во многом и от того, насколько успешно сформированы типологические группы школьников. Последнее понимается в контексте адекватности оснований разделения на группы по математическим способностям.

Принципиальными составляющими реализации дифференцированного обучения является создание критериев деления учащихся, диагностика сформулированных критериев и технология реализации самого разделения в рамках образовательного процесса. Этой проблемой занимались многие выдающиеся педагоги, такие, как: И.Э.Унт, Р.А.Утеева, Е.С.Рабунский, М.Б.Миндюк, В.В.Гузеев, О.Б.Епишева, А.Н.Капиносков и др.

Заметим, что в дидактическо-методической литературе предполагается более 20 критериев деления учеников на группы.

Так, А.Н.Капинос [24] считает, что реальностью, обуславливающей необходимость дифференцированного обучения математике в 5-9 классах, является справедливо существующее различие учащихся в темпах овладения учебным материалом, а также в способностях самостоятельно применять усвоенные знания и умения. По проявляемым в этих отношениях различия, школьники условно могут быть разделены на 3 группы:

- учащиеся с высоким темпом продвижения в обучении: общая схема выполнения типовых задач фактически усваиваются в процессе их первичного объяснения, во многих случаях могут самостоятельно находить решения измененных типовых или усложненных задач, предполагающих применение нескольких известных способов решения.

- учащиеся со средним темпом продвижения в обучении: овладение новыми знаниями и умениями не вызывает особых затруднений, способы выполнения типовых заданий усваиваются после рассмотрения 2-3 образцов, решение измененных и усложненных задач находят, опираясь на указания педагога.

- учащиеся с низким темпом продвижения: при усвоении нового материала испытывают определенное затруднение, во многих случаях нуждаются в дополнительных разъяснениях, обязательными результатами овладевают после достаточно длительной тренировки способностей к самостоятельному нахождению решений измененных и усложненных задач как правило, не проявляют.

Учащийся при возможности и возникшем интересе может перейти на более высокие уровни на любом этапе обучения, то есть предусматривается последовательное продвижение учащегося.

Г.В.Дорофеев [16] деление на группы осуществляет, прежде всего, на основе критерия достижения уровня обязательной подготовки. Работа этих групп может проходить в рамках обычных уроков. Их можно также временно выделить для отдельных занятий.

Предполагаемый подход имеет целый ряд преимуществ над традиционным. Он дает педагогу четкие ориентиры для отбора содержания

дифференцированной работы позволяет сделать ее целенаправленной. Разделение учащихся на группы в зависимости от достижения ими уровня обязательной подготовки носит объективный характер. Организуемая педагогом дифференцированная деятельность выглядит объективной и в глазах ученика поэтому не создает почвы для обид. Немаловажно, что учащийся может сам оценивать свои возможности и подобрать для себя тот уровень целей, который соответствует его возможностям и потребностям в данный момент времени. Ориентация на обязательные результаты обучения постоянно поддерживает подготовку ученика на основном уровне. Это дает возможность школьнику при стремлении и возникшем интересе перейти на более высокий уровень обучения. Все это является гарантией оперативности, гибкости, мобильности дифференциации, создает в классе атмосферу взаимного доверия между учителем и учениками, способствует активному введению положительных мотивов учения для разных категорий учащихся. Именно такой подход к дифференциации обучения является существенным условием демократизации и гуманизации образования.

Отмечается, что применение достижения уровня обязательной подготовки вполне согласуется с имеющимися подходами с организацией дифференцированной работы на основе измерения уровня обучения школьников. Однако в отличие от понятия «уровень обучения», которое каждому педагогу трактуется по своему, указанный критерий носит объективный характер. Эта дает возможность ставить вопрос об эквивалентности среднего образования, что чрезвычайно важно в условиях многонациональной школы. Необходимо отметить, что вопросы эквивалентности образований сейчас широко поднимаются и решаются в общеевропейском масштабе.

Использование указанного критерия вовсе не исключает возможности учитывая такие качества учеников, как самостоятельность, трудоспособность, интерес к учения, уровень мышления, внимательность и др. Более того уровневый подход дифференциации дает возможность

учитывать эти индивидуальные качества в большей степени, не рассматривать их как заданные для разделения учеников на группы, а развивать и формировать их у всех школьников в ходе дифференцированной работы.[33]

Мы решили не рассматривать подробно все критерии разделения учащихся на группы, но составили 2 в которую занесли встретившиеся нам в психолого-педагогической литературе критерии дифференцирования.

Таблица 1

Автор	Критерии дифференцирования
Рабунский Е.С	<ul style="list-style-type: none"> <li>• уровень успеваемости</li> <li>• уровень познавательной активности</li> <li>• действенность интереса</li> </ul>
Утеева Р.А	<ul style="list-style-type: none"> <li>• успеваемость по предмету</li> <li>• уровень усвоения знаний и умений</li> </ul>
Унт И.Э.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• обученность</li> <li>• обучаемость</li> <li>• умение самостоятельно работать</li> <li>• общие специальные способности</li> <li>• познавательные интересы</li> </ul>
Кирсанов А.А	<ul style="list-style-type: none"> <li>• действенность восприятия</li> <li>• уровень развития памяти</li> <li>• уровень выполнения мыслительных операций</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• соотношение наглядно-образного и словесно-логического компонента мышления</li> </ul>
Капинос А.Н	<p>Темпы продвижения в обучении:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• высокий темп продвижения по учебе</li> <li>• средний темп продвижения по учебе</li> <li>• низкий темп продвижения по учебе</li> <li>• учащиеся, значительно отстающие в умственном развитии от сверстников</li> </ul>
Калмыкова З.И.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• обученность</li> <li>• обучаемость</li> <li>• состояние мотивации</li> </ul>

Из всего вышесказанного видно, критериев дифференцирования учащихся очень много и большое количество из них отличается друг от друга.

Наиболее остро в настоящее время стоит вопрос реализации уровневой дифференциации в обучении математике. Анализ методических исследований и опыта работы учителей математике позволил выделить некоторые методические приемы работы с разными группами учеников в учебном процессе: дифференциация целей и учебных заданий, использование тестов и рейтинговые оценки, комбинация различных форм учебной деятельности и др.

Например, Г.Д.Глейзер [20] рассматривает интересный вид дифференцированных задач, предполагающих дозирование учебной помощи школьникам. Это карточки-информаторы, наряду с заданием

ученику включающие элементы дозированной помощи, объем которой может варьироваться.

В.А.Гусев на основе деятельностного подхода к обучению рассматривает следующую систему реализации дифференцированного обучения математике:

- 1) постановка трех групп целей обучения (связанных с получением образования, с развитием определенных качеств личности, с развитием творчества);
- 2) выделение содержания обучения трех видов учебного материала;
- 3) разработка системы самостоятельных работ трех уровнях;
- 4) разработка трех видов цепочек задач несущих новую информацию
- 5) формирование основных приемов умственной деятельности, а на их основе с учетом индивидуального характера овладения ими более сложных приемов деятельности.

Р.А.Утеевой [46] разработана концепция дифференцированного обучения математике с точки зрения форм учебной деятельности. Форма учебной деятельности – способ организации взаимосвязанной и обусловленной деятельностью учителя и учащихся на уроке, основанной на некотором виде учебного сообщения (взрослыми со сверстниками и самим собой). Сущность каждой из форм определяется совокупностью некоторых существенных признаков, позволяющих выявить органическое сочетание этих форм в учебном процессе. Р.А.Утеевой выделены признаки такого сочетания:

- цели деятельности учителя и учащегося;
- вид учебного задания;
- вид учебной деятельности, реализующий соответствующий ему вид дидактического отношения между учителем и учащимися;
- мера помощи со стороны учителя;
- руководство процесса выполнения заданий и результат деятельности.

Различные формы учебной деятельности требуют от учеников разные степени самостоятельности в процессе обучения. Р.А.Утеевой установлены

условия эффективности выбора и применения форм учебной деятельности на различных этапах учебного процесса, обучения математике, а также основная структура взаимосвязи различных форм учебной деятельности, удовлетворяющая принципу постепенного возрастания степени самостоятельности учащихся. Дифференцированные формы учебной деятельности предполагают самостоятельную работу учащихся по дифференцированным заданиям, построенным с учетом особенностей типологической группы учащихся. Р.А.Утева выделяет четыре такие группы:

1. Знающие «сверх программы».
2. С хорошим уровнем знаний и умений.
3. С минимальным уровнем знаний и умений.
4. Не достигшие минимального уровня.

Тогда с помощью дифференцированных форм учебной деятельности могут быть реализованы следующие цели. С учащимися 1 группы;

- расширение и углубление знаний, развитие умений решать задачи повышенной сложности;
- развитие устойчивого интереса по предмету, углубление представлений о роли математике в жизни, технике, науке;
- развитие умений самостоятельно работать с ученой и научно-популярной литературой;
- доведение учащихся до более высокого уровня усвоения знаний и способов деятельности.

С учащимися 2 группы

- повторение, ликвидация пробелов, актуализация знаний для успешного изучения новой темы;
- развитие и закрепление интереса к математике и учебной математической деятельности ;
- формирование навыков учебного труда, умений самостоятельно работать над задачей ;

- доведение учащихся до хорошего уровня усвоения знаний и способов деятельности.

С учащимися 3 группы:

- ликвидация пробелов в знаниях и умениях;
- пробуждение интереса к предмету (игровые элементы, занимательные задачи), систематическая организация самостоятельной работы, на уроке и дома ;
- развитие умений и навыков осуществлять самостоятельно воспроизводящую деятельность (по образцу и в сходных ситуациях);
- доведение учеников до минимального уровня усвоения знаний и способов деятельности.

Эффективность концепции Р.А. Утеевой была доказана на практике и получила положительные отзывы многих выдающихся педагогов современности.

О.Б. Епишева предлагает дифференциацию учащихся по уровню формирования знаний и умений она делит учащихся на 3 уровня: первый уровень – «минимум» успеваемости, второй уровень – обязательный, третий уровень – уровень возможностей. Ученики разных уровней продвигаются по разному, но этап формирования приемов в разном темпе, с разным содержанием формируемых приемов, с разной мерой помощи из вне. Поэтому ученикам первого уровня нужно создавать условия для самостоятельного применения готовых частных приемов в знакомой ситуации и учить применять их; учащиеся второго уровня могут самостоятельно использовать обобщенные приемы в стандартных ситуациях и условиях; учащихся 3 уровня необходимо обучать переносу обобщенных приемов в незнакомой ситуации нахождению новых приемов.

Проведенный О.Б.Епишевой анализ психологической исследовательской деятельности показывает, что уровень сформированности всех ее компонентов связан с умением или неумением выполнять действия с определенными характеристиками, а основой умений является

сформированность приемов учебной деятельности и их сочетание она называет уровнем учебной деятельности.

Анализ литературы показал, что при осуществлении дифференцированного подхода и учета индивидуальных особенностей учащихся должен осуществляться комплексно охватывая как его содержательную, так и организационную точку позволяющую учесть индивидуальные особенности учеников за счет содержания учебного материала являются задания, которые отличаются формой предъявления условия, содержание, сложностью, соотношением приемов анализа и синтеза в процессе поиска и т.д. Использование разных форм организаций деятельности учащихся по решению задач, разнообразных приемов работы с ними, также мера помощи, оказываемая ученикам при решении задач, позволяет охватить организационную сторону проблема учета индивидуальных особенностей учащихся.

### **1.3 Разноуровневые задачи как средство реализации дифференцированного подхода на уроках математики**

Задача является одной из дидактических единиц в процессе изучения школьного курса математики. Важной целью задач является развитие мышления школьников. Задачи служат также основным дидактическим целям: формируют системы знаний, умений и навыков решения различных типов задач, творческое мышление учеников; способствуют развитию интеллекта, мировоззрения, нравственных качеств, выполняют показательную роль в обучении. Задачи и процессы их решения являются основой реализации целей обучения, воспитания и развития.

Смысл задачи как средства обучения состоит в том, что только с ее помощью учебный материал, подлежит усвоению, может стать «предметом обучения лишь тогда, когда он принимает для учения вид определенной задачи, направляющей и стимулирующей учебную деятельность».

Задачи выступают так же как средство целенаправленного формирования математических способностей, познавательного интереса, самостоятельности, активности учащихся в обучении.

Вопрос о необходимости исследования самих задач как сложных объектов (а не только процессов их решения) в настоящее время четко ставится в психологических, дидактических и методических исследованиях. Так, например, У.Р.Рейтман отмечает: «... если мы попытаемся понять, как люди решают задачи какого-либо вида, нам необходимо иметь хорошее представление о структуре решаемой задачи».

Отсюда становится очевидным то, что эффективность процесса обучения решению задач повысится, если учитель и ученики будут иметь ясное представление о структуре задачи. В этом заключается суть задачи как предмета изучения.

Школьная математическая задача, как и любая задача, несет в себе две информации: субъективную и объективную.

Это положение дает возможность рассматривать задачу как сложный объект, имеющий внешнюю (информационную) и внутреннюю структуру. В связи с этим многие авторы рассматривают задачу как систему (системный подход) (Ю.М.Колягин, В.И.Крупич, Е.И.Машбиц и другие).

С точки зрения информационной структуры задачу можно рассматривать как замкнутую систему  $S = (a, c, r, d, b)$ , где:

$a$  – условия (условие) задачи, то есть данные и отношения между ними;

$b$  – требование задачи, то есть искомые (искомое) и отношения между ними;

$c$  – базис решения задачи, то есть теоретическая и практическая основа, необходимая для обоснования решения;

$d$  – способ, определяющий процесс решения задачи, то есть способ действия по преобразованию условий (условия) задачи для нахождения искомого;

г - основное отношение в системе отношений между данными и искомым.

Информационная структура задачи позволяет различать задачи по степени их психологической сложности (проблемности), как одного из основных компонентов трудности.

Трудность задачи есть психолого-дидактическая категория и представляет совокупность нескольких субъективных факторов, зависящих от особенностей личности, таких как степень ее новизны, интеллектуальные возможности ученика, его потребности и интересы, опыт решения задач, уровень владения интеллектуальными и практическими умениями и др. Однако основными компонентами трудности задачи как объекта являются степень ее проблемности и сложности.

Сложность задачи является объективной характеристикой, не зависящей от субъекта. Она определяется внутренней структурой задания.

Хотя выделен общий механизм построения внутренней структуры следующих задач школьного курса математики (текстовые задачи, дробно-рациональные уравнения, геометрические задачи на вычисление) единого подхода к пониманию внутренней структуры задачи не существует.

Например, А.М.Сохор [26] при выявлении внутренней структуры задачи опирается на характер внутренних отношений (связей, зависимостей) между данными и искомыми величинами.

Е.И.Лященко выявляет структуру задачи, исходя из структуры ее решения.

Школьная математическая задача содержит определенное множество отношений. Например, это отношения между данными, между искомыми, то есть между условием и требованием задачи. В этом множестве отношений на основе обобщения можно выделить главное, ведущее отношение, которое принято называть основным. Основное отношение в общем случае выражает функциональную зависимость между величинами, входящими в условие и требование задачи, и реализовано на предметной области задачи.

Выявление основного отношения в процессе анализа задачи является необходимым условием построения методики обучения решению задач на основе реализации системного типа ориентировки учащихся в этом процессе, а также выявления внутренней структуры задачи, ее элементов.

Г.А.Балл [6] выделил три подхода к раскрытию понятия «задача»:

- 1) задача представляет собой определённую ситуацию, которая требует от объекта некоторого действия;
- 2) задача есть определенная ситуация действия, направленная на нахождение неизвестного посредством его существующей связи с известным;
- 3) задача есть такая ситуация, в которой от субъекта требуется отыскать действие, направленное на установление связи неизвестного с известным, но в тех условиях, когда субъект не владеет способами этого действия.

*Математическая задача* – это математический вопрос, ответ на который не является непосредственным и не может быть получен путем прямого применения известных схем.

М.Ю.Колягин [27] выделил в задаче следующие компоненты:

- начальное состояние характеризует условия конкретной задачи;
- конечное состояние характеризует частный результат решения задачи;
- решение задачи характеризует способ преобразования условия задачи для получения требуемого результата;
- базис решения характеризует объем теоретических и практических знаний, необходимых для решения задачи.

Решить математическую задачу – значит отыскать последовательность теоретических положений математики, применяя которые сначала к условию задачи, а потом к их следствиям, мы даем ответ на вопрос задачи. Задачи могут служить разным целям обучения: мотивации учебной деятельности, пробуждению и развитию интереса к математике, иллюстрации

математических фактов, подведению к основным понятиям и методам математики, осмыслению и углублению теоретического материала, выработке необходимых умений и способностей, самостоятельному изучению нового, математическому и общему развитию учеников, контролю и самоконтролю усвоения, приобщению к поисковой и творческой деятельности математического характера, то есть всем целям математического образования.

Существует множество *классификаций задач*. Например, А.А.Столяр [41] выделяет «три вида учебных ситуаций, связанных с решением задач: решение стандартных задач, общий метод которых еще не известен учащимся; решение стандартных задач, общий метод которых уже известен учащимся; решение нестандартных задач». В методике обучения математике многие годы была распространена классификация, основу которой составлял характер требования: 1) задачи на доказательство; 2) задачи на построение; 3) задачи на вычисление. Длительный успех этой классификации обеспечивало то, что она в какой-то степени предопределяла метод решения каждого типа задач. В связи с расширением целей обучения и ролей задач в их обеспечение в школьный курс математики начали проникать задачи, не укладывающиеся в традиционную типологию. В последнее время получила распространение типология задач, в которой каждый тип задач соотносится с компонентами учебной деятельности: организационно-действенным, стимулирующим и контрольно-оценочным. Указанное сопоставление выделяет следующие типы задач: 1) задачи, стимулирующие учебно-познавательную деятельность; 2) задачи, организующие и осуществляющие учебно-познавательную деятельность школьников; 3) задачи, в процессе решения которых осуществляется контроль и самоконтроль эффективности учебно-познавательной деятельности. [30]

Факторами у учеников способностей в решении задач состоит в том, что учащимся не дают необходимые знания о сущности задач и их решения. У учащихся не формируются умения и навыки в действиях, входящих в общую

деятельность по решению задач и они осваивают эти действия в самом процессе решения задачи, а это многим ученикам не под силу.

В процессе обучения у учеников должны быть сформированы обобщенные правила решения задач и представление об учебном алгоритме типовых задач, что подготовит учеников к самостоятельному решению задач.

Решение задачи — непростой процесс, и поэтому нерешенная или неверно решенная задача не должна служить основанием для вывода о незнании математики учащимися. Задача может быть не решена или решена неверно по многим причинам. Перечислим некоторые наиболее важные:

- ученик не понял условие задачи;
- понял условие, но не знает, какие формулы, правила, теоремы следует применять для ее решения;
- понял условие задачи, знает формулы, правила, теоремы, которые следует применять для ее решения, но не знает алгоритма решения задачи;
- понял условие задачи, знает формулы, правила, теоремы, которые следует использовать для ее решения, знает, как решать, но не может решить ее из-за неумения применить формулу, правило, теорему.

Различные ситуации, а результат один — задача не решена или решена неверно. Может быть и так: задача решена, ответ верный, а четкого понимания сущности явления, которое в ней рассматривалось, нет.

Предупредить ошибки, которые могут возникнуть по каким-либо причинам (например, ответ в задачнике и у ученика в разных единицах), можно при диагностировании знаний учащихся до решения задач.

Деятельность по решению задач содержит следующие *этапы*:

- анализ состава задачи;
- поиск плана решения;
- осуществление найденного плана и доказательство того, что полученный результат удовлетворяет требованиям задачи;
- обсуждение проведенного решения.

Эти этапы деятельности складываются из некоторых элементарных шагов, называемых умственными действиями или умственными операциями. Различные сочетания элементарных шагов образуют всю деятельность по решению конкретной задачи. Главный этап решения задачи – поиск решения. На этом этапе происходит выбор метода решения задачи.

Существует два принципиально разных способа деятельности по решению задач: алгоритмический (в соответствии с известным решающему алгоритмом) и неалгоритмический (эвристический). При эвристическом способе решающему помогают так называемые эвристики – системы указаний, пользуясь которыми можно безошибочно выполнить то или иное действие. Эти указания составляют ориентировочную основу действий по решению задач. Процесс решения задачи есть процесс поиска ее решения, который составляет эвристические действия, входящие в состав приема решения задачи или класса задач.

Эффективность применения математических задач в качестве ведущего средства развития мышления учеников и основного средства обучения математике непосредственно зависит от того, насколько ученики владеют совокупностью мыслительных умений, составляющих так называемое *умение решать задачи*. Эти умения можно разделить на общие, используемые для решения любых задач, и специальные (для определенных классов задач).

С позиций деятельностного подхода к обучению О.Б.Епишева [14] разделяет школьные математические задачи на алгоритмические, полуалгоритмические, полуэвристические и эвристические. В последнем случае необходимо не только логическое мышление, но и интуиция, изобретательность и т.п. для обучения всех учеников умению самостоятельно решать задачи необходимо развивать у них умение находить способ решения задачи. При переходе от алгоритмически разрешимых задач к эвристическим происходит постепенное расширение поля поиска способа их решения.

О.Б.Епишева выделяет следующие требования к задачам. Задачи должны:

- выступать как средство связи теории с практикой;
- не только заключать изучение теорем, понятий, но и предшествовать, сопутствовать ему, то есть выступать в качестве средства усвоения знаний;
- выступать в процессе обучения способом стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности школьников;
- выступать как способ организации и управления учебно-познавательной деятельностью учащихся.

Процесс решения задачи обусловлен возможностями ученика, решающего ее. Поэтому, как показывает практика, обучение, ориентированное на среднего ученика, недостаточно эффективно. Ученик не осуществляет активную деятельность, если учебные задачи не соответствуют его возможностям, что влечет за собой необходимость использования в учебном процессе дифференцированных задач, которые в свою очередь способствуют реализации уровневой дифференциации учащихся.

В нашем исследовании под *разноуровневыми задачами* будем понимать задачи, выстроенные с учетом особенностей типологических групп учащихся, то есть групп, объединенных одинаковым уровнем знаний и умений и способов деятельности по предмету (теме, разделу, курсу) и уровнем их усвоения.

Выделим критерии для отбора разноуровневых задач:

1. Критерий дифференциации. Учет особенностей типологической группы учеников, то есть группы, объединенной одинаковым уровнем знаний и умений по предмету (теме, разделу, курсу) и уровнем их усвоения.

2. Критерий целостности. Комплекс задач должен обладать единством, взаимосвязанностью, организованностью и завершенностью входящих в него сложных компонентов-условий, обеспечивающих эффективность.

3. Критерий новизны. При решении задач теоретический материал необходимо применять в прямом и реконструированном виде. Это

способствует умению применять знания в новых ситуациях. В процессе решения задач ученики могут приобретать новые знания.

4. Критерий полноты. Повторение теоретического материала необходимо осуществлять в полном объеме, выделяя наиболее существенные и трудные вопросы теории.

В параграфе 1.2 мы рассмотрели различные подходы к организации уровневой дифференциации учащихся. На основе анализа психолого-педагогической литературы мы предлагаем делить учащихся в зависимости от их знаний и умений на следующие группы:

А – уровень знаний ниже базового;

В – базовый уровень знаний;

С – уровень знаний выше базового.

Под базовым уровнем знаний мы понимаем такие знания и умения, которыми ученик должен обладать в соответствии с государственным стандартом образования.

Для отбора и составления дифференцированных задач в соответствии с сформулированными требованиями представим в виде Таблицы 3 уровни сформированности знаний и умений учащихся выделенных типологических групп по теме «Производная и ее применение».

**Таблица 3**

	Группа А	Группа В	Группа С
1. Знания	Ученик знает основные начальные математические сведения. Определение производной, функции,	Ученик знает определения всех основных понятий: средняя и мгновенная скорости, производная, производная степенной функции,	Ученик знает все основные понятия данной темы, применяет ранее полученные знания в решении задач. Кроме свойств функции на



	учителя.	убывание функции. Применение производной к построению графиков.	являются непрерывными. Особенности построения графиков четных и нечетных функций. Глубокое осознание приема решения задач, связей между приемами.
2. Умения	Умеет строить график элементарной функции, читает график только с помощью учителя. Находит производные элементарных функций при помощи таблицы производных. Решает простейшие задачи на исследование функций. Умение узнавать	Умеет читать графики, отражает свойства функции на графике, применять приемы преобразования графиков. Применяет технику дифференцирования, применение дифференцированного исчисления для исследования элементарных функций. Находит производные элементарных функций, пользуясь таблицей	Кроме умений группы В, умеет свободно читать любой график, строить вертикальные и горизонтальные асимптоты графика. Применяет приемы преобразования графиков. Находит производные сложных функций. Решает задачи в нестандартных ситуациях, самостоятельно выбирает и

	<p>ситуацию применения приема решения задач с большой помощью извне и в зависимости от ситуации.</p> <p>Не умеет самостоятельно обобщать способы деятельности при решении задач, осуществлять перестройку и перенос приема самостоятельно.</p>	<p>производных и правилами производной суммы и произведения.</p> <p>Применяет производные для исследования функций на монотонность и экстремумы в несложных ситуациях, для нахождения наибольших и наименьших значений функций. Осознает приемы решения задач.</p> <p>Осознает легко различимые связи между приемами. Самостоятельно узнает наиболее типичные ситуации применения приемов.</p>	<p>использует приемы решения.</p> <p>Творчески применяет приемы в различных ситуациях, самостоятельно осуществляет перестройки и переносы приемов решения задачи.</p>
--	--	--	---

## **Выводы по главе 1**

В главе был проведен анализ психолого-педагогической литературы по теме исследования. Проанализировав различные подходы к определению понятия «дифференцированный подход», за основу была выбрана формулировка определения С.И. Терещенко: «Дифференцированный подход – это основа индивидуально ориентированной системы обучения, позволяющей учитывать индивидуальные особенности ребенка, создавать условия для преодоления и развития его потенциальных возможностей». При осуществлении дифференцированного подхода и учета индивидуальных особенностей учащихся должен осуществляться комплексно охватывая как его содержательную, так и организационную сторону позволяющую учесть индивидуальные особенности школьников за счет содержания учебного материала являются задачи, которые отличаются формой предъявления условия, содержание, сложностью, соотношением приемов анализа и синтеза в процессе поиска и т.д. Кроме того, рассмотрены три основных аспекта в понимании дифференциации, разделение учащихся на группы, влияние уровневой дифференциации на развитие универсальных учебных действия и выделены критерии дифференцирование. Выявлены особенности уровневой дифференциации в процессе обучения математике. Нами обоснованно, что разноуровневые задачи являются одним из средств направленных на реализацию уровневой дифференциации учащихся в процессе обучения математике.

## **ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОЙ РАБОТЫ ШКОЛЬНИКОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ**

### **2.1 Составление и использование разноуровневых заданий как средство реализации уровневой дифференциации.**

При использовании технологии разноуровневого обучения мы предлагаем ориентироваться на использование все усложняющихся задач для специального, управляемого процесса обучения, способного обеспечить достижение желаемого результата - продвижения учеников на все более высокие уровни усвоения материала.

Исходный учебный материал может быть логически сложным (например, в старших классах). Сущность этого материала, можно задавать в более простых формах, и это в возможностях учителя. Не случайно, на практике педагоги часто используют алгоритм в качестве оформления нового материала. Он задает направленность мышления, сужает его сферу, даже конкретизирует материал, делая его максимально наглядным и воспринимаемым. Алгоритм - предельно упрощенная схема представления обучающимся сущности непростого материала. Каждый отрыв от алгоритма ведет уже к другим, более усложненным формам восприятия материала обучающимися, и поэтому для освоения материала, для решения задач необходимо бывает осуществить определённый ряд дополнительных познавательных действий.

Мы предлагаем материал любой темы закладывать в алгоритм. Умение выполнять задания по алгоритму свидетельствует об усвоении обучающимся учебного материала на обязательном уровне, уровне стандарта. На его основе осваиваются более высокие уровни сложности материала.

В процессе работы определились три уровня сложности математических заданий:

- стандартные задания, содержащие обязательный для усвоения уровень материала, выполняются по алгоритму;

- нестандартные задания, сводимые несколькими преобразованиями к стандартным;

- усложненные задания, выполняемые системой преобразований;

На первом уроке изучения любой темы все учащиеся выполняют задания по алгоритму, т.е. осваивают задания первого уровня сложности материала. Начиная со второго урока, необходимо предлагать обучающимся задания разного уровня сложности. Каждый ученик сам выбирает для себя уровень трудности материала в соответствии с его возможностями. К концу изучения темы все ученики работают на разных уровнях, одни могут выполнять задания третьего уровня, а другие только задания первого уровня сложности. Такого рода подход позволяет способным учащимся продвигаться вперед в изучении материала темы, а учащимся с низкими учебными способностями формировать навык выполнения заданий на уровне стандарта. Трудность для учителя при этом состоит в том, что на каждый урок он должен подбирать большое количество заданий разного уровня сложности. Например, по теме «Производная и ее применение» я сделал банк дифференцированных заданий, подбирая задания из различных методических пособий и дидактических материалов.

### ***УРОВНЕВЫЕ ЗАДАНИЯ В ПРОЦЕССЕ УСВОЕНИЯ МАТЕРИАЛА***

#### ***А уровень. Стандартные задания.***

1. Найти производную функции:

а)  $f(x) = 5x^4 - x^2$ ; б)  $f(x) = 3x^3 - x$ ; в)  $f(x) = 2x$ ; г)  $f(x) = 6x^3 - x$ .

2. Зная, что  $f(x) = x^3$ , сравните

а)  $f'(17)$  и  $f'(20)$ ; б)  $f'(-3,5)$  и  $f'(3,5)$ .

3. Сравните с нулем значение производной, функции  $f(x) = x^{31}$  при  $x = -8$ ;  $0$ ;  $6$ .

#### ***В уровень. Нестандартные задания.***

1. Найти производную функции :

а)  $y = 13x^3 + 12x$ ; б)  $y = x^6(x - 3)^2$ ;

в)  $f(x) = 1 - (10 + 2x)$  г)  $f(x) = (x - 5)^2 + (x + 5)^2$ .

2. Найти значение производной функции  $f(x)$  в точке 3.

$$f(x) = (x - 7)^2 + (4x + 6).$$

3. Найти значения  $x$  при которых производная функции  $f(x) = x^5(x - 5)^2$ , будет положительна

***С уровень. Усложненные задания.***

1. Найти производную функции:

а)  $q(x) = (x + 8)x^2 + (x - 8)x^2$ ;      б)  $q(x) = x^2(x - 3)(x + 3)$ ;

2. Найти значение производной функции  $q(x) = \cos x \sin x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{6}$ ;

3. Написать уравнение касательной к графику функции  $f(x) = 2x^2 - x$  в точке с абсциссой 3.

Безусловно, мы представили не «полный» набор возможных заданий. Лишь показали типичные их образцы, на основе которых учитель, при необходимости, сможет дополнительно подобрать подобные задания из различных методических источников.

Из выше сказанного можно сделать следующие выводы:

1) всякий исходный учебный материал может быть дидактически переработан в разные уровни его логической сложности;

2) это позволяет предоставить каждому ученику возможность для усвоения любого уровня сложности материала;

3) уровневое расположение материала позволяет применять для его усвоения различные по степени трудности способы познания, совершенствуя математические способности обучающихся.

Что касается тематического контроля, то с ним удобнее работать блоками. В этом случае весь теоретический материал рассматривается компактно на первых уроках темы, а затем проводится отработка умений и навыков по уровням. Процесс усвоения материала темы будет более упорядочен и целенаправлен, если проводить принцип последовательного продвижения по уровням: сначала на уровне 0 (узнавание, понимание), а

затем отрабатывать решение типовых задач, работая на I уровне, и только после этого переходить к решению комбинированных задач II уровня (уровня продуктивной деятельности). Четкое вычленение уровней и последовательное продвижение по уровням дадут возможность избежать таких ошибок, когда на повторительно-обобщающем уроке, где рассматриваются задачи II - III уровня, учитель предлагает устную работу по воспроизведению формулировок определений, теорем или свойств (т.е. деятельность I уровня) или предлагает разгадать кроссворд, составленный из математических терминов. Эта форма работы ученикам интересна, но она требует деятельности 0 уровня (узнавание) и неуместна на уроке, преследующем достижение II - III уровня усвоения.

Содержание контролирующих работ должно быть заранее известно учащимся в той или иной форме, например, 0 уровень в форме вопросов, I уровень в виде перечня всех типовых задач темы, II уровень в виде перечня примерных задач. Открытость уровневых требований к учащимся, норм оценивания - важнейшее условие гуманизации обучения.

Следует отметить, что задачи I уровня должны быть посильны всем ученикам. Неправильно поступают учителя, которые необоснованно расширяют список типовых задач (задач I уровня) за счет включения в него второстепенных, комбинированных задач темы. В этом случае учащиеся довольно долго осваивают репродуктивный уровень и на частично творческий II уровень не успевают выйти. Быстрое освоение I уровня и быстрый выход на II уровень - необходимое условие творческого освоения математики.

Сужение списка типовых задач обязательных для усвоения всеми учениками за счет исключения комбинированных, усложненных задач не означает снижения уровня преподавания математики. Изучение теоретического материала, разбор сложных, комбинированных задач должен проводиться в полном объеме, иначе учащиеся, способные усвоить математику на высоком уровне, не смогут пройти через полноценный

учебный процесс. Осуществлять дифференциацию нужно не за счет различного уровня преподавания для различных групп учащихся, а за счет различного уровня требований к усвоению материала. С этой точки зрения снижение минимального обязательного уровня означает ориентацию на реальные возможности учеников, осваивающих математику с трудом, реальность требований, предъявляемых к этой категории учащихся, учет их индивидуальных особенностей. Необходимо, чтобы трудности учебной работы были для учащихся посильными, соответствовали индивидуальному темпу овладения учебным материалом.

Последовательное продвижение учащимися по уровням усвоения может осуществляться в индивидуальном для каждого ученика темпе. Например, контрольные тесты 1 уровня показали, что часть учеников не смогли усвоить решение типовых задач, значит, на следующих уроках с ними необходимо еще раз отработать решение типовых задач, и представить еще одну возможность справиться с тестами 1 уровня. Для учеников, работающих в быстром темпе можно рекомендовать досрочную сдачу уровневых тестов.

Ученики, усвоившие материал на 1 уровне и успешно сдавшие тест, работают над заданиями 2 уровня, образуют группу мобильного состава. В дальнейшей работе состав этой группы будет меняться. Эта группа дополнится учащимися, сдававшими повторный тест 1 уровня, из нее выйдет часть учеников после зачета 2 уровня и перейдет к работе по заданиям 3 уровня. Они образуют еще одну мобильную группу. Такое формирование уровневых групп, разбиение класса на группы справедливо в глазах учеников, т.к. зависит от результатов работы ученика, выявленных на уровневом контроле.

Работая, таким образом легко осуществить принцип добровольности в выборе уровня усвоения материала. Зная содержание знаний на всех уровнях, нормы оценивания на каждом уровне, ученик решает, на каком уровне будет осваивать материал, какой отметкой ограничиться. В учебном процессе у учащихся формируются навыки планирования и регулирования своей

деятельности. Ученик перестает быть пассивным наблюдателем и становится активным субъектом учебного процесса. Имея возможность выбора, ученик осуществляет его и должен нести ответственность за результаты выбора, т. е. в этой деятельности он формируется как личность. У ученика формируется самооценка, адекватная своему уровню.

Часто учителя возражают против добровольности выбора уровня обучения учеником, говорят, что выберут уровень обучения на "3". Практика показывает, что если ученик освоил 1 уровень, уверенно решает типовые задачи, он на этом уровне не остановится и попытается перейти на 2 уровень, заработать оценку "4". Заинтересованность в результатах своего труда, положительная мотивация - все это факторы, позволяющие ученику "учиться победно".

Использование уровневого подхода дает возможность целенаправленно отбирать материал, планируя урок четко ставить цель достижения того или иного уровня и в соответствии с целью выбирать формы проведения учебных занятий. На уроках, цель которых освоение материала на 0 и на 1 уровне, будут преобладать фронтальные формы работы, формы, ориентированные на взаимообучение и взаимоконтроль. На уроках с целью достижения 2 и 3 уровня, когда класс дифференцирован по уровням на мобильные группы, наиболее предпочтительны дифференцированно-групповые, индивидуализированные формы занятий.

Отметка должна отражать уровневый подход при контроле, в основе которого лежит достижение всеми учащимися минимального базового обучения. При этом достижение 1 уровня оценивается отметкой «3». Достижение учеником 2 уровня может оцениваться, исходя из отметки "4", и только при выполнении работы 3 уровня ученик может претендовать на отметку "5". Таким образом, оценка отражает уровень усвоения учеником материала. Общедидактические нормы оценивания допускают выставление положительной оценки за достижение учеником 0 уровня. В связи с этим учителя математики стали практиковать выставление положительной оценки

за неполное достижение 1 уровня (часть материала учеником не выполнена и освоена лишь на 0 уровне). Это вполне согласуется с гуманитаризацией образования и ориентацией этой части учеников на освоение математики на общекультурном уровне.

Уровневый контроль, осуществляемый с помощью тестирования, завершается уровневой контрольной работой (тематической или итоговой).

## **2.2 Комплекс разноуровневых задач, направленных на реализацию уровневой дифференциации в процессе обучения математике**

В данном параграфе нами предложен комплекс задач, направленных на реализацию уровневой дифференциации в курсе «Алгебры и начала анализа», разработанный для учащихся выделенных типологических групп.

Комплекс задач содержит основные положения, касающиеся нахождения и применения производной, из раздела «Производная и ее применение».

По ходу решения задач необходимо вспомнить основные теоретические вопросы:

1. Понятие функции, свойства числовых функций.
2. Графическое изображение функций.
3. Понятие предела, производной, формулы для ее вычисления и правила дифференцирования.
4. Геометрический смысл производной.

Учащиеся должны зафиксировать основные теоретические сведения в математический справочник, отдельно от решаемой задачи, например, в решении задачи ставить лишь ссылки на теоретический материал. Причем основные понятия преимущественно спрашиваются у учащихся группы А, формулировки свойств и признаков – у учащихся группы В, а учащиеся группы С формулируют правила и напоминают некоторые логические

рассуждения, например: схему доказательства от противного, структуру прямого и обратного утверждений.

При решении задач учителем могут быть оказаны следующие виды помощи учащимся:

- постановка наводящих вопросов;
- объяснения хода выполнения подобного задания;
- указание результата, ответа заранее;
- указание теоретических сведений, на основе которых выполняется задание;
- предупреждение наиболее типичных ошибок;
- предложение выполнить вспомогательное задание, наводящее на решение основного задания;
- помощь в построении чертежа;
- указать на допущенные ошибки;
- помощь в записи условия;
- указание алгоритма выполнения задания и т.д.

Задачи для группы А – предполагают воспроизведение определений понятий, свойств понятий, решение задач осуществляется в один или два шага, в основном эти задания на применение понятия в стандартной ситуации.

Задачи группы В – усложнены, они способствуют достижению уровня обязательной подготовки и способствуют повышению у учащихся уровня сформированности понятий, а также формируют умение применять рефлексию в учебной деятельности.

Задачи группы С – схожи с задачами группы В, но некоторые из них требуют элементов творческой деятельности, в основном это задачи на применение понятий в нестандартных ситуациях.

### **Задачи группы А**

1. Найти производную функции  $f(x)=10x$ .

Решение:

Составим разностное отношение:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{(10x+10h) - 10x}{h} = \frac{10h}{h} = 10.$$

Следовательно,  $(10x)' = 10$ .

Ответ:  $(10x)' = 10$ .

Для решения этой задачи ученики должны знать определение производной, а учитель подсказывает способ решения.

2. Используя определение производной, найти  $f'(x)$ , если:

a)  $f(x) = 4x + 3$ ;    b)  $f(x) = 8x + 6$ ;    c)  $f(x) = 4x^2 + 7x$ ;    d)  $f(x) = -7x^2 - 5$ .

Решение а):

$$f(x) = 4x + 3$$

$$f(x+h) = 4(x+h) + 3 = 4x + 4h + 3$$

$$f(x+h) - f(x) = 4x + 4h + 3 - (4x + 3) = 4x + 4h + 3 - 4x - 3 = 4h$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h} = 4.$$

Ответ:  $f'(x) = (4x + 3)' = 4$ .

Для решения этой задачи ученики должны знать определение производной и уметь приводить подобные члены.

3. С помощью формулы  $(hx+a)' = h$  найти производную функции:

a)  $f(x) = 4x$ ;    b)  $f(x) = 10x$ ;    c)  $f(x) = -5x + 3$ ;    d)  $f(x) = -8x - 4$ .

Решение а):

$$f'(x) = (4x)' = 4$$

Ответ: 4.

Для решения этой задачи ученики должны уметь находить производную по конкретно заданной формуле.

4. Найти производную функции:

a)  $x^7$ ;      b)  $x^9$ ;      c)  $x^{21}$ ;      d)  $x^{70}$ .

Решение а):

$$(x^7)' = 7(x^{7-1}) = 7x^6.$$

Ответ:  $7x^6$ .

Для решения этой задачи ученики должны знать, как находится производная степенной функции.

### **Задачи группы В**

1. Найти производную функции  $f(x) = 2x^2$ .

Решение:

Составим разностное отношение:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{2(x+h)^2 - 2x^2}{h} = \frac{4xh + 2h^2}{h} = 4x + 2h.$$

Если  $2h \rightarrow 0$ , то  $4x + 2h \rightarrow 4x$ ,      ПОЭТОМУ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (4x + 2h) = 4x. \text{ Следовательно, } (2x^2)' = 4x.$$

Ответ:  $(2x^2)' = 4x$ .

Для решения этой задачи ученики должны знать определение производной, уметь составлять разностное отношение и находить предел.

2. Точка движется по закону  $s(t) = 2 + 4t$ . Найти среднюю скорость движения за промежуток времени:

a) от  $t=1$  до  $t=3$ ;      b) от  $t=0,6$  до  $t=2$ .

Решение а):

$$s(t) = 2 + 4t \quad \text{от } t=1 \text{ до } t=3$$

$$V_{cp} = \frac{S(t+h) - S(t)}{h}$$

$$S(4) = 2 + 4 \cdot 3 = 14$$

$$S(1) = 2 + 4 \cdot 1 = 6 \qquad h = 3 - 1 = 2$$

$$V_{cp} = \frac{14 - 6}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Ответ:  $V_{cp} = 4$

Для решения этой задачи ученики должны знать определение средней скорости, формулу для ее вычисления.

3. Найти мгновенную скорость движения точки, если:

a)  $s(t) = 3t + 2$ ;      b)  $s(t) = 4 - 5t$ .

Решение а):

$$s(t) = 3t + 2$$

$$s(t+h) = 3(t+h) + 2 = 3t + 3h + 2$$

$$V_{мгн} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3t + 3h + 2) - (3t + 2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h}{h} = 3$$

Ответ:  $V_{мгн} = 3$ .

Для решения этой задачи ученики должны знать определение средней скорости, формулу для ее вычисления и уметь считать пределы.

4. Найти производную функции:

a)  $x^{\frac{3}{5}}$ ;    b)  $x^{\sqrt{5}}$ ;    c)  $\frac{1}{x^7}$ ;    d)  $\sqrt[5]{x}$ ;

Решение с):

$$\left(\frac{1}{x^7}\right)' = (x^{-7})' = -7x^{-7-1} = -7x^{-8}$$

Ответ:  $-7x^{-8}$ .

Для решения этой задачи ученики должны уметь распознавать степенную функцию в различных ситуациях и знать формулу для вычисления производной степенной функции.

### Задачи группы С

1. Найти мгновенную скорость движения точки, если закон ее движения  $s(t)$  задан формулой:

$$\text{a) } s(t) = \frac{5}{3}t^2; \quad \text{b) } s(t) = 6t^2.$$

Решение б):

$$s(t) = 6t^2$$

$$s(t + h) = 6(t + h)^2 = 6t^2 + 12th + 6h^2$$

$$s(t + h) - s(t) = 6t^2 + 12th + 6h^2 - 6t^2 = 12th + 6h^2$$

$$V_{\text{мгн}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(12t + 6h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (12t + 6h) = 12t$$

Ответ:  $V_{\text{мгн}} = 12t$ .

Для решения этой задачи ученики должны знать определение мгновенной скорости и уметь вычислять предел.

2. Найти скорость тела, движущегося по закону  $s(t) = t^2 + 4$  в момент времени:

$$\text{a) } t=3; \quad \text{b) } t=6.$$

Решение а):

$$s(t) = t^2 + 4, \quad t=3$$

$$s(3) = 3^2 + 4 = 13$$

$$s(3 + h) = (3 + h)^2 + 4 = 13 + 6h + h^2$$

$$s(3+h) - s(3) = 13 + 6h + h^2 - 13 = 6h + h^2$$

$$V_{\text{мгн}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(6+h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (6+h) = 6$$

Ответ:  $V_{\text{мгн}} = 6$ .

Для решения этой задачи ученики должны знать определение мгновенной скорости, уметь вычислять предел и находить мгновенную скорость по заданному моменту времени.

3. Найти производную функции:

a)  $\frac{1}{\sqrt[4]{5x-6}}$ ; b)  $\sqrt[3]{(5-12x)^2}$ ; c)  $\frac{1}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}$ .

Решение c):

$$\left(\frac{1}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}\right)' = \left((3-4x)^{-\frac{2}{3}}\right)' = -\frac{2}{3}(3-4x)^{-\frac{2}{3}-1} * (-4) = \frac{8}{3}(3-4x)^{-\frac{5}{3}} = \frac{8}{3\sqrt[3]{(3-4x)^5}}$$

Ответ:  $\frac{8}{3\sqrt[3]{(3-4x)^5}}$ .

Для решения этой задачи ученики должны знать формулу для вычисления производной степенной функции, приводить сложную функцию к стандартному виду для применения формулы.

4. Угол поворота тела вокруг оси изменяется в зависимости от времени  $t$  по закону  $\varphi(t) = 0,3t^2 - 0,8t + 0,5$ . Найти угловую скорость (в рад/с) вращения тела в момент времени  $t = 10\text{с}$ .

Дано  $\varphi(t) = 0,3t^2 - 0,8t + 0,5$

$$t = 10\text{с}$$

Найти: угловую скорость (в рад/с).

Решение:

Угловая скорость равна  $\varphi'(t)$

$$\varphi'(t) = 0,6t - 0,8$$

$$\varphi'(10) = 6 - 0,5 = 5,5$$

Ответ: угловая скорость равна 5,5 рад/с.

*Для решения* этой задачи ученики должны уметь применять свои знания о производной для описания простейших процессов, в данном случае – находить угловую скорость.

## **Выводы по главе 2**

В главе 2 мы показали, что любой учебный материал может быть дидактически переработан в разные уровни его логической сложности. Это позволяет предоставить каждому ученику возможность для усвоения любого уровня сложности материала. Уровневое расположение материала позволяет применять для его усвоения различные по степени трудности способы познания, совершенствуя математические способности учащихся.

В данной главе на основе выделенных критериев разработан комплекс дифференцированных заданий, направленных на реализацию уровневой дифференциации в процессе обучения математике

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствии с поставленными задачами, результатами данной выпускной работы можно считать следующее:

1. При исследовании психолого-педагогической литературы раскрыто понятие дифференциации обучения. Кроме того, рассмотрены три основных аспекта в понимании дифференциации, разделение учащихся на группы, влияние уровневой дифференциации на развитие универсальных учебных действия и выделены критерии дифференцирование.
2. Выявлены особенности уровневой дифференциации в процессе обучения математике.
3. Отмечены важные условия, выполнение которых необходимо для успешного эффективного осуществления уровневой дифференциации.
4. Рассмотрим разноуровневые задачи как одно из средств реализации дифференцированного подхода на уроках математики
5. На основе выделенных критериев разработан комплекс дифференцированных заданий, направленных на реализацию уровневой дифференциации в процессе обучения математике

Таким образом, следует считать, что цель исследования достигнута, задачи работы полностью выполнены. Кроме того, материалы данной работы могут быть использованы в практической деятельности педагогов.

Для практической реализации идея дифференциации в обучении математике требуется серьезная перестройка всей методической системы, необходимо создание разноуровневой программы, учебно-методического обеспечения, направленных на организацию дифференцированного учеников разных способностей и разного уровня обучаемости.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аввакумова И.А. Методические аспекты использования взаимосвязанных задач на уроках геометрии // Проблемы физико-математического образования в педагогических вузах России на современном этапе. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Ч. 1. – Магнитогорск: из-во МГПИ, 1999.- С. 20.
2. Аввакумова И.А., Потапова Г.В., Семенова И.Н., Слепухин А.В. Реализация дифференцированного подхода при изучении школьного курса математики в системе развивающего обучения: Учеб-метод. Пособие / Урал. гос.пед.ун-т. – Екатеринбург, 2002. – 118 с.
3. Аввакумова И.А., Потапова Г.В., Семенова И.Н. Требования к совокупности дифференцированных заданий к теме школьного курса математики для реализации личностно-ориентированного подхода // Технологии развивающего обучения математике в вузе и школе: Материалы региональной научно-практической конференции. – Курган: Изд-во Курганского гос. Ун-та, 2002. – С. 51 – 52.
4. Аввакумова И.А., Липатникова И.Г., Потапова Г.В. Практикум по теории и методике обучения математике / Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2003. – 129 с.
5. Аввакумова И.А., Блинова Т.Л., Водичева Л.В., Избранные вопросы теории и методики обучения математике (аспект организации деятельности учителя): Учебное пособие / Урал. гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 2004. – С. 92 с..
6. Бабанский Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса. М. : Просвещение, 1982. 192 с
7. Балл Г.А., Бургин М.С. Анализ психологических воздействий и его психологическое значение // Вопросы психологии. № 4, 2004. 46 с

8. Баринаова О. В. Социальный аспект дифференциации обучения / О. В. Баринаова // Актуальные проблемы общества: Философия. Информатика. Образование. Саранск : МГПИ, 1998. С. 111-113.
9. Бершадский М. Е. Дидактические и психологические основания образовательной технологии / М. Е. Бершадский, В. В. Гузеев. М. : Центр «Педагогический поиск», 2003. 256 с.
10. Боженкова Л. И. Составление задач учащимися как средство достижения предметных и метапредметных результатов при обучении геометрии // Наука и школа. 2013. № 5. С. 103-107.
11. Болтянский В. Г. К проблеме дифференциации школьного математического образования / В. Г. Болтянский, Г. Д. Глейзер // Математика в школе. 1988. №3. С. 9-13.
12. Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений школьников при обучении геометрии / Г.Д. Глейзер. – М.: Педагогика, 1978. 70 с
13. Груденов Я. И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике / Я. И. Груденов. М. : Педагогика, 1987. 160 с.
14. Гузеев В. В. Постановка целей и дифференциация образовательного процесса / В. В. Гузеев. М. : Знание, 1998. 68 с.
15. Гусев В.А. Методические основы дифференцированного обучения математике в средней школе. Диссертация на соиск. уч. степ. докт. пед. наук. – М.: 1990 – 364 с.
16. Дорофеев Г. В. Дифференциация в обучении математике / Г. В. Дорофеев, Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, В. В. Фирсов // Математика в школе. 1990. №4. С. 15-21.
17. Егорченко И. В. Теория и методика использования реальности в обучении математике : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 ; Мордовский гос. пед. ин-т им. М. Е. Евсевьева. Саранск, 1999. 199 с.
18. Епишева О.Б. Деятельностный подход как теоретическая основа проектирования методической системы обучения математике :

Автореф. дис...канд. пед. наук / Тобольск. гос. пед. ин-т. — М. : Б.и., 1999. — 54с.

19. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода : Книга для учителя / О.Б.Епишева. — М. : Просвещение, 2003. — 223с. — (Библиотека учителя). — Библиогр.:с.212-221. — ISBN 5-09-010905-2 : 38.00.

20. Епишева О.Б. Общая методика обучения математики в средней школе : курс лекций : учеб. пособие для студентов педвузов / О. Б. Епишева. — Тобольск : ТГПИ, 2008. — 203 с. — Библиогр. : с. 189-196. — Рек. Учеб.-метод. об-нием. — 200.00.

21. Жохов В. И. Обучение математике в 5-6 классах : метод. пособие для учителя к учеб. Н. Я. Виленкина, В. И. Жохова, А. С. Чеснокова, С. И. Шварцбурда. М. : Мнемозина, 2014. 328 с.

22. Зильберберг Н. И. Урок математики: подготовка и проведение / Н. И. Зильберберг. М. : Просвещение, 1996. 176 с.

23. Зубарева И. И., Мордкович А. Г. Математика. 5-6 классы : метод. пособие для учителя. 4-е изд., испр. М. : Мнемозина, 2014. 120 с.

24. Капинос А.Н. Уровневая дифференциация при обучении математике // Математика в школе 1990 № 5 С 31-40

25. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли : пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская [и др.] ; под ред. А. Г. Асмолова. 2-е изд. М. : Просвещение, 2010. 152 с.

26. Квитко Е. С. Формирование универсальных учебных действий при обучении математике // Бюллетень лаборатории математического естественнонаучного образования и информатизации: рецензируемый сб. научных трудов. Т. 1 / Моск. гор. пед. ун-т. Науч.-исслед. ин-т содерж. образования. М. : Научная кн., 2012. С. 147-152.

27. Колягин Ю. М., Пикан В. В. О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. 1985. №6. С. 27-32.
28. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения. М. : Педагогика, 1981. 184 с.
29. Липатникова И. Г. Рефлексивный подход к обучению математике учащихся начальной и основной школы в контексте развивающего обучения : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02 ; ГОУ ВПО «Уральский гос. пед. ун-т». Екатеринбург, 2005. 395 с.
30. Липатникова И. Г. Практикум по теории и методике обучения математике / И. Г. Липатникова [и др.]; Урал. гос. пед. ун-т; отв. ред. И. Г. Липатникова. — Екатеринбург : [б. и.], 2003. — 129 с. : ил. — ISBN 5-7186-0028-7 : 50.00
31. Машбиц Е. И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е. И. Машбиц. К. : Вища школа, 1987. 223 с.
32. Мордкович В. Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл. : методич. пособие для учителя / В. Г. Мордкович. М. : Мнемозина, 2000. 144 с.
33. Перевозный А. В. Дифференциация школьного образования: сущностные характеристики и структура / А. В. Перевозный // Школьные технологии. 2007. № 2. С. 49.
34. Пирютко О. Н. Сложные темы в школьном курсе математики: преодоление трудностей / О. Н. Пирютко // Народная асвета. 2010. № 8. С. 32-37.
35. Рыжкова В. Н. Дифференциация обучения, как важный фактор развития познавательных интересов школьников / В. Н. Рыжкова // Завуч. 2003. №8. С. 14-19.
36. Садакова Н. Д. Уровневая дифференциация на уроках математики. [Электронный ресурс] // URL: <http://mat-ka/uro-differc//sal21/> Дата обращения 05.09.2016

37. Саранцев Г. И. Упражнения в обучении математике / Г. И. Саранцев. 2-е изд. М. : Просвещение, 2005. 255 с.
38. Семенова И.Н. Избранные вопросы теории и методики обучения математике (аспект организации деятельности учителя : Учеб.пособие / Урал.гос.пед.ун-т. Каф.методики преподавания математики; Науч.ред.И.Н.Семенова, А.В.Слепухин. — Екатеринбург : Б.и., 2004. — 93с. — ISBN 5-7186-0050-3 : 45.00.
39. Семенова И.Н. Реализация дифференцированного подхода при изучении школьного курса математики в системе развивающего обучения : Учеб.-метод.пособие для студентов вузов по спец.032100 - математика / И.А.Аввакумова, И.А.Потапова, Г.В.Семенова, А.В.Слепухин; Урал.гос.пед.ун-т; Под ред.Х.Ж.Ганеева; Отв.ред.И.Н.Семенова. — Екатеринбург : Б.и., 2003. — 119с. — Библиогр.: с.114-115. — Допущено Учеб.-метод.об-нием. — ISBN 5-7186-0264-6 : 60.00.
40. Сохор, А.М. Логическая структура учебного материала. Вопросы дидактического анализа. - М.: Педагогика, 1974.
41. Столяр А.А. Педагогика математики: Курс лекций. – 2-е изд. перераб. и доп. – Минск: Высшейш. шк., 1974. – 383 с.
42. Темербекова А. А. Методика преподавания математики : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. М. : ВЛАДОС, 2003. 176 с.
43. Терещенко С.И. Дифференцированный подход к обучению.
44. Федеральный государственный образовательный стандарт начального и основного общего образования / Министерство образования и науки РФ – М.: Просвещение, 2012..
45. Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования: приказ от 17.12.2010 № 1897 // Вестник образования. – 2011. – № 4. – С.10-77. – // Администратор образования. – 2011. – № 5. – С.32– 72.
46. Утеева Р. А. Дифференцированные формы учебной деятельности учащихся. Научно-методический журнал « Математика в школе», №5, 1995 г.

47. Унт, И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения [Текст] / И.Э. Унт. — М.:Педагогика, 1990. — С.221.

48. Фирсов В.В. Дифференциация обучения на основе обязательных результатов обучения. — М., 1994 С 70