Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, информатики и информационных технологий
Кафедра теории и методики обучения математике

Организация исследовательской деятельности в процессе подготовки к ОГЭ по математике

Выпускная квалификационная работа

Направление «Педагогическое образование»
Профиль «Математика»

Квалификационная работа
допущена к защите
Зав. кафедрой, доктор пед. наук.,
профессор
И.Г. Липатникова

_____ _____
дата подпись

Руководитель ОПОП:
доцент, канд. пед. наук
И.Н. Семёнова

_____
подпись

Исполнитель:
Студентка 4 курса
Группы БМ-41
О.Е. Лавриненко

Научный руководитель:
Доцент, канд. пед. наук
Т.Л. Блинова

Екатеринбург
2017 год

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……3

ГЛАВА 1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

1.1. Общая характеристика исследовательской деятельности…….5

1.2. Особенности организации исследовательской деятельности обучающихся в процессе обучения математике……14

ГЛАВА 2. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ПОДГОТОВКИ К ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

2.1. Анализ материалов основного государственного экзамена по математике …..26

2.2. Особенности организации исследовательской деятельности обучающихся по математике при подготовке к основному государственному экзамену ……..38

2.3. Комплекс учебных занятий направленных на организацию исследовательской деятельности для подготовки к ОГЭ по математике..…….47

Заключение……52

Библиографический список…….53

Приложение……..……..57

ВВЕДЕНИЕ

Согласно требованиям ФГОС ООО выпускники основной школы должны уметь обобщать, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить рассуждение, умозаключение и делать выводы, выполнять и защищать индивидуальную проектно-исследовательскую работу. От образовательной программы ФГОС СОО требует обеспечение формирования у обучающихся основ культуры исследовательской деятельности, навыков создания и представления результатов исследования в форме презентации, предметного или межпредметного учебного проекта, направленного на решение научной, личностно или социально значимой проблемы. Все перечисленные выше аспекты являются компонентами исследовательской деятельности. Вопросами реализации исследовательской деятельности, в том числе и в процессе обучения математике, занимались Е.А.Антонова, В.В.Давыдов, В.А.Далингер, И.Я. Лернер, А.Г.Подстригич, С.Н. Скарбич, Л.В.Форкунова, И.Д.Чечель, Д.Б. Эльконин, и другие. Особое внимание следует уделять этому виду деятельности в процессе подготовки к сдаче основного государственного экзамена, так как развитие исследовательских умений позволяет решать такие проблемы учеников, как неумение работать с текстом и перерабатывать информацию, анализировать, классифицировать, проводить аналогию, применять теоретические знания на практике.

Основной государственный экзамен включает в себя обязательный экзамен по математике в форме государственной итоговой аттестации выпускников 9 классов с использованием контрольных измерительных материалов, представляющих собой комплексы заданий стандартизированной формы; для отдельных категорий лиц – в форме письменных и устных экзаменов с использованием текстов, тем, заданий, билетов (государственный выпускной экзамен), выполнение которых позволяет установить уровень освоения федерального государственного стандарта основного общего образования.

В связи с этим была выбрана тема исследования: «Организация исследовательской деятельности обучающихся при подготовке к ОГЭ по математике»

Объект: процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

Предмет: организация исследовательской деятельности обучающихся при подготовке к ОГЭ в процессе обучения математике.

Цель: Разработка комплекса учебных занятий направленных на организацию исследовательской деятельности для подготовки к ОГЭ по математике.

Задачи:

1. Проанализировать методическую и психолого-педагогическую литературу по теме исследования.
2. Раскрыть сущность понятия «исследовательская деятельность» и их структуру.
3. Выявить особенности организации исследовательской деятельности обучающихся в процессе обучения математике.
4. Рассмотреть структуру и особенности основного государственного экзамена по математике.
5. Охарактеризовать особенности организации исследовательской деятельности обучающихся в процессе подготовки к ОГЭ по математике.
6. Разработать комплекс учебных занятий направленных на организацию исследовательской деятельности для подготовки к ОГЭ по математике.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

1.1. Общая характеристика исследовательской деятельности

Процесс обучения объединяет в себе различные формы деятельности. Одной из них является исследовательская деятельность.

Данной проблемой занималось большое количество авторов, однако само понятие индивидуальной деятельности трактуется неоднозначно. Рассмотрим несколько определений индивидуальной деятельности и проанализируем их.

Н.Г.Алексеев [1] понимает под учебной исследовательской деятельностью – деятельность обучающихся, направленную на поиск ответа на творческую, исследовательскую задачу с заранее неизвестным решением и предполагающая наличие основных этапов, характерных для исследования в научной сфере: постановку проблемы, изучение теории, посвященной данной проблематике, подбор методик исследований и практическое овладение ими, сбор собственного материала, его анализ и обобщение, собственные выводы.

Б.А.Викол [5] определяет исследовательскую деятельность обучающихся, как всякую деятельность, которая направлена на получение нового знания и осуществляется не по строгому предписанию (алгоритму), а на основе самоорганизации, понимая под последней способность, рационально планировать свою деятельность, осуществлять самоконтроль, регулирование, перестройку своих действий, способность пересмотреть и изменить свои представления об объектах, включенных в деятельность.

В работах В.А.Далингера [7] выделено следующее определение: исследовательская деятельность – это деятельность, направленная на приобретение практических и теоретических знаний с преимущественно самостоятельным применением научных методов познания. Учебно-исследовательская заключается в процессе самостоятельного поиска теоретических знаний, предвидении и прогнозировании результатов решения, способов и процессов деятельности направленных на решение поставленной проблемы. Предназначение

исследовательской деятельности данный автор видит в том, что, будучи формой активности индивида, она является условием и средством его психического развития.

В работе Е.В.Ларькиной [12] исследовательская деятельность – это вся деятельность, продуктом которой является новое знание, новые методы получения нового знания или новые методы исследования объекта. Это система умственных действий, объединенных мотивом, и в совокупности обеспечивающих достижение цели исследования.

А.В.Леонтович [15] выделяет следующее определение термина «исследовательская деятельность учащихся»: «деятельность учащихся, связанная с решением учащимися творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным решением (…) и предполагающего наличие основных этапов, характерных для исследования в научной сфере, нормированная, исходя из принятых в науке традиций: постановка проблемы, изучение теории, посвященной данной проблематике, подбор методик исследования и практическое овладение ими, сбор собственного материала, его анализ и обобщение, научный комментарий, собственные выводы».

Основная отличительная черта исследования в образовательном процессе – его учебный характер. Следовательно, его основная цель - развитие личности, а не получение объективно нового результата как в научном исследовании. Если в науке главной целью является получение новых знаний, то в образовании цель исследовательской деятельности – приобретение обучающимися функционального навыка исследования как универсального способа освоения действительности, развитии способности к исследовательскому типу мышления, активизации личностной позиции обучающегося в образовательном процессе на основе приобретения субъективно новых знаний (т. е. самостоятельно получаемых знаний, являющихся новыми и личностно значимыми для конкретного обучающегося).

А.С.Обухов [19] понимает «исследовательскую деятельность учащихся как творческий процесс взаимодействия учителя и учащихся по поиску решения (или понимания) неизвестного, в ходе которого осуществляется трансляция между ними

культурных ценностей, результатом, которого является развитие исследовательской позиции к миру, другим и самому себе, а также формирование (или расширение) мировоззрения».

А.И.Савенков [24] определяет исследовательскую деятельность как «особый вид интеллектуально-творческой деятельности, порождаемой в результате функционирования поисковой активности и строящийся на базе «исследовательского поведения».

А.И. Савенков в своей работе утверждает, что ключевым отличием исследовательской деятельности является то, что в исследовании результат заранее не известен. Целью исследования являются новые знания о явлении (объекте).

И.Д.Чечель [28] определяет научное исследование следующим образом: «Исследование (научное) – процесс выработки новых знаний, один из видов познавательной деятельности, характеризуется объективностью, воспроизводимостью, доказательностью, точностью, имеет два уровня: эмпирический и теоретический».

Проведем контент-анализ с целью выявления основных характеристик, исследовательской деятельности (табл. 1).

Таблица 1. Контент-анализ определений понятия исследовательская деятельность

	Элемент творческой деятельности	Получение новых знаний	Развитие навыков исследовательской деятельности	Важен процесс	Важность результат	Взаимодействие учитель-ученик	Проблемная ситуация	Обучение	Высокий уровень самостоятельности	Свободный выбор средств	научность
Н.Г.Алексеев	+	+	+	+			+	+	+	+	+
Б.А.Викол		+		+	+			+	+	+	
В.А.Далингер		+	+	+			+	+	+		+
Е.В. Ларькина		+	+	+						+	
А.В. Леонтович	+	+	+	+			+	+	+		+
А.С. Обухов	+	+	+	+		+	+				
А.И. Савенков	+	+		+			+				

И.Д.Чечель		+		+			+				

В результате анализа определений можно сделать следующие выводы:

Исследовательская деятельность – это творческий процесс поиска решений проблемной ситуации, результатом которого являются новые знания. При этом в учебном исследовании приоритеты меняются, и основным становится процесс поиска, а не результат. Учебно – исследовательская деятельность может быть индивидуальной, групповой и индивидуально – групповой. Учитель также может играть разные роли: руководителя, помощника, напарника – исследователя, а может не принимать участия в исследовании.

Можно выделить следующие **цели** исследовательской деятельности:

1. Формирование новых знаний.
2. Развитие мышления обучающихся.
3. Развитие коммуникативных способностей.
4. Развитие личностных качеств обучающихся.

Но главной целью остается «вызвать» в уме ученика тот самый мыслительный процесс, который переживает творец и изобретатель данного открытия или изобретения. Обучающийся должен почувствовать прелесть открытия. Исследовательский метод обучения предполагает организацию процесса выработки новых знаний. Такая работа имеет большое сходство с проектом. Однако в данном случае исследование — это лишь этап проектной работы. Учебные исследования обучающихся принципиально отличаются от научных экспериментов: по степени новизны, по используемой аппаратуре, по сложности, по допускаемым погрешностям в измерениях и т. п.

Учебное исследование характеризуется следующими **задачами**:

1. Выделение в учебном материале проблемных точек, предполагающих неоднозначность, специальное конструирование учебного процесса «от этих точек» или проблемная подача материала.

2. Развитие навыка формирования или выделения нескольких версий, гипотез (взгляда на объект, развития процесса и др.) в избранной проблеме, их адекватное формулирование.

3. Развитие навыка работы с разными версиями на основе анализа свидетельств или первоисточников - (методики сбора материала, сравнения и др.).

4. Работа с первоисточниками, «свидетельствами» при разработке версий.

5. Развитие навыков анализа и принятия на основе анализа одной версии в качестве истинной.[8].

Рассмотрим **функции** исследовательской деятельности на разных ступенях образования:

В начальной школе – исследовательская деятельность является средством развития познавательного интереса и мотивации к учебной деятельности обучающихся.

В основной школе – исследовательская деятельность позволяет развивать у обучающихся способности занимать исследовательскую позицию, самостоятельно ставить и достигать цели в учебной деятельности на основе применения элементов исследовательской деятельности в системах основного общего и дополнительного образования.

В старшей школе – включение исследовательской деятельности в процесс образования развития обеспечивает формирование и развитие исследовательской компетентности и предпрофессиональных навыков.

В дополнительном образовании – исследовательская деятельность является условием развития способностей и склонностей, обучающихся в соответствии с их специфическими потребностями в условиях гибких образовательных программ и индивидуального сопровождения [21].

Подробнее рассмотрим компоненты и умения, составляющие исследовательскую деятельность.

Ученые отмечают важность того, что обучающиеся в своих исследованиях должны проходить все стадии, которые характерны для «взрослых» исследований. В этапах исследования воплотилась система мышления человека,

последовательность мыслительных действий по «поиску истины», созданию нового знания как интеллектуального продукта. Прохождение учениками указанных стадий познавательной деятельности формирует исследовательский стиль мышления:

1. *Мотивация*. Целью мотивации, как этапа урока, является создание условий для возникновения у ученика вопроса или проблемы.

2. *Этап формулирования проблемы* — самый «творческий» компонент мыслительного процесса. В идеале сформулировать проблему должен сам ученик в результате решения мотивирующей задачи. Однако в реальной школьной практике такое случается далеко не всегда: для очень многих школьников самостоятельное определение проблемы затруднено; предлагаемые ими формулировки могут оказаться неправильными.

3. *Сбор фактического материала* может осуществляться при изучении соответствующей учебной или специальной литературы либо посредством проведения испытаний, всевозможных проб, измерения частей фигуры, каких-либо параметров и т. д. Пробы (испытания) не должны быть хаотичными, лишенными какой-либо логики. Необходимо задать их направление посредством пояснений, чертежей и т. п. Число испытаний должно быть достаточным для получения необходимого фактического материала.

4. *Систематизацию и анализ полученного материала* удобно осуществлять с помощью таблиц, схем, графиков и т. п. — они позволяют визуально определить необходимые связи, свойства, соотношения, закономерности.

5. *Выдвижение гипотез*. Полезно прививать обучающимся стремление записывать гипотезы на математическом языке, что придает высказываниям точность и лаконичность. Не нужно ограничивать число предлагаемых обучающимися гипотез.

6. *Проверка гипотез* позволяет укрепить веру или усомниться в истинности предложений, а может внести изменения в их формулировки.

7. *Доказательство* истинности гипотез, получивших ранее подтверждение; ложность же их может быть определена с помощью контрпримеров. Поиск

необходимых доказательств часто представляет большую трудность, поэтому учителю важно предусмотреть всевозможные подсказки. Такая «цепочка» — неотъемлемая принадлежность исследовательской деятельности, норма ее проведения [8,27].

Обобщая представленные выше этапы можно выделить следующие **этапы** исследовательской деятельности:

1. Постановка исследовательской задачи (формулировка проблемы исследования).
2. Постановка цели исследования.
3. Планирование решения задачи.
4. Реализация разработанного.
5. Анализ и оценка результатов [14].

В структуру исследовательской деятельности входит несколько взаимосвязанных **компонентов** представленных в таблице 2 [3]:

Таблица 2. Компоненты исследовательской деятельности

Компонент		Характеристика
основные	Деятельностный	Включает в себя исследовательские умения и навыки которыми владеет человек исследовательские умения это совокупность разнообразных умений позволяющих реализовать и общие и частные цели исследования различными способами осуществлять исследовательскую деятельность. Деятельностный компонент тесно связан с когнитивным компонентом, как с единым структурным целым, так и с отдельными его элементами. Связь между этими компонентами своеобразна: с одной стороны, развитие исследовательских умений невозможно без определенного уровня умственного развития, с другой – владение исследовательскими умениями с определённого возраста не коррелирует со степенью развитости интеллекта.
	Когнитивный	Представлен процессом наблюдения и такими видами мышления (интуитивным, образным, логическим, дивергентным, конвергентным, казуально-экспериментальным). С точки зрения важности для проведение исследовательской деятельности эти виды мышления не могут быть разделены на более или менее значимые, так как каждый из них выполняет определённые существенные функции в процессе исследований и не может быть полностью компенсировать за счёт других. Сочетание составляющих коллективное компоненты элементов придает научному поиску каждого человека индивидуальность. «Причинно-экспериментальное» мышление необходимо

		человеку для изучения сложных динамических систем. Именно поэтому человек должен уметь определять не только одну цель, но и несколько, быстро проводить их анализ и отбор более перспективных из общего числа, «чувствовать» связи и зависимости, возможные изменения и их причины.
	Мотивационный	Включает в себя познавательную потребность, познавательную активность, познавательный интерес. Познавательную потребность можно определить как потребность в выявлении в объекте новых свойств и качеств, которая проявляется в стремлении человека исследовательская предмет.
дополнительные	Биологический	Представлен поисковой активностью, генетически обусловленными особенностями индивида (задатками, свойствами нервной системы, полушарной асимметрией головного мозга), которые влияют на эмоционально-волевые, мотивационные проявления человека, а также лежат в основе развития и функционирования познавательных процессов (восприятие, мышление, память, внимание), являющихся психическими средствами исследовательского поведения. Данный компонент влияет на уровень развитие исследовательских умений, быстроту овладения ими, их качественное своеобразие.
	Эмоциональный	Определяется теми эмоциональными состояниями, которые испытывает человек в процессе осуществления исследования. Исследования, представленные О.К.Тихомировым и его сотрудниками, выявили, что в процессе познания эмоции выполняют следующие позитивные функции: предвосхищающие, эвристические, регулятивные, интегративные. В процессе поиска исследователь испытывает самые различные эмоциональные состояния: удовольствие, радость, сомнение, тревогу и другие.
	Личностный	Включает в себя: интеллектуальные качества – любопытство, любознательность, пытливость, критичность, пластичность, продуктивность, оригинальность, гибкость; мотивационные качества личности – мотивацию достижения, мотивацию успеха – избегания неудач; волевые качества личности – целеустремленность, самостоятельность, настойчивость, инициативность; самооценку собственных умственных и исследовательских способностей, представление о себе как о деятеле, оценку результативности своей деятельности, уровень притязаний; креативность.
	Ценностный	Включает себя интериоризированные социальные установки и понимание исследовательского поведения как важной необходимости, без которой невозможны взаимодействие с окружающим миром, успешность в различных видах деятельности, в том числе учебной и профессиональной, достижение определенного статуса и успеха в жизни.

		Ценностный компонент наиболее тесно взаимосвязан с личностным и через мотивационный с деятельностным компонентом.
	Компонент личностного опыта	Представлен опытом человека, сложившимся у него под влиянием социальных условий и способов воздействия, способствующих либо препятствующих развитию исследовательского поведения. Если этот опыт носит эвристический характер, то человек открыт новому, не боится проблем, активно ищет другие пути решения, испытывая преимущественно позитивные эмоции. В противном случае человек пассивен, боясь отступить от предписанного или освоенного алгоритма действий.

В результате обобщения можно сделать вывод: исследовательская деятельность представляет собой, с одной стороны, учебное задание, т.е. то, что должен выполнить обучающийся, объект его деятельности. С другой – форму проявления соответствующих психических процессов (памяти, мышления, творческого воображения и др.), при выполнении обучающимися учебного задания. Что приводит его либо к получению совершенно нового, ранее неизвестного ему знания, либо к углублению и расширению сферы действия уже полученных знаний. С третьей – средство, которое, в каждой конкретной ситуации усвоения соответствует конкретной дидактической цели и задач.

1.2. Особенности организации исследовательской деятельности обучающихся в процессе обучения математике

В процессе организации исследовательской деятельности обучающихся необходимо создавать условия, способствующие возникновению у обучающихся познавательной потребности в приобретении знаний, в овладении способами их использования и влияющие на формирование умений и навыков творческой деятельности. Развивающая функция исследовательской деятельности по математике заключается в том, что в процессе ее выполнения происходит усвоение методов и стиля мышления, свойственных математике, воспитание осознанного отношения к своему опыту, формирование черт творческой деятельности и познавательного интереса к различным аспектам математики. Развивающая функция обучения требует от учителя кроме изложения знаний в определенной системе, обучать школьников мыслить, искать и находить ответы на поставленные вопросы, добывать новые знания, опираясь на уже известные.

К основным **дидактическим функциям** учебно-исследовательской деятельности относятся:

1) открытие новых (неизвестных обучающемуся) знаний: установление существенных свойств понятий, выявление математических закономерностей, отыскание доказательства математического утверждения;

2) углубление изучаемых знаний: получение определений, эквивалентных исходному, обобщение изученных теорем, нахождение различных доказательств изученных теорем;

3) систематизацию изученных знаний: установление отношений между понятиями, выявление взаимосвязей между теоремами, структурирование учебного материала;

4) развитие обучающихся, превращение их из объекта обучения в субъект управления, формирование у них самостоятельности к самоуправлению (самообразованию, самовоспитанию, самореализации);

5) обучение обучающихся способам деятельности [7].

Один из авторов определяет **возможность применения** исследовательского метода обучения на уроке следующими **критериями**:

1. Наличие базовых знаний в исследуемой области математики.

2. Знания, приобретаемые на данном уроке математики, находятся в зоне ближайшего развития ученика.

3. Объем новых знаний по теме достаточно мал, так как экономить время на исследовании и торопить обучающихся нежелательно.

4. У обчающихся должен быть навык подобной деятельности.

5. Обучающиеся должны владеть методами научного познания [24].

Использование исследовательского метода на уроках математики позволяет получать стабильно высокое качество знаний, прежде всего, за счет их осознанности.

К фундаментальным идеям, на которых строится исследовательское обучение, могут быть отнесены следующие **принципы:**

1. Принцип ориентации на познавательные интересы обучающихся. Задания исследовательского характера должны быть сформулированы с учетом личных предпочтений обучающихся.

2. Принцип свободы выбора и ответственности каждого обучающегося за свое обучение.

3. Принцип освоения математических знаний в единстве со способами их получения. Выделен на основании того, что одной из отличительных черт математики является рефлексия того, каким путём получено математическое знание. Следовательно, обучающийся должен осваивать в образовании не только конечный продукт, в виде знания, но и должен быть знаком с эволюцией знания, а также с путями и способами его получения.

4. Принцип опоры на развитие умений самостоятельного поиска информации. На основании этого обучающиеся не просто потребляют информацию, а сами порождают знания.

5. Принцип сочетания продуктивных и репродуктивных методов обучения математике. На основании этого принципа можно сделать вывод о том, что использование исследовательских методов обучения следует сочетать с применением методов репродуктивных[22].

К общим **принципам организации** учебного процесса, обеспечивающим развитие учебно-исследовательской деятельности обучающихся, можно отнести:

1. Педагогическое руководство в создании мотивов и стимулов к учению.
2. Привитие интереса к изучаемому объекту.
3. Вооружение обучающихся необходимыми приемами познавательно-поисковой деятельности.
4. Систематическое осуществление принципа индивидуализации в обучении.
5. Широкое использование технических и наглядных средств обучения.
6. Внедрение в практику работы и систематическое использование компьютерных технологий.
7. Разработка творческих заданий, требующих нестандартных решений и самостоятельного поиска источников информации.
8. Сочетание и соединение дидактически и методически обоснованных методов, способствующих развитию познавательной деятельности и творческих способностей обучающихся [7].

Мотивом учебного исследования может служить интерес, внутреннее противоречие, вызывающее потребность, стремление школьника к исследованию неопределенности, содержащей знания, неизвестные обучающемуся. При этом проблемная ситуация является условием возникновения у субъекта деятельности внутреннего противоречия. Фиксация проблемной ситуации (вычленение основного противоречия) заканчивается формулированием проблемы – цели исследования.

Например: приведите пример прямоугольного треугольника так, чтобы квадрат гипотенузы равнялся сумме катетов?

В первую очередь возникает вопрос о противоречии с теоремой Пифагора. Но так как задание звучит как: «Приведите пример…» значит, как минимум один

такой треугольник существует. Следовательно, цель осуществляемой деятельности: привести пример прямоугольного треугольника удовлетворяющего условию.

Второй вопрос: «С помощью, каких математических методов можно найти стороны искомого треугольника?»

– Подбором и с помощью метода математического моделирования.

– Попробуем выполнить задание двумя способами и выберем наиболее эффективный.

Рассмотрим треугольник ABC со сторонами AB=c, BC=a, AC=b. Для удобства, определим, что c^2=a+b, с учетом теоремы Пифагора равенство будет выглядеть следующим образом: a^2+b^2=a+b (1).

Тогда остается подобрать пары чисел a и b удовлетворяющие (1). Один обучаемый может подобрать a=0,4 и b=1,2, другой a=$\frac{3}{5}$, b=$\frac{6}{5}$, третий a=$\frac{10}{13}$, b=$\frac{15}{13}$ и так далее. Итак, цель достигнута.

Но возникает новый вопрос: «Сколько таких пар a и b можно найти?» поэтому можно поставить новую цель: найти формулы объединяющие все удовлетворяющие условию треугольники.

Метод подстановки не позволяет ответить на этот вопрос.

Решим эту задачу с помощью математического моделирования.

Пусть сторона a=x, b=y, тогда математическая модель будет выглядеть следующим образом: x^2+y^2=x+y.

Решением этого уравнения будет пара чисел $(\frac{(n^2+n^k)}{(n^2+k^2)}; \frac{(k^2+n^k)}{(n^2+k^2)})$, где n,k∈N. Следовательно, все пары, a=$\frac{(n^2+n^k)}{(n^2+k^2)}$, b=$\frac{(k^2+n^k)}{(n^2+k^2)}$ будут задавать катеты всех искомых треугольников.

Помимо навыков целеполагания данное задание развивает базовые предметные умения.

К **факторам,** способствующим формированию учебно-исследовательской деятельности обучающихся, можно отнести:

1) личностно ориентированный подход к обучению;
2) ориентация на продуктивное достижение результата;
3) проблемное обучение – является инструментом развития опыта творческой деятельности;
4) оптимальное сочетание логических и эвристических методов решения задач;
5) креативная организация учебного процесса, максимальное насыщение его элементами творчества;
6) создание ситуации совместной поисковой деятельности;
7) детализация учебного процесса;
8) создание психологической атмосферы, оптимальных условий для творческой деятельности [8].

Условиями, способствующими активизации учебно-исследовательской деятельности обучающихся, являются:

1. доброжелательная атмосфера в коллективе;
2. сочетание индивидуальных и коллективных форм в процессе обучения математике;
3. структурирование учебного материала по алгебре и геометрии по принципу нарастания познавательной трудности учебной работы;
4. вооружение обучающихся рациональными приемами познавательной деятельности;
5. формирование внутренних стимулов к обучению, самообразованию и др [7].

Исследовательскими умениями называется совокупность различных умений, обеспечивающих осуществление исследовательской деятельности различными способами [25].

Научный коллектив, созданный в НИИ общего образования в РГПУ им. А. И. Герцена [25], выделил следующие **группы исследовательских умений**, в которых отражается содержание данной деятельности.

К *общим умениям* относятся:

1. Умение работать с литературными источниками и документами.
2. Умение работать со справочной литературой.
3. Умение работать с компьютерными поисковыми системами.
4. Умения осуществлять основные логические операции.
5. Умение проводить наблюдения.
6. Умение проводить различного вида эксперименты.
7. Умение различными способами организовывать данные.
8. Умение грамотно выражать свои мысли (формулировать суждения).
9. Умение представлять результаты исследования.

К *специфическим* они относят те, которое используются в отдельных дисциплинах или предметных областях. К таковым относятся

10. Умение устанавливать непротиворечивость свойств нового объекта построенной математической теории (устанавливать существование объекта).
11. Умение реконструировать исторические события.
12. Умения, обусловленные особенностями объектов определенной предметной области и методами, используемыми для их изучения.

В третью группу умений коллектив объединил *инструментальные умения*:

13. Умения работать с различным оборудованием и компьютерными технологиями.

К *базовым предметным умениям* относятся:

14. Умения связанные с определенным предметным содержанием, необходимым для осуществления исследовательской деятельности.
15. Умение использовать эти знания.

Взаимосвязь всех групп умения представлена на схеме (рис.1).

Рисунок 1 Схема взаимосвязи групп исследовательских умений

Существует иная **классификация исследовательских умений**, основанная на уровне самостоятельности выполнения учебного исследования и сложности поставленной задачи:

1 уровень (начальный/репродуктивный) – строится на алгоритмической деятельности обучающихся. Исследовательские умения обучающихся проявляются в типичных ситуациях, под непосредственным руководством учителя при их применении.

2 уровень (основной/фрагментарный) – предполагается частичная самостоятельность обучающихся. Действие выполняет при частичной поддержке учителя (наводящие вопросы, совместное планирование и т.п.)

3 уровень (высокий/рациональный) – заключается в самостоятельном выполнении действия, умении планировать и оценивать свою деятельность [6,10,28].

Таким образом, можно сделать вывод, что для полноценного формирования исследовательских умений формирование каждого умения должно последовательно проходить три уровня: репродуктивный, фрагментарный и рациональный.

Учитель в процессе учебной исследовательской деятельности должен организовывать систематическую самостоятельную поисковую деятельность обучающихся по получению знаний, приобретению умений и навыков и усвоению способов исследовательской деятельности. Данная деятельность характеризуется следующими **умениями учителя:**

1. Умение выбирать нужный уровень организации учебного исследования в соответствии с уровнем развития мышления обучающихся.
2. Умение сочетать индивидуальные и коллективные формы проведения исследований в различных элементах процесса обучения.
3. Умение формировать проблемные ситуации в соответствии с уровнем учебного исследования, его местом в структуре урока и целью урока.
4. Умение формулировать задания с целью развития различных исследовательских умений, входящих в исследовательскую деятельность[7].

Особую роль, в интеллектуальном развитии обучающихся играет их исследовательская деятельность, непосредственно связанная с усвоением математических знаний. В.А.Далингер, в своей статье « Организация учебно-исследовательской деятельности обучающихся в процессе обучения математике» [8], предлагает для организации исследовательской деятельности на уроках математики использовать учебные исследования. Под **учебным исследованием** автор понимает: самостоятельную поисковую познавательную деятельность обучающихся, направленную на получение новых знаний, а также реализацию дидактических целей обучения.

Например:

– Решите уравнения графическим методом $x^2+2x+1=0$; $3x^2+6x+3=0$; $-x^2-2x-1=0$; $0,5x^2+x+0,5=0$; $2/3\ x^2+11/3\ x+2/3=0$

– Проанализируйте получившиеся корни решения, какие выводы о числовых коэффициентах квадратных уравнений можно сделать?

– При умножении (делении) квадратного уравнения на действительное число корни уравнения не изменятся.

– Какие из представленных уравнений решить было легче? На основании этого сделайте вывод о области применения сформулированного правила.

Данное задание направленно на формирование и развитие умений осуществлять основные логические операции, проводить наблюдения, различными способами организовывать данные, грамотно выражать свои мысли (формулировать суждения), представлять результаты исследования, базовых предметных умений.

С точки зрения исследовательского обучения готовые выводы, предлагаемые в учебнике или при изложении учителя, создают у обучающегося впечатление законченности и неоспоримости знания и лишают его возможности пройти процесс добывания знаний на основе данных, получаемых в специально спланированных и проведённых наблюдениях и экспериментах. Утрачивается представление о подобных обобщениях и выводах, что становится основанием для новых вопросов,

новых проблем. Поэтому важно на регулярной основе организовывать работу обучающихся с дополнительными источниками информации. Например, приведите три примера доказательства теоремы Пифагора, отличные от доказательства, представленного в учебнике, выделите основную идею каждого из доказательств, выберете то доказательство, которое вы на месте автора учебника поместили в данную тему, ответ обоснуйте.

При организации исследовательской деятельности предлагается использовать несколько рассмотренных ниже **моделей.**

Модель 1. Предполагается, что учитель предлагает осуществить исследовательскую деятельность обучающемуся, зная процесс исследования и конечный результат деятельности. Использование данной модели предполагается на коротком отрезке времени: уроке или части урока. Также модель может реализовываться через комплекс уроков, построенных с использованием технологии развивающего обучения с учетом прохождения всех этапов исследования.

В процессе реализации данной модели деятельность учителя заключается в формулировании проблемы, подборе заданий, которые могут быть одинаковыми для всех или дифференцированными, и управлении деятельностью обучающихся. Деятельность обучающихся заключается в осуществлении самостоятельного поиска новых знаний. При организации учебного исследования на уроке обучающийся исполняет роль ученого, что способствует усвоению методологии получения знаний и изменению стиля деятельности обучающихся на проблемно-поисковый. Самостоятельно сделанное открытие лучше запоминается обучающимся, повышает его самооценку, вызывает положительный эмоциональный настрой. В ходе организации моделируемой исследовательской деятельности приобретаются наиболее прочные знания. Исследовательский метод следует применять на уроке целесообразно и обоснованно. В классах с различным уровнем знаний обучающихся, применение исследовательского метода возможно периодическими включениями в процесс обучения. Важна предварительная

подготовка учителя по управлению поисковой деятельностью, для сохранения интереса к исследуемой проблеме. [24].

Например, обучающемуся предлагается построить несколько графиков линейных функций, отличающихся друг от друга только свободным членом, и сделать вывод о расположении графика в зависимости от значения свободного члена.

Модель 2. В моделируемой ситуации предположим, что педагог знает путь поиска и исследования, прогнозирует конечный результат, при этом предлагает обучающемуся самостоятельно решить поставленную учителем проблему. Основные направления самостоятельной деятельности обучающихся заключаются в осуществлении исследовательской деятельности в процессе лабораторно-практических занятий. Данная модель может реализовываться при решении экспериментальных задач в курсе математики. В виду того, что для осуществления деятельности может быть затрачен продолжительный промежуток времени обучающимся заранее даются задания, которые требуют предварительной домашней подготовки. Сначала обучающийся теоретически решает задачи и планирует свою деятельность на уроке, а затем проверяет гипотезы экспериментально. На последнем этапе обучающийся анализирует полученные результаты и делает самостоятельные выводы.

При решении экспериментальных задач происходит самообразование обучающихся, на всех этапах организуемой деятельности: актуализация необходимых знаний, построение плана деятельности, анализ деятельности и результатов, рефлексия.

Наиболее ценным видом творческой деятельности является исследовательская работа, проведенная учеником самостоятельно. Этот вид исследования встречается в школе достаточно редко. Причина этого субъективна.

Немногие дети имеют способности, а главное желание и время заниматься творческим исследованием. Задача учителя – выделить обучающихся, которые проявляют повышенный интерес к предмету, читают дополнительную литературу, на таких обучающихся рассчитана данная модель исследовательской деятельности.

Учитель в этом случае выступает в роли консультанта, помогает выбрать объект исследования, рекомендует литературу и методику исследования, дает практические рекомендации [24].

Например, обучающемуся предлагается самостоятельно проанализировать литературу по соответствующей теме, повторить опыт Бюффона-Пирсона и сделать выводы, при этом каждый этап работы обсуждается с учителем.

Модель 3. Педагог владеет методикой научного исследования, он может обучить этой методике обучающегося, они совместно находят путь поиска, но не знают конечного результата этого пути. Подобная модель имеет открытый характер, то есть используемые методы могут изменяться и корректироваться в процессе исследования. Введение в процесс обучения элементов исследовательской деятельности обучающихся позволяет помогать ребенку учиться, обучает и мотивирует его к самостоятельной деятельности. Исследовательская деятельность в процессе реализации данной модели заключается в следующих элементах: актуализация необходимых знаний, построение плана деятельности с учетом индивидуальных интересов и мотивов, а затем и сама деятельность, где формируются такие качества, как умение разделить ответственность, работать в коллективе и другие, анализ деятельности и оценка результатов, рефлексия [24].

Например, обучающийся под руководством педагога выполняет исследовательский проект по теме «Неевклидова геометрия», с последующим представлением результатов проделанной работы на учебной конференции.

Отдельную группу видов исследовательской деятельности представляют исследовательские работы реферативного характера. Например, обучающиеся 8 класса могут выполнить рефераты по темам: «Теория деления многочленов», «Дроби в произведениях искусства», «История возникновения понятия функции», «Уравнения и их системы в задачах экономики», «Соизмеримые и несоизмеримые отрезки», «Квадратные уравнения в строительстве и архитектуре», «Цепные дроби», «Теорема Виета для уравнений высших степеней», «Квадратные уравнения в физике и геометрии», «Старинные задачи и способы их решения»,

«Комбинаторика в естественных науках», «Системы с тремя неизвестными», «Неравенства в геометрии», «Софизмы в алгебре», «Задача 4-х красок», «Методы приближенных вычислений при решении уравнений», «Линейные функции в физике», «Методы доказательства неравенств», «Метод ложных положений». Рефераты могут выполняться индивидуально и в группах, под руководством учителя, полностью самостоятельно или в соавторстве. Они могут быть направлены на получение, актуализацию, углубление знаний по математике, способствуют развитию всех исследовательских умений на любом уровне, в зависимости от способов организации.

Таким образом, исследовательская работа – является базой для обучающихся, при выполнении которой решаются практические задачи, происходит самореализация личности. Именно это направление формирует у обучающихся умения и навыки практического применения теоретических знаний, развивает мышление, логику, учит постановке целей, задач и поиску способов их достижения с освоением различных методов.

ГЛАВА 2. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ПОДГОТОВКИ К ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

2.1. Анализ материалов основного государственного экзамена по математике

Основной государственный экзамен – централизованно проводимый в Российской Федерации экзамен в средних учебных заведениях – школах, лицеях, гимназиях, форма проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования. Служит одновременно выпускным экзаменом из школы и вступительным экзаменом в учреждения начального профессионального образования и среднего профессионального образования. Основной государственный экзамен представляет собой форму государственного контроля освоения выпускниками XI классов основных общеобразовательных программ основного общего образования в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования. Для отдельных категорий лиц иная форма письменных и устных экзаменов с использованием текстов, тем, заданий, билетов (государственный выпускной экзамен), выполнение которых также позволяет установить уровень освоения федерального государственного стандарта основного общего образования. До 2014 года ученики сдавали 4 обязательных предмета, но затем число уменьшили до 2-х. Это нововведение негативно сказалось на общем уровне подготовки школьников, так как большая часть учеников отказалась сдавать экзамены по дополнительным предметам, желающих было около 10%, поэтому в Министерстве образования и науки снова было решено увеличивать число экзаменов. Из-за малого количества сдаваемых дисциплин возник существенный дефицит знаний у учеников в определенных отраслях.

При этом общее количество предметов не должно превышать пяти экзаменов.

Все они проводятся с использованием контрольных измерительных материалов (КИМ), представляющих комплексы заданий стандартной формы. По всей территории России применяются однотипные задания и единые методы

оценивания качества выполнения работ. Проверка работ выполняется централизовано на региональном уровне: тестовая часть проверяется с помощью компьютерных программ, а задания с развернутым ответом проверяет специально созданная экспертная комиссия. После проверки работ выпускникам выдается свидетельство о результатах ОГЭ, в котором указаны набранные баллы по сдаваемым предметам.

Задания ОГЭ по каждому предмету можно разделить на три группы. Тестовые задания: «выбрать один вариант ответа…» (были отменены в экзаменах по русскому языку и математике). Задания с кратким ответом: «выберите несколько вариантов...», «запищите слово», «запишите только ответ» и так далее. Задания с развернутым ответом (выполняются на отдельном бланке, решение полностью записывается в бланк): «напишите эссе…», «решите задачу», «напишите изложение…» [17].

Для того чтобы определить на проверку каких именно знаний и умений направлены задания входящей в ОГЭ по математике рассмотрим кодификаторы требований к уровню подготовки обучающихся для проведения основного государственного экзамена по математике за 2010 – 2017 годы, и выделим проверяемые умения и соответствующие им требования (таблица 3).

Табл. 3. Проверяемые умения и соответствующие им требования в ОГЭ по математике

Умения	**Требования**
Уметь выполнять вычисления и преобразования	Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами, сравнивать действительные числа; находить в несложных случаях значения степеней с целыми показателями и корней; вычислять значения числовых выражений; переходить от одной формы записи чисел к другой. Округлять целые числа и десятичные дроби, находить приближения чисел с недостатком и с избытком, выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений. Решать текстовые задачи, включая задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами. Изображать числа точками на координатной прямой.
Уметь выполнять преобразования алгебраическ	Составлять буквенные выражения и формулы по условиям задач, находить значения буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования. Выполнять основные действия со степенями с целыми показателями, с многочленами и алгебраическими дробями.

их выражений	Выполнять разложение многочленов на множители. Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений. Применять свойства арифметических квадратных корней для преобразования числовых выражений, содержащих квадратные корни.
Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, системы двух линейных уравнений и несложные нелинейные системы. Решать линейные и квадратные неравенства с одной переменной и их системы Применять графические представления при решении уравнений, систем, неравенств. Решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений исходя из формулировки задачи.
Уметь строить и читать графики функций	Определять координаты точки плоскости, строить точки с заданными координатами. Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции, решать обратную задачу. Определять свойства функции по её графику (промежутки возрастания, убывания, промежутки знакопостоянства, наибольшее и наименьшее значения). Строить графики изученных функций, описывать их свойства. Решать элементарные задачи, связанные с числовыми последовательностями. Распознавать арифметические и геометрические прогрессии; решать задачи с применением формулы общего члена и суммы нескольких первых членов прогрессий.
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Распознавать геометрические фигуры на плоскости, различать их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи. Определять координаты точки плоскости; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.
Уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события	Извлекать статистическую информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках. Решать комбинаторные задачи путем организованного перебора возможных вариантов, а также с использованием правила умножения. Вычислять средние значения результатов измерений. Находить частоту события, используя собственные наблюдения и готовые статистические данные. Находить вероятности случайных событий в простейших случаях.
Уметь использовать приобретенны	Решать несложные практические расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах;

е знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов. Пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать более крупные единицы через более мелкие и наоборот. Осуществлять практические расчёты по формулам, составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры. Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей. Описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин. Анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках. Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности и статистики. Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения.

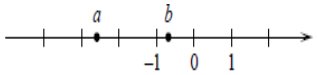
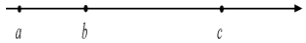
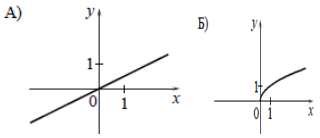
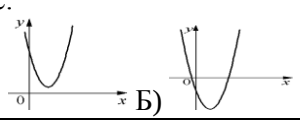
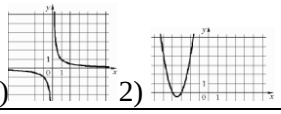
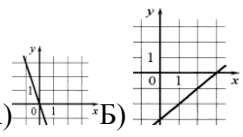
Итак, в представленном пункте, были рассмотрены цели и особенности введения основного государственного экзамена в России. На основании анализа кодификаторов ОГЭ по математике были выделены все элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы, а также математические умения и какие именно требования входят эти умения. Отметим, что проверяемые элементы совпадают с содержанием школьной программы по математике, что следует из критериев отбора содержания представляемого кодификаторами. То есть материал, проверяемый основными государственными экзаменами, может служить информационной базой для формирования навыков исследовательской деятельности в процессе обучения математике.

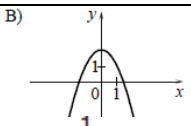
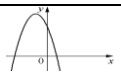
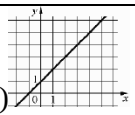
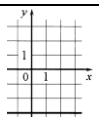
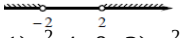
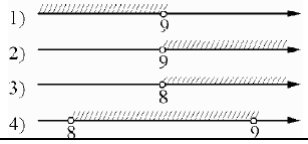
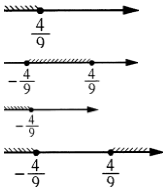
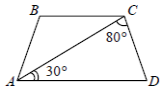
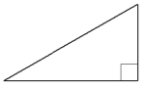
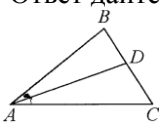
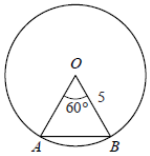
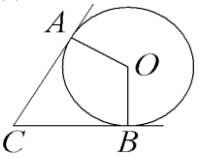
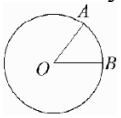
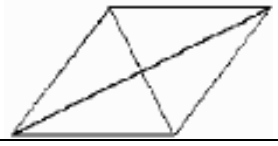
Для того, чтобы спрогнозировать какие задания могут войти в КИМ ОГЭ за 2017 год проведем анализ КИМ по математике за 2013-2016 года. Выберем эти годы, так как именно с 2013 года ОГЭ по математике разделилось на три модуля «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика», это повлияло на систему

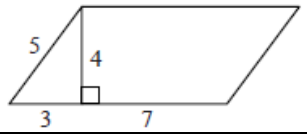
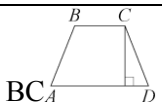
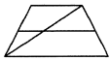
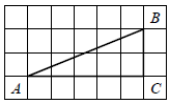
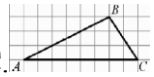
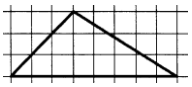
оценивания результатов. Теперь для того чтобы сдать экзамен необходимо набрать минимум 8 баллов за всю работу, из них – не менее 3-х баллов по модулю «Алгебра», 2-х баллов по модулю «Геометрия» и 2-х баллов по модулю «Реальная математика».

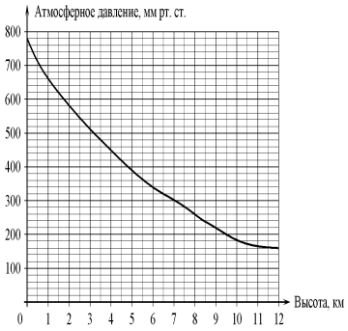
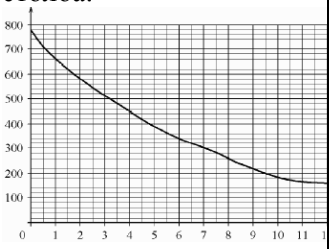
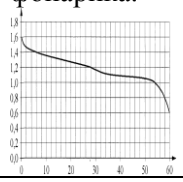
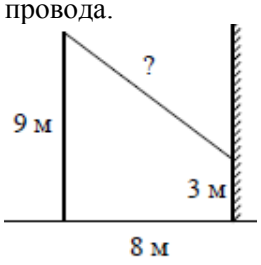
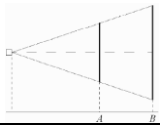
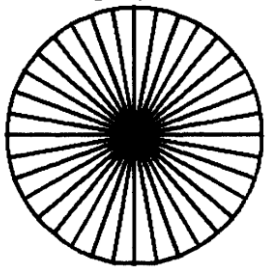
В первой части работы представлены задания по всем трем модулям: 8 заданий в модуле «Алгебра», 5 заданий в модуле «Геометрия», 7 заданий в модуле «Реальная математика» (табл.4).

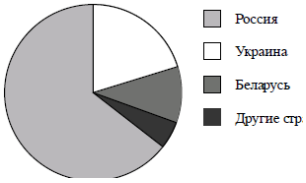
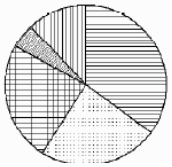
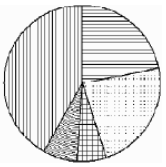
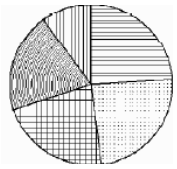
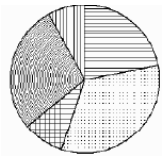
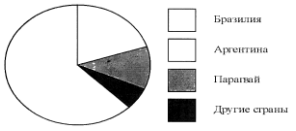
Таблица 4 задания части 1 ОГЭ по математике а 2013-2016 гг

№	*2013 год*	*2014 год*	*2015 год*	*2016 год*
		Модуль «Алгебра»		
1	Найдите значение выражения $\frac{6,9\ 1,5}{2,4}$	Найдите значение выражения $\frac{3,8}{2,6+1,2}$	Найдите значение выражения $\frac{11}{4}+\frac{6}{5}$	Найдите значение выражения $\frac{6,5}{1,3}$
2	На координатной прямой отмечены числа a и b.  Какое из следующих утверждений неверно? 1)-2<b-1<-1; 2) –a<0; 3) a+b<0; 4) a^2b<0	На координатной прямой отмечены числа a, b и c.  Какое из следующих утверждений верно? 1)a-c>0; 2)c-a<0; 3)a-b<0; 4)b-c>0	К какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{2}{7}$? 1)[0,1;0,2]; 2)[0,2;0,3] 3)[0,3;0,4]; 4)[0,4;0,5]	Между какими числами заключено число $\sqrt{57}$? 1)3 и 4; 2)7 и 8; 3)28 и 29; 4)56 и 58
3	В каком случае числа $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$ и 4 расположены в порядке возрастания? 1)$2\sqrt{3}$; 4; $3\sqrt{2}$ 2)$2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$; 4 3)$3\sqrt{2}$; 4; $2\sqrt{3}$ 4)4; $2\sqrt{3}$; $3\sqrt{2}$	Найдите значение выражения $(1,5\cdot10^{-3})(9\cdot10^{-3})$ 1)0,0000135; 2)0,000135; 3)13500000000; 4)0,00000135	Найдите значение выражения $\frac{4^{-2}\cdot4^{-6}}{4^{-5}}$ 1)64; 2)-$\frac{1}{64}$; 3)$\frac{1}{64}$; 4) -64	Какое из данных ниже чисел является значением выражения $\frac{4^{-2}\cdot4^{-6}}{4^{-5}}$ 1)64; 2)-$\frac{1}{64}$; 3)$\frac{1}{64}$; 4) -64
4	Решите уравнение $x^2+7x-18=0$.	Решите уравнение $\frac{1}{7}x^2-28=0$.	Решите уравнение $8x^2-12x+4=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.	Решите уравнение $(x-2)(-x-3)=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.
5	Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. 	На рисунке изображены графики функций вида $y=ax^2+bx+c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c. 	Установите соответствие между функциями и их графиками. А) $y=\frac{1}{x}$; Б)y=x+1; В) $y=2x^2+14x+24$ 	Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают. 

	В)  1)$y=\frac{1}{x}$; 2)$y=\frac{1}{2}x$; 3)$y=2-x^2$;4)$y=\sqrt{x}$	В)  1)a<0, c>0; 2)a<0, c<0 3)a>0, c<0; 4)a>0,c>0	3) 	В)  1)y=-3; 2)y=x-3; 3)y=-3x
6	Арифметическая прогрессия (a_n) задана условиями: a_1=3, a_{n+1}= a_n+4. Найдите a_{10} .	Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии:…;17;x;13;11; … найдите член прогрессии, обозначенный буквой x	Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями b_1=-6, b_{n-1}=2b_n. Найдите сумму первых шести ее членов.	Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями b_1=–4, b_{n+1}=2b_n. Найдите сумму первых семи ее членов.
7	Упростите выражение $(a-3)^2$-a(5a-6) и найдите его значение при a= -1/2. В ответе запишите найденное значение.	Найдите значение выражения (3b-4)(4b+3)-4b(3b+4) при b=6,3	Найдите значение выражения 20ab+5(-2a+b)^2 при a=$\sqrt{5}$, b=$\sqrt{7}$	Найдите значение выражения $\frac{xy+y^2}{18x}\cdot\frac{6x}{x+y}$ при x=6,9, y=-9,3
8	Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?  1)x^2-4<0; 2) x^2+4<0; 3)x^2+4>0; 4)x^2-4>0	Решите неравенство 6-x≥5x+3 1)[0,5;+∞); 2)[-1,5;+ ∞); 3)(- ∞;-1,5]; 4)(- ∞;0,5]	На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств $\begin{cases} x>8, \\ 9-x<0? \end{cases}$ 	Укажите решение неравенства $81x^2 \le 16$ 
	Модуль «Геометрия»			
9	Найдите угол ABC равнобедренной трапеции ABCD , если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной CD углы, равные 30° и 80° соответственно. 	Площадь прямоугольного треугольника равна $\frac{32\sqrt{3}}{3}$. Один из острых углов равен 60°. Найдите длину катета, лежащего напротив этого угла. 	Сторона треугольника равна 18, а высота, проведенная к этой стороне, равна 22. Найдите площадь треугольника.	В треугольнике ABC известно, что угол BAC равен 42°, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах 
10	Центральный угол AOB равен 60° . Найдите длину хорды AB, на которую он опирается, если радиус окружности равен 5 	В угол C величиной84° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах. 	На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что угол AOB равен 18°. Длина меньшей дуги AB равна 5. Найдите длину большей дуги окружности. 	Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 38°, угол CAD равен 54°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.
11	Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке	Высота равнобедренной трапеции, проведенная из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 1 и 17. Найдите длину основания	Найдите площадь ромба, если диагонали равны 32 и 4 	Основание трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.

				
12	Найдите тангенс угла A треугольника ABC, изображённого на рисунке 	Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке	На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC. 	На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображен треугольник. Найдите его площадь. 
13	Укажите номера верных утверждений. 1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны. 2) Вертикальные углы равны. 3) Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.	Какие из следующих утверждений верны? 1)Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны друг другу. 2)Если диагонали параллелограмма равны, то это прямоугольник. 3)Один из углов треугольника всегда не превышает 60°	Какое из следующих утверждений верно? 1)Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам. 2)Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей. 3)вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой.	Какое из следующих утверждений верно? 1)Смежные углы всегда равны 2)Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности 3)Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей
Модуль «Реальная математика»				
14	Учёный Иванов выезжает из Москвы на конференцию в Санкт-Петербургский университет. Работа конференции начинается в 10: 00 . В таблице дано расписание ночных поездов Москва — Санкт-Петербург. *Номер поезда* / *Отправление из Москвы* / *Прибытие в Санкт-Петербург* 026А 23:00 06:30 002А 23:55 07:55 038А 00:44 08:48 016А 01:00 08:38 Путь от вокзала до университета занимает полтора часа. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) из московских поездов, которые подходят учёному Иванову. 1) 026А; 2) 002А; 3) 038А; 4) 016А	Численность населения Индонезии составляет $2{,}4 \cdot 10^8$ человек, а Венгрии $9{,}9 \cdot 10^6$ человек. Во сколько раз численность населения Индонезии больше численности населения Венгрии? 1)примерно в240 раз; 2) примерно в24 раза; 3) примерно в2,4 раза; примерно в4,1 раза	В таблице приведены нормативы по бегуна лыжах на 1км для учащихся 10 класса. мальчики / девочки Отметка «3» «4» «5» «3» «4» Время (мин. и сек.) 5:30 5:00 4:40 7:10 6:30 Какую отметку получит девочка, пробежавшая на лыжах 1км за 6 минут 33секунды? 1)норматив не выполнен; 2)«3»; 3)«4»; 4)«5»	Учёный Куликов выезжает из Москвы на конференцию в Санкт-Петербургский университет. Работа конференции начинается в 10: 00 . В таблице дано расписание ночных поездов Москва — Санкт-Петербург. Номер поезда / Отправление из Москвы / Прибытие в Санкт-Петербург 026А 22:42 06:32 002А 23:55 07:55 038А 22:42 06:40 016А 00:43 09:12 Путь от вокзала до университета занимает полчаса. Укажите номер самого позднего (по времени отправления) из московских поездов, которые подходят учёному Иванову. 1) 026А; 2) 002А; 3) 038А 4) 016А
15	На рисунке изображён график изменения атмосферного давления в городе Энске за три	На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от	На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем	При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в

	дня. По горизонтали указаны дни недели, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Укажите наименьшее значение атмосферного давления во вторник. 	высоты над уровнем моря (в километрах). Найдите, чему равно атмосферное давление на высоте 9,5 км. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба 	моря. По горизонтали указана высота над уровнем моря в километрах, по вертикали – атмосферное давление в миллиметрах ртутного столба. Найдите, чему равно атмосферное давление на высоте 1,5км. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба. 	электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси - напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 28 часов работы фонарика. 
16	Чашка, которая стоила 90 рублей, продаётся с 10%-й скидкой. При покупке 10 таких чашек покупатель отдал кассиру 1000 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?	Туристическая фирма организует трехдневные автобусные экскурсии. Стоимость экскурсии для одного человека составляет 2500р. Группам предоставляются скидки: группе 3-10 человек – 5%, группе более 10 человек – 10%. Сколько рублей заплатит за экскурсию группу из 14 человек?	После уценки телевизора его новая цена составила 0,81 старой. На сколько процентов уменьшилась цена телевизора в результате уценки?	Товар на распродаже уценили на 35%, при этом он стал стоить 520 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?
17	От столба высотой 9 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 3 м от земли (см. рисунок). Расстояние от дома до столба 8 м. Вычислите длину провода. 	Картинка имеет форму прямоугольника со сторонами 23см и 39см. ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг картинки получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает картинка с окантовкой, равна 1161см^2. Какова ширина окантовки? Ответ дайте в сантиметрах. 	Проектор полностью освещает экран А высотой 50см, расположенный на расстоянии 100см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран В высотой 150см, чтобы он был полностью освещен, если настройки проектора остаются неизменными?. 	Колесо имеет 36 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах. 
18	На диаграмме представлено распределение	В среднем у каждой ученицы класса, где учится Настя, есть по 4 юбки. У	Какая из следующих круговых диаграмм показывает	На диаграмме представлено распределение

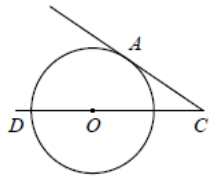
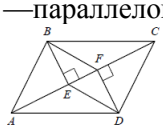
	количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 9 млн пользователей.  Какое из следующих утверждений неверно? 1) Пользователей из России больше, чем пользователей из Украины. 2) Пользователей из Беларуси больше, чем пользователей из Швеции. 3) Больше трети пользователей сети — из Украины. 4) Пользователей из России больше 4 миллионов.	Насти 3 юбки. Какое из следующих утверждений верно? 1)обязательно есть девочка, у которой 2 юбки 2)обязательно есть девочка, кроме Насти, у которой меньше 4 юбок 3)обязательно есть девочка, у которой больше 4 юбок 4)обязательно есть девочка, у которой 6 юбок	распределение грибов в лесу, если белых грибов всего 22%, мухоморов – 33%, лисичек – 9%, сыроежек – 28% и других грибов – 8%? 1)  2)  3)  4) 	количества пользователей некоторой социальной сети по странам мира. Всего в этой социальной сети 12 млн пользователей.  Какие из следующих утверждений неверны? 1)пользователей из Аргентины больше, чем пользователей из Латвии. 2)пользователей из Бразилии больше, чем пользователей из Аргентины и Парагвая вместе. 3)пользователей из Аргентины больше 3 миллионов. 4)примерно три четверти общего числа пользователей – из Бразилии.
19	В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен не из России.	Из 1500 карт памяти, поступивших в продажу, в среднем 30 не работают. Какова вероятность того, что случайно выбранная карта работает?	На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 2 с мясом, 16 с капустой и 2 с вишней. Рома наугад берет один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.	В фирме такси в данный момент 30 машин: 1 черная, 9 желтых и 20 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему придет желтое такси.
20	В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле C =150 +11(t -5) , где t — длительность поездки, выраженная в минутах (t >5) . Пользуясь этой формулой, рассчитайте	В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле C =150 +11(t -5) , где t — длительность поездки, выраженная в минутах (t >5) . Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 16-минутной поездки.	Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) можно вычислить по формуле a=ω^{2}R, где ω — угловая скорость (в с$^{-1}$), а R — радиус окружности. Пользуясь этой формулой, найдите радиус R (в метрах), если угловая скорость	В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле C =150 +11(t -5) , где t — длительность поездки, выраженная в минутах (t >5) . Пользуясь этой формулой,

	стоимость 15-минутной поездки.		равна 9 $с^{-1}$, а центростремительное ускорение равно 405 $м/с^2$.	рассчитайте стоимость 13-минутной поездки.

Во второй части работы отсутствуют задания модуля «Реальная математика». То есть в часть 2 входит два модуля: «Алгебра» и «Геометрия» (табл.5).

Таблица 5 задания части 2 ОГЭ по математике а 2013-2016 гг

№	2013 год	2014 год	2015 год	2016 год
		Модуль «Алгебра»		
21	Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x+y=5, \\ \frac{x+2}{5}+\frac{y}{2}=-1. \end{cases}$	Решите уравнение $(x+5)^3=25(x+5)$	Решите уравнение $(x-3)^4-3(x-3)^2-10=0$	Решите уравнение $x^4=(x-12)^2$
22	Катер прошёл от одной пристани до другой, расстояние между которыми по реке равно 48 км, сделал стоянку на 20 мин и вернулся обратно через 5 1/3ч после начала поездки. Найдите скорость течения реки, если известно, что скорость катера в стоячей воде равна 20 км/ч.	Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 224км. Отдохнув, он отправился обратно в А, увеличив скорость на 2км/ч. По пути он сделал остановку на 2 часа, в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.	Два автомобиля одновременно отправляются в 950-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 18км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 4ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.	Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 54км/ч, а вторую – со скоростью 90км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
23	Постройте график функции $y=\begin{cases} x^2, \text{ если } \lvert x\rvert \le 1, \\ -\frac{1}{x}, \text{ если } \lvert x\rvert > 1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях с прямая y =c будет иметь с графиком единственную общую точку.	Постройте график функции $y=\begin{cases} -x^2-2x+3, x \ge -2 \\ -x+1, \ x<-2 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая y =m имеет с графиком ровно две общие точки.	Постройте график функции $y=\begin{cases} 4x^2-5x, x \ge 1 \\ 4x-5, \ x<1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях k прямая y =kx имеет с графиком ровно одну общую точку.	Постройте график функции $y=\begin{cases} -x^2+2x+1, x \ge -4 \\ -\frac{36}{x}, \ x<-4 \end{cases}$ и определите, при каких значениях m прямая y =m имеет с графиком одну или две общие точки.
		Модуль «Геометрия»		
24	Найдите угол АСО, если его сторона СА касается окружности, О — центр окружности, а дуга AD окружности, заключённая внутри	Биссектрисы углов A и D параллелограмма ABCD пересекаются в точке, лежащей на стороне BC. Найдите BC, если AB=26.	Точка H является основанием высоты BH, проведенной из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC.	Отрезки AB и DC лежат на параллельных прямых, а отрезки AC и BD пересекаются в точке M. найдите MC, если AB=11, DC=55, AC=30

	этого угла, равна 100° 		Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K, отличных от точки B. Найдите BH, если PK=12	
25	В параллелограмме ABCD проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC Докажите, что BFDE —параллелограмм. 	Сторона AD параллелограмма ABCD вдвое больше стороны CD. Тогда M – середина стороны AD. Докажите, что CM – биссектриса угла BCD	Биссектрисы углов A и B параллелограмма ABCD пересекается в точке F, стороны CD. Докажите, что F – середина CD	В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BB_1 и CC_1. Докажите, что углы CC_1B_1 и CBB_1 равны
26	Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника KPCM .	Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 18:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 31.	В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 40, а площадь равна 80, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до ее меньшего основания.	Середина M стороны AD выпуклого четырехугольника ABCD равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если BC=11, а углы B и C четырехугольника равны соответственно 126° и 99°.

На основании анализа вариантов ОГЭ по математике прошлых лет можно выдвинуть предположение о содержании вариантов экзаменационных работ 2017 года (табл.6).

Таблица 6. Предполагаемое содержание вариантов экзаменационных работ ОГЭ по математике 2017 года.

№	Содержание задания
Часть 1	
Модуль «Алгебра»	
1	Задание на нахождение значения выражения, содержащее десятичные и обыкновенные дроби
2	Задание на примерное вычисление значений обыкновенных дробей, корней, выражений содержащих числа обозначенные на числовой оси
3	Найти значение выражения содержащего степени
4	Решить квадратное уравнение, выполнить отбор корней, удовлетворяющих данному условию
5	Установить соответствие между графиками функций и их уравнениями
6	Найти один из членов арифметической (геометрической) прогрессии или сумму первых n членов прогрессии
7	Преобразовать и найти значение алгебраического выражения при определенных значениях переменных

8	Решить неравенство.
Модуль «Геометрия»	
9	Задачи на решение треугольников, четырехугольников
10	Задачи о окружности и вписанном (описанном) угле
11	Задача на вычисление площади четырехугольника или нахождение его элемента
12	Задание на нахождение элемента или площади фигуры, изображенной на клетчатой бумаге
13	Задание на установление истинности суждений о геометрических фигурах, их свойствах, признаках и т.д.
Модуль «Реальная математика»	
14	Задание, связанное с таблицами распределения
15	Задание, связанное с анализом графиков физических процессов
16	Текстовая задача на вычисление процентов
17	Геометрическая задача с практическим содержанием
18	Задание, связанное с анализом круговых диаграмм
19	Задача на вычисление вероятности события
20	Задача на вычисление с использованием данной формулы
Часть 2	
Модуль «Алгебра»	
21	Решить систему уравнений или уравнение n-ой степени
22	Текстовая задача на вычисление скорости
23	Задание на построение графика кусочно заданной функции и определение взаимного расположения данной функции и параметрически заданной функции (прямой)
Модуль «Геометрия»	
24	Геометрическая задача на вычисление
25	Геометрическая задача на доказательство
26	Геометрическая задача повышенной сложности

Таким образам, задания направленные на организацию исследовательской деятельности, с точки зрения математического компонента, в первую очередь должны быть связаны с темами актуальными для подготовки к ОГЭ по математике.

2.2. Особенности организации исследовательской деятельности обучающихся по математике при подготовке к основному государственному экзамену

Для того, чтобы все обучающиеся могли включиться в исследовательскую деятельность, необходимо, чтобы у каждого из них были сформированы исследовательские умения. Поэтому изначально необходимо сформировать каждое исследовательское умение в отдельности.

Рассмотрим каждую группу умений выделенную Стефановой Н.Л. [25] и требования к заданиям, формирующим и развивающим эти умения. Представим примеры формулировок заданий, выделенных Епишевой О.Б [9]., направленных на соответствующие цели

Общие умения: умение работать с литературными источниками и документами, умение работать со справочной литературой, умение работать с компьютерными поисковыми системами, умения осуществлять основные логические операции, умение проводить наблюдения, умение проводить различного вида эксперименты, умение различными способами организовывать данные, умение грамотно выражать свои мысли (формулировать суждения), умение представлять результаты исследования.

Данные умения заключаются в поиске, обработке, перекодировании информации, согласно определенной теме и представлении результатов своей деятельности. То есть задания направленные на формирование общих умений заключаются в выполнении поисковой деятельности, выделении главного из текста, составлении плана текста, составлении и заполнении схем и таблиц используя литературные источники, выстраивании логических цепочек и т.д.

Примеры формулировок заданий направленных на формирование общих умений:

1. Выполните … следуя алгоритму, схеме…
2. По данному условию установить, какие теоретические аспекты необходимо использовать для…
3. Найти для данной формулировки аналогичные, противоположные предложения и сравните их.

4. Выделить для себя новые знания…

Например, задание на формирование умения проводить наблюдения в процессе подготовки к ОГЭ по математике может выглядеть следующим образом: рассмотрите предложенные в разных источниках решения задачи № 26 ОГЭ по математике и выделите для себя новые знания о приемах используемых при решении этой задачи.

Примеры формулировок заданий направленных на развитие общих умений:

1. Выделите главное (ключевые моменты, опорные пункты)…
2. Изучить (повторить) … по источнику самостоятельно, ответить на вопросы и привести примеры…
3. Составить схему текста или своего ответа…
4. Построить сообщение по данному материалу и выступить…
5. Сформулировать вопросы к тексту…

Например, задание на развитие умения осуществлять основные логические операции в процессе подготовки к ОГЭ по математике может выглядеть следующим образом: составьте план – схему данного решения задачи № 10 ОГЭ по математике за 2015 год.

Специфические умения и базовые предметные умения: умение устанавливать непротиворечивость свойств нового объекта построенной математической теории (устанавливать существование объекта), умения обусловленные особенностями объектов определенной предметной области и методами, используемыми для их изучения, умения связанные с определенным предметным содержанием, необходимым для осуществления исследовательской деятельности, умение использовать эти знания.

Все эти умения относятся к предметной области математики. Задания, должны заключаться в установлении непротиворечивости свойств нового объекта математической теории, решении типовых задач, используя известный прием, нахождении задач с аналогичным решением, выполнении проверки и исправлении

ошибок в готовом решении , ответе на вопросы, связанные о условиях выполнения действий и т.д.

Примеры формулировок заданий направленных на формирование общих умений:

1. Выполните практическую деятельность тренировочного характера…
2. Выполните по образцу…
3. Выполните … следуя алгоритму, схеме…
4. Выполните… используя прием…
5. Выполните … используя правило…
6. На основе определения (правила и т.д.) составить прием (план, схему, алгоритм…) … и применить его на практике.
7. Найти ошибку и выявить ее суть…
8. Исправить ошибки в (при)…
9. Выполнить проверку…
10. Ответить на вопросы, связанные с действием (его осуществлением или конкретными условиями его осуществления)…

Например: используя перечисленные учителем приемы рационального вычисления выполните задание № 7 ОГЭ по математике.

Примеры формулировок заданий направленных на развитие общих умений:

1. Составьте индивидуальный план деятельности…
2. Сформулировать обобщенные приемы… для использования в новой ситуации…
3. Найти… где используется подобный прием…
4. Перестройте известный прием…

Инструментальные умения: умения работать с различным оборудованием и компьютерными технологиями.

Они заключаются в умении работать с оборудованием и компьютерными технологиями: выполнять действия используя компьютерную программу и т.д.

Например: преобразуйте формулы нахождения корней квадратного уравнения через дискриминант для квадратных уравнений с одним и коэффициентов равным 0.

Примеры формулировок заданий направленных на формирование общих умений:

1. Выполните практическую деятельность тренировочного характера…
2. Выполните по образцу…
3. Выполните, … следуя алгоритму, схеме…
4. Выполнить проверку…

Например: проверьте верно ли выполнено представленное решение, где допущена ошибка?

Примеры формулировок заданий направленных на развитие общих умений:

1. Составьте индивидуальный план деятельности…
2. Изучить (повторить) … по источнику самостоятельно, ответить на вопросы и привести примеры…

Например: составьте план решения представленной задачи на доказательство равенства треугольников.

Рассмотрим особенности организации исследовательской деятельности направленной на повторение, обобщение и систематизацию математического материала входящего в модули «алгебра», «геометрия» и «реальная математика». В модуле «алгебра» рассмотрим тему «квадратные уравнения», в модуле «геометрия» – площади, в «реальной математике» – вычисление вероятности событий.

Особенность организации исследовательской деятельности на уроках обобщения и систематизации знаний заключаются в том, что исследовательская деятельность состоит в углублении уже имеющихся знаний, установлении новых связей в уже известном материале, нахождение новых путей решения.

Организация исследовательской деятельности при обобщении знаний по темам «Квадратные уравнения» и «Площади» может быть направлена на развитее мышления обучающихся. Тогда эта деятельность должна заключаться в анализе,

синтезе, сравнении, обобщении, абстрагировании, конкретизации, классификации, систематизации уже известной информации. Эта деятельность может заключаться в обработке исходного материала с помощью таблиц, схем, графиков и т. п. — они позволяют визуально определить необходимые связи, свойства, соотношения, закономерности. Задания, направленные на организацию исследовательской деятельности по теме «Квадратные уравнения» должны быть направлены на развитие способности выбирать наиболее рациональный путь решения, умение анализировать общий вид данного уравнения и на основе этого анализа делать выводы о его способах решения, корнях и их количестве.

Рассмотрим этапы исследовательской деятельности, с точки зрения развития мыслительных операций: анализ, систематизация и обобщение на уроках обобщения и систематизации по теме «Квадратные уравнения». При этом отметим, что для развития мышления важно пройти все представленные этапы:

1. Постановка исследовательской задачи: особенность данного этапа в том, что данная задача должна быть направлена на учебную цель, но при этом быть развивающей. Проблемная ситуация может заключаться в следующем: в процессе анализа заданий ОГЭ, представленных в каком-либо источнике, обучающиеся выясняют, что существует несколько групп аналогичных заданий. Следовательно можно предположить, что возможно для каждой группы заданий можно разработать универсальный план решения, который будет всегда приводить к результату, используя который, время решения уравнения будет минимальным, что особенно важно для экзамена, где на выполнение всех заданий дается фиксированное время.
2. Постановка цели исследования: если исследовательская задача будет поставлена достаточно четко, данный этап деятельности каждый обучающийся может осуществить самостоятельно, его трудность заключается лишь в выборе формы представления итогового результата, наиболее эффективного для каждого обучающегося: систематизация методов решения квадратных уравнений с помощью…

3. Этап планирования заключается в составлении каждым обучающимся плана своей деятельности.

Например:

1) выписать каждое задание ОГЭ, по теме «квадратные уравнения» с решением на отдельные карточки для дальнейшего анализа и систематизации результатов анализа;

2) проанализировать уравнения, по основанию «методы и способы решения»;

3) разделить всех карточек на группы, в которых все уравнения решаются аналогичным образом;

1) составить обобщенные планы решения уравнений для каждой группы;

2) выписать все получившиеся планы;

3) проверить, все ли квадратные уравнения можно решить с помощью получившихся планов, если есть уравнения с несколькими вариантами решения, выбрать тот, который на практике занимает меньше времени.

4) этап реализации плана 1-5 пунктов плана;

5) представление результатов исследования (выполнение 6ого пункта плана).

Рассматриваемая деятельность может быть индивидуальной, групповой или индивидуально-групповой. В первом случае весь коллектив может работать совместно над одним объектом, при этом результат будет общий. Во втором случае каждый обучающийся будет работать над одним и тем же объектом, но самостоятельно, следовательно, результат будет у каждого свой. В третьем случае объект будет разделен на подобъекты и каждый обучающийся работает над своим подобъектом, но результат будет объединением всех результатов.

Рассмотрим этапы исследовательской деятельности, с точки зрения развития мыслительных операций (анализ, систематизация) на уроках обобщения и систематизации по теме «Площади»:

1. Постановка исследовательской задачи: в процессе анализа заданий ОГЭ, представленных в каком-либо источнике, выясняется, что все задания можно решить, используя конечное количество формул, их знание гарантирует выполнение задания ОГЭ на нахождение площади.

2. Этап постановки цели: цель заключается в установлении того, какие именно формулы должны входить в минимальный список формул необходимых для нахождения площади.

3. Каждому обучающемуся важно четко и поэлементно разработать план своей деятельности, рационально осуществить письменно, так как это позволит отслеживать как обучающемуся, так и учителю отслеживать ход работы.

4. Реализация разработанного может проходить следующим образом: каждый обучающийся заполняет таблицу анализа заданий ОГЭ, основанием данного анализа может быть то, о какой именно геометрической фигуре идет речь, так как выбор формулы нахождения площади зависит именно от этого, а в одной из колонок таблицы должны быть выписаны все формулы, используемые для решения задачи, также для того, чтобы было проще выявить необходимые формулы, еще одной из колонок может быть колонка с решением.

5. Анализ и оценка результатов может происходить на основе обсуждения во время урока колонки формул получившейся таблицы, результатом обсуждения будет являться список формул, обеспечивающих выполнение задания ОГЭ на нахождение площади фигуры.

Организация исследовательской деятельности при обобщении знаний по теме «Вычисление вероятности событий» может быть направлена на развитее личностных качеств. Это возможно, так как исследовательская деятельность должна развивать такие интеллектуальные качества, как: любопытство, любознательность, пытливость, критичность, пластичность, продуктивность, оригинальность, гибкость, креативность, мотивационные качества личности, волевые качества личности – целеустремленность, самостоятельность, настойчивость, инициативность, самооценку собственных умственных и исследовательских способностей обучающихся. Организуемая деятельность должны опираться на опыт обучающегося, сложившийся у него под влиянием социальных условий и способов воздействия, способствующих либо препятствующих развитию исследовательского поведения. Опыт должен носить эвристический характер.

Рассмотрим этапы исследовательской деятельности направленной на закрепление знаний уже известной информации по теме «Вычисление вероятности событий».

1. В данном примере подробно рассмотрим процесс постановки исследовательской задачи. Так как важность исследовательской деятельности при изучении этой темы высока. Ведь в процессе изучения данной темы чаще всего не объясняется: почему вероятность вычисленная с помощью формулы и тот результат который мы получаем на практике могут сильно различаться, в чем и заключается проблема исследования. При этом процесс ответа на вопрос «почему формула вычисления вероятности события верна?» позволяет отработать навыки вычисления этой вероятности, что позволяет в будущем верно решить задание ОГЭ о вычислении вероятности события.
2. Цель данного исследования: установить связь теоретической и практической вероятности события.
3. План должен быть направлен на практическое доказательство формулы вычисления вероятности, причем данный план – это результат не самостоятельная деятельность обучающегося, а результат диалога учителя и всех обучающихся. Для начала необходимо выбрать математическую модель, которая будет объектом исследования, выбрать исследуемый процесс и выделить событие, вероятность которого будет установлена. Далее необходимо вычислить вероятность данного события, далее проверить эту вероятность на практике. Но так как воспроизвести событие много раз в аналогичных условиях (температура воздуха, сила воздействия…) сложно, рекомендуется воспользоваться возможностями Excel, так как подробно эта программа изучается в 9 классе, обучающиеся могут выполнить моделирование процесса самостоятельно или во время урока информатики.
4. Данное исследование имеет метапредметный характер, поэтому важно, чтобы процесс реализации данной деятельности проходил не только на уроке математики, но и либо на уроке информатики либо во время внеурочной деятельности.

5. Последний этап заключается в составлении графика теоретической и практической вероятности, формулировании выводов полученных из результатов его анализа.

Таким образом, если учесть особенности исследовательской деятельности и организовать точное соблюдение описанных этапов можно гарантировать что организованная исследовательская деятельность будет являться одним из эффективных элементов процесса подготовки к успешному написанию ОГЭ по математике.

Комплекс заданий направленных на организацию исследовательской деятельности для подготовки к ОГЭ по математике

Представим пример организации исследовательской деятельности в процессе подготовки к ОГЭ по математике, с учетом выделенных в предыдущем пункте этапов.

Этап создания проблемной ситуации

Обучающимся дается следующее задание: проанализируйте задачи ОГЭ посвященные теме «Площади», представленные в приложении 1. На сколько условных групп можно разделить предложенные задачи, по принципу того, о какой геометрической фигуре говорится в задаче? Что вы можете сказать об особенностях нахождения площади фигуры в каждой группе?

Обучающиеся, в результате анализа задачного материала устанавливают, что в задачах спрашивается о площади шести геометрических фигур: квадрата, прямоугольника, трапеции, ромба, параллелограмма и треугольника, причем треугольники также можно разделить на: равнобедренные, прямоугольные и треугольники общего вида. Тогда все задачи можно разделить на восемь групп: «квадрат», «прямоугольник», «трапеция», «ромб», «параллелограмм», «равнобедренные треугольники», «прямоугольные треугольники» и «треугольники общего вида». Особенность каждой группы заключается в том, что для каждой геометрической фигуры определены свои формулы нахождения площадей. То есть все задания ОГЭ по теме «Площади» можно решить, используя конечное количество формул и их знание, гарантирует выполнение задания. Но какие именно это формулы?

Этап постановки цели

На данном этапе, предполагается, что каждый обучающийся самостоятельно может сформулировать цель своей дальнейшей деятельности, учитель, при необходимости, корректирует формулировку цели.

Пример формулировки цели: Составить список всех формул необходимых для решения задания №11 ОГЭ по математике.

Этап планирования исследовательской деятельности:

На данном этапе обучающиеся получают заготовку таблицы (табл.7)

Далее каждому обучающемуся дается задание: составьте для себя наиболее удобный план заполнения таблицы 7. Для того чтобы уточнить формулы, признаки, теоремы, следствия обучающимся предлагается воспользоваться учебником Л.С.Атанасяна «Геометрия 7-9».

Таблица 7. заготовка таблицы для анализа заданий ОГЭ, посвященных теме «Площадь»

Тема (фигура)	Пример задачи	Решение	Используемые формулы и теоремы

Пример плана заполнения таблицы:

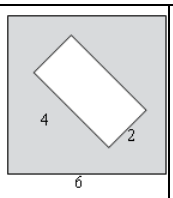
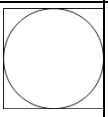
1. Разделить все задачи на группы: «квадрат», «прямоугольник», «трапеция», «ромб», «параллелограмм», «равнобедренные треугольники», «прямоугольные треугольники» и «треугольники общего вида».
2. Заполнить колонки «фигура» и «пример задачи» с учетом групп, выделенных в пером пункте.
3. Решить задачи, решения записать в колонку «решение».
4. На основании содержания колонки «решение» выделить используемые формулы и теоремы и заполнить соответственную колонку.

Этап реализации плана:

Пример выполненного задания представлен в таблице 8 (полный вариант таблицы представлен в приложении 2).

Таблица 8. Анализ заданий ОГЭ, посвященных теме «Площадь»

тема	Пример задания	Решение	Используемая формула, правило
квадрат	Сторона квадрата равна 10. Найдите его площадь.	$S_{кв=}10^2=100$	$S_{кв}=a^2$, а – сторона квадрата.
	Периметр квадрата равен 40. Найдите площадь квадрата.	$a=40:4=10$ $S_{кв=}10^2=100$	$P_{кв}=4a$, $S_{кв}=a^2$, а – сторона квадрата

	Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рисунок). Найдите площадь получившейся фигуры. 	$S_п=4\cdot2=8$ $S_{кв}=6^2=36$ $S_{кв}– S_п=36–8=28$	$S_{кв}=a^2$, a – сторона квадрата $S_п=bc$, b,c – стороны прямоугольника
	Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна	$S_{ромба}=0,5\cdot1\cdot1=0,5$	Диагонали квадрата равны. Квадрат – ромб, все углы которого, равны. $S_{ромба}=0,5d_1d_2$, d_1,d_2– диагонали ромба
	Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83. 	$S_{кв}=(2\cdot28)^2=27556$	Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности. r -- радиус окружности, d -- диаметр окружности. $S_{кв}=d^2=(2r)^2$

Этап анализа и оценки результатов

Данный этап осуществлять с помощью организации обсуждения во время итогового занятия. В процессе обсуждения каждый обучающийся должен представить свою заполненную таблицу и те формулы, которые каждый обучающийся выписал для себя. Какие элементы теории, помимо формул нахождения площади, каждый обучающийся включил в последнюю колонку? Результатом данного обсуждения является общий список необходимых для запоминания формул. При этом, необходимо обратить внимание обучающихся на то, что некоторые задачи имеют несколько вариантов решения, и что каждый ученик должен на данном этапе выбрать свой путь решения, с учетом

затрачиваемого времени (так как во время экзамена время ограничено) и сложности осуществляемых вычислений..

Пример итогового списка формул представлен в таблице 9.

Таблица 9. Формулы необходимые для решения заданий по теме «Площади»

Геометрическая фигура	формулы		Следствия, теоремы, признаки
	Формулы площади	Другие формулы	
Треугольник общего вида, a,b,c – стороны треугольника, γ - угол между a и b , h – высота	$S_т=0,5ab\sin\gamma$ $S_т=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $S_т=0,5ah$	$P_т=a+b+c$ $p=0,5\ P_т$ Если $\Delta ABC\sim\Delta A_1B_1C_1$ $\frac{S_{\Delta A_1B_1C_1}}{S_{\Delta ADC}}=k^2$	Сумма углов треугольника равна 180°. Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
Прямоугольный треугольник, a,b - катеты, c – гипотенуза	$S_{пт}=0,5ab$	Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$ $\sin\alpha=\frac{a}{c}$ $\cos\alpha=\frac{b}{c}$; $tg\alpha=\frac{a}{b}$ $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$	Катет прямоугольного треугольника, лежащий напротив угла в 30°, равен половине гипотенузы.
Равнобедренный треугольник, a – сторона треугольника, h – высота		$h=a\frac{\sqrt{3}}{2}$	В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Все углы равностороннего треугольника равны 60°
Квадрат, a – сторона квадрата.	$S_{кв}=a^2$ $S_{кв}=d^2=(2r)^2$, r – радиус вписанной окружности	$P_{кв}=4a$	Диагонали квадрата равны. Квадрат – ромб, все углы которого, равны. Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности

Прямоугольник, a,b – стороны прямоугольника?	$S_п=ab$	$P_п=2(a+b)$	
Ромб, d_1,d_2– диагонали ромба, a – сторона ромба, γ - угол между сторонами, h – высота ромба	$S_{ромба}=0,5d_1d_2$ $S_р=a^2\sin\gamma$ $S_р=ah$	$P_р=4a$	Диагонали ромба пересекаются под углом 90° и точкой пересечения делятся пополам
Параллелограмм, a, b – смежные стороны, h - высота проведенная к a, γ - угол между a и b	$s_п = ah$ $s_п = ab\sin\gamma$,		
Трапеция, a,b – основания трапеции, h – высота	$S_{трап}=0,5h(a+b)$,		Средняя линия трапеции равна полусумме оснований

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время формирование у обучающихся основ культуры исследовательской и проектной деятельности, навыков разработки, реализации и общественной презентации обучающимися результатов исследования являются важными компонентами процесса обучения.

В процессе написания данной выпускной квалификационной работы был проведён анализ методической и психолого-педагогической литературы, который позволил раскрыть сущность понятия «исследовательская деятельность», были изучены особенности организации исследовательской деятельности по математике в процессе подготовки к сдаче ОГЭ. В ходе работы было установлено, что одним из средств обобщения и систематизации знаний, необходимых для написания ОГЭ по математике является исследовательская деятельность.

Анализ документов, регламентирующих процедуру проведения и содержание ОГЭ по математике, позволил установить особенности организации ОГЭ, а также структуру и содержание контрольно- измерительных материалов ~~по математике~~, что обусловило выбор темы и содержания разработанного комплекса учебных занятий, направленных на организацию исследовательской деятельности, с целью обобщения и систематизации знаний по теме «Площади».

В ходе работы был разработан комплекс учебных заданий направленных на организацию исследовательской деятельности для подготовки к ОГЭ по математике.

Таким образом, все задачи данной работы решены и цель достигнута.

Библиографический список

1. Алексеев Н.Г. Концепция развития исследовательской деятельности учащихся [Текст]/[и др.]// Исследовательская работа школьников. – 2002. - №1.54с.

2. Алексеев Н.Г., Леонтович А.В. Критерии эффективности обучения учащихся исследовательской деятельности // Развитие исследовательской деятельности учащихся: Методический сборник. М.: Народное образование, 2001. 272 с.

3. Амахина Е.В., Структурно-динамическая модель исследовательских способностей и умений // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. 2007. №36. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/strukturno-dinamicheskaya-model-issledovatelskih-sposobnostey-i-umeniy (дата обращения: 16.04.2017).

4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.Геометрия 7-9 классы, 21 изд. М.: Просвещение, 2011. 384 с.

5. Викол Б.А. Формирование элементов исследовательской деятельности при углубленном изучении математики: автореф. дис. Канд. Пед. Наук. М., 1977. 327 с.

6. Гребенев И.В. Комплексная работа практикума по методике преподавания физики // Учебная физика 2003. №4. С. 47.

7. Далингер В.А. Организация учебно-исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике // Учёные записки ЗабГУ. Серия: Физика, математика, техника, технология. 2010. №2. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/organizatsiya-uchebno-issledovatelskoy-deyatelnosti-uchaschihsya-v-protsesse-obucheniya-matematike (дата обращения: 16.04.2017).

8. Далингер В.А. учебно-исследовательская деятельность учащихся в процессе изучения математики.// Электронный научный Журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета» - выпуск 2007 [Электронный ресурс]

9. Епишева О.Б. технология обучения математике на основе деятельностного подхода

10. Ингекамп, К. Педагогическая диагностика: Пер. с нем. К. Ингекамп – М.:Педагогика, 1991. 240 с.

11. Кодификатор контрольных измерительных материалов для проведения в 2010-2017 годах государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы основного общего образования. URL: http://www.fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory (дата обращения: 16.04.2017)

12. Ларькина Е.В. Методика формирования элементов исследовательской деятельности учащихся основной школы на уроках геометрии: Автореф. дис. … канд. пед. наук. – М., 1996. 16 с.

13. Лебедева О. В., Гребенев И. В. ФГОС школьного образования: проектирование и организация исследовательской деятельности в учебном процессе // Вестник ННГУ. 2013. №5-2. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/fgos-shkolnogo-obrazovaniya-proektirovanie-i-organizatsiya-issledovatelskoy-deyatelnosti-v-uchebnom-protsesse (дата обращения: 16.04.2017).

14. Лебедева О. В., Формирование методической компетентности учителя в области организации исследовательской деятельности // Вестник ННГУ. 2010. №5-2. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-metodicheskoy-kompetentnosti-uchitelya-v-oblasti-organizatsii-issledovatelskoy-deyatelnosti (дата обращения: 16.04.2017).

15. Леонтович И.В. Об основных понятиях концепции развития исследовательской и проектной деятельности учащихся // Исследовательская работа школьников. 2003. № 4. 37с

16. Методические рекомендации по подготовке и проведению государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования в 2017 году (ОГЭ и ГВЭ).[Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.fipi.ru/oge-i-gve-9/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy (дата обращения: 16.04.2017)

17. Методические рекомендации по подготовке и проведению государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего

образования в 2017 году // http://gia.edu.ru URL: http://gia.edu.ru/ru/main/legal-documents/rosobrnadzor/index.php?id_4=18263 (дата обращения: 16.04.2017).

18. Мулдашева С.В. Развитие исследовательских умений учащихся на уроках биологии // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. 2014. №2. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/razvitie-issledovatelskih-umeniy-uchaschihsya-na-urokah-biologii (дата обращения: 16.04.2017).

19. Обухов А.С. Исследовательская позиция и исследовательская деятельность: что и как развивать // Исследовательская деятельность школьников. 2003. № 4. 23с.

20. Решу ОГЭ URL: https://math-oge.sdamgia.ru (дата обращения: 16.04.2017)

21. Румбешта Е.А. Исследовательская деятельность учащихся в процессе изучения физики: анализ практики и перспективы // Вестник ТГПУ. 2013. №5 (133). URL: http://cyberleninka.ru/article/n/issledovatelskaya-deyatelnost-uchaschihsya-v-protsesse-izucheniya-fiziki-analiz-praktiki-i-perspektivy (дата обращения: 16.04.2017).

22. Савенков А. И. Содержание и организация исследовательского обучения школьников. М., 2003. С. 42

23. Савенков А.И. Психологические основы ис-следовательского подхода к обучению: Учебное по-собие. М.: Ось-89, 2006. 480 с.

24. Савчик Е.А. Теоретические основы построения модели формирования исследовательской компетентности старших школьников // Вестник ЧГПУ. 2012. №2. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/teoreticheskie-osnovy-postroeniya-modeli-formirovaniya-issledovatelskoy-kompetentnosti-starshih-shkolnikov (дата обращения: 16.04.2017).

25. Стефанова Н.Л. Проблема развития исследовательских умений учащихся с позиции метаметодического подхода // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. 2002. №3. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/problema-razvitiya-issledovatelskih-umeniy-uchaschihsya-s-pozitsii-metametodicheskogo-podhoda (дата обращения: 16.04.2017).

26. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования/ Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской

Федерации от 17 декабря 2010 г. № 1897, в ред. Приказа Минобрнауки России от 29.12.2014 № 1644

27. Фролова Е.Ю. Исследовательская деятельность учащихся на уроках математики // Молодой ученый. — 2016. — №9. — С. 1202-1205.

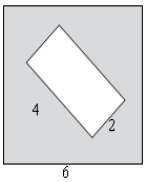
28. Чечель И.Д. Управление исследовательской деятельностью педагога и учащегося в современной школе. – М.: Сентябрь, 1998. – С. 132

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение1

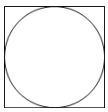
Задачи:

1. Сторона квадрата равна 10. Найдите его площадь.



2. Периметр квадрата равен 40. Найдите площадь квадрата.

3. Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рисунок). Найдите площадь получившейся фигуры.



4. Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна

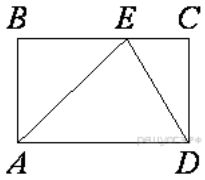
5. Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83.

6. В прямоугольнике одна сторона равна 10, другая сторона равна 12. Найдите площадь прямоугольника.

7. В прямоугольнике диагональ равна 10, а угол между ней и одной из сторон равен 30°. Найдите площадь прямоугольника, *делённую на* $\sqrt{3}$.

8. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна сторона на 2 больше другой.

9. В прямоугольнике одна сторона равна 96, а диагональ равна 100. Найдите площадь прямоугольника.



10. На стороне *BC* прямоугольника *ABCD*, у которого *AB* = 12 и *AD* = 17, отмечена точка *E* так, что ∠*EAB* = 45°. Найдите *ED*.

11. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен 45°. Найдите площадь треугольника.

12. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 28 и 100

13. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 70, а один из острых углов равен 45°. Найдите площадь треугольника.

14. Два катета прямоугольного треугольника равны 18 и 7. Найдите площадь этого треугольника.

15. Сторона равностороннего треугольника равна 10. Найдите его площадь, делённую на $\sqrt{3}$

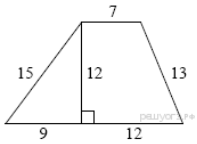
16. Высота равностороннего треугольника равна 10. Найдите его площадь, *делённую на* $\frac{\sqrt{3}}{3}$

17. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10, а угол, лежащий напротив основания, равен 120°. Найдите площадь треугольника, *делённую на* $\sqrt{3}$

18. Периметр равнобедренного треугольника равен 16, а боковая сторона — 5. Найдите площадь треугольника.

19. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.

20. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



21. Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна $4\sqrt{2}$, а угол между ней и одним из оснований равен 135°. Найдите площадь трапеции.

22. Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{1}{3}$. Найдите площадь трапеции.

23. Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а тангенс угла между ней и одним из оснований равен $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Найдите площадь трапеции.

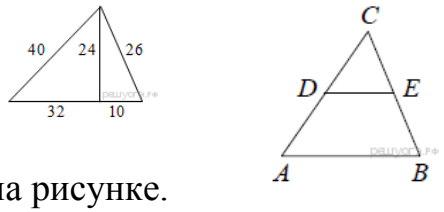
24. Средняя линия трапеции равна 11, а меньше основание равно 5. Найдите большее основание трапеции.

25. Боковая сторона трапеции равна 5, а один из прилегающих к ней углов равен 30°. Найдите площадь трапеции, если её основания равны 3 и 9.

26. Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 17, а ее боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.

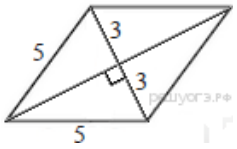
27. В треугольнике одна из сторон равна 10, а опущенная на нее высота — 5. Найдите площадь треугольника.

28. В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна $10\sqrt{3}$, а угол между ними равен 60°. Найдите площадь треугольника.



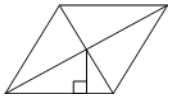
29. Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке.

30. В треугольнике *ABC* отрезок *DE* — средняя линия. Площадь треугольника *CDE* равна 97. Найдите площадь треугольника *ABC*.



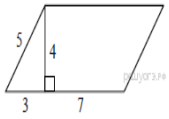
31. Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6. Найдите площадь ромба.

32. Периметр ромба равен 40, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.



33. Сторона ромба равна 9, а расстояние от центра ромба до неё равно 1. Найдите площадь ромба.

34. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

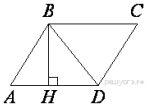


35. Одна из сторон параллелограмма равна 12, а опущенная на нее высота равна 10. Найдите площадь параллелограмма.

36. Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а один из углов — 45°. Найдите площадь параллелограмма, *делённую на* $\sqrt{2}$

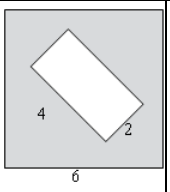
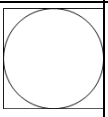
37. Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а косинус одного из углов равен $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ Найдите площадь параллелограмма.

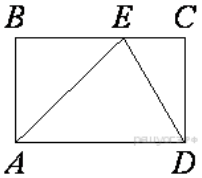
38. Высота *BH* параллелограмма *ABCD* делит его сторону *AD* на отрезки *AH*=1 и *HD*=28. Диагональ параллелограмма *BD* равна 53. Найдите площадь параллелограмма.

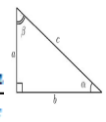


Приложение 2

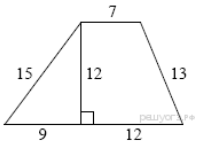
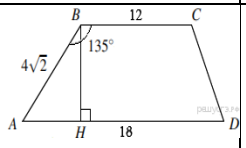
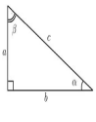
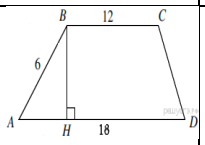
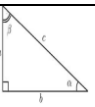
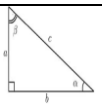
тема	Пример задания	Решение	Используемая формула, правило
квадрат	Сторона квадрата равна 10. Найдите его площадь.	$S_{кв}=10^2=100$	$S_{кв}=a^2$, а – сторона квадрата.
	Периметр квадрата равен 40.	a=40:4=10	$P_{кв}=4a$, $S_{кв}=a^2$, а –

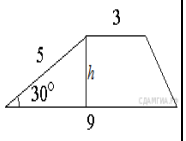
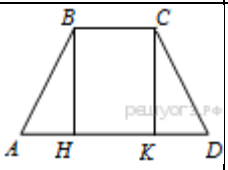
	Найдите площадь квадрата.	$S_{кв=}10^2=100$	сторона квадрата
	Из квадрата вырезали прямоугольник (см. рисунок). Найдите площадь получившейся фигуры. 	$S_п=4\cdot2=8$ $S_{кв}=6^2=36$ $S_{кв}– S_п=36–8=28$	$S_{кв}=a^2$, a – сторона квадрата $S_п=bc$, b,c – стороны прямоугольника
	Найдите площадь квадрата, диагональ которого равна	$S_{ромба}=0,5\cdot1\cdot1=0,5$	Диагонали квадрата равны. Квадрат – ромб, все углы которого, равны. $S_{ромба}=0,5d_1d_2$, d_1,d_2– диагонали ромба
	Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 83. 	$S_{кв}=(2\cdot28)^2=27556$	Сторона квадрата равна диаметру вписанной окружности. r -- радиус окружности, d -- диаметр окружности. $S_{кв}=d^2=(2r)^2$
прямоугольник	В прямоугольнике одна сторона равна 10, другая сторона равна 12. Найдите площадь прямоугольника.	$S_п=10\cdot12=120$	$S_п=ab$, a,b – стороны прямоугольника
	В прямоугольнике диагональ равна 10, а угол между ней и одной из сторон равен 30°. Найдите площадь прямоугольника, *делённую на* $\sqrt{3}$.	a=10:2=5 $b=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$ $S_п=5\cdot5\sqrt{3}=25\sqrt{3}$ $S_п:\sqrt{3}=25$	Катет прямоугольного треугольника, лежащий напротив угла в 30°, равен половине гипотенузы. a,b – стороны

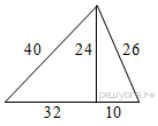
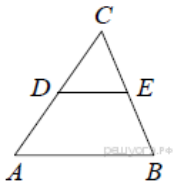
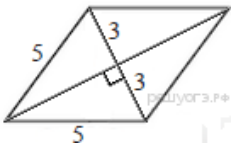
			прямоугольника, c – диагональ Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$ $S_п=ab$, a,b – стороны прямоугольника
	Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44 и одна сторона на 2 больше другой.	$a=x$ — меньшая сторона прямоугольника. b=x+2 – большая сторона $P_п=2(x+(x+2))=4x+4$ 4x+4=44 x=10, x+2=12 $S_п=10\cdot12=120$	$S_п=ab$, $P_п=2(a+b)$ a,b – стороны прямоугольника
	В прямоугольнике одна сторона равна 96, а диагональ равна 100. Найдите площадь прямоугольника.	b=$\sqrt{100^2-96^2}$=4·7=28 $S_п=ab=96\cdot28=2688$	Пусть a и b — стороны прямоугольника, c — длина диагонали. Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$, b=$\sqrt{c^2-a^2}$ $S_п=ab$, a,b – стороны прямоугольника
	На  сторне *BC* прямоугольника *ABCD*, у которого *AB* = 12 и *AD* = 17, отмечена точка *E* так, что ∠*EAB* = 45°. Найдите *ED*.	∠BEA=180°-90°-45°=45° AB=BE=12 CE=BC-BE=17-12=5 ED=$\sqrt{CE^2+CD^2}$= $\sqrt{CE^2+AB^2}$= $\sqrt{5^2+12^2}=13$	Сумма углов треугольника равна 180°. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$, a,b – катеты, c –

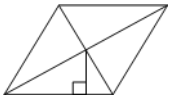
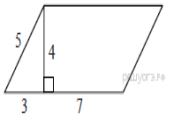
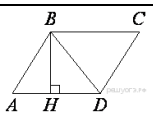
			гипотенуза.
прямоугольный треугольник	В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен 45°. Найдите площадь треугольника.	Один из углов прямоугольного треугольника равен 45°, следовательно и другой угол равен 45°, значит треугольник равнобедренный. a=b=10 $S_{п\ т}$=0,5·10·10=50	Сумма углов треугольника равна 180°. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. $S_{пт}$=0,5ab, где a,b – катеты. Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$, a,b – катеты, c – гипотенуза.
	Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 28 и 100	b=$\sqrt{100^2-28^2}=96$ $S_{п\ т}$=0,5·28·96=1344	Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$, a,b – катеты, c – гипотенуза. $S_{пт}$=0,5ab, где a,b – катеты.
	В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 70, а один из острых углов равен 45°. Найдите площадь треугольника.	α=β=45° a=b=70·sin45°=70·$\frac{\sqrt{2}}{2}$=35$\sqrt{2}$ $S_{пт}$=0,5· 35$\sqrt{2}$·35$\sqrt{2}$=70	Сумма углов треугольника равна 180°. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. sinα=$\frac{a}{c}$  $S_{пт}$=0,5ab, где a,b – катеты.
	Два катета прямоугольного треугольника равны 18 и 7. Найдите площадь этого	$S_{пт}$=0,5·18·7=63	$S_{пт}$=0,5ab, где a,b – катеты.

	треугольника.		
равнобедренный треугольник	Сторона равностороннего треугольника равна 10. Найдите его площадь, делённую на $\sqrt{3}$	$S_т=0,5\cdot10\cdot10\cdot \sin60°=25\sqrt{3}$ $\frac{S_т}{\sqrt{3}}=\frac{25\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=25$	Все углы равностороннего треугольника равны 60° $S_т=0,5ab\sin\gamma$ a,b – стороны треугольника γ - угол между a и b
	Высота равностороннего треугольника равна 10. Найдите его площадь, *делённую на* $\frac{\sqrt{3}}{3}$	$S_т=0,5\cdot\frac{20}{\sqrt{3}}\cdot\frac{20}{\sqrt{3}}\cdot \sin60°=\frac{100\sqrt{3}}{3}$ $S_т:\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{100\sqrt{3}}{3}:\frac{\sqrt{3}}{3}=100$	Все углы равностороннего треугольника равны 60° $S_т=0,5ab\sin\gamma$ a,b – стороны треугольника γ - угол между a и b $h=a\frac{\sqrt{3}}{2}$
	В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10, а угол, лежащий напротив основания, равен 120°. Найдите площадь треугольника, *делённую на* $\sqrt{3}$	$S_т=0,5\cdot10\cdot10\cdot \sin60°=25\sqrt{3}$ $\frac{S_т}{\sqrt{3}}=\frac{25\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=25$	В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. $S_т=0,5ab\sin\gamma$, a,b – стороны треугольника, γ - угол между a и b
	Периметр равнобедренного треугольника равен 16, а боковая сторона — 5. Найдите площадь треугольника.	Основание треугольника равно 16-5-5=6 p=16:2=8 $S_т=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ = $=\sqrt{8(8-6)(8-5)(8-5)}=1$	$P_т=a+b+c$, a,b,c – стороны треугольника $S_т=$ $\sqrt{p(p-a)}\cdot\sqrt{(p-b)}$ P - полупериметр

		2	
	Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 34, а основание равно 60. Найдите площадь этого треугольника.	h=$\sqrt{b^2-(\frac{b}{2})^2}$=$\sqrt{34^2-30^2}$= $=\sqrt{256}$=16 $S_{пт}$=0,5·60·16=480	Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$, a,b – катеты, c – гипотенуза. $S_т$=0,5ah, a – сторона треугольника, h – высота треугольника
трапеция	Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке. 	$S_{трап}$=0,5·12(7+9+12)=168	$S_{трап}$=0,5h(a+b), h – высота, a,b - основания
	Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна $4\sqrt{2}$, а угол между ней и одним из оснований равен 135°. Найдите площадь трапеции.	∠ABH=135°-90°=45° BH=AB·cos 45°=$4\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$=4 $S_{трап}$=0,5·4(18+12)=60 	$S_{трап}$=0,5h(a+b), h – высота, a,b - основания cosα=$\frac{b}{c}$ 
	Jснования трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а синус угла между ней и одним из оснований равен $\frac{1}{3}$. Найдипе площадь трапеции.	BH=AB·sinA= 6·$\frac{1}{3}$=2 $S_{трап}$=0,5·2(18+12)=30 	sinα=$\frac{a}{c}$ 
	Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а тангенс угла между ней и одним из оснований равен $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Найдите площадь трапеции.	tgA=$\frac{\sqrt{2}}{4}$, Значит a=x$\sqrt{2}$, b=4x, x – число c=$\sqrt{2x^2-16x^2}$=3x$\sqrt{2}$ sinA=$\frac{BH}{AB}$=$\frac{x\sqrt{2}}{3x\sqrt{2}}$=1/3 BH=AB·sinA=6·1/3=2 $S_{трап}$=0,5·2(18+12)=30	 tgα=$\frac{a}{b}$ sinα=$\frac{a}{c}$ Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$, a,b – катеты, c – гипотенуза. $S_{трап}$=0,5h(a+b), h –

			высота, a,b - основания
	Средняя линия трапеции равна 11, а меньше основание равно 5. Найдите большее основание трапеции.	$S_{трап}=0,5\cdot(5+AD)=11$ $AD=17$	Средняя линия трапеции равна полусумме оснований $S_{трап}=0,5h(a+b)$, h – высота, a,b - основания
	Боковая сторона трапеции равна 5, а один из прилегающих к ней углов равен 30°. Найдите площадь трапеции, если её основания равны 3 и 9.	h=2,5 $S_{трап}=0,5\cdot2,5(3+9)=15$ 	$S_{трап}=0,5h(a+b)$, h – высота, a,b - основания Катет лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы.
	Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 17, а ее боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции. .	AH=KD=(17-5):2=6 BH= $\sqrt{AB^2-AH^2}=$ $\sqrt{10^2-6^2}=8$ $S_{трап}=0,5\cdot8(5+17)=88$ 	Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$, a,b – катеты, c – гипотенуза. $S_{трап}=0,5h(a+b)$, h – высота, a,b - основания
треугольники общего вида	В треугольнике одна из сторон равна 10, а опущенная на нее высота — 5. Найдите площадь треугольника.	$S_т=0,5\cdot10\cdot5=25$	$S_т=0,5ah$, a – сторона треугольника, h – высота треугольника
	В треугольнике одна из сторон равна 10, другая равна $10\sqrt{3}$, а угол между ними равен 60°. Найдите площадь треугольника.	$S_т=0,5\cdot10\cdot10\sqrt{3}\sin60°=0,5\cdot10\cdot10\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=75$	$S_т=0,5ab\sin\gamma$, a,b – стороны треугольника, γ - угол между a и b

	Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке. 	$S_т$=0,5·(32+10)·24=504	$S_т$=0,5ah, a – сторона треугольника, h – высота треугольника
	В треугольнике *ABC* отрезок *DE* — средняя линия. Площадь треугольника *CDE* равна 97. Найдите площадь треугольника *ABC*. 	k=2 $S_{ABC} = k^2 S_{DEC} = 4 \cdot 97 = 388$	Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны. Если $\Delta ABC \sim \Delta A_1 B_1 C_1$ $\frac{S_{\Delta A_1 B_1 C_1}}{S_{\Delta ADC}} = k^2$
ромб	Сторона ромба равна 5, а диагональ равна 6. Найдите площадь ромба. 	$d_2 = 2\sqrt{5^2 - 3^2}$=2·4=8 $S_р$=0,5·(3+3)·8=24	Диагонали ромба пересекаются под углом 90° и точкой пересечения делятся пополам Теорема Пифагора $c^2=a^2+b^2$, a,b – катеты, c – гипотенуза. $S_р=0,5d_1d_2$, d_1,d_2 – диагонали ромба
	Периметр ромба равен 40, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.	$S_р=6^2 \cdot \frac{1}{3} = 12$	$P_р$=4a, a – сторона ромба $S_р=a^2\sin\gamma$, a – сторона ромба, γ - угол между сторонами

	Сторона ромба равна 9, а расстояние от центра ромба до неё равно 1. Найдите площадь ромба. 	h=1·2=2 $S_р$=2·9=18	$S_р$=ah, a – сторона ромба, h – высота ромба
паралле лограмм	Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке. 	$S_п$=(3+7)·4=40	$s_п = ah$, a – длина основания, h - высота проведенная к a
	Одна из сторон параллелограмма равна 12, а опущенная на нее высота равна 10. Найдите площадь параллелограмма.	$S_п$=12·10=120	$s_п = ah$, a – длина основания, h - высота проведенная к a
	Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а один из углов — 45°. Найдите площадь параллелограмма, *делённую на* $\sqrt{2}$	$S_п$=12·5·sin45°=30$\sqrt{2}$ $\frac{S_п}{\sqrt{2}}$=30	$s_п = ab\sin\gamma$, ,a,b – стороны параллелограмма, γ - угол между a и b
	Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а косинус одного из углов равен $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ Найдите площадь параллелограмма.	$\sin\alpha=\sqrt{1-(\frac{2\sqrt{2}}{3})^2}=\sqrt{1-\frac{8}{9}}=\frac{1}{3}$ $S_п$=12·5·$\frac{1}{3}$=20	$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ $s_п = ab\sin\gamma$, ,a,b – стороны параллелограмма, γ - угол между a и b
	Высота *BH* параллелограмма *ABCD* делит его сторону *AD* на отрезки *AH*=1 и *HD*=28. Диагональ параллелограмма *BD* равна 53. Найдите площадь параллелограмма. 	BBBH=$\sqrt{BD^2-HD^2}$= $\sqrt{53^2-28^2}$=45 $s_п = 45\cdot(28+1) = 1305$	