

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, информатики и информационных технологий
Кафедра теории и методики обучения математике

**Формирование исследовательских умений школьников в процессе
обучения математики**

Выпускная квалификационная работа
Направление «Педагогическое образование»
Профиль «Математика»

Квалификационная работа
допущена к защите
Зав. кафедрой, профессор,
доктор пед. наук.,
И.Г. Липатникова

_____ _____
дата подпись

Руководитель ОПОП:
доцент, канд. пед. наук
И.Н. Семёнова

подпись

Исполнитель:
Студентка 4 курса
Группы БМ-41
Анкина Е.С.

**Научный
руководитель:**
Доцент, канд. пед. наук
Аввакумова И.А.

Екатеринбург
2017 год

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические вопросы формирования исследовательских умений школьников в процессе обучения математике.....	5
1.1. Исследовательская деятельность и ее структуры.....	5
1.2. Понятия и виды исследовательских умений.....	12
1.3. Средства и виды задач, направленные на формирование исследовательских умений.....	16
Выводы по Главе 1	25
Глава 2. Методические особенности формирования исследовательских умений в процессе решения задач.....	27
2.1. Технологический подход к разработке системы задач по математике	27
2.2. Разработка системы задач по математике, направленной на формирование исследовательских умений обучающихся.....	46
Заключение	51
Список литературы	53

Введение

Одной из основных задач современного образования является формирование творческой личности, способной реализовать свой творческий потенциал, как в собственных интересах, так и в интересах общества.

Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования определяет цели общего образования на современном этапе. Это «ориентация образования не только на усвоение обучающимися определенной суммы знаний, но и на развитие его личности, его познавательных и созидательных способностей». Важное место в решении данной задачи отводится развивающему обучению. В связи с этим процесс обучения должен быть направлен не только на вооружение учащихся необходимыми знаниями, умениями и навыками, но и на формирование умений получать новые знания, творчески решать стоящие перед ними задачи.

Таким образом, выпускник школы должен достичь такого уровня образованности, который был бы достаточен для самостоятельного творческого решения мировоззренческих и исследовательских проблем теоретического или прикладного характера. При этом овладение исследовательскими умениями относится к существенным характеристикам высокого уровня образованности современных школьников.

В отечественной психологии накоплен богатый опыт изучения исследовательской деятельности детей, который показывает возможность и необходимость формирования исследовательских умений учащихся (Васюкова Е. Е., Венгер Л. А., Гальперин П. Я., Запорожец А. В., Матюшкин А. М., Матюхина М. В., Менчинская Н. А., Обухова Л. Ф., Поддъяков А. Н. и др.).

В трудах В. И. Андреева, В. В. Давыдова, Л. В. Занкова, Д. Б. Эльконина доказано, что в учебной деятельности, имеющей

исследовательскую направленность, наиболее полно проявляются оригинальность мышления, творчество школьников.

Объект исследования - процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования – средства, направленные на формирование исследовательских умений у школьников в процессе обучения математике.

Цель работы: разработка системы задач, направленных на формирование исследовательских умений обучающихся в курсе математики.

Задачи, поставленные на достижение цели:

1. Проанализировать психолого-педагогическую и научно-методическую литературу.

2. Раскрыть сущность понятия исследовательская деятельность и определить ее структуру.

3. Уточнить понятие исследовательских умений и обосновать возможности их формирования в процессе обучения математике.

4. Выявить средства формирования исследовательских умений у учащихся.

5. Разработать систему задач по математике, направленную на формирование исследовательских умений в рамках технологического подхода.

Глава 1. Теоретические вопросы формирования исследовательских умений школьников в процессе обучения математике

1.1. Исследовательская деятельность и ее структуры

Чтобы непосредственно перейти к теме, нужно уточнить сущность и базовых понятий. «Учебные исследовательские математические умения необходимо рассматривать с позиций психологической теории деятельности – фундаментальной теории современной психологии, так как формирование умений предусматривает овладение определенными видами деятельности в учебном процессе. А. Н. Леонтьев указывает также, что умение есть сложное устойчивое образование, сплав системы знаний и навыков; психическое свойство личности, ставшее внутренней возможностью наиболее успешного выполнения деятельности, способность» [7].

В научной литературе можно найти различные толкования понятия «умение», поэтому рассмотрим это понятие с точки зрения «сущности, структуры и особенностей его функционирования». В определении сущности умения многие ученые придерживаются мнения, что это знания в действиях (И. А. Урклин). К. К. Платонов читает, что «это вид опыта личности, приобретенный как совокупность знаний и гибких навыков, сформированных положительным переносом, который обеспечивает возможность выполнения определенной деятельности или действия в новых условиях»[21]. В педагогической энциклопедии дается следующая формулировка - это возможность эффективно выполнять действие, при этом оно может быть как практическим, так и теоретическим.

Д. Пойа трактует понятие «умения», как «мастерство, это способность использовать имеющиеся у вас сведения для достижения своих целей, умение – это способность методично работать» [23].

В общественном сознании существуют представления об исследовании как установлении, обнаружении, понимании действительности. Исследовать - означает установить порядок вещей по косвенным признакам.

С момента появления исследовательского метода проведение учебных исследований приходилось в основном на естественнонаучную и гуманитарную области. Общие аспекты формирования различных приемов математической исследовательской деятельности обучающихся рассмотрены в работах И.И. Баварина, В.А.Гусева, О.Б. Епишевой, Ю.М. Колягина, В.И. Крупича, А.Г. Мордковича, Д. Пойа и др. Математики-методисты учебное исследование в большинстве случаев рассматривают либо при углубленном изучении математики, либо как форму внеклассной работы. Выделяются процессуальные черты исследовательской деятельности: переноса знаний и умений в новую ситуацию, преобразование известных способов деятельности при решении новой проблемы, виденье новой проблемы в знакомой ситуации, видение структуры объекта.

В рамках исследовательского метода обучения учебный процесс должен моделировать процесс научного исследования, поиска новых знаний [17]. Основное содержание метода – обеспечить овладение обучаемыми методами научного познания, развить и сформировать у них черты творческой деятельности, способствовать формированию осознанных, оперативно и гибко используемых знаний [25, с. 55].

Исследовательский метод обучения - это тип проблемного обучения, при котором [17]:

1. Обучающийся усваивает материал, не просто слушая или воспринимая органами чувств, а как результат удовлетворения возникшей у него потребности к знаниям, являясь активным субъектом своего обучения.

2. Познавательная деятельность обучающихся состоит в самостоятельном решении сложных вопросов, требующих актуализации знаний, умения анализировать, видеть за отдельными фактами явления.

3. Происходит постепенное усложнение деятельности обучающихся путем сокращения сообщаемой информации и увеличения доли их самостоятельности;

4. Обучающиеся приобретают опыт исследовательской деятельности.

Исследовательскую деятельность можно рассматривать с различных позиций [19]:

1) Исследовательская деятельность - способ получения знаний учащимися (А.Я. Герд, А.В. Дистерверг, Я.А. Коменский, Ж.Ж. Руссо)

2) Исследовательская деятельность - способ организации учебного процесса (В.И. Андреев, И.Я. Лернер, А.М. Матюшкин, М.И. Махмутов, М.Н. Скаткин)

3) Исследовательская деятельность - средство создания благоприятных условий для реализации творческого потенциала личности (А.В. Усова, Е.В. Мешерова)

4) Исследовательская деятельность - средство развития познавательной активности (Г.И. Щукина, Н.Ф. Талызина)

5) Исследовательская деятельность - средство формирования научного стиля мышления (Л.П. Боговлянский, П.Я. Гальперин)

Дадим различные понятия исследовательской деятельности.

По мнению Алексева А.Г. [2], исследовательская деятельность - деятельность учащихся, связанная с поиском ответа на творческую исследовательскую задачу с заранее известным решением.

Викол Б.А. [5] определяет исследовательскую деятельность обучающихся как всякую деятельность, которая направлена на получение нового задания и осуществляется не по строгому предписанию, а на основе самоорганизации, понимая под последней способность пересмотреть и изменить свои представления об объектах, включенных в деятельность.

Обухов А.С. [2] определяет исследование как творческий процесс познания мира, себя и бытия себя в мире, а исследовательскую деятельность, как творческий процесс совместной деятельности двух субъектов по поиску неизвестного, в ходе которого осуществляется трансляция культурных ценностей, результатом которой является формирование мировоззрения. Любое исследование, неважно, в какой области естественных или гуманитарных наук оно выполняется, имеет подобную структуру. Такая цепочка является неотъемлемой принадлежностью исследовательской деятельности, нормой ее проведения. Отметим, что важной чертой исследовательской деятельности является внутренняя активность, самостоятельность субъекта этой деятельности.

По мнению Далингера В. А. [12], исследовательская деятельность - это процесс решения поставленной проблемы на основе самостоятельного поиска теоретических знаний, предвиденье и прогнозирование как результатов решения, так и так и способов и процессов деятельности. В процессе исследовательской деятельности обучающиеся овладевают обобщенными методами научного познания, а также приемами анализа учебного материала.

По И. П. Павлову, «Метод – самая первая основная вещь. От метода, от способа действия зависит вся серьёзность исследования. Всё дело в хорошем методе. При хорошем методе и не очень талантливый человек может сделать много. А при плохом методе, и гениальный человек будет работать впустую и не получит ценных, точных данных».

В нашем исследовании мы будем опираться на следующее определение: исследовательская деятельность - это процесс поиска решения неизвестного учителем и учеником, не имеющей заранее определенного алгоритма действий, направленных на получения учеником нового знания и

на развитие его личности. Деятельность, результатом которой является создание чего-то нового, является творческой. Поэтому исследовательская деятельность является частным случаем творческой деятельности. Из данного определения вытекает, что исследовательская деятельность является также разновидностью учебной деятельности, так как направлена на приобретение знаний и совершенствование личности обучающихся.

Далингер В.А. [13] выделил следующие признаки исследовательской деятельности:

1) учебное исследование - это процесс поисковой познавательной деятельности (изучение, выявление, установление чего-либо и т.д.);

2) учебное исследование всегда направлено на получение новых знаний, то есть исследование всегда начинается с потребности узнать что-либо новое;

3) учебное исследование предполагает самостоятельность обучающихся при выполнении задания;

4) учебное исследование должно быть направлено на реализацию дидактических целей обучения.

Так как исследовательская деятельность является частным случаем творческой деятельности, то все характеристики творческой деятельности применимы и к исследовательской деятельности. Сформулируем критерии творческой деятельности [9]:

- самостоятельный перенос знаний и умений в новую ситуацию;
- видение новой проблемы в знакомой ситуации;
- видение структуры объекта и его новой функции;
- самостоятельное комбинирование известных способов деятельности в новый способ деятельности;

- нахождение различных способов решения проблемы и альтернативных доказательств;

- построение принципиально нового способа решения проблемы, являющегося комбинацией известных.

К общим принципам организации учебного процесса, обеспечивающим развитие исследовательской деятельности учащихся можно отнести [14]:

1. Педагогическое руководство в создании стимулов и мотивов к учению;
2. Привитие интереса к изучаемому предмету;
3. Вооружение учащихся необходимыми приемами познавательной деятельности;
4. Систематическое осуществление принципа индивидуализации в обучении;
5. Широкое использование технических и наглядных средств обучения;
6. Внедрение в практику работы и систематическое использование компьютерных технологий;
7. Разработка творческих заданий, требующих нестандартных решений и самостоятельного поиска источника информации;
8. Сочетание и соединение дидактически и методически обоснованных методов, способствующих развитию познавательной деятельности творческих способностей учащихся.

Отсюда делаем вывод, что в литературе нет одного определенного толкования термина «умение», но можно выделить два основных подхода к его рассмотрению:

1. Умение, как процесс деятельности, действия, выполняемые сознательно (П. Я. Гальперин, И. Я. Лернер, Н. Ф. Талызина и др.)
2. Умение, как готовность и способность выполнять определенные виды деятельности (П. Б. Гурвич, В. А. Петровский, Г. И. Щукина и др.)

«Исследователи М. И. Дьяченко, Л. А. Кандыбович определяют такие свойства умения как большую, в сравнении с навыком, подвижность, которая позволяет успешно решать поставленные задачи в непостоянных условиях деятельности; сознательный характер выполнения действия с возможностью перехода в творчество. Общим признаком умений и навыков является то, что они характеризуют готовность ученика выполнять действия. Эта готовность приобретается на основе усвоения способов учебно-познавательной деятельности» [7]. Овладение какой-либо деятельностью предполагает не один навык, а несколько.

В своем исследовании мы придерживались определения, данного В. П. Ушаевым: «Учебные исследовательские умения – способность ученика выполнять умственные и практические действия, соответствующие научно-исследовательской деятельности и подчиняется логике научного исследования, на основе знаний и умений, которые приобретаются в процессе изучения основ наук».

1.2. Понятия и виды исследовательских умений

Основным способом существования человека в информационном обществе признается самостоятельный исследовательский поиск и творчество, а образование рассматривается как открытый индивидуализированный, непрерывный процесс самообучения человека в течение всей его жизни. В условиях становления информационного общества важно научить учащихся самостоятельно приобретать необходимые знания, исследовать объекты действительности; стимулировать творческое осмысление ими содержания осуществляемой деятельности. Чтобы перейти к видам и понятиям исследовательских умений, необходимо обратить внимания на такое понятие, как мышление, так как любые умения и навыки это, прежде всего результат мышления. Оно позволяет человеку найти в познаваемых объектах, как и их свойства и стороны, так и отношения и закономерности связей между ними. П.В. Середенко: «Исследовательские умения и навыки – это возможность и ее реализация выполнения совокупности операций по осуществлению интеллектуальных и эмпирических действий, составляющих исследовательскую деятельность приводящих к новому знанию» [24].

«Тем самым с помощью мышления человек познает общие свойства и отношения, выделяет среди этих свойств существенные, определяющие характер объектов. Это позволяет человеку предвидеть результаты наблюдаемых событий, явлений и своих собственных действий» [30]. Далее необходимо выяснить, в чем сущность мышления, его особенности и виды. «Учебные исследования делятся на три группы: монопредметные, межпредметные и надпредметные.

1. Монопредметное исследование - это исследование, выполняемое по конкретному предмету, предполагающее привлечение знаний для решения какой-либо проблемы именно по этому предмету.

2. Межпредметное исследование - это исследование, направленное на решение проблемы, требующей привлечения знаний из разных учебных предметов одной или нескольких образовательных областей.

3. Надпредметное исследование - это исследование, предполагающее совместную деятельность учащихся и учителя, направленное на исследование конкретных личностно-значимых для старшеклассников проблем» [18].

Л.М. Фридман выделяет такие мыслительные операции, как: сравнение, анализ и синтез, абстракция, обобщение и конкретизация. Так же различает три вида мышления:

- наглядно-действенное (характерно для детей до трех лет, когда познание совершается за счет действий в сторону познаваемых объектов);

- наглядно-образное (мышление осуществляется с помощью наглядных образов);

- теоретическое (совершается в форме абстрактных понятий и рассуждений).

А.В. Брушлинский выделяет основной «механизм» мышления – анализ через синтез, который заключается в следующем: «...в процессе мышления познаваемый объект включается во все новые связи и в силу этого выступает во всех новых качествах, которые фиксируются в новых понятиях и понятийных характеристиках из объекта, таким образом, как бы вычерпывается все новое содержание...» [4].

Исследовательскую деятельность школьников можно рассматривать как форму организации учебно-воспитательной работы, связанную с

решением творческой и исследовательской задачи. Одной из основных задач образования является развитие исследовательских умений, которые ориентированы на исследовательскую деятельность учащихся. Такая деятельность позволит школьникам легче усваивать материал, выражать собственные мысли, принимать решения. Понятие «исследовательские умения» разными авторами трактуется по-разному. Рассмотрим наиболее важные подходы для исследования.

А.И. Савенков: «...умения видеть проблемы, задавать вопросы, выдвигать гипотезы, давать определения понятиям, классифицировать, наблюдать, проводить эксперименты, делать выводы и умозаключения, структурировать материал, работать с текстом, доказывать и защищать свои идеи».

П.В. Середенко: «Исследовательские умения и навыки—это возможность и ее реализация выполнения совокупности операций по осуществлению интеллектуальных и эмпирических действий, составляющих исследовательскую деятельности приводящих к новому знанию» [24].

Так же в научной литературе существует много классификаций исследовательских умений. Мы обратимся к классификации К.П Кортнева и Н.Н. Шушариной, которые считают, что нужно развивать такие исследовательские умения, как :

- умение охватывать всю проблему в целом;
- умение корректно ставить исследовательскую задачу;
- умение оценивать методы решения поставленной задачи;
- умение планировать исследовательскую деятельность;
- умение искать оптимальное решение поставленной задачи;
- умение реализовывать выбранную исследовательскую методику
- умение оценивать ее информативность и точность с помощью

прикладных.

Так же немаловажно учитывать психологические особенности обучающихся, так как «...психофизиологический подход к изучению учебной деятельности школьников дает возможность выявить учебные ситуации, неблагоприятные для индивидов со слабой и инертной нервной системой и наметить пути преодоления возникающих трудностей с учетом индивидуальных особенностей учащихся» [1]. Учебная деятельность влияет на различные реакции нервной системы школьников, так как в одних случаях исследовательская деятельность может стимулировать мышление, а в других вызывать сложности.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что перед учителем стоит важная задача, а именно, что с учетом психолого-педагогических особенностей обучающихся выбрать средства для формирования исследовательской деятельности.

1.3. Средства и виды задач, направленные на формирование исследовательских умений

Учитель должен выступать не только в роли интерпретатора науки носителя новой информации, но и умелым организатором систематической самостоятельной поисковой деятельности обучающихся по получению знаний, приобретению умений и навыков, усвоении общих способов деятельности. Исследовательские умения как основные компоненты личности будущего специалиста, включают в себя ведущие характеристики процесса профессионального становления, отражают универсальность ее связей с окружающей средой, способствуют раскрытию творческой самореализации, стимулируют трансформацию знаний, умений и навыков исследовательской деятельности в любую область познавательной и практической деятельности, способствуя, таким образом, появлению дополнительных возможностей повышения уровня знаний и навыков, помогают социальной мобильности и уверенности на рынке труда.

Воронько Т.А. считает, что процесс формирования исследовательской деятельности учащихся при обучении математики будет эффективным, если [6]:

- 1) будет основан на принципах развивающего обучения в контексте деятельностного и личностно-ориентированного подходов в обучении;
- 2) будет являться составной частью процесса формирования творческой деятельности и функционировать в ее составе;
- 3) будет основан на формировании познавательной самостоятельной активной деятельности учащихся по усвоению ими новых знаний и способов деятельности;
- 4) будет включать в единстве теоретический материал, практические задания и задачи исследовательского характера.

Одним из способов включения обучающихся в исследовательскую деятельность организация учебных исследований. Учебное исследование - это творческая работа, выполненная с помощью корректной методики, имеющая полученный с помощью этой методики собственный экспериментальный материал, на основании которой делается анализ и выводы о характере исследуемого явления [3].

Учебные исследования призваны обеспечить творческое применение имеющихся у обучающихся знаний для самостоятельного решения познавательной проблемы.

Признаками учебного исследования являются [3]:

1. Постановка познавательной проблемы и цели исследования,
2. Самостоятельное выполнение учащимися поисковой работы;
3. Направленность учебного исследования обучающихся на получение новых для себя знаний;
4. Направленность учебного исследования на реализацию дидактических, развивающих и воспитательных целей образования.

При проведении учебных исследований должна быть соблюдена система принципов [3]:

- принцип естественности (проблема исследования должна быть актуальной, а также вызывать неподдельный, искренний интерес обучающихся);
- принцип осознанности (обучающиеся четко должны представлять себе проблему исследования, его цель);
- принцип самостоятельности (обучающиеся добывают новые знания в процессе самостоятельно, приобретая при этом собственный опыт);
- принцип наглядности;
- принцип культуросообразности (учет традиций, существующих в данной культуре, характерных для данной социальной общности)

Рассмотрим основные дидактические функции учебного исследования по Далингеру В.А.:

«- функцию открытия новых (субъективно новым, неизвестных обучающемуся) знаний (то есть установление существенных свойств понятий; выявление математических закономерностей; отыскание доказательства математического утверждения и т. п.);

- функцию углубления изучаемых знаний (то есть получение определений, эквивалентных исходному; обобщение изучаемых теорем; нахождение различных доказательств изученных теорем и т. п.);

- функцию систематизации изученных знаний (то есть установление отношений между понятиями; выявление взаимосвязей между теоремами; структурирование учебного материала и т. п.);

- функцию развития учащегося, превращение его из объекта обучения в субъект управления, формирование у него самостоятельности к самоуправлению (самообразованию, самореализации);

- функцию обучения учащихся способам деятельности, приемам и способам научных методов познания.

Организация поисково-исследовательской деятельности обучающихся предполагает выполнение следующих этапов:

- мотивация учебной деятельности;
- постановка проблемы исследования; формулировка конечной и промежуточных целей выполнения исследовательского задания;
- анализ имеющейся информации по рассматриваемому вопросу;
- планирование деятельности по выполнению эксперимента (проведение измерений, испытаний, проб и т.д.) с целью получения фактического материала;
- самостоятельное проведение эксперимента;

- систематизация и анализ полученного фактического материала;
- выдвижение гипотезы;
- подтверждение или опровержение гипотезы;
- выводы;
- оформление хода выполнения задания и полученных результатов;
- обсуждение результатов» [13].

Ганеев Х.Ж., Иванова О.А [8] выделяют три уровня учебного исследования в зависимости от степени самостоятельности в деятельности обучающихся.

Первый уровень: обнаружение проблемы и выдвижение гипотезы осуществляется либо учителем, либо под его непосредственным руководством. На этом этапе доля самостоятельности обучающегося мала. На этом уровне учитель сам выдает проблему и намечает план ее решения, включая лишь в отдельные звенья рассуждения. Выделив проблему, учитель дает детям возможность самим попытаться решить ее на основе уже имеющихся знаний и убедиться, что для достижения этих знаний недостаточно. Учитель осознано заостряет конфликт, подчеркивает возникшее противоречие, стимулирует попытки найти выход из создавшегося положения и принимает участие в решении.

Второй уровень: постановка проблемы происходит под руководством учителя, остальные этапы обучающиеся выполняют самостоятельно (в индивидуальной или групповой деятельности). На этом уровне учитель только ставит проблему, а метод ее решения обучающиеся ищут самостоятельно.

Третий уровень: исследование проводится обучающимися самостоятельно. Здесь постановка проблемы, поиск метода и разработка самого решения осуществляются обучающимися самостоятельно.

Кроме того, учебные исследования можно использовать при осуществлении контроля знаний основных разделов школьного курса

математики, при определении уровня владения различными методами решения задач, при выявлении уровня логического мышления, а также уровня сформированности умения и навыков.

Существует несколько классификаций видов задач в математике:

1) по содержанию (вычислительные, задачи на доказательство, задачи на построение, комбинированные задачи);

2) по функциям (дидактические, они могут быть и познавательными, и развивающими; развивающие - проблемные задачи);

3) по обучающей роли в изучении школьного курса: задачи на усвоение, задачи на овладение математической символикой, задачи на обучение доказательству, задачи на формирование математических умений и навыков, задачи развивающего характера.

4) В зависимости от числа известных ученику компонентов выделяют следующие виды задач:

- тренировочные упражнения (шаблонные задачи), в них известны и цель, и способ решения, и ответ. К первому виду задач относят учебные задачи, где известны цель и условие задачи, они занимают наибольшее содержание учебника;

- нестандартные задачи – в таких задачах известно только условие;

- задачи-проблемы – известна только цель. Данные задачи встречаются в быту и производстве, где четко определена только цель, необходимые условия пути и средства решения ученик должен определить самостоятельно.

Одно из средств формирования исследовательских умений в процессе обучения математики является учебно-исследовательская задача.

В рамках технологии развивающего обучения учебно-исследовательская задача понимается как задача, основным назначением которой является усвоение обобщенного способа действий.

Седакова В.И., Дьячкова М.В. [28] определяют учебно-исследовательскую задачу как конкретные аспекты поставленной научной проблемы, выяснение которой направлено на ее решение.

Д. Пойа считает, что задачи исследовательского характера – это задачи, в которых главную роль играют правдоподобные рассуждения, а также задачи с глубоким подтекстом, связанные с окружающей нас действительностью.

Меньшикова Н.А. [29] рассматривает учебно-исследовательскую задачу как многокомпонентное задание, представляющее собой укрупненную дидактическую единицу, а также выявляет характеристики учебно-исследовательских математических задач:

1. возможность совместного построения задачи учениками и учителем на основе опорной задачи из учебной программы;
2. возможность варьирования учителем уровня сложности, позволяющая применять такие задачи для обеспечения дифференциации и индивидуализации обучения;
3. возможность составления учениками нового плана исследования выбранного объекта, предусматривающего их самостоятельную деятельность.

Также можно выделить учебно-исследовательских задач:

- 1) Не содержащие требования. К ним можно отнести такие задачи, в которых по предлагаемым данным нужно отыскать все, что возможно. При

решении таких задач важно обратить внимание на полноту их решения, на последовательность построения действий и логику рассуждений каждого учащегося. Основанную на индивидуальном восприятии, обучающиеся продвигаются вперед в порядке и темпе, который соответствует их индивидуальным особенностям. На основе наблюдений, анализа обучающиеся выявляют связи и отношения между элементами задачи и на основе синтеза формулируют проблемы и строят гипотезы.

2) На установление истинности высказывания, то есть на выявление истинности некоторых математических предложений, связанных с изучаемым понятием, или на существование данного объекта. К задачам данного типа можно отнести и различные математические парадоксы. Таким образом, задачи второго типа - это задачи, где предлагаются ошибочные суждения, где требуется найти ошибку и исправить ее.

3) Решаемые различными способами. Такие задачи не требуют от обучающихся общего, одинакового для всех, решения. Каждый может решить задачу таким способом, который ему понятнее. Основная трудность решения - это найти основную идею для достижения цели.

Чтобы иметь возможность выбрать идею решения задачи, нужно располагать запасом таких идей. Получив задание и уяснив суть проблемы задачи, обучающиеся в процессе эмпирического поиска предлагают несколько гипотез, которые влияют на метод решения.

Решение задачи различными способами, по сути, является для обучающихся исследовательской деятельностью, так как позволяет им рассматривать объекты, данные в задаче, с разных точек зрения, находить свои, новые пути решения, проверить правильность полученного результата, из нескольких способах решения выбрать наиболее рациональный.

4) С измененными условиями. Сюда можно отнести задачи, нацеленные на перестраивание условия путем отказа от избыточной информации, и задачи на частичное изменение условия с целью создания новой проблемы. Задачи с избыточными и недостающими данными играют немаловажную роль при выдвижении гипотез, так как позволяют выявить у учащихся умения устанавливать связи и отношения между элементами задачи.

5) Обратные данным. Такие задачи ставят обучающихся на позицию исследователей, так как направлены на открытие ими новых фактов, что позволяет сформулировать им новые теоремы и определения понятий.

б) С параметрами. Задачи этого типа позволяют учащимся рассмотреть проблему с разных точек зрения, дать полное и исчерпывающее ее решение. Формировать такой подход к решению задачи можно на примерах, не связанных с вычислениями, это задачи на конструирование геометрических объектов. А также обобщенные задачи, которые позволяют рассмотреть все возможные, дающие разные решения, случаи.

Учебно-исследовательские задачи имеют важное развивающее и воспитательное значение. В ходе поиска решения нестандартных задач развиваются сообразительность, изобретательность, смекалка. Правильно поставленное обучение решению исследовательских задач воспитывает у учеников настойчивость в преодолении трудностей, уважение к труду других участников. Каждая решаемая задача имеет методическую цель. Поэтому учитель должен стремиться не к тому, чтобы задача была решена быстро и безошибочно, а к тому, чтобы она была решена творчески [16].

Деятельность учителя, направленная на формирование исследовательских умений у обучающихся, может заключаться в следующем:

1. В организации работы по решению учебно-исследовательской задачи;

2. В проведении учебного исследования;
3. В создании проблемной ситуации.

Таким образом, учебно-исследовательская задача является средством формирования исследовательских умений.

Анализ учебных пособий показывает, что они содержат недостаточное количество задач исследовательского характера. Поэтому учитель должен осуществлять подбор исследовательских задач или конструировать эти задачи самостоятельно.

Выводы по Главе 1

«В работах В.В. Давыдова, А.К. Дусавицкого, А.В. Запорожца, М.Б. Зацепиной, В.Т. Кудрявцева, Н.Г. Морозовой, Г.В. Пантюхина, Н.Н. Поддякова, А.П. Усовой подчеркивается, что уже к старшему дошкольному возрасту познавательная-исследовательская деятельность вычленяется в особую деятельность ребенка со своими познавательными мотивами, осознанным намерением понять, как устроены вещи, узнать новое о мире, упорядочить свои представления о какой-либо сфере жизни. К моменту поступления в первый класс у ребенка формируется способность к аналитическо-синтетической деятельности не только в отношении непосредственно воспринимаемых предметов, но и на основе представлений, начинают закладываться основы логического мышления. Овладевая исследовательской деятельностью, ребенок усваивает эталоны, вырабатывает свои правила поведения, способы действий и приобретает внутренний опыт, что приводит к формированию комплекса исследовательских умений» [10].

Отметим, что для целенаправленного формирования исследовательских умений у обучающихся необходимо иметь систему учебно-исследовательских задач, но в учебных пособиях таких задач недостаточно. Причем, эта система должна быть составлена с учетом правил отбора задач, правил упорядочивания задач, должны присутствовать основные этапы конструирования системы задач по математике. Исходя из всего выше изложенного, можно сделать следующие выводы:

1. Исследовательская деятельность по математике - целенаправленное средство развития обучающихся, стимулирования у них познавательной и творческой активности, формирования логического мышления и учебной самостоятельности.

2. Исследовательская деятельность имеет следующие этапы: выявление проблемы, постановка проблемы, нахождение путей решения проблемы, оформления решения.

3. Включение обучающихся в исследовательскую деятельность является условием развития личности школьника благодаря интегрирующей особенности исследовательской деятельности.

4. В процессе обучения математике для непрерывного поступательного развития обучающегося необходимо наряду с общеобразовательными и специальными умениями формировать исследовательские умения.

5. На основе анализа научной литературы выделено пять групп исследовательских умений:

- 1) умения организовать свою работу;
- 2) умения, связанные с осуществлением исследования;
- 3) умения работы с информацией;
- 4) умения оформить и представить результат своей работы;
- 5) умения, связанные с анализом своей деятельности, и оценочной деятельностью.

6. Выявлено средство формирования исследовательских умений – учебно-исследовательская задача по математике.

Глава 2. Методические особенности формирования исследовательских умений в процессе решения задач

2.1. Технологический подход к разработке системы задач по математике

Методика обучения математике отвечает на следующие основные вопросы, определяющие содержательные единицы методики обучения математике как науки? «Зачем учиться?», «Чему учиться?», «Как учить?».

Выделенные единицы методики обучения математике как предмета взаимообусловлены и взаимосвязаны в процессе обучения и составляют методическую систему. Е. В. Позднякова [22] предлагает систему различных видов открытых задач, решение которых формирует исследовательские умения.

1. Разноуровневые открытые задачи, развивающие умение ставить цели работы

Первый уровень - цель задачи

- 1) «озвучена» в формулировке;
- 2) сформулирована на языке математики (как и сама задача).

Например: Какова цель задачи: «Существует ли параллелограмм, в котором одна диагональ и две стороны соответственно равны 2 см, 5 см и 2 см?» (Доказать (или опровергнуть) существование параллелограмма, в котором одна диагональ и две стороны соответственно равны 2 см, 5 см и 2 см?).

Второй уровень - цель задачи не «озвучена» в формулировке, но сформулирована на языке математики (как и сама задача). Например:

- 1) Какова цель задачи: «Почему одна диагональ параллелограмма всегда больше другой?» (Доказать, что одна диагональ параллелограмма всегда больше другой)

2) Какова цель задачи: «Верно ли, что любая замкнутая линия разбивает плоскость на две части?» (Доказать истинность или ложность утверждения: «Любая замкнутая линия разбивает плоскость на две части»).

Третий уровень - цель задачи не «озвучена» в формулировке, задача сформулирована не на языке математики. Например: Какова цель задачи: «В каком месте дачного участка, имеющего форму прямоугольника, нужно поставить фонарь, чтобы все углы были освещены одинаково?» (Найти точку внутри прямоугольника, равноудаленную от его углов).

2. *Разноуровневые открытые задачи, развивающие умение анализировать условия заданной ситуации.*

Первый уровень - условия, описывающие заданную ситуацию

- 1) сформулированы явно;
- 2) не содержат противоречия;
- 3) не содержат избыточных данных. Например: Существует ли треугольник ABC, если одна его сторона равна 5 см, вторая на 2 см меньше, а третья в 2 раза больше?

Второй уровень - в условии задачи нарушено одно из требований 1)-3).
Например:

1) Можно ли найти периметр равнобедренного треугольника, если известна одна из его сторон и высота? В условии задачи присутствует неопределенность, а именно, не сказано, какая из сторон треугольника известна. Для ответа нужно рассмотреть два возможных случая: а) известна боковая сторона треугольника; б) известно основание треугольника.

2) Можно ли найти периметр прямоугольного равнобедренного треугольника, если его катеты равны $5a$, гипотенуза - $12a$? Условие задачи противоречиво : такого треугольника не существует.

3) Можно ли найти все стороны равнобедренного треугольника, если две его стороны относятся 4:7, периметр равен 38 см, одна из сторон на 10 см больше другой? В условии задачи содержатся избыточные данные: для того,

чтобы найти все стороны треугольника, достаточно одной из следующих комбинаций: а) периметр и отношение сторон; б) периметр и разность сторон; в) отношение и разность сторон.

Третий уровень - хотя бы часть условия, характеризующих геометрическую ситуацию, учащиеся вводят самостоятельно. Например: При каком условии четырехугольник ABCD, является параллелограммом, если векторы AB и CD равны? В задачах на нахождение условий требуется искать как необходимые, так и достаточные условия. В рассматриваемой задаче необходимое условие: векторы AB и CD не лежат на одной прямой; достаточное условие: вектор AB не перпендикулярен CD (ABCD - не прямоугольник), AB и CD не имеют общих точек (ABCD - не ромб).

3. Разноуровневые открытые задачи, развивающие умение выдвигать, обосновывать гипотезы.

Первый уровень - открытые задачи, удовлетворяющие следующим требованиям:

- 1) для выдвижения гипотезы достаточно 1-2 проб;
- 2) доказательство гипотезы основывается на одной известной теореме;
- 3) отсутствует необходимость построения математической модели (задача сформулирована на языке математики). Например: Два равных прямоугольных треугольника приложили один к другому таким образом, что их гипотезы совпали, а неравные острые углы приложили один к другому. Каков вид получившегося при этом четырехугольника? (Для определения вида четырехугольника достаточно одной пробы, а доказательство гипотезы: «Получившийся четырехугольник - прямоугольник» основывается на теореме о сумме углов треугольника).

Второй уровень - открытые задачи, в которых нарушены требования 1)-2). Например: Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Какова зависимость между смежными сторонами данного параллелограмма?

(Для доказательства гипотезы: «Одна смежная сторона в 2 раза больше другой» требуется применить теоремы об углах, образованных двумя параллельными прямыми и секущей, а также свойства равнобедренного треугольника).

Третий уровень - открытые задачи, в которых нарушены требования 1)-3). Например: Два пешехода К и L равномерно идут по прямолинейным отрезкам. Какую линию описывает середина отрезка KL при движении пешеходов? Для решения данной задачи учащимся необходимо: 1) построить математическую модель предложенной ситуации и переформулировать задачу на язык математики; 2) провести 2-3 пробы с целью выдвижения гипотезы, применяя знания о взаимном расположении двух прямых на плоскости; 3) доказать гипотезу, используя понятия «вектор», «длина вектора», правило сложения векторов, а также знания из курса физики (уравнение равномерного движения прямолинейного движения материальной точки). Усвоить процессуальную сторону деятельности по решению открытых задач, связанных с выдвижением и обоснованием гипотез (умение 3), помогают учебно-исследовательские карты, работа над которыми организуется либо в групповой, либо в индивидуальных формах. В дальнейшем учитель может усложнять работу по таким картам, не обозначая в них явно один или несколько этапов.

4. Разноуровневые открытые задачи, развивающие умения планировать решение проблемы

Первый уровень - открытые задачи, в которых учащимся

- 1) известен алгоритм решения задачи;
- 2) не требуется построение математической модели (задача сформулирована на языке математики). Например: Как найти периметр равнобедренного треугольника (рис. 1), если известна его высота и основание?

План решения:

1. Найти АО (по свойству: «в равнобедренном треугольнике высота является медианой»).
2. Найти АВ (по теореме Пифагора)
3. Найти периметр: $P = AB+BC+AC$, используя определение равнобедренного треугольника ($AB=BC$)

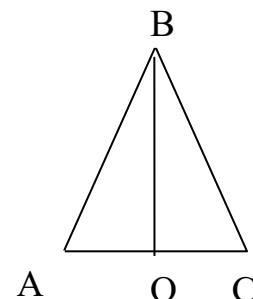


Рис. 1

Задача предоставлена учащимся после изучения теоремы Пифагора. Алгоритм решения элементарных задач 1. - 3. учащимся известен, следовательно, эта задача - стандартная.

Второй уровень - открытые задачи, алгоритм решения которых неизвестен. Например: Как, зная сумму и разность двух отрезков найти эти длины? Данная задача отличается от предыдущей тем, что учащиеся «открывают» алгоритм ее решения.

Третий уровень - открытые задачи прикладного характера, алгоритм решения которых неизвестен. Например: Кузнечик прыгает по прямой большими и малыми прыжками. Большой прыжок составляет 12 см, малый - 7 см. Как ему попасть из точки О в точку А, находящуюся от О на расстоянии 36 см? При решении данной задачи учащиеся не только «открывают» алгоритм решения, но и переформулируют задачу в виде абстрактной геометрической задачи, строят математическую модель последней.

5. *Разноуровневые открытые задачи, развивающие умение критически анализировать результат*

Первый уровень - открытые задачи, в которых требуется выяснить

1) верно ли утверждение, пользуясь одной теоремой (свойством, определением);

2) верно ли решение задачи (приводится безошибочное решение).
Например: Верно ли утверждение: «Если два угла равны, то они вертикальные?».

Второй уровень - открытые задачи, в которых требуется выяснить

1) верно ли утверждение пользуясь несколькими теоремами (свойствами, определениями)

2) верно ли решение задачи (решение задачи содержит логическую ошибку). Например: Верно ли решена задача: «На плане с масштабом 1:10000 изображен прямоугольник, имеющий на плане стороны 2 и 3. Вычислить площадь этого прямоугольника на местности».

Решение:

$$1) S_1 = 3 \cdot 2 = 6;$$

$$2) S_2 = 6 \cdot 10000 = 60000$$

$$\text{Ответ: } S_2 = 60000$$

Третий уровень - открытые задачи, в которых требуется выяснить, рационально ли приведено решение. Ответ обосновать (предложить еще один вариант решения задачи).

Открытые задачи можно использовать на всех этапах обучения в качестве устных упражнений (преимущественно задачи первого уровня), групповых или индивидуальных заданий (классных и домашних), заданий для проведения зачета по изученной теме. Такие задачи позволяют глубже и прочнее усвоить теоретический материал, повышают интерес к изучению геометрии, служат пропедевтикой учебно-исследовательской деятельности (то есть подготавливают учащихся к такой деятельности), развивают такие важные качества мышления как критичность, гибкость, нестандартность, способствуют овладению учащимися приемами анализа, синтеза, сравнения, обобщения, прививают навыки творческой деятельности. Разный уровень

открытых задач позволяет дифференцировать обучение, что способствует гуманизации образования.

Рассмотрев данную. Систему, предложенную Поздняковой [22] можно сделать вывод о том, что все они строятся на выделении основополагающего признака, который может опираться либо на содержательную часть задачи, либо на деятельностную стороны работы обучающегося.

Классическая схема методической системы, разработанная А. М. Пышкало (схема 1), в настоящее время модернизируется многими последователями, в частности, А. В. Хуторским, выводящим цели обучения из смысла образования, имеющего субъективный и объективный аспекты (схема 2) [26]

Схема 1

Методическая система А.М. Пышкало

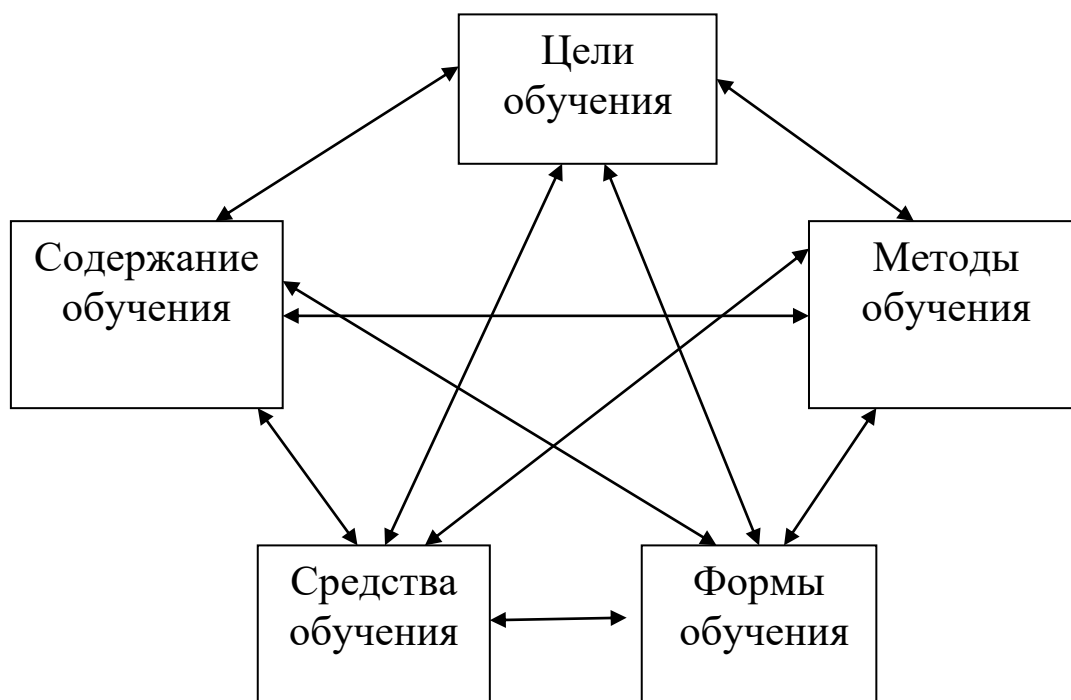
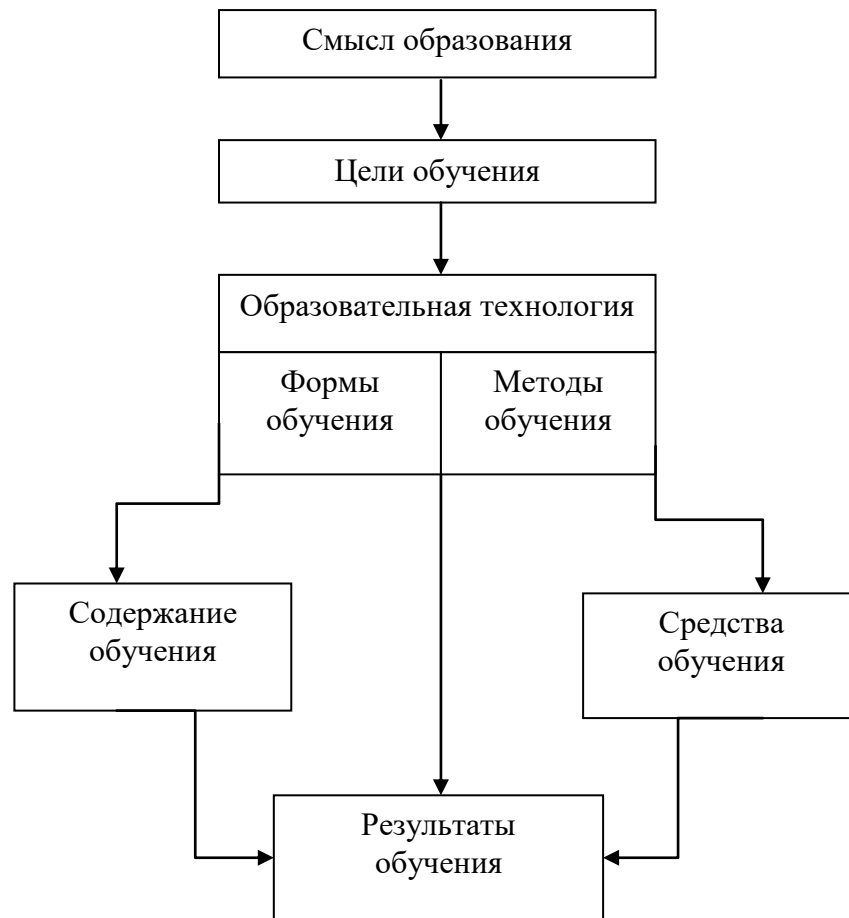


Схема 2

Методическая система А. В. Хуторского



Предметом нашего исследования является процесс формирования исследовательских умений школьников в процессе обучения математике. Тогда, опираясь на методическую систему А. М. Пышкало, можно сказать, что:

Целью обучения будет являться формирование исследовательских умений учащихся в процессе обучения математике;

1. Содержанием обучения будет выступать материал по геометрии 7-9 классы;
2. Будут использоваться индивидуальная и групповая формы обучения;
3. Будет применяться проблемный метод обучения

4. Средством обучения будет выступать система учебно-исследовательских задач

Остальная часть нашей работы будет посвящена разработке системы учебно-исследовательских задач, направленной на формирование исследовательских умений школьников в процессе обучения математике. Поэтому рассмотрим технологию конструирования системы задач по математике, предложенной Г. И. Ковалевой [27].

1. *Теоретический этап* (на данном этапе происходит выявление совокупности основных понятий, фактов и умений, которые должны быть сформированы в процессе изучения темы в соответствии с программными требованиями).

2. *Отборочный этап* (на данном этапе осуществляется отбор задачного материала. Если имеющиеся в учебных пособиях задачи не позволяют добиться поставленных целей, то недостающие задачи строятся с помощью приемов обобщения, конкретизации, составления обратных задач варьирования).

3. *Связующий этап* (на данном этапе между совокупностью отобранных задач устанавливаются взаимосвязи).

4. *Структурирующий этап* (в соответствии с правилами упорядочивания задач и методами конструирования строятся системы задач для каждого из уроков).

5. *Констатирующий этап* (проверяется соответствие построенных систем задач выделенным системным требованиям. В случае необходимости производится корректировка сконструированных систем задач).

И. Г. Ковалева [27] выделяет следующие требования к отбору задач в систему:

1. *Правило доступности.* Каждая задача должна быть посильна ученику. Следует оберегать учащихся от непосильных трудностей, заботиться о сохранении интереса к решению задачи.

2. *Правило однотипности.* В систему необходимо включать однотипные задачи, так как это способствует формированию прочных знаний и умений. Однако однотипных задач в системе должно содержаться в разумном количестве.

3. *Правило однообразия.* Чтобы избежать снижения интереса, внимания и активности учащихся, в систему должны быть включены задачи, разнообразные по содержанию, форме и способу решения.

4. *Правило противопоставления.* Необходимо включать в систему задачи на сходные и взаимообратные понятия, а так же задачи, не имеющие решения.

5. *Правило учета целей.* При выборе задач в систему необходимо учитывать цели, которые могут быть достигнуты посредством конкретной задачи. Нельзя выпускать из виду и общие цели их использования, их место в системе.

6. *Правило ситуативности.* При отборе задач необходимо предусмотреть применение формируемого действия в различных ситуациях.

7. *Правило полноты.* Перед отбором задач системы необходимо выделить все понятия и факты, которые должны освоить учащиеся, умения и навыки, которые они должны приобретать в процессе решения системы.

Упорядочивание задач системы также производится по определенным правилам:

1. *Правило усложнения.* Необходимо учитывать сложность каждой задачи системы и располагать задачи в порядке увеличения сложности.

2. *Правило структурности.* Система задач должна быть разбита на несколько подсистем, которые отделяются друг от друга либо задачами на повторение, либо нестандартными задачами.

3. *Правило индивидуализации.* Следует учитывать, что разным учащимся требуется разное время для решения одних и тех же задач, а также разное количество задач для освоения одного и того же материала. Система задач должна иметь открытую структуру, то есть у учителя должна быть возможность исключать некоторые задачи или менять форму их представления.

Освоение механизмов конструирования системы задач в методическом отношении представляет собой сложную проблему, поэтому важной представляется систематизация знаний о методах конструирования систем учебных задач:

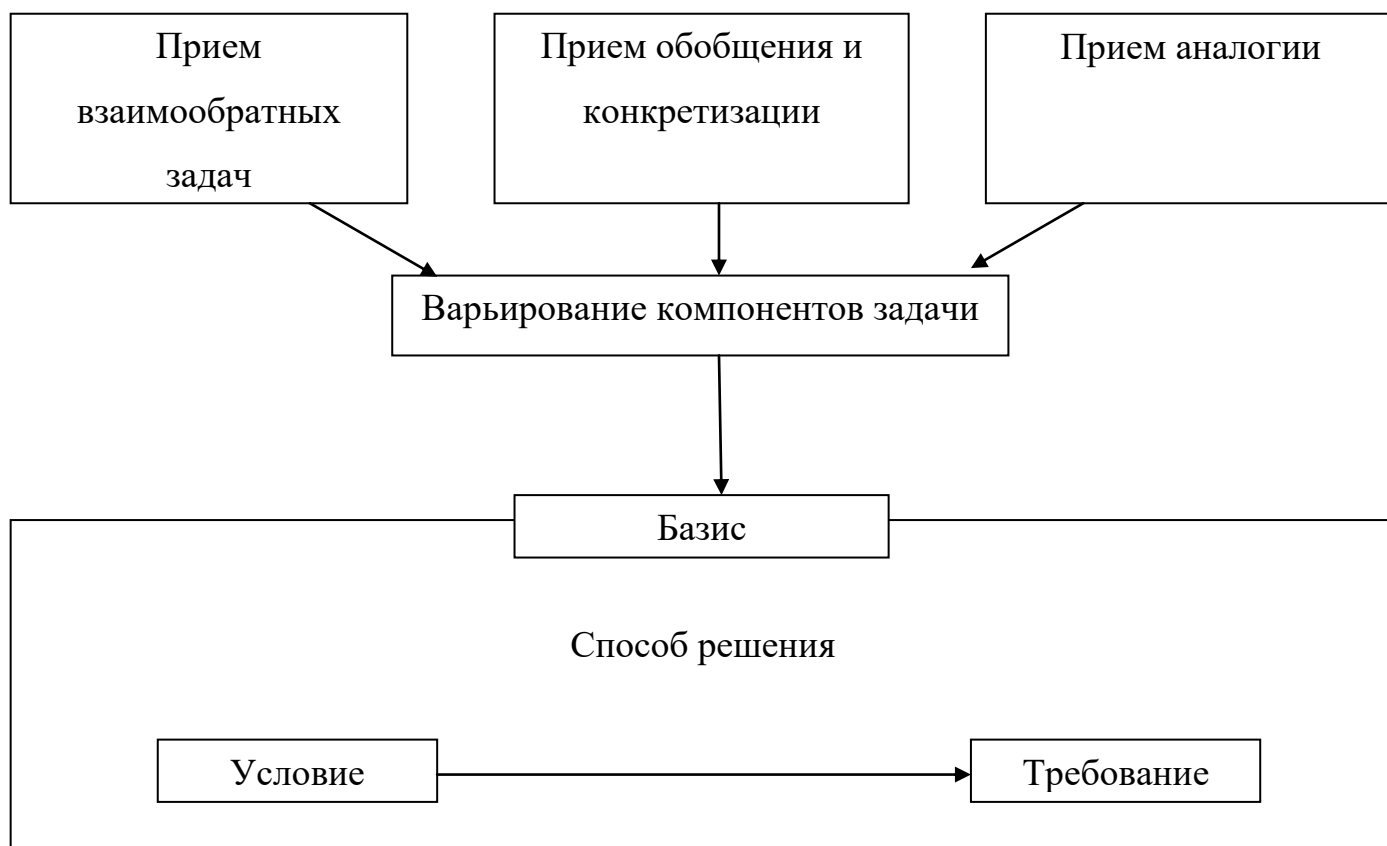
1. Метод варьирования задачи
2. Метод ключевых задач
3. Метод целевой задачи
4. Метод «снежного кома»

Рассмотрим краткое описание перечисленных методов конструирования систем учебных задач по математике.

- *Метод варьирования задачи* (каждая задача системы получена из данной задачи путем варьирования ее содержания или формы. Содержание задачи есть совокупность ее компонентов: условие, требование, базис и способ решения. Варьирование - это не только изменение, но и замена объектов или (и) отношений, добавление или (и) изъятие компонентов - условий, требований).

Схема 3

Метод варьирования задачи



Понимая прием как элемент метода, его составную часть выделим приемы конструирования, используемые при составлении системы задач разными методами. Ими являются прием построения взаимобратных задач, прием аналогии, прием обобщения и конкретизации. Рассмотрим характеристику каждого приема.

- Суть приема составления обратных задач - при составлении обратной задачи меняют местами условие и требование исходной задачи. Поскольку данных и искомых величин в задаче может быть несколько, то и так называемая «обратная задача» может быть не одна.

- При составлении задач так же можно действовать по аналогии. Суждения, полученные по аналогии, носят вероятный характер и подлежат

исследованию. Они являются источниками научных гипотез и играют важную роль в открытиях. Эрдинеев П.М.: «Аналогия лишь открывает путь исследования и не имеет доказательной силы».

- При решении и составлении математических задач часто применяют индуктивные обобщения. Его суть: рассматривается самый простой частный случай задачи, когда она решается легко. Решив эту задачу, обобщают ее на другой более сложный, но все же частный случай используя результат предыдущей задачи. Обобщение происходит до тех пор пока не получится задача обобщающая все предыдущие. Обратный обобщению процесс происходит при применении конкретизации.

Варьирование условия задачи не должно быть произвольным. Когда условие меняется калейдоскопически, учащимся трудно сосредоточить внимание на существенных связях между данными, понять роль варьируемого элемента.

В методической литературе выделяют два взаимообратных приема варьирования некоторого элемента условия задачи. Первый прием предполагает при переходе от одной задачи к другой инвариантность всех их звеньев кроме одного. Второй - обратный первому - варьируется то звено внешней формы условия, уяснения роли которого является целью в данный момент.

Снятие условий в исходной задаче может привести к неопределенной или инвариативной задаче.

Неопределенные задачи - это задачи с неполным условием, в котором для получения полного ответа не хватает одной или нескольких величин или каких-то указаний на свойства объекта или его связи с другими объектами. Решить неопределенную задачу, то есть указать множество значений искомой величины. Ученику, привыкшему к определенности, недостаточно

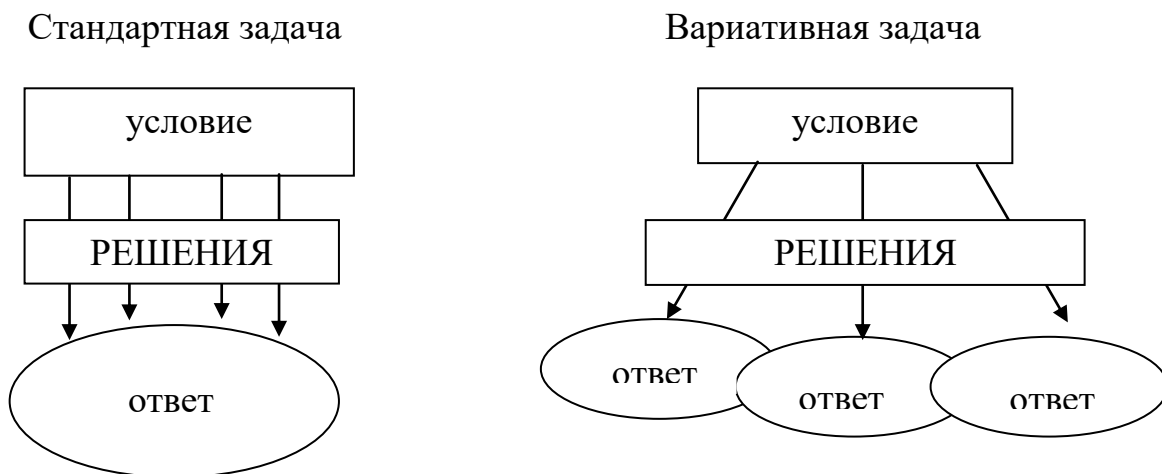
данных, чтобы приступить к решению задачи. Целесообразно задать учащимся следующий вопрос: «Как можно поменять требования, чтобы задача имела решение?». Так же примером неопределенных задач служат задачи с параметрами.

Решение неопределенных задач требует от ученика мобилизации практически всего набора знаний, умения анализировать условие, строить математическую модель решения, находить данные в задаче «между строк» условия. С помощью неопределенных задач создается представление о вариативности решения или ответа к задаче, о путях выбора рационального способа решения.

Под вариативной задачей будем понимать задачу, формулировка которой не допускает точного установления взаимного расположения объектов условия или требования.

Схема 4

Отличие стандартной задачи от вариативной



Решить вариативную задачу, значит рассмотреть всевозможные варианты расположения объектов.

Получить вариативную задачу можно варьируя условие снятием части характеристик или их обобщением. Ковалева И.Г. выделяет приемы варьирования условия для получения вариативных задач:

Точка принадлежит отрезку→точка принадлежит прямой; угол острый (тупой)→угол; равнобедренный, равносторонний, тупоугольный, прямоугольный треугольник→треугольник; внешний (внутренний) способ задания окружности→окружности касаются и т.д.

Если добавлять условия в исходную задачу, то получим переопределенную задачу, в которой имеются лишние данные. Ненужные для решения, а лишь маскирующие способ решения задачи. Данные в таких задачах могут быть противоречивыми и выявление этой противоречивости или непротиворечивости является обязательным элементом решения переопределенной задачи. Задачи данного типа требуют от ученика умения анализировать условие, находить нужные данные и отбрасывать ненужные. Причем, ненужными у разных учеников могут быть разные величины.

Можно выделить следующие виды задач с излишними данными:

1. в условии задачи некоторые элементы дублируют друг друга, то есть приводят к одному и тому же результату;
2. в условии задачи некоторые элементы, которые являются различными вариантами заданного отношения;
3. определить есть ли в условии задачи элементы, являющиеся следствием других элементов условия.

В соответствии с перечисленными видами задач можно предложить рекомендации учащимся, которые организуют их работу по поиску излишних данных в условии задачи:

1. определить есть ли в условии задачи элементы, которые приводят к одному и тому же заключению;
2. определить есть ли в условии задачи элементы, которые являются различными вариантами заданного отношения;
3. определить есть ли в условии задачи элементы, являющиеся следствием других элементов условия.

Переопределенные задачи позволяют обучающимся осуществить прогноз способа решения, в соответствии с этим выбрать необходимые данные и проверить правильность решения, сравнив ответы.

Итак, умение выявлять избыточные данные заключается в постановке обучающимся перечисленных выше вопросов в процессе решения любой задачи. Заметим, что владение обучающимся данным умением помогает ему при составлении собственных задач определить избыточность выбранных условий.

В результате варьирования условия могут получиться противоречивые задачи, которые будут содержать противоречия между данными. Решить противоречивую задачу - значит найти противоречие в условии. Так как противоречивость не всегда бросается в глаза, то необходимо выполнять проверку полученного ответа. Некоторые из задач этого типа позволяют выявить противоречие еще при анализе условия, в результате чего процесс решения становится излишним. Достаточно частое повторение таких ситуации приведет обучающихся к анализу условия перед началом решения, чтобы избавить себя от лишней работы.

Подобные задачи следует предлагать обучающимся на уроке, чередуя с аналогичными заданиями, в которых объект соответствует условию задачи. Такая организация занятий мобилизует их на постоянный контроль за

формулировкой задачи, устраняет формальный подход к ее решению. «Нередко приходится не без удовольствия наблюдать, как учащиеся, у которых постепенно формировалось чувство критического анализа, указывали на отдельные неточности, упущения в условиях задач, указывали пути их исправления», - пишет Д.В. Климченко [20].

Наряду с варьированием условия задачи возможно и варьирование требования. Варьирование требования может идти по линии минимизации. Предельный случай - это задачи, в которых имеются все данные, но нет требования. Так называемые задачи с несформированным требованием.

Варьирование базиса и, как следствие, способа решения приводит к решению одной задачи разными способами. На одну задачу, решаемую разными способами можно смотреть как на своеобразную систему, удовлетворяющую всем предъявленным к ней требованиям.

✓ Метод конструирования системы задач, построенной по принципу - каждая задача системы использует результат решения (утверждение или метод) ключевой задачи - будем называть методом ключевых задач.

Существует две точки зрения на понятие ключевой задачи. Первая из них состоит в рассмотрении ключевой задачи как задачи-факта, результат решения которой может быть использован при решении каждой из задач системы. Зачастую такая ключевая задача оказывается дополнительной теоремой школьного курса.

Вторая точка зрения состоит в рассмотрении ключевой задачи как задачи-метода. При изучении какой-либо темы можно отобрать минимум задач, овладев методами решения которых, учащиеся будут в состоянии решить любую на уровне программных требований по изучаемой теме.

✓ Метод целевой задачи предполагает выделение достаточно сложной задачи, решение которой разбивается на решение ряда простых задач. Таким образом, решение целевой задачи представляет собой решение системы элементарных задач.

Решение целевой задачи требует от учащихся применения основного ядра знаний и наиболее полно отражает сущность изучаемого материала. Существует два подхода к организации решения целевой задачи. При первом подходе целевая задача рассматривается вместе с учащимися, во втором случае о предстоящей более сложной работе до определенного момента знает лишь учитель. После постановки целевой задачи в результате ее анализа, учащиеся устанавливают связи между решенными задачами.

✓ Метод «снежного кома» предполагает при решении каждой задачи системы использование результата решения предыдущей задачи.

Так как результатом решения задачи могут быть как доказанный факт об объекте, так и метод, реализованный в процессе решения, то выделим две разновидности «снежного кома». В первом случае идет использование доказанного утверждения, во втором - повторение операции предыдущей задачи. Во втором случае наращивание «снежного кома» идет за счет добавления новой операции. Система задач, построенная таким образом, имеет следующую структуру: для решения первой задачи необходимо выполнить лишь одну операцию, решение второй задачи предполагает выполнение подобной операции, плюс еще одной операции, в следующей задаче системы, кроме двух ранее сделанных, выполняется новая третья операция и т.д., пока не дойдет до достаточно сложной задачи, решение которой предполагает выполнение большого количества операций.

Возможность выстраивания индивидуальной образовательной траектории при решении таких систем задач, возрастание уровня сложности и трудности задач, обеспечивает дифференциацию обучения.

Заметим, что данную технологию можно использовать и для разработки системы задач, направленной на формирование исследовательских умений.

2.2. Разработка системы задач по математике, направленной на формирование исследовательских умений обучающихся

Опираясь на технологию разработки системы задач по математике Ковалевой Г. И., сконструируем систему задач по геометрии для учащихся 10 класса, направленной на формирование исследовательских умений.

Теоретический этап. При решении задач системы возникает необходимость использования следующих понятий и фактов: треугольник, правильная пирамида, сфера, прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники, свойства и признаки равнобедренного треугольника, признаки равенства треугольников, неравенство треугольника, сумма углов треугольника, внешние углы треугольника, зависимость между величинами сторон и углов треугольников, подобие треугольников, коэффициент подобия, признаки подобия треугольников, теорема Пифагора, признаки равенства прямоугольных треугольников, синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0° до 180° , теорема косинусов и теорема синусов, замечательные точки треугольника.

Отборочный этап. Исследовательские умения включают в себя умение формулировать задачи, обратные данным, умение определять задачи с неполным условием, умение учитывать и соотносить все данные в условии задачи, выяснять их согласованность и противоречивость, умение рассматривать частные и предельные случаи при решении задач, умение выявлять избыточные и недостающие данные в условии задачи. В учебных пособиях количество исследовательских задач довольно невелико и недостаточно для целенаправленного формирования исследовательских умений. Поэтому задачи системы будут получены из исходной задачи с помощью приема составления обратных задач, приема обобщения и метода варьирования. Отметим, что при использовании метода варьирования могут получиться противоречивые задачи, переопределенные задачи или задачи с достаточным условием, вариативные задачи.

Исходная задача.

В равнобедренном треугольнике основание равно 16 см, а боковая сторона равна 10 см. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей, а также расстояние между их центрами.

Следующий этап. Воспользуемся приемом составления обратных задач. Составим матрицу условий (боковая сторона a и основание b равнобедренного треугольника) и заключений (радиус описанной окружности R , радиус вписанной окружности r , расстояние между их центрами d), меняя местами данные и искомые величины, получим 9 принципиально различных задач

Используя прием обобщения, получим следующую задачу: «Докажите, что для любого треугольника расстояние d между центрами описанной и вписанной окружностей находится по формуле: $d^2 = R^2 - 2Rr$. Может ли d принимать значение, равное нулю? Если да, то в каком случае?»

С помощью метода варьирования условия и требования получим следующие задачи:

1. В треугольнике ABC сторона AC имеет длину 16 см, сторона BC имеет длину 10 см. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей и расстояние между их центрами. Эта задача вариативная: при решении необходимо рассмотреть два случая: треугольник равнобедренный, треугольник прямоугольный.

2. В равнобедренном треугольнике радиус описанной окружности равен 5 см, расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей равно 3 см. Найти:

- a) высоту, проведенную к боковой стороне;
- b) площадь треугольника;
- c) периметр треугольника;
- d) угол между биссектрисами углов при основании.

3. Неопределенную задачу: «В равнобедренном треугольнике основание в два раза больше боковой стороны, расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей равно 5 см. Какой может быть длина боковой стороны треугольника?»

4. Противоречивую задачу: «В прямоугольном треугольнике радиус описанной окружности равен 16 см, радиус вписанной окружности равен 8 см. Найти высоту, проведенную из прямого угла». По условия задачи $R=2r$. Это условие выполняется тогда и только тогда, когда треугольник равносторонний. Следовательно, данный треугольник равносторонний, а, значит, ни один из углов не может быть равен 90° ».

5. Переопределенную задачу: «В равнобедренном треугольнике основание равно 8 см, угол при основании равен 30° , высота, проведенная к основанию равна 6 см. Найти расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей».

Используя прием аналогии, получим следующую задачу: «В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ все боковые ребра равны 12 см, AB равно 8 см. Найти радиус сферы, вписанной в пирамиду, радиус сферы, описанной около пирамиды, расстояние между центрами этих сфер».

Структурирующий этап. В соответствии с правилами упорядочивания задач системы, расположим их в следующем порядке:

1. В равнобедренном треугольнике основание равно 16 см, а боковая сторона равна 10 см. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей, а также расстояние между их центрами.

2. В равнобедренном треугольнике основание в два раза больше боковой стороны, расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей равно 5 см. Какой может быть длина боковой стороны треугольника?

3. В равнобедренном треугольнике основание равно 8 см, угол при основании равен 30° , высота, проведенная к основанию равна 6 см. Найти расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей.

4. В прямоугольном треугольнике радиус описанной окружности равен 16 см, радиус вписанной окружности равен 8 см. Найти высоту, проведенную из прямого угла». По условия задачи $R=2r$. Это условие выполняется тогда и только тогда, когда треугольник равносторонний. Следовательно, данный треугольник равносторонний, а, значит, ни один из углов не может быть равен 90° .

5. Заполните таблицу

a	b	R	r	d
16	10			
8		11		
7			6	
3				3
	$\sqrt{11}$	$\sqrt{23}$		
	5		4	
	3			$\sqrt{3}$
		$3\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	
			$4\sqrt{2}$	4

6. В треугольнике ABC сторона AC имеет длину 16 см, сторона BC имеет длину 10 см. Найти радиусы вписанной и описанной окружностей и расстояние между их центрами.

7. Докажите, что для любого треугольника расстояние d между центрами описанной и вписанной окружностей находится по формуле: $d^2 = R^2 - 2Rr$. Может ли d принимать значение, равное нулю? Если да, то в каком случае?

8. В равнобедренном треугольнике радиус описанной окружности равен 5 см, расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей равно 3 см. Найти:

- e) высоту, проведенную к боковой стороне;
- f) площадь треугольника;
- g) периметр треугольника;
- h) угол между биссектрисами углов при основании.

9. В равнобедренном треугольнике основание равно 16 см, радиус вписанной окружности равен 5 см. Найти все, что возможно.

10. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ все боковые ребра равны 12 см, AB равно 8 см. Найти радиус сферы, вписанной в пирамиду, радиус сферы, описанной около пирамиды, расстояние между центрами этих сфер.

Констатирующий этап. Сконструированная система задач может служить средством формирования исследовательских умений. Это обеспечивается наличием в системе противоречивой задачи, задачи с неполным условием, переопределенной задачи, взаимно обратных задач и т.д. Таким образом, учащиеся приходят к выводу, что перед тем как решать задачу, необходимо соотнести все данные в условии, выяснить их непротиворечивость. Кроме того, формируется понимание того, что задача может иметь различные решения (вариативная задача).

Заключение

Сопоставление результатов работы с поставленными задачами позволяет заключить следующее:

- раскрыты основные особенности исследовательской деятельности учащихся, ее структура, обоснована роль этой деятельности в процессе обучения математике. Исследовательская деятельность, являясь формой активности индивида, служит условием и средством его психического развития. В процессе исследовательской деятельности формируется не только мышление обучающихся, но и специфические способности и качества личности: целеустремленность, научная фантазия, любознательность;

- анализ литературы по проблеме формирования исследовательской деятельности, позволил считать исследовательскую деятельность процессом поиска решения неизвестного учителем и учеником, не имеющей заранее определенного алгоритма действий, направленных на получения учеником нового знания и на развитие его личности

- анализ литературы по проблеме формирования исследовательских умений позволил считать исследовательскими умениями следующие: обнаружение проблемы и выдвижение гипотезы, постановка проблемы, поиск метода и разработка самого решения. Проведена систематизация видов исследовательских умений в соответствии с этапами учебного исследования;

- выявлены средства формирования исследовательских умений обучающихся: задача, учебное исследование, проблемная ситуация;

- рассмотрена технология конструирования системы задач по математике и на основе этой технологии разработана система задач, направленная на формирование исследовательских умений обучающихся.

Таким образом, следует считать, что задачи работы полностью выполнены и цель исследования достигнута.

Список литературы

1. Акимова М.К., В.Т. Козлова Учет психологических особенностей учащихся в процессе обучения. Вопросы психологии №6, 1988-76 с;
2. Алексеев Н. Г., Леонтович А. В, Обухов А. С., Фомина Л. Ф. Концепция развития исследовательской деятельности учащихся // Исследовательская работа школьников. 2002. № 1. С.24-33.
3. Андреев Г.И. Основы научной работы и оформления результатов научной деятельности: Учебное пособие для аспирантов. - М., 2003
4. Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение, г. Москва,1983-30с;
5. Вопросы организации творческой деятельности учащихся в процессе обучения математике/Под ред. И.Н. Семенов.-УрГПУ, Екатеринбург.-200-55с.
6. Воронько Т. А., Кучугурова Н.Д, Асланян И. В, Журнал Наука и школа, Выпуск № 5 / 2015
7. Гаврилина О. В. Основные компоненты структуры исследовательских математических умений старшеклассников // Молодой ученый. — 2012. — №12. — С. 34-39;
8. Ганеев Х.Ж. Теоретические основы развивающего обучения математике. - Екатеринбург, 1997 160с.
9. Гетманская Е.В., Журнал Вестник Вятского государственного гуманитарного университета, Выпуск № 3 / том 3 / 2010
10. Гладкова А.П. Формирование исследовательских умений младшего школьника во внеурочной деятельности

11. Далингер В.А. Современные проблемы науки и образования. – 2006. – № 5 – С. 30-31
12. Далингер В.А. О тематике учебных исследований // Математика в школе. - №9. - 2000. - С. 7-10.
13. Далингер В.А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике: учебное пособие. - Омск: Изд-во ОмГПУ, 2005. - 456 с.
14. Далингер В.А. Успехи современного естествознания. – 2012. – № 7 – С. 134-136
15. Далингер В.А., Толпекина Н.В. Организация и содержание поисково-исследовательской деятельности учащихся по математике. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2004. – 264 с.
16. Дьячкова М.В. Использование исследовательских задач по математике в курсе средней школы. 2008- С. 451-457
17. Емельянова М.Н. Развитие лидерского потенциала детей дошкольного возраста в процессе исследовательской деятельности : Дис. канд. пед. наук: 13.00.07 : Екатеринбург, 2001 181 с. РГБ ОД, 61:01-13/1569-0
18. Интернет ресурс <http://mouo5.narod.ru/tekst/metod2.html>;
19. Калинина О.Л. Включение подростков в исследовательскую деятельность по математике как условие формирования у них готовности к развитию своего творческого потенциала [Текст]/О.Л. Калинина//проблемы реализации творческого потенциала личности в процессе обучения математике: Межвузовский сборник научно-математических трудов.- Екатеринбург: НУДО «Межотраслевой региональный центр», 200 .-с.69-81.
20. Климченко Д.В. Воспитывать исследовательские навыки [Текст] / Д.В. Климченко // Математика в школе. - 1972, №3. - с. 26 - 28

21. Платонов К. К. О знаниях, навыках и умениях / К. К. Платонов // Советская педагогика. – 1963. – №11. – С. 98–103;
22. Позднякова Е.В. Формирование исследовательских умений учащихся 7 класса при обучении геометрии: методическое пособие для учителя - Новокузнецк: Изд-во КузГПА, 2003. 99 с.
23. Пойа Д. Как решать задачу: пособие [для учителей] / Д. Пойа ; [пер. с англ. В. Г. Звонарёвой и Д. Н. Гайдука]. – [2-е изд.]. – М. : Гос. учеб.-пед. изд-во М-ва просвещения;
24. Середенко П.В. Развитие исследовательских умений и навыков младших школьников в условиях перехода к образовательным стандартам нового поколения: монография. Южно-Сахалинск: Изд-во СахГУ, 2014.-208 с;
25. Сластенин В.А. и др. Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; Под ред. В.А. Сластенина - М.: Издательский центр "Академия", 2002. - 576 с.
26. Современные аспекты методики обучения математике [Текст]: учеб. пособ. / Под ред. И.Н. Семеновской, А.В. Слепухина. - Урал. гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 2009.-222 с.
27. Современные проблемы физико-математического образования: вопросы теории и практики [Текст]: монография / А.В. Леонтович // Народное образование. - 1999. - №10. - с. 152 - 159
28. Старовикова, И.В. Педагогическая практика будущего учителя информатики [Текст] : методические рекомендации для студентов педвузов / И. В. Старовикова, Н. А. Чупин. - Бийск : Бийский педагогический гос. университет им. В. М. Шукшина, 2007. - 79 с

29. Федотова Н.А. Развитие исследовательской компетентности старшекласников в условиях профильного обучения: автореферат... канд. пед. наук/ Н.А.Федотова.-Улан-Уде: издательство Бурятского госуниверситета, 2010.-24с
- 30.Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе. Г.Минск, 2005-32с;