

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, информатики и информационных технологий
Кафедра теории и методики обучения математике

**Формирование познавательных
универсальных учебных действий
обучающихся в процессе реализации
проблемного обучения на уроках математики**

Выпускная квалификационная работа
Направление «Педагогическое образование»
Профиль «Математика»

Квалификационная работа
допущена к защите
Зав. кафедрой, профессор, доктор
пед. наук.,
И.Г. Липатникова

дата

подпись

Руководитель ОПОП:
доцент, канд. пед. наук
И.Н. Семёнова

подпись

Исполнитель:
Студентка 4 курса
Группы БМ-41
Невмержицкая Т.А.

Научный руководитель:
Доцент, канд. пед. наук
Блинова Т.Л.

Екатеринбург
2017 год

Оглавление

Введение.....	3
Глава I. Психолого-педагогические и методические особенности формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе реализации проблемного обучения на уроках математики.....	6
1.1. Определения и характеристика познавательных универсальных учебных действий	6
1.2. Проблемное обучение как средство формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся на уроках математики ...	16
Вывод по I главе.....	31
Глава II. Реализация проблемного обучения, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся, в процессе изучения темы «Треугольники»	32
2.1. Анализ содержательного компонента учебного материала темы «Треугольники».....	32
2.2. Требования к организации проблемного урока, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся (на примере темы «Треугольники»)	37
2.3. Разработка совокупности конспектов урока, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся, с использованием проблемного обучения.....	42
Вывод по II главе.....	62
Заключение	63
Список литературы	65

Введение

В настоящее время Федеральный государственный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) от 17 декабря 2010г. устанавливает требования к результатам усвоения обучающимися основной образовательной программы: личностным, метапредметным, предметным. К метапредметным результатам относятся, в частности, формирование универсальных учебных действий обучающихся, в группу которых входит блок познавательных универсальных учебных действий. Согласно Федеральному государственному стандарту универсальные учебные действия, а значит и познавательные универсальные учебные действия, должны являться целью обучения и формироваться в процессе освоения обучающимися каждой предметной области с учетом ее специфики, в том числе и математики. Познавательные универсальные учебные действия включают в себя блок действий, которые могут быть в полной мере сформированы при реализации проблемного обучения на уроках математики. Проблемное обучение, также, как и системно-деятельностный подход, лежащий в основе ФГОС, обеспечивает формирование готовности к саморазвитию и непрерывному образованию. Реализация проблемного обучения на уроках математики не только формирует математические знания, умения и навыки, предусмотренные программой, но и развивает умение строить самостоятельный процесс поиска, исследования, развивает мыслительные способности, умения строить логическое рассуждение и мыслить нестандартно, что в свою очередь ведет к формированию познавательных универсальных учебных действий обучающихся.

Структура универсальных учебных действий и способы их развития раскрывается А.Г. Асмоловым, Г.В. Бурменской, И.А. Володарской и др. в концепции универсальных учебных действий; в проекте «Фундаментальное ядро содержания общего образования» В.В. Козловым, А.М. Кондаковым;

Н.М. Горленко, О.В. Запятой и др. в работе «Структура универсальных учебных действий и условия их формирования».

Психолого-педагогические основы проблемного обучения были разработаны в исследованиях А.М. Матюшкина, В.Т. Кудрявцева, В. Оконя, И.Я. Лернера,. В дальнейшем развитии проблемного обучения занимались Е.В. Ковалевская, Е.Л. Мельникова.

Взаимосвязь проблемного обучения и познавательных универсальных учебных действий в своей работе выделяла Л.И. Боженкова, Т.Ю. Серeda.

Однако взаимосвязь проблемного обучения и формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы раскрыта недостаточно широко, и как показал анализ литературы, не достаточно выделены особенности организации проблемного обучения, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся.

Все вышесказанное обуславливает **актуальность** данной темы.

Объект исследования: процесс обучения математике.

Предмет исследования: формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе реализации проблемного обучения.

Цель: разработать совокупность конспектов урока, проблемной направленности, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе изучения темы «Треугольники».

Задачи:

1) проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу по проблеме исследования, выделить определения и виды познавательных универсальных учебных действий;

- 2) раскрыть роль проблемного обучения как средства формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся на уроках математики;
- 3) на основе анализа содержания учебного материала темы «Треугольники» выделить требования к организации проблемного, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся;
- 4) разработать совокупность конспектов урока, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся, по теме «Треугольники».

Глава I. Психолого-педагогические и методические особенности формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе реализации проблемного обучения на уроках математики

1.1. Определения и характеристика познавательных универсальных учебных действий

Одной из основных целей образования является формирование универсальных учебных действий у обучающихся. Под универсальными учебными действиями, в широком смысле, понимается умение учиться, то есть способность человека к самосовершенствованию. В узком смысле – совокупность способов действий, обеспечивающих самостоятельное усвоение новых знаний, формирование умений, включая организацию этого процесса [9].

В состав универсальных учебных действий включают личностные, регулятивные, познавательные и коммуникативные универсальные учебные действия.

Рассмотрим отдельно блок познавательных универсальных учебных действий. Существуют различные подходы к определению данного понятия. Выделим определения познавательных универсальных учебных действий, сформулированные в работах авторов, работающих по данной теме.

Л.И. Боженкова под познавательными действиями понимает такие, которые обеспечивают познание — умственный творческий процесс получения и постоянного обновления знаний, необходимых человеку [4].

Л.В. Ведерникова отмечает, что познавательные универсальные учебные действия могут быть определены, как система способов познания окружающего мира, построение самостоятельного процесса поиска,

исследования и совокупность операций по переработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации [5].

Т.Н. Черняева и Н.А. Чуланова под познавательными универсальными учебными действиями понимают умственные действия, направленные на планирование, осуществление, анализ своей познавательной деятельности и управление ею на основе способов деятельности, используемых как в рамках образовательного процесса, так и при решении проблем в реальных жизненных ситуациях, освоенных обучающимися на базе одного, нескольких или всех учебных предметов [37].

По И.Д. Лушникову и Е.Ю. Ногтевой познавательные действия – действия, обеспечивающие научно-ориентированное познание мира и развитие познавательных функций личности [19].

Наличие различных точек зрения в определении понятия познавательных универсальных учебных действий дают повод для проведения контент – анализа (табл.1) с целью выявления основных признаков, характеризующих данное понятие.

Таблица 1

Контент-анализ понятия «познавательные универсальные учебные действия»

	Л.И. Боженкова	Л.В. Ведерникова	Т.Н. Черняева и Н.А. Чуланова	И.Д. Лушников и Е.Ю. Ногтева
Познание	+	+	+	+
Поиск информации	+	+	+	
Постоянное обновление знаний	+			
Систематизация информации		+		
Обобщение информации		+		
Использование информации		+	+	
Планирование деятельности			+	
Управление познавательной деятельностью			+	
Развитие познавательных функций				+

Контент-анализ показывает, что основным признаком познавательных универсальных учебных действий является «процесс познания», «поиск информации», «использование информации». Основываясь на соответствующих признаках, можно определить познавательные универсальные учебные действия как действия, обеспечивающие познание, которое включает в себя поиск необходимой информации, работу с полученной информацией и ее использование как в рамках образовательного процесса, так и в рамках жизненных ситуаций.

Авторы, исследующие тему «действия, обеспечивающие познание», то есть познавательные универсальные учебные действия, включают в их структуру различные компоненты.

Так, в проекте «Фундаментальное ядро содержания общего образования» под редакцией В.В. Козлова, А.М. Кондакова [14] в блок универсальных действий познавательной направленности включают общеучебные, включая знаково-символические, логические, действия постановки и решения проблем.

Однако, данная структура познавательных универсальных учебных действий выделена для общего образования. Пооперационный состав познавательных универсальных учебных для различных ступеней общего образования в проекте «Фундаментальное ядро содержания общего образования» не выделен.

В глоссарии [7] знаково-символические действия выделены в отдельный вид универсальных учебных действий. Согласно глоссарию «знаково-символические действия обеспечивают конкретные способы преобразования учебного материала».

С.Г. Воровщиков и Е.В. Орлова в своей монографии [6] выделяют три вида общеучебных умений:

- учебно-управленческие умения (умения, обеспечивающие планирование, контроль, организацию, регулирование и анализ собственной учебной деятельности обучающихся);
- учебно-информационные умения (умения, обеспечивающие нахождение, переработку и использование информации для решения учебных задач, умение работать с письменными и устными текстами);
- учебно-логические (умения, обеспечивающие четкую структуру процесса поставки и решения учебных задач, в них входят: анализ, синтез, сравнение, обобщение и классификация, определение понятий, доказательство и опровержение, определение и решение проблем).

С.Г. Воровщиков и Е.В. Орлова в своей работе [6] выделяют конкретный состав общеучебных умений для разных возрастов, но делают важный акцент, что данные умения конкретизируют состав универсальных учебных действий, представленный А.Г. Асмоловым.

А.Г. Асмолов, Г.Б. Бурменская, И.А. Володарская, О.А. Карабанова, Н.Г. Салмина, С.В. Молчанов в своей работе [1] отмечают, что в основной школе необходимо формировать познавательные исследовательские действия, делая акцент на то, что организация исследовательских работ обеспечивает сочетания различных видов познавательной деятельности. По их мнению, познавательные универсальные учебные действия включают в себя исследовательские действия (поиск информации, исследование), сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работа с научными понятиями и освоение общего приёма доказательства как компонента воспитания логического мышления.

И.Д. Лушников и Е.Ю. Ногтева [19] в состав познавательных универсальных учебных действий для основного общего образования включают два компонента.

Первый: универсальные учебные действия как компоненты способа познавательной деятельности. Определенная и ограниченная совокупность учебных действий составляет сущность того или иного актуального развивающего способа деятельности; связанного или с проектным, или с исследовательским характером познания.

Второй: метапознавательные универсальные учебные действия, к которым относятся:

- знаково-символические,
- моделирование,
- выбор наиболее эффективного способа решения задачи.

Выделенные два компонента познавательных универсальных учебных действий были получены путем анализа пособия «Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли» А.Г. Асмолова и др. [1] и с помощью внесения коррективов в состав познавательных универсальных учебных действий, а именно: в блок действий познавательной направленности не включили общеучебные действия. Общеучебные действия были выделены как отдельный компонент универсальных учебных действий.

Д.А. Махотин [24] в структуру познавательных универсальных учебных действий для основного общего образования включает общеучебные действия, универсальные логические действия, действия постановки и решения проблем. К общеучебным действиям автор относит поиск и анализ необходимой информации; знаково-символические действия, включая моделирование, умения структурировать знания и составлять схемы, таблицы, смысловое чтение; рефлексия способов и условий действия и пр. К общелогическим: анализ, синтез, сравнение, установление причинно-

следственных связей, абстрагирование и т.д. Действия постановки и решения проблем направлены на формирование исследовательских навыков обучающихся и позволяют им: формулировать проблемы, осуществлять поиск альтернативных вариантов решения, выбирать наиболее оптимальный вариант решения проблемы, выбирать способы решения проблемы и пр.

Анализ работ Д.А. Махотина [24] и А.Г. Асмолова [1] показывает, что структура познавательных универсальных учебных действий, выделенная Д.А. Махотиным, основывается на структуре, выделенной А.Г. Асмоловым.

Н.М. Горленко, О.В. Запятая, В.Б. Лебединцев, Т.Ф. Ушева, не претендуя на полноту, представляют следующий состав познавательных универсальных учебных действий для основного общего образования:

- умение сравнивать:
 - выделять признаки, по которым сравниваются объекты;
 - выделять признаки сходства;
 - выделять признаки различия;
 - выделять главное и второстепенное в изучаемом объекте.
 - выделять существенные признаки объекта.
- умение анализировать:
 - разделять объект на части;
 - располагать части в определенной последовательности;
 - характеризовать части этого объекта.
- умение делать выводы:
 - находить главное в изучаемом явлении или объекте;
 - устанавливать главную причину явления;
 - кратко оформлять высказывание, связывающее причину и следствие.
- умение схематизировать:
 - разделять объект на части;
 - располагать части в определенной последовательности;
 - определять связи между частями;

– оформлять графическое изображение [9].

Структура познавательных универсальных действий Н.М. Горленко, О.В. Запятой и др. представляет лишь фрагменты состава познавательных универсальных учебных действий.

Анализ различных подходов к определению структуры познавательных универсальных учебных действий в основной школе показывает, что наиболее полно компоненты познавательных универсальных учебных действий описал А.Г. Асмолов. На классификации А.Г. Асмолова базируются и иные классификации, представленные выше. В работе будем придерживаться структуры познавательных универсальных учебных действий, выделенной А.Г. Асмоловым, которая не противоречит требованиям к программе развития универсальных учебных действий, описанным в Федеральном государственном общеобразовательном стандарте основного общего образования второго поколения.

Раскроем содержание компонентов познавательных универсальных учебных действий, выделенных А.Г. Асмоловым и др.

В состав познавательных универсальных учебных действий автор включает исследовательские действия, сложные формы опосредствования познавательной деятельности, переработку и структурирование информации, формирование элементов комбинаторного мышления, работу с научными понятиями и освоение общего приема доказательства [1].

Под познавательными исследовательскими действиями понимают совокупность таких действий, как постановка проблемы, аргументирование актуальности, выдвижение гипотезы, формулировка гипотезы, планирование исследовательских работ, выбор необходимого инструментария, поиск решения проблемы, проведение исследования с поэтапным контролем и коррекцией результатов, представление результатов исследования, оформления результатов деятельности как конечного продукта [1, 8].

Сложные формы опосредствования познавательной деятельности включают в себя символические действия, знаковые действия, а том числе моделирование.

Переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение) включает в себя умения ориентироваться в содержании текста, понимать его смысл, бегло просматривать текст, умения выделять главное и второстепенное, выстраивать последовательность описываемых событий, проводить рефлексию содержания текста (соотносить прочитанное с уже известными знаниями, оценить утверждения согласно своим представлениям о мире), осуществлять рефлексию на форму текста (оценить исполнение текста). Переработка и структурирование информации также может включать в себя представление текста в виде таблицы, «дерева» и других схематических средств. Умение работать с текстами заключается и в умении работать с метафорами. Умение работать с метафорами предполагает возможность понимать переносный смысл выражений, понимать и применять обороты речи, построенные на скрытом уподоблении, образном сближении слов. Умение создавать и понимать метафоры предполагает работу с вербальными текстами [1]. Умение работать с текстами позволяет формировать такие компоненты исследовательской деятельности, как умение видеть проблему, ставить вопросы, выдвигать гипотезы, представлять конечный результат исследования [1, 8].

В процессе поиска проблемы исследования обучающиеся формулируют некоторые выводы и умозаключения. Дедуктивное умозаключение в свою очередь является средством развития гипотетико-дедуктивного мышления, одним из компонентов которого являются компоненты комбинаторного мышления. Комбинаторное мышление включают в себя овладение основами комбинаторики, то есть способами нахождения различных соединений (перестановок, сочетаний и размещений) данных частей и элементов в соответствии с целью и задачами.

Формирование элементов комбинаторного мышления достигается с помощью развития умения вариативно мыслить, находить как можно больше вариантов подхода к одной и той же проблеме, комбинировать, классифицировать и т.д. Под умением классифицировать понимается распределение объектов по группам в соответствии с принципами деления. Выделяют такой вид классификации, как дихотомическое деление. Успешным средством формирования комбинаторного мышления является решение комбинаторных задач практической направленности (комбинаторные сюжетные задачи), где рассматриваются ситуации выбора, с которыми предстоит ученику столкнуться в ближайшем будущем [10, 28, 35].

Умение работать с научными понятиями включает в себя умение обобщать понятия, давать определение понятиям. Умение давать определение — это логическая операция, которая направлена на раскрытие сущности понятия либо установление значения термина [1].

Освоение общего приема доказательства является компонентом воспитания логического мышления обучающихся. Общий прием доказательства включает в себя следующие действия: определить тип доказываемого суждения, вспомнить известный прием доказательства, провести общий анализ, разделить условие на части, составить план доказательства каждой части, затем объединить, преобразовать условия с целью сближения с заключением и наоборот, выделить частные случаи, выбрать определения понятия, которые подсказывают ход действия или сокращают его, изменить условие и т.д. Таким образом, приемом доказательства называют способ осуществления отдельной части доказательства, т.е. сведение к противоречию, сведение к известному и т.д. [1, 22].

Ввиду выше сказанного, можем выделить результаты формирования действий познавательной направленности обучающихся, достигаемые на

конкретных структурных компонентах познавательных универсальных учебных действий в основной школе (см. рис. 1).

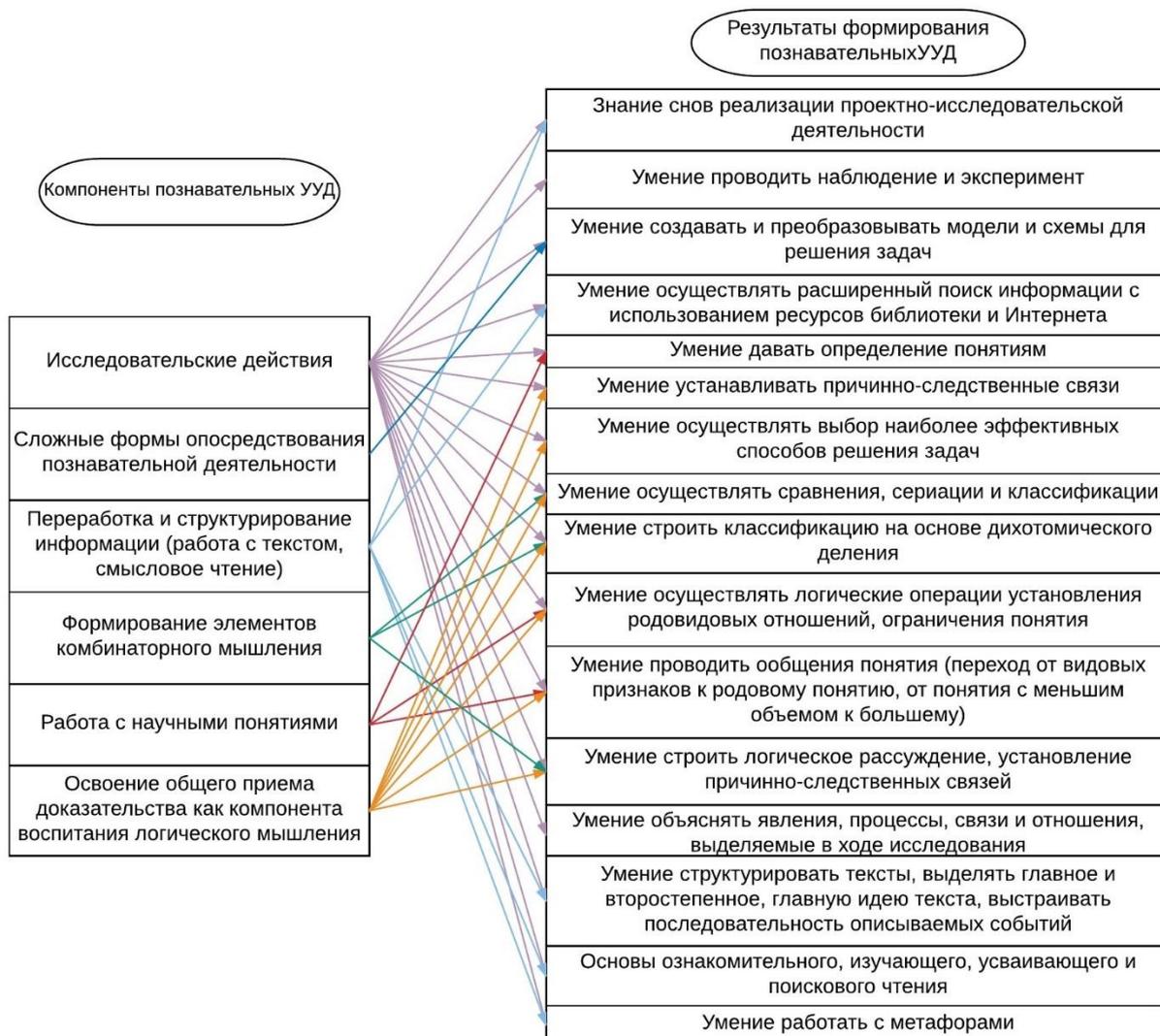


Рис. 1. Сопоставление компонентов познавательных УУД с результатами, достигаемыми при их формировании у обучающихся

Подведя итог вышесказанному, можно сделать вывод, что овладение обучающимися универсальными учебными действиями создает возможность для самостоятельного получения новых знаний, умений и компетенций. Ведущую роль в формировании познавательных универсальных учебных действий играет учитель. Учитель самостоятельно осуществляет подбор содержания урока, определяет планируемые результаты, выбирает средства и методы формирования познавательных универсальных учебных действий.

1.2. Проблемное обучение как средство формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся на уроках математики

Формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся на сегодняшний день является одной из ведущих целей обучения и напрямую зависит от выбора средств и методов обучения. При этом большая роль при формировании познавательных универсальных учебных действий отводится математике.

Л.И. Боженкова в своей работе [4] подробно описывает взаимосвязь компонентов проблемного обучения и познавательных универсальных учебных действий. Проблемное обучение является средством формирования такого познавательного универсального учебного действия как «постановка и решение проблем», однако при выдвижении гипотез, формулировки способов их доказательств, т.е. при разрешении проблемы формируются в той или иной мере и общеучебные, и логические действия, являющиеся компонентом познавательных универсальных учебных действий. Эту же связь выделяла и Т.Ю. Середа в своей статье «Формирование познавательных универсальных учебных действий на уроках математики» [33].

Однако такие компоненты познавательных универсальных учебных действий, как общеучебные, логические и действия постановки и решения проблем, относятся к структуре познавательных универсальных учебных действий общего образования. Для того, чтобы рассматривать проблемное обучение как средство формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы, сформулируем определение, а также выделим характерные черты проблемного обучения, с целью выделения связи между компонентами познавательных универсальных учебных действий и проблемным обучением.

Л.С. Чечулина и Р.Г. Кучумова под проблемным обучением понимают такую организацию учебного процесса, которая предполагает создание учителем проблемных ситуаций и организацию активной самостоятельной деятельности обучающихся по их разрешению [17].

Т.М. Карелина отмечает, что проблемное обучение подразумевает создание в учебной деятельности проблемных ситуаций и организация активной самостоятельной деятельности обучающихся по их разрешению, в результате чего происходит творческое овладение знаниями, умениями, навыками, развиваются мыслительные способности [13].

В. Оконь подчеркивает, что проблемное обучение включает в себя совокупность таких действий, как организация проблемных ситуаций, формулирование проблем, оказание ученикам необходимой помощи в решении проблем, проверка этих решений и, наконец, руководство процессом систематизации и закрепления приобретенных знаний [27].

В.Т. Кудрявцев под проблемным обучением понимает выдвижение перед обучающимися дидактических проблем, их решение и овладение обучающимися обобщенными знаниями и принципами проблемных задач [16].

Обобщая приведенные определения, можем сказать, что каждый автор под проблемным обучением понимает организацию в учебной деятельности какой-то проблемы (проблемной ситуации), которая в дальнейшем подлежит разрешению. Основной целью проблемного обучения является приобретение обучающимися знаний, умений и навыков, усвоение способов самостоятельной деятельности, формирование поисковых и исследовательских умений и навыков, развитие познавательных и творческих способностей [12].

Таким образом, можно сказать, что проблемный урок начинается с возникновения проблемной ситуации, то есть со столкновения с противоречием. После возникновения проблемной ситуации начинается

постановка проблемы, затем поиск решения, выражение решения и реализация продукта. Е.Л. Мельникова в своей работе отмечает, что совокупность этих этапов совпадает со звеньями научного творчества, делая важный акцент, что «на проблемном уроке ученики также осуществляют полный творческий цикл», так как проходят все звенья научного творчества (постановка проблемы, поиск решения, выражение решения, реализация продукта) [26].

Таким образом, структуру проблемного урока можно представить в следующем виде (Таблица 2):

Таблица 2

Структура проблемного урока

Название этапа	Содержание этапа
1. Постановка проблемы	- возникновение проблемной ситуации - осознание противоречия - формулирование проблемы
2. Поиск решения	- выдвижение гипотез - проверка гипотез
3. Выражение решения	Выражение нового знания научным языком в принятой форме
4. Реализация продукта	Представление продукта людям через публикацию, выступление

Приведенные этапы проблемного урока можно сопоставить с компонентами исследовательской деятельности, которая входит в состав познавательных универсальных учебных действий. В этап «введение новых знаний» входят такие компоненты исследовательских действий, как:

- постановка проблемы, создание проблемной ситуации;
- выдвижение гипотез, формулировка гипотез;
- поиск решения проблемы, проведение исследования с поэтапным контролем и коррекцией результатов.

В этап «воспроизведение знаний» входит такой компонент исследовательских действий, как:

- представление (изложение) результатов исследования или продукта проектных работ, его организация с целью соотнесения с гипотезой, оформление результатов деятельности как конечного продукта, формулирование нового знания.

Рассмотрим особенности организации проблемного обучения и выделим компоненты познавательных универсальных учебных действий формируемые на каждом этапе проблемного урока.

1 этап. Постановка проблемы обучающимися зависит от способа введения проблемной ситуации учителем. Проблемная ситуация может быть создана с помощью практического задания или проблемной задачи, при выполнении которых обучающийся сталкивается с противоречием, а может быть создана при введении противоречивых фактов, разных точек зрения. Выделяют два типа проблемных ситуаций: «*проблемные ситуации с удивлением*», «*проблемные ситуации с затруднением*» [26].

При столкновении с *проблемной ситуацией с удивлением* у обучающихся возникает противоречие между некоторыми положениями или противоречие между житейским представлением и научным фактом. В качестве примера, иллюстрирующего данный тип проблемной ситуации, может являться задача, которая способствует подведению обучающихся к усвоению знания об основном свойстве дроби.

Задача (Пример 1): в кармане у Васи было 50 рублей. В первом магазине он потратил $\frac{1}{4}$ всей суммы. А во втором магазине $\frac{3}{12}$ всей суммы. Сколько руб. он потратил в первом и втором магазине?

При решении данной задачи обучающиеся приходят к выводу, что в первом магазине Вася потратил 12р.50к. и во втором магазине столько же. При этом они сталкиваются с проблемной ситуацией, то есть с противоречием: $\frac{1}{4}$ часть от 50 рублей равна $\frac{3}{12}$ части от 50 рублей. Таким образом, возникает «*проблемная ситуация с удивлением*», которая

подталкивает обучающихся на формулирование вопроса (постановка проблемы): «Почему при нахождении разных частей от одного и того же числа получаются одинаковые ответы?».

В основе *проблемных ситуаций с затруднением* лежит противоречие между необходимостью выполнить задание и невозможностью это сделать. Ситуация затруднения школьника в решении задач приводит к пониманию учеником недостаточности имеющихся у него знаний, что в свою очередь вызывает интерес к познанию и установку на приобретение новых [21].

Например, перед тем, как приступить к теме «Разложение многочлена на множители», учитель дает задание (Пример 2): решить уравнение $\frac{9-6x+x^2}{x^2-9} = 0$. Обучающиеся попробуют решить данное уравнение известным способом, приравняв числитель к нулю и указав, что знаменатель не равен 0. Однако, решать квадратные уравнения обучающиеся на данном этапе еще не умеют. Обучающимся неизвестен способ деятельности, с помощью которого может быть решено данное уравнение. Возникает противоречие между необходимостью выполнить задание и невозможностью это сделать, после чего обучающиеся формулируют проблему: «Как решать уравнения вида: $ax^2 + bx + c = 0$?»

При столкновении с таким видом проблемной ситуации у обучающихся возникает необходимость в овладении новыми знаниями, тем самым обеспечивается включение всех обучающихся в процесс изучения новой темы.

Для создания «проблемных ситуаций с затруднением» и «в проблемных ситуациях с удивлением» выделяют различные методические приемы, наиболее распространенные из них следующие:

Прием 1: одновременно предъявить противоречивые факты, теории, точки зрения;

Прием 2: столкнуть разные мнения учеников вопросом или практическим заданием;

Прием 3: обнажить житейское представление обучающихся вопросом или практическим заданием «на ошибку»; предъявить научный факт сообщением, экспериментом или наглядностью (с целью создания противоречия между житейским представлением и научным фактом);

Прием 4: дать практическое задание не сходное с предыдущим;

Прием 5: дать практическое задание не выполнимое вообще;

Прием 6: дать невыполнимое практическое задание, сходное с предыдущим;

Прием 7: доказать, что задание учениками не выполнено;

Прием 8: ставить проблемные теоретические и практические задания (например, исследовательские);

Прием 9: формулировать проблемные задачи (например, с недостаточными или избыточными данными, с некорректно поставленным вопросом, противоречивыми данными, заведомо допущенными ошибками) [26;4].

Реализация данных приемов создания проблемной ситуации позволяет развивать у обучающихся умения анализировать исходную ситуацию, мыслить, рассуждать, сравнивать, строить логическую цепь рассуждений, структурировать и перерабатывать информацию, выделять проблему.

Рассмотрим примеры математических заданий, характеризующих некоторые выделенные методические приемы, и определим компоненты познавательных универсальных учебных действий, которые формируются при решении этих заданий обучающимися.

В качестве примера, иллюстрирующего первый прием, может выступать задача, рассмотренная выше (Пример 1). Данная задача позволяет формировать такие компоненты познавательных универсальных учебных действий, как исследовательские действия, так как в результате столкновения

с противоречием обучающиеся достигают такую составляющую исследовательских действий, как «постановка проблемы»; действия переработки и структурирования информации.

Для демонстрации четвертого приема создания проблемной ситуации может служить задание, которое подводит обучающихся к изучению темы: «Площадь треугольника». Задание (Пример 3): найти площадь прямоугольного треугольника, если катеты треугольника равны 5 см и 3 см. С заданием на нахождение площади треугольника обучающиеся еще не сталкивались, возникает противоречие между необходимостью выполнить задание и невозможностью это сделать, которое подталкивает обучающихся на постановку проблемы: «Как находится площадь треугольника?». При этом формируются такие компоненты познавательных универсальных учебных действий, как исследовательские действия, умения работать с научным понятием.

Пример 2, рассмотренный выше, иллюстрирует пятый прием создания проблемной ситуации и позволяет формировать такие компоненты познавательных универсальных учебных действий, как исследовательские действия, освоение общего приема доказательства.

Для демонстрации 9 приема создания проблемной ситуации рассмотрим пример (Пример 4) задачи с недостатком информации. Задача: Поезд состоит из цистерн, товарных вагонов и платформ. Цистерн на 4 меньше, чем платформ, и на 8 меньше, чем товарных вагонов и платформ? (Неизвестно их общее число). После анализа данных задачи и попытках ее решить, обучающиеся приходят к выводу, что задача не решается с помощью имеющихся данных. Данный тип задач является одним из самых продуктивных средств формирования познавательных универсальных учебных действий. При нахождении решения задачи обучающиеся перерабатывают информацию задачи, выделяют главное, то есть овладевают

основами смыслового чтения. Также формируются такие универсальные учебные действия, как исследовательские.

В предметной области «Математика» наиболее часто используемыми приемами создания проблемных ситуаций являются такие приемы, как 4, 5, 6, 7, 8, 9, редко 1.

Если спланировать проблемную ситуацию к конкретной теме не удалось, то учитель может использовать подводящий к теме диалог, который можно начать с повторения изученного, однако конечный вопрос учителя должен содержать в своем ответе тему урока. Учебная проблема при использовании данного метода будет присутствовать, так как исходя из формулировки темы урока обучающимся не будут известны способы действий в рамках данной темы. Подводящий к теме диалог способствует формированию логического мышления обучающихся, при этом формируются умения давать определение понятиям, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение. Рассмотрим пример, иллюстрирующий данный метод.

Таблица 3

Пример 5. Тема: «Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями»

Учитель	Обучающиеся
Вспомните правило сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.	Формулируют правило.
Приведите пример на сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями и решите его.	Придумывают и решают пример.
Можем ли мы по такому же правилу складывать и вычитать дроби с разными знаменателями или нужно другое правило?	Думаем, что нужно другое правило.
Значит, какая сегодня будет тема урока?	Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.

При изучении совершенно нового раздела, для которого метод подводящего диалога применить нельзя, можно использовать мотивирующие приемы подхода к учебной проблеме. Например, используя легенды,

фрагменты из художественной литературы, исторические очерки, связанные с темой урока, которые могут заинтриговать.

Таким образом, на первом этапе проблемного урока, а именно на этапе постановки проблемы достигается такой компонент исследовательских действий, как «постановка проблемы». При этом в зависимости от способа введения и вида проблемной ситуации происходит формирование и таких познавательных универсальных учебных действий, как переработка и структурирование информации, работа с научными понятиями, освоение общего приема доказательства и др.

2 этап. Осуществление поиска решения проблем включает в себя действия постановки и проверки гипотез. Данный этап может реализовываться либо с помощью побуждающего, либо с помощью подводящего диалога. При побуждающем диалоге учитель подает вопросы и предложения, которые стимулируют обучающихся выдвигать и проверять все возможные гипотезы. Для доказательства гипотезы учащиеся должны уметь проводить анализ предложенного учителем учебного материала, выделять в нем главные элементы, сравнивать, сопоставлять, синтезировать, обобщать и делать необходимые выводы. Ученик при этом должен уметь держать в уме основную цепочку рассуждений и не терять цель анализа фактов [10]. При подводящем диалоге, учитель задает учащемуся различные вопросы и задания, которые подводят его к нужной мысли. Побуждающий диалог позволяет развивать у обучающихся творческие способности, подводящий диалог логическое мышление. Приведем возможные варианты осуществления поиска решения проблемы обучающимися на тех примерах, которые были рассмотрены на этапе поиска решения проблемы.

Пример 1

Учитель	Обучающиеся
Итак, мы получили, что $\frac{1}{4}$ часть от 50р. равна $\frac{3}{12}$ части от 50р. Как мы это можем записать?	$\frac{1}{4} \cdot 50 = \frac{3}{12} \cdot 50$
Что мы можем сказать про дроби $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{12}$, исходя из этого равенства?	Эти дроби равны.
Как связаны эти дроби? Каким образом можно получить из первой дроби вторую?	Умножить и числитель, и знаменатель на 3.
Таким образом, какой вывод можно сделать?	Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же число, отличное от 0, то получится дробь, равная данной.

В данном примере использовался подводящий диалог для осуществления поиска решения проблем, который позволял формировать такой компонент познавательных универсальных учебных действий, как освоение общего приема доказательства.

Пример 2.

Организацию поиска решения проблемы в примере 2 можно частично осуществлять как с помощью побуждающего к гипотезам диалога. При использовании побуждающего диалога после формулировки проблемы учитель может задать вопрос: «Какие у вас есть гипотезы? Каким способом можно решить это уравнение». Возможные варианты ответов обучающиеся: графически, методом подбора, методом выделения полного квадрата. Далее обучающиеся приступают к этапу проверки гипотез. Оставшиеся способы решения квадратных уравнений обучающимся демонстрирует учитель. На этапе поиска решения проблемы при выполнении такого вида заданий будет происходить формирование таких компонентов познавательных универсальных учебных действий обучающихся, как исследовательские действия, формирование элементов комбинаторного мышления, освоение общего приема решения.

Пример 3.

После столкновения обучающихся с вопросом о нахождении площади треугольника учитель может задать подводящий к решению вопрос: «Площадь каких фигур нам уже известна? Можем ли мы воспользоваться имеющимися знаниями о нахождении площади прямоугольника и квадрата?». Далее обучающиеся предлагают достроить прямоугольный треугольник до прямоугольника и найти его площадь как половину площади прямоугольника. Рассуждая о том, что представляет собой один катет по отношению к другому (высоту), обучающиеся совместно с учителем выводят формулу площади треугольника в общем виде. На данном этапе при осуществлении поиска решения учебной проблемы происходит формирование таких компонентов познавательных универсальных учебных действий обучающихся, как исследовательские действия, освоение общего приема доказательства (сведение к известному), формирование элементов комбинаторного мышления, работа с научными понятиями.

Пример 4.

Анализируя, какие данные необходимы для решения задачи, обучающиеся приходят к выводу, что в задаче нет данных об общем количестве цистерн, товарных вагонов и платформ. Поиск решения проблемы в данной задаче целесообразно осуществлять с помощью подводящего диалога.

Таблица 5

Пример 5

Учитель	Обучающиеся
Как складывать дроби с разными знаменателями, например, $\frac{3}{5} + \frac{7}{10}$? Какие у вас есть предложения?	Сложить и числитель и знаменатель.
Проверим эту гипотезу (проверка осуществляется учеником у доски с помощью подводящих вопросов учителя).	$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} \neq \frac{10}{15}$, т. к. $\frac{10}{15} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 15} + \frac{7 \cdot 10}{10 \cdot 15} \neq \frac{3}{5} + \frac{7}{10}$.
Какие у вас еще есть гипотезы?	Нужно привести к общему знаменателю.
Проверим эту гипотезу	$\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{3 \cdot 2}{10} + \frac{7}{10} = \frac{6+7}{10} = \frac{13}{10}$

	$\frac{3 \cdot 2}{10} = \frac{3}{5}$, поэтому равенство верно.
Таким образом получили, что наша гипотеза верна.	

Поиск решения проблемы в данном задании осуществлялся с помощью побуждающего диалога, в процессе реализации которого происходило формирование таких компонентов познавательных универсальных учебных действий обучающихся, как исследовательские действия, освоение общего приема доказательства, работа с научными понятиями, формирование элементов комбинаторного мышления.

Таким образом, можно сделать вывод, что на втором этапе проблемного урока, а именно на этапе поиска решения проблемы, будут достигаться такие результаты формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся, как знание основ реализации проектно-исследовательской деятельности, умение выбирать наиболее эффективные способы решения, давать определения понятиям, обобщать понятия, осуществлять сравнения и классификации, умение строить логические цепочки рассуждений, устанавливать причинно-следственные связи. Также на этапе поиска решения проблемы обучающиеся могут самостоятельно осуществлять поиск информации, необходимой для решения проблемы, перерабатывая и структурируя ее.

3 этап. На этапе выражения решения обучающиеся представляют полученные знания научным языком в принятой форме. Например, они могут представить алгоритм решения учебной проблемы; придумать опорный сигнал: символ, схему, таблицу; представить результаты проведения наблюдения; сформулировать тему урока, правило, свойство, определение, выделяемое в процессе решения учебной проблемы; создать художественный образ: придумать метафору, загадку, стихотворение. Таким образом, на этапе выражения решений будет осуществляться достижение таких результатов познавательных универсальных учебных действий, как

знание основ реализации проектно-исследовательской деятельности, умение проводить наблюдения и эксперименты, создавать и преобразовывать модели и схемы для решения задач, умение давать определения понятиям, обобщение понятия, умение объяснять явления, процессы, связи и отношения выявляемые в ходе исследования, умение структурировать тексты, выделять главное, работать с метафорами.

4 этап. На этапе реализации продукта осуществляется представление продукта учителю и классу. Данный этап не является обязательным, но он весьма желателен, так как позволяет развивать речь, также этот этап позволяет достигать такие результаты познавательных универсальных учебных действий, как знание основ проектно-исследовательской деятельности.

Учебный материал, изучаемый при реализации проблемного обучения, может быть разного уровня трудности для обучающихся. Выделяют следующие уровни трудности [15]:

Таблица 6

Схема уровней проблемности обучения

Уровень	Количество звеньев, сохраняемых за учителем	Количество звеньев, передаваемых ученику	Что делает учитель?	Что делает ученик?
0 (традиционный)	3	-	Ставит проблему, формулирует ее, решает ее	Запоминает решение проблемы
I	2	1	Ставит проблему, формулирует ее	Решает проблему
II	1	2	Ставит проблему	Формулирует проблему, решает проблему
III	-	3	Проводит общую организацию, контроль и умелое руководство	Осознает проблему, формулирует ее, решает проблему

В связи с выделенными уровнями выделяют три метода проблемного обучения, с помощью которых учитель может конструировать урок:

проблемное изложение, частично-поисковый метод, исследовательский метод [18].

Метод проблемного изложения заключается в том, что учитель ставит проблему, сам ее решает, показывая пути движения своих рассуждений и доказательств обучающимся.

Частично-поисковый метод позволяет частично вовлекать обучающихся в процесс решения проблемы. При реализации данного метода учитель, при изложении темы, постоянно обращается к обучающимися с просьбой сделать вывод, предложить решения, сформулировать гипотезу и т.д., тем самым происходит решение обучающимися отдельных под-проблем. Решение отдельных под-проблем требует проявления элементов творческого мышления.

При реализации исследовательского метода достигается наивысшая самостоятельность обучающихся, так как они самостоятельно формулируют проблему, выдвигают и проверяют гипотезы, осуществляют поиск решения проблемы. Учитель при этом выполняет роль организатора поисковой деятельности обучающихся.

Анализируя выше сказанное, можем соотнести виды деятельности обучающихся на этапах проблемного урока с результатами формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся (см. рис. 2). Данное соотнесение наглядно демонстрирует эффективность использования проблемного обучения для формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся.

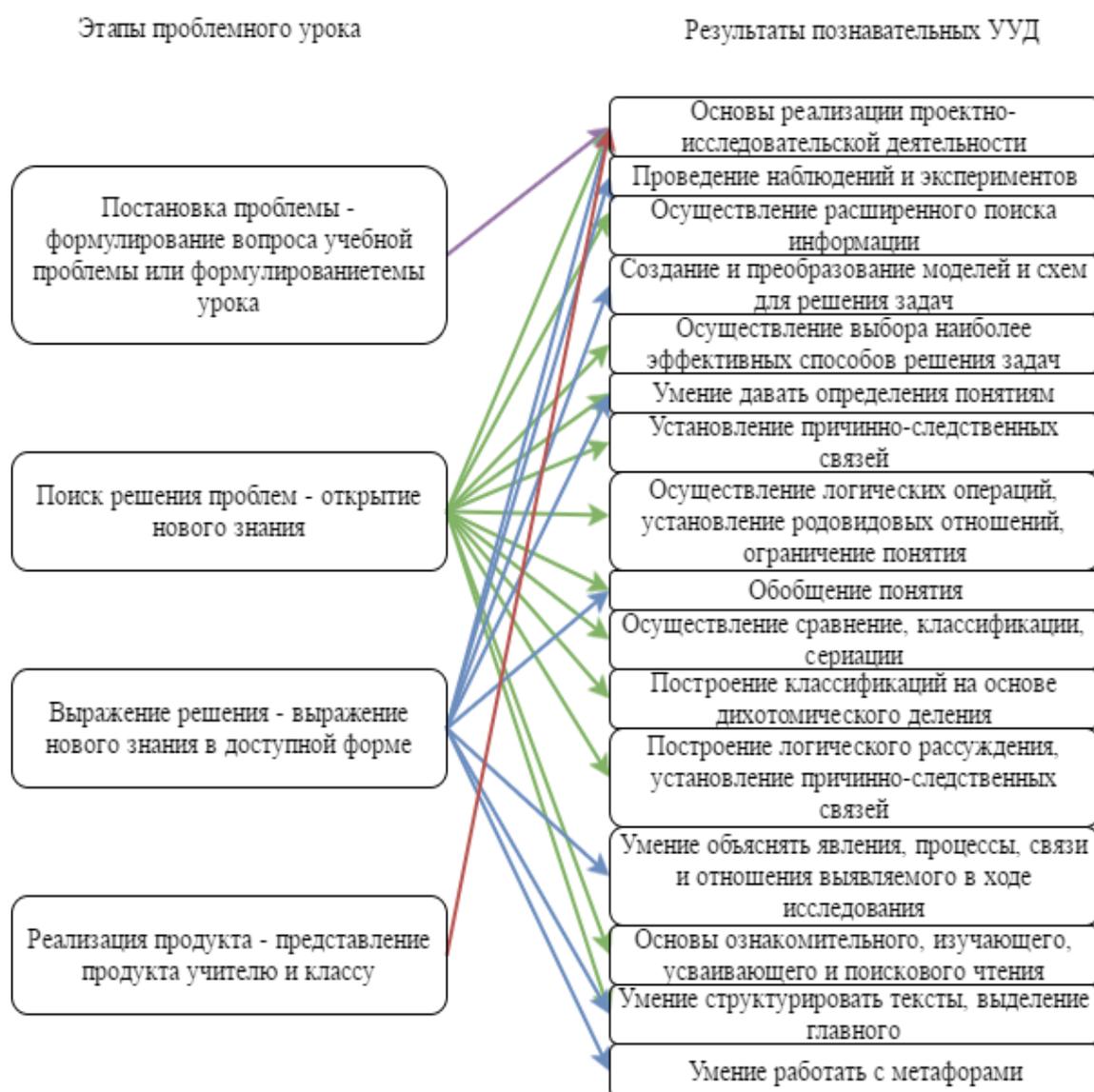


Рис.2. Сопоставление результатов познавательных универсальных учебных действий с этапами проблемного урока

Таким образом, с целью формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе обучения математике целесообразно использовать проблемное обучение. При этом учитель сможет не только углубить и расширить знаний обучающихся, но и поставить их в ситуации, когда они смогут самостоятельно получать новые знания, развивая творческие способности.

Вывод по I главе

В первой главе были рассмотрены различные подходы к изучению классификаций и определения познавательных универсальных учебных действий. В данной работе остановились на классификации универсальных учебных действий А.Г. Асмолова и др. [1], которая не противоречит требованиям к программе развития универсальных учебных действий.

В связи с этим были рассмотрены компоненты познавательных универсальных учебных действий, выделяемые А.Г. Асмоловым [1]. Выделены результаты формирования действий познавательной направленности обучающихся, достигаемые на конкретных структурных компонентах познавательных универсальных учебных действий в основной школе.

Отмечено, что формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся напрямую зависит от выбора средств и методов обучения. В работах Л.И. Боженковой [4] и Т.Ю. Середы [33] отмечена связь проблемного обучения и познавательных универсальных учебных действий, в связи с чем появилась возможность говорить о проблемном обучении как о средстве формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе обучения математике.

Анализ основных характеристик проблемного обучения, особенностей организации каждого этапа проблемного урока в процессе обучения математике позволил выделить сопоставление результатов формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся с этапами проблемного урока. Данное сопоставление представлено в виде схемы, которая обосновывает целесообразность использования проблемного обучения с целью формирования действий познавательной направленности.

Глава II. Реализация проблемного обучения, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся, в процессе изучения темы «Треугольники»

2.1. Анализ содержательного компонента учебного материала темы «Треугольники»

Формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе реализации проблемного обучения невозможно без правильного определения объекта изучения и тщательного отбора содержания урока. При планировании изучения темы с целью формирования познавательных универсальных учебных действий необходимо проводить логико-математический анализ учебного материала темы.

Проведем анализ содержания учебного материала по теме: «Треугольники».

Тема «Треугольники» изучается в 7 классе и является традиционной темой для любого курса планиметрии. Л.С. Атанасян и др. [2], в ее содержание включает следующие темы:

1. Первый признак равенства треугольников:
 - треугольник;
 - первый признак равенства треугольников.
2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника:
 - перпендикуляр к прямой;
 - медианы, биссектрисы и высоты треугольника;
 - свойства равнобедренного треугольника.
3. Второй и третий признаки равенства треугольников:
 - второй признак равенства треугольников;
 - третий признак равенства треугольников.
4. Задачи на построение:
 - окружность;

- построение циркулем и линейкой;
- примеры задач на построение.

Согласно примерной программе по математике 5-9 классов [29] в результате овладения темы «Треугольники» обучающиеся должны

Знать:

- определение равнобедренного, равностороннего треугольника;
- определение высоты, медианы, биссектрисы треугольника;
- определение равных треугольников, признаки равенства треугольников;
- теоремы о свойствах и признаках равнобедренного треугольника.

Уметь:

- распознавать и изображать равнобедренный и равносторонний треугольник на чертежах и рисунках;
- распознавать и изображать высоты, медианы и биссектрисы треугольника;
- доказывать теоремы о признаках равенства треугольников;
- доказывать теоремы о свойствах и признаках равнобедренного треугольника.

Рассмотрим содержание каждого параграфа с целью выявления основных понятий, теорем, свойств, рассматриваемых в данной теме.

1. Первый признак равенства треугольников.

В данном параграфе вводится понятие треугольника, периметра треугольника, понятие равных треугольников, формулируется определение теоремы, доказательства теоремы, приводится первый признак равенства треугольников. Понятие «треугольник» вводится на абстрактно-дедуктивной основе, по Л.С. Атанасяну [2] треугольником называются три точки, не лежащие на одной прямой и отрезки, их соединяющие. Понятие равенства треугольников вводится дедуктивно с помощью понятия равенства фигур: две фигуры, в частности два треугольника, называются равными, если их

можно совместить наложением. Первый признак равенства треугольников формулируется в виде теоремы.

Теорема. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Данная теорема имеет структуру: $A \wedge B \Rightarrow C$, доказательство теоремы опирается на понятие равенства фигур, проводится с помощью наложения одного треугольника на другой.

2. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника.

В данном параграфе вводится понятие перпендикуляра к прямой: отрезок $АН$ называется перпендикуляром, проведенным из точки A к прямой a , если прямые $АН$ и a перпендикулярны. Приводится теорема о том, что из точки, не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и притом только один, это позволяет дать определение высоты треугольника: перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется высотой треугольника. Понятие биссектрисы треугольника вводится через понятие биссектрисы угла: отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется биссектрисой треугольника. Понятие медианы вводится на абстрактно-дедуктивной основе: отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется медианой треугольника. Далее формулируется свойство о том, что медианы, биссектрисы, высоты или их продолжения пересекаются в одной точке, которое будет доказано в 8 классе. В данном параграфе также вводится понятие равнобедренного и равностороннего треугольника, оба понятия вводятся абстрактно-дедуктивно. Формулируются теоремы, выражающие свойства равнобедренного треугольника, о том, что в равнобедренном треугольнике углы при основании равны и о том, что биссектриса, проведенная к

основанию, является и медианой, и высотой. Доказательства данных теорем опираются на первый признак равенства треугольников. Сформулированные теоремы равносильности, названные следствиями, не доказываются:

1. Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой.
2. Медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой.
3. Второй и третий признаки равенства треугольников.

Второй и третий признак равенства треугольников, точно также, как и первый признак, сформулированы в виде теорем, которые доказываются.

Теорема. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Теорема. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Данные теоремы имеют структуру: $A \wedge B \Rightarrow C$. Доказательство второго признака опирается на понятие равенства фигур. При доказательстве третьего признака рассматриваются три возможных случая, расположения луча CC_1 (см. рис. 3), что позволяет формировать умение сравнивать.

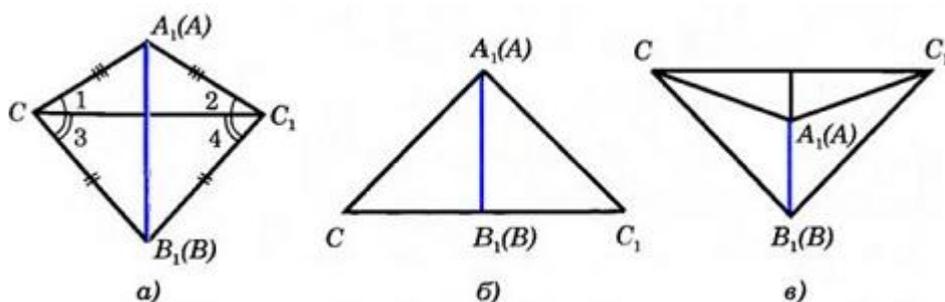


Рис. 3

После рассмотрения третьего признака равенства треугольников делается акцент на то, что треугольник – жесткая фигура.

4. Задачи на построение.

В данном параграфе на абстрактно-дедуктивной основе вводится понятие окружности: окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек, расположенных на заданном расстоянии от данной точки. Вводится понятие центра окружности, радиуса, диаметра, хорды, вводится понятие круга, описывается способ построения окружности с помощью веревки на местности. Также в этом параграфе рассматриваются основные задачи на построение циркулем и линейкой. Среди них: на данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному; отложить от данного луча угол, равный данному; построить биссектрису данного угла; построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную у данной прямой; построить середину данного отрезка. Для каждой задачи представлен алгоритм построения.

На основе выделенного анализа содержания учебного материала по теме «Треугольники» можно сформулировать требования к организации проблемного урока по данной теме, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся.

2.2. Требования к организации проблемного урока, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся (на примере темы «Треугольники»)

При организации проблемного урока, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся, необходимо:

1. Определить содержание каждого урока в соответствии с его целью, выявить основные понятия, теоремы, свойства и др., которые необходимо вспомнить обучающимся для изучения нового материала на этапе актуализации знаний.

Например, при изучении темы «Первый признак равенства треугольников» обучающимся необходимо вспомнить определение понятия треугольника и его элементы, вспомнить, какие треугольники называются равными. Для этого могут быть предложены задания:

- сформулируйте определение треугольника;
- назовите вершины треугольника ABC;
- назовите стороны треугольника KLM;
- назовите углы треугольника OPR;
- назовите угол треугольника BCF, заключенный между сторонами BC и CF, CF и BF;
- сформулируйте определение равных треугольников, найдите среди данных треугольников пары равных (по раздаточным материалам);
- известно, что $\triangle BCA = \triangle HTS$. Назовите равные стороны и равные углы в этих треугольниках.

Данное требование позволяет осуществлять формирование таких умений, как давать определение понятиям, строить логическое рассуждение.

2. Выстраивать урок согласно структуре проблемного урока: постановка проблемы, поиск решения проблемы, выражение решения, реализация продукта.

3. 1. Определить возможность создания проблемных ситуаций для каждого урока. Задание, способствующее созданию проблемной ситуации, должно основываться на тех знаниях и умениях, которыми обучающийся уже владеет, и этих знаний и умений должно быть достаточно для понимания условия задания. Столкновение с проблемной ситуацией должно вызвать у учащегося потребность в усвоении нового знания.

2. Использовать приемы создания проблемных ситуаций. При изучении темы «Треугольники» приемы создания проблемной ситуации могут быть использованы на следующих уроках (Таблица 4):

Таблица 4

Приемы создания проблемных ситуаций при изучении темы
«Треугольники»

<i>Тема</i>	<i>Прием</i>	<i>Пример реализации приема</i>	<i>Возникшее противоречие</i>
Первый признак равенства треугольников	Дать невыполнимое практическое задание, сходное с предыдущим	Предложить обучающимся определить равенство фигур (треугольных), которые невозможно наложить друг на друга	Противоречие между необходимостью выполнить задание и невозможностью это сделать, в связи с чем появится необходимость в овладении новыми знаниями
Перпендикуляр к прямой	Дать практическое задание, невыполнимое вообще	После введения определения перпендикуляра к прямой дать обучающимся задание построить несколько перпендикуляров к прямой, проходящих через данную точку	Противоречие между необходимостью выполнить задание и невозможностью это сделать
	Использовать задачи с противоречивым и данными	Привести задачу, в условии которой через точку вне прямой проходит два перпендикуляра	Требуемое в условии задачи выполнить невозможно
Второй	Дать	Использовать задание, для	Противоречие между

<i>Тема</i>	<i>Прием</i>	<i>Пример реализации приема</i>	<i>Возникшее противоречие</i>
признак равенства треугольников	практическое задание невыполнимое вообще	решения которого знаний лишь первого признака равенства треугольников недостаточно	необходимостью и невозможностью выполнить задание
Третий признак равенства треугольников	Дать задание невыполнимое	Предложить обучающимся составить различные треугольники по заданным трем сторонам (использовать макеты сторон)	Требуемое выполнить не удастся, так как всегда получаются треугольники равные между собой

4. Использовать подводящий к теме диалог или мотивирующий прием, если проблемная ситуация не выстроилась. Например, мотивирующий прием может быть реализован на следующих уроках темы «Треугольники».

Таблица 5

Использование мотивирующих приемов в процессе изучения темы
«Треугольники»

<i>Тема</i>	<i>Прием</i>	<i>Пример реализации приема</i>
Перпендикуляр к прямой	Использовать мотивирующий прием	Рассказать, что такое свойство выполняется для треугольников в евклидовой геометрии, а, например, в сферической геометрии из точки на «прямую» - большую окружность – не всегда опускается один перпендикуляр, например, из полюса глобуса на экватор опущено бесконечно много перпендикуляров – меридианов
Медианы, биссектрисы и высоты треугольника	Мотивирующий прием	Познакомить обучающихся историей возникновения данных понятий, рассказать о том, от какого слова произошли данные понятия. Использовать мнемоническое правило
Задачи на построение	Мотивирующий прием	Познакомить с историей возникновения первых задач на построение. Задача о трисекции угла

5. Определить способы организации деятельности обучающихся по разрешению проблемы:

- Использовать побуждающий к гипотезам диалог. В этом случае необходимо предугадать возможные ошибочные гипотезы обучающихся, заготовить контраргументы и подсказку к ним. Для доказательств гипотезы обучающиеся должны уметь проводить анализ предложенного учителем

учебного материала, выделять в нем главные элементы, сравнивать, сопоставлять, синтезировать, обобщать, делать необходимые выводы, держать основную цепочку рассуждений в голове и не терять цель анализа фактов [10]. При изучении первого, второго и третьего признака равенства треугольников для поиска возможных свойств (признаков), определяющих треугольник однозначно, учитель может «ставить проблемные исследовательские задания», при решении которых у обучающихся появится возможность самостоятельно с помощью заранее заготовленных макетов (три стороны, три угла) составить различные треугольники и увидеть, в каких случаях из одних и тех же элементов можно получить два неравные между собой треугольника, а в каких случаях при заданных элементах треугольник определяется однозначно.

- Использовать подводящий к решению диалог. В этом случае необходимо продумать систему сильных ученику вопросов и заданий, которые постепенно подведут обучающихся к открытию нового знания.

6. Выбрать продуктивные задания для реализации решения. На каждом уроке при изучении темы «Треугольники» в качестве таких заданий можно использовать фронтальный опрос. При изучении первого, второго и третьего признаков равенства треугольников можно предлагать обучающимся заполнять таблицу, которая иллюстрирует ход проведения доказательства признаков, а затем давать задания самим составить такую таблицу. Например:

Условие или действий	Вывод	Обоснование

После рассмотрения нескольких примеров задач на построение циркулем и линейкой можно предлагать обучающимся самостоятельно составить алгоритм построения для некоторой задачи.

7. При организации представления обучающимися результатов своей деятельности необходимо уделять внимание на формирование у

обучающихся математической грамотной речи: знание и понимание математической терминологии; умение ясно и кратко описать выполнение тех или иных операций, последовательность действий, необходимых для решения задачи.

8. Осуществлять различные типы сообщений усваиваемых сведений для обучающихся с разной степенью подготовленности и неодинаковыми творческими возможностями. Для обучающихся с меньшей степенью подготовленности необходимо давать некоторые подсказки, позволяющие самостоятельно прийти к некоторому выводу, помочь сформулировать усваиваемую закономерность, продемонстрировать усваиваемый способ действий, выполнить требуемое действие в новых условиях [23].

Учет представленных требований к конструированию проблемного урока позволяет добиться прочного усвоения знаний обучающимися.

2.3. Разработка совокупности конспектов урока, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся, с использованием проблемного обучения

Для демонстрации способа применения проблемного обучения на уроках математики с целью формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся представим совокупность конспектов урока, реализация которых возможна в процессе изучения темы «Треугольники» в 7 классе.

I. Тема урока: «Первый признак равенства треугольников».

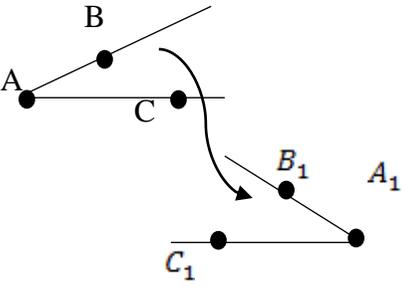
Цели урока:

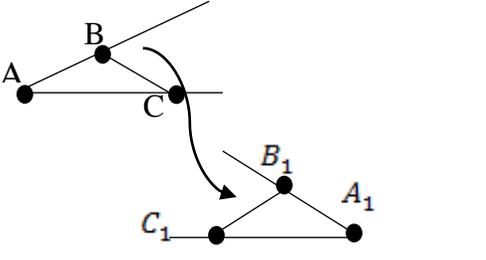
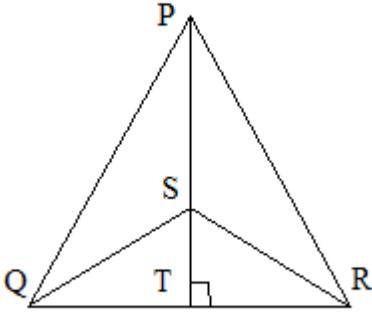
1. Формирование знаний о треугольниках, о первом признаке равенства треугольника.
2. Формирование умения выделять главное, извлекать полную и точную информацию текста с последующей интерпретацией содержания текста (изучающее чтение), находить в тексте конкретную информацию (поисковое чтение), осуществлять поиск информации с использованием ресурсов Интернета.

Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
Актуализация знаний	<p>Осуществляет актуализацию знаний обучающихся с помощью следующих вопросов и заданий:</p> <p>Что такое треугольник?</p> <p>Назовите вершины треугольника KLM?</p> <p>Назовите стороны треугольника KLM?</p> <p>Назовите углы треугольника KLM?</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя:</p> <p>Три точки, не лежащие на одной прямой и три отрезка их соединяющие. K, L, M</p> <p>KL, LM, MK</p> <p>KLM, LMK, MKL</p>	

Этапы урока		Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
		Какие треугольники называются равными?	Треугольники называются равными, если их можно совместить при наложении.	
Выявление затруднения, т.е. постановка проблемы	<i>Возникновение проблемной ситуации</i>	Вводит проблемную ситуацию с затруднением с помощью следующих заданий и вопросов: У вас на партах лежат 6 треугольников. Найдите среди них пары равных треугольников. А теперь ответьте на вопрос равны ли треугольные рамы на окнах? Каким образом вы это определили? Является ли этот способ точным?	Выполняют задание и отвечают на вопросы учителя. Равны. На глаз. Нет.	В данном случае применялся такой вид проблемной ситуации, как проблемная ситуация с затруднением. Прием: дать невыполнимое практическое задание, сходное с предыдущим, доказать, что задание учениками не выполнено.
	<i>Осознание противоречия</i>	Задает вопрос, позволяющий осознать противоречие обучающимся: Можем ли утверждать, что треугольники равны?	Отвечают на вопрос учителя: Нет.	
	<i>Формулировка проблемы</i>	Задает вопрос, позволяющий сформулировать проблему: Какой вопрос можем сформулировать?	Формулируют проблему: Как определить равны ли треугольники, если их нельзя совместить наложением.	
Поиск решения проблемы		Организует поиск решения проблемы обучающимися, предлагая следующие задания и вопросы, помогающие самостоятельно сформулировать обучающимся признак равенства треугольников: Можно ли сказать, что треугольники равны, если известны 2 стороны и угол, лежащий между этими сторонами? Задайте любые значения длины для двух сторон и значение угла. Постройте 2 не равные треугольника по этим данным.	Пробуют выполнить задание, приходят к выводу, что треугольники при имеющихся данных всегда будут равны, так как их можно совместить наложением.	На этапе «поиска решения проблемы» использовался подводящий диалог.

Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
	<p>Получилось ли построить треугольники?</p> <p>Можно ли сказать, что треугольники равны, если у них соответствующие 2 стороны и угол между ними равны.</p> <p>Какой признак равенства треугольников можем сформулировать?</p> <p>Запишите тему урока: «Признак равенства треугольника по двум сторонам и углу между ними».</p> <p>Обеспечивает формирование знаний обучающихся о первом признаке равенства треугольников, умений его доказывать. Для этого организует работу обучающихся с учебником.</p> <p>Откройте учебник, сверьте свой ответ с первым признаком равенства треугольника, перепишите данный признак к себе в тетрадь.</p> <p>Выделите условие и заключение признака.</p> <p>Прочитайте доказательство в учебнике. Подчеркните карандашом основные пункты доказательства. Выпишите непонятный момент в доказательстве, задайте вопрос.</p>	<p>Нет.</p> <p>Да.</p> <p>Если у треугольников 2 стороны и угол между ними равны, то такие треугольники равны.</p> <p>Выполняют задание.</p> <p>Выделяют условие и заключение признака</p> <p>Условие: даны два треугольника, 2 стороны треугольника и угол между сторонами.</p> <p>Заключение: необходимо доказать, что треугольники равны.</p> <p>Осуществляют работу с учебником.</p>	

Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание								
Выражение решения	<p>Предлагает обучающимся заполнить таблицу, помогающую осуществить этап выражения решения:</p> <p>Вы поработали с доказательством теоремы, используя учебник. Для того, чтобы оформить данное решение предлагаю заполнить следующую таблицу (таблица распечатана для каждого ученика), по которой видны все этапы доказательства. (Каждый учащийся заполняет таблицу). При заполнении таблицы учащиеся могут по необходимости пользоваться учебником.</p>		<p>На этапе «выражения решения» учащиеся представляют алгоритм доказательства признака в виде таблицы, которую предложил учитель.</p>								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="548 459 1059 491">Условие или действие</th> <th data-bbox="1066 459 1240 491">Вывод</th> <th data-bbox="1247 459 1592 491">Обоснование</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="548 496 1059 673">  </td> <td data-bbox="1066 496 1240 673"> $A=A_1$ </td> <td data-bbox="1247 496 1592 673"> <hr/><hr/><hr/><hr/><hr/> </td> </tr> </tbody> </table>			Условие или действие	Вывод	Обоснование		$A=A_1$	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<hr/>	<p>По определению равных углов</p>
	Условие или действие			Вывод	Обоснование						
				$A=A_1$	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>						
	$AB=$ $AC=$ $B=$ $C=$	<hr/>									

Этапы урока	Деятельность учителя		Деятельность обучающихся	Примечание
	 <p data-bbox="562 496 1048 587">Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ совместились при наложении.</p>	$BC = \underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{2cm}}$ $\underline{\hspace{2cm}}$	<p data-bbox="1256 193 1592 268">Если концы отрезков совпадают, то</p> <p data-bbox="1256 496 1592 571">По определению равных фигур.</p>	
Реализация продукта	<p data-bbox="548 592 1227 667">Просит одного из учеников продемонстрировать свой вариант заполнения таблицы.</p>			
Первичное закрепление знаний	<p data-bbox="548 671 1227 746">Для закрепления знаний обучающихся дает следующее задание:</p> <p data-bbox="548 751 1227 847">Докажите по рисунку равенство следующих треугольников: QTS и SRT, QTP и TRP, QSP и SRP</p> 		<p data-bbox="1256 671 1839 847">(Трое учащихся выходят к доске и доказывают равенство пар треугольников, объясняя при этом свои действия, учитель при необходимости помогает).</p> <p data-bbox="1256 852 1839 1027">Ученик 1. ST – общая сторона для $\triangle QST$ и $\triangle TSR$. $\angle STQ = \angle STR = 90^\circ$. $QT = TR$. Значит по признаку равенства треугольников имеем $\triangle QST = \triangle TSR$.</p> <p data-bbox="1256 1032 1839 1208">Ученик 2. TP – общая сторона для $\triangle QTP$ и $\triangle PTR$. $\angle STQ = \angle STR = 90^\circ$. $QT = TR$. Значит по признаку равенства треугольников имеем $\triangle QTP = \triangle PTR$.</p> <p data-bbox="1256 1212 1839 1366">Ученик 3. SP – общая сторона для $\triangle QSP$ и $\triangle SPR$. $\angle PSQ = \angle PSR$ (так как $\triangle QST = \triangle TSR$ по 1 $\Rightarrow \angle QST = \angle TSR \Rightarrow \angle PSQ = \angle PSR = 180^\circ - \angle QST$).</p>	

Этапы урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
Самостоятельная работа	<p>Осуществляет самостоятельную работу обучающихся:</p> <p>С помощью средств Интернета найдите определение центрально-симметричных отрезков, посмотрите алгоритм, по которому строятся такие отрезки, постройте их. Докажите с помощью признака равенства треугольников, что центрально-симметричные отрезки равны.</p>	Выполняют задание.	
Включение в систему знаний и умений	<p>Обеспечивает включение нового знания в систему знаний и умений, делая следующий вывод по уроку:</p> <p>Итак, мы с вами знаем, что 2 фигуры, в частности 2 треугольника, равны, если их можно совместить при наложении. Сегодня мы с вами познакомились с таким способом доказательства равенства треугольников, по которому не нужно накладывать один треугольник на другой.</p>		
Рефлексия	<p>Осуществляет рефлексия с помощью следующих вопросов:</p> <p>Еще раз вспомним в чем заключается этот способ?</p> <p>Сформулируйте признак равенства треугольников.</p> <p>Что сегодня на уроке было не понятным для вас?</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя:</p> <p>Для того, чтобы доказать, что треугольники равны необходимо воспользоваться признаком равенства треугольников.</p> <p>Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.</p> <p>Отвечают на вопрос учителя</p>	

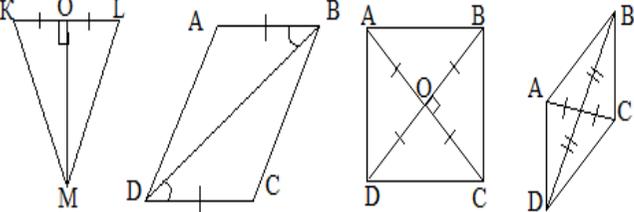
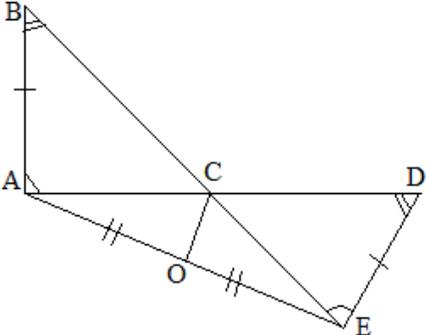
Основной целью представленного урока являлось формирование такого компонента действий познавательной направленности, как переработка и структурирование информации, однако в процессе изучения темы осуществлялось формирование таких познавательных универсальных учебных действий обучающихся, как исследовательские действия (умение формулировать проблему), работа с научным понятием, освоение общего приема доказательства (сведение к известному). Для достижения цели урока, то есть для формирования умения перерабатывать и структурировать информацию, обучающимся предлагались такие задания, как: подчеркнуть главные пункты доказательства признака в учебнике, выписать не понятные моменты в доказательстве, выделить условие и заключение признака, оформить текст в виде таблицы (заполнить таблицу), найти необходимую информацию в Интернет источнике, используя найденную информацию, выполнить задание.

II. Тема урока: «Второй признак равенства треугольников».

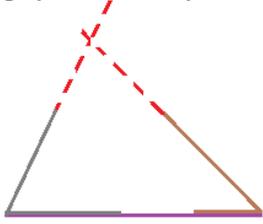
Цели урока:

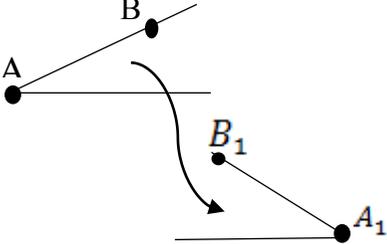
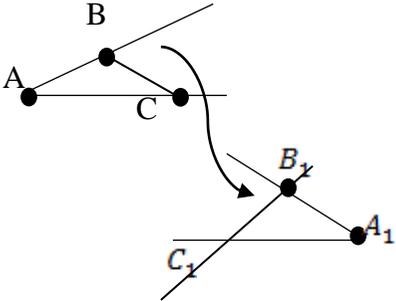
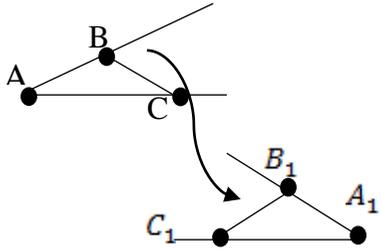
- формирование знаний о треугольниках, о втором признаке равенства треугольника;
- формирование умения классифицировать, выделять главное в тексте, выстраивать последовательность описываемых событий, извлекать полную и точную информацию текста с последующей интерпретацией содержания текста (изучающее чтение).

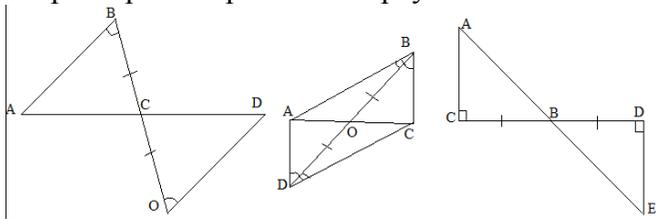
Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
Актуализация знаний	Осуществляет актуализацию знаний обучающихся с помощью следующих вопросов и заданий: Какие способы определения равенства треугольников мы знаем?	Отвечают на вопросы и выполняют задания, предложенные учителем. Способ наложения, с помощью определения равенства фигур; с помощью признака равенства треугольников.	

Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание	
	<p>Сформулируйте признак равенства треугольников.</p> <p>На следующих рисунках найдите равные треугольники. Обоснуйте свой выбор.</p> 	<p>Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.</p> <p>Отвечают с места.</p>		
Постановка проблемы	<i>Возникновение проблемной ситуации</i>	<p>Вводит проблемную ситуацию с помощью следующих заданий и вопросов:</p> <p>Выполним следующее задание:</p> <p>Отрезки AD и BE пересекаются в точке C, $\angle BAC = \angle DEC$, $\angle ABC = \angle CDE$, $AB = DE$. Докажите, что $\triangle ACO = \triangle COE$.</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя, выполняют задание.</p>	<p>На этапе постановки проблемы использовался подводящий к теме диалог.</p>
				

Этапы		Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
		<p>Можем ли мы сразу же сказать, что ΔACO и ΔCOE равны?</p> <p>Можно ли из имеющихся данных найти угол COA или COE?</p> <p>Какие еще элементы в данных треугольниках можно рассмотреть, чтобы утверждать, что они равны.</p> <p>Какие из этих элементов известны?</p> <p>Обязательно ли находить оба неизвестных элемента?</p> <p>Как доказать, что $AC=CE$.</p> <p>Что нам известно про треугольники BAC и CED?</p>	<p>Нет. Так как не сказано, что угол COA равен углу COE.</p> <p>Нет.</p> <p>Сторону AC и CE, AO и OE, $\angle CAO$ и $\angle CEO$.</p> <p>AO и OE.</p> <p>Можно найти AC и CE, если они равны, то $\angle CAO = \angle CEO$ (углы при основании равнобедренного треугольника).</p> <p>Доказать, что треугольники BAC и CED равны.</p> <p>В каждом треугольнике известна сторона и 2 прилежащих к ней угла</p>	
	<i>Осознание противоречия</i>	<p>Задает вопрос, позволяющий осознать противоречие обучающимися.</p> <p>Известен ли нам такой признак равенства треугольников?</p>	<p>Отвечают на вопрос учителя.</p> <p>Нет.</p>	

Этапы		Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание			
	Формулировка проблемы	<p>Задаёт вопрос, позволяющий сформулировать тему урока. Как вы думаете, есть ли такой признак?</p> <p>Какая тема урока?</p>	<p>Отвечают на вопрос, формулируют тему урока. Да, потому что, если задать сторону и два угла, прилежащих к ней угла, то при продолжении сторон угла, получим точку пересечения этих сторон, в результате чего образуется треугольник. И этот треугольник будет единственным</p>  <p>Второй признак равенства треугольников.</p>				
Поиск решения проблемы		<p>Организует поиск решения проблемы обучающимися. Сформулируйте второй признак равенства треугольников по аналогии с первым.</p> <p>Прочитайте доказательство в учебнике. Подчеркните карандашом основные пункты доказательства. Выпишите непонятный момент в доказательстве, задайте вопрос.</p>	<p>Формулируют второй признак равенства треугольников. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны. Работают с учебником.</p>	<p>При осуществлении и поиска решения проблемы использовался подводящий к решению диалог.</p>			
Выражение решения		<p>Предлагает учащимся составить таблицу, позволяющую реализовать этап выражения решения. Составьте таблицу, которая иллюстрирует основные этапы доказательства, заполняя такие же фасеты, как и при доказательстве первого признака равенства треугольников.</p> <table border="1" data-bbox="560 1284 1758 1324"> <tr> <td>Условие или действие</td> <td>Вывод</td> <td>Обоснование</td> </tr> </table>	Условие или действие	Вывод	Обоснование		<p>На этапе «выражения решения» учащиеся самостоятельны</p>
Условие или действие	Вывод	Обоснование					

Этапы	Деятельность учителя		Деятельность обучающихся		Примечание
		$A=A_1$	При наложении треугольника ABC и $A_1B_1C_1$ вершина A совместится с вершиной A_1		о представляют доказательство признака в виде таблицы
		$AB=A_1B_1$	По условию		
		$[AC] \in A_1C_1$ $[BC] \in B_1C_1$	Так как $\angle A = \angle A_1$, то сторона AC совместится с лучом A_1C_1 . Так как $\angle B = \angle B_1$, то сторона BC совместится с лучом B_1C_1		
		$C=C_1$ $AC=A_1C_1$ $BC=B_1C_1$	Точка C – общая. Следовательно точка C совместится с C_1 и соответственно стороны совместятся		

Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
	<p>Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ совместились при наложении.</p> <p>Вернемся к задаче, с которой мы столкнулись в начале урока. Можем ли мы теперь, зная второй признак равенства треугольников, доказать, что треугольники равны. (Да. Зная второй признак равенства треугольников, можно доказать, что стороны треугольника равны, значит треугольник равнобедренный и тогда, по первому признаку равенства треугольников, искомые треугольники равны.</p>	<p>Значит они равны</p> <p>По определению равных фигур.</p>	
Реализация продукта	<p>Просит одного учащегося продемонстрировать свой вариант таблицы.</p>		
Первичное закрепление	<p>Осуществляет первичное закрепление знаний обучающихся с помощью следующего задания</p> <p>По рисунку найдите пары равных треугольников, обоснуйте равенство найденных пар, используя второй признак равенства треугольников.</p> 	<p>Выполняют задание по рисунку</p> <p>1. $\triangle ABC = \triangle COD$, так как $\angle B = \angle O$, $\angle BCA = \angle DCO$ (вертикальные), $BC = CO$, следовательно, по второму признаку равенства треугольников, эти треугольники равны.</p> <p>2. $\triangle AOD = \triangle BOC$, так как $DO = OB$, $\angle ADO = \angle OBC$, $\angle AOD = \angle BOC$ (вертикальные), следовательно, по второму признаку равенства треугольников, эти треугольники равны</p> <p>$\triangle AOB = \triangle DOC$, так как $DO = OB$, $\angle ABO = \angle ODC$, $\angle AOD = \angle BOC$ (вертикальные), следовательно, по второму признаку равенства треугольников, эти треугольники равны.</p> <p>3. $\triangle CAB = \triangle BDE$, так как $CB = BD$, $\angle ACB = \angle BDE$, $\angle ABC = \angle DBE$, следовательно, по второму признаку равенства треугольников, эти треугольники равны.</p>	

Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
	Что сегодня на уроке было не понятным для вас?	Отвечают на вопрос учителя.	

Для достижения целей урока формирования умения классифицировать обучающимся было предложено задание: разделить рисунки по группам, проверить правомерность деления (выполнив доказательство); для формирования умения выделять главное в тексте были предложены задания: подчеркнуть основные этапы, выписать не понятные моменты в рассуждении; для формирования умения выстраивать последовательность описываемых событий производилось при составлении таблицы (обучающимся необходимо было выстроить действия наложения треугольников поэтапно), для формирования умения извлекать полную и точную информацию текста с последующей интерпретацией содержания текста (изучающее чтение) была организована работа с текстом доказательства теоремы.

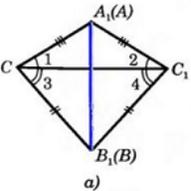
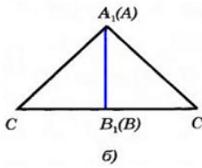
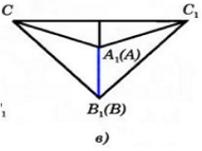
III. Тема урока: «Третий признак равенства треугольников».

- формирование знаний о треугольниках, о третьем признаке равенства треугольника;
- формирование умения сравнивать, классифицировать, выделять главное в тексте, выстраивать последовательность описываемых событий, умения находить конкретную информацию (поисковое чтение).

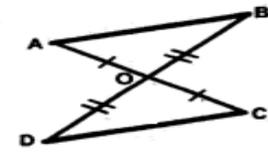
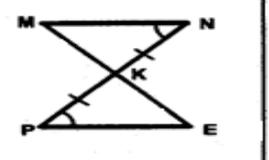
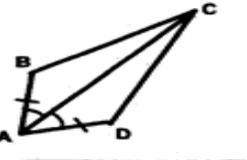
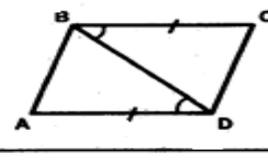
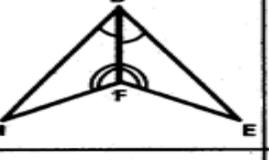
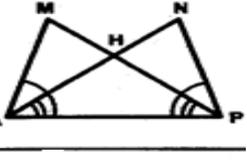
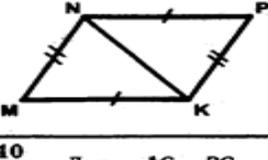
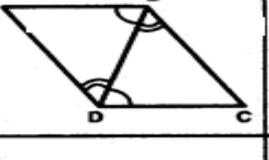
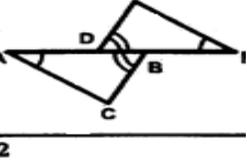
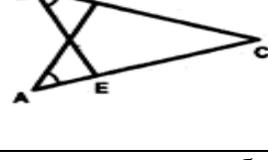
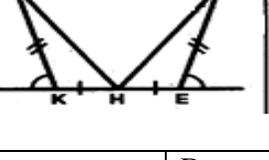
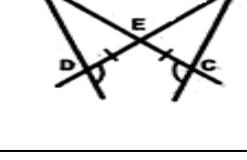
Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
Актуализация знаний	Осуществляет актуализацию знаний обучающихся с помощью следующих вопросов. Сформулируйте первый и второй признак равенства треугольников. Какие равенства необходимо добавить, чтобы, учитывая пометки на чертежах, можно было утверждать, что треугольники равны и по первому, и по второму признаку.	Формулируют первый и второй признак равенства треугольников. Выполняют задание.	

Этапы		Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
Постановка проблемы	<i>Возникновение проблемной ситуации</i>	<p>Осуществляет столкновение обучающихся с проблемной ситуацией.</p> <p>У вас на партах лежат шаблоны элементов треугольника (3 стороны), составьте с помощью них несколько различных треугольника.</p>	<p>Пробуют выполнить задание.</p>	<p>В данном случае была применена проблемная ситуация с затруднением, прием: дать задание, не выполнимое вообще.</p>
	<i>Осознание противоречия</i>	<p>Задает вопросы, позволяющие осознать учащимся противоречие.</p> <p>Удалось ли выполнить задание? Почему?</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя.</p> <p>Нет.</p> <p>Всегда получаются равные треугольники.</p>	<p>Противоречие между необходимостью выполнить задание и невозможностью это сделать.</p>
	<i>Постановка проблемы</i>	<p>Задает вопрос, позволяющий подвести к формулировке проблемы.</p> <p>Какой вопрос можем сформулировать?</p>	<p>Формулируют проблему.</p> <p>Почему для одних и тех же сторон всегда получаются равные треугольники.</p>	
Поиск решения проблемы		<p>Организует поиск решения проблемы обучающимися, организуя работу обучающихся с учебником и задавая следующие вопросы.</p> <p>На самом деле при заданных сторонах всегда будут получаться равные треугольники и существует еще один признак равенства треугольников по трем сторонам.</p> <p>Сформулируйте этот признак.</p>	<p>Формулируют признак.</p> <p>Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам</p>	<p>Поиск решения проблемы осуществлялся с помощью подводящего к решению диалога.</p>

Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
	<p>Откройте учебник, сверьте свой ответ с первым признаком равенства треугольника, перепишите данный признак к себе в тетрадь. Каким способом доказывается признак в учебнике</p> <p>Какие при этом случаи необходимо рассмотреть?</p> <p>Рассмотрим эти случаи. (организовывается самостоятельная работа. Первый ряд рассматривает первый случай, второй ряд – второй, третий – третий).</p>	<p>другого треугольника, то такие треугольники равны. Выполняют задание.</p> <p>Отвечают на вопрос: Приложением треугольников так, чтобы сторона АВ и AB_1 совпали, а две вершины С и C_1 треугольника находились по разные стороны от прямой. Выделяют случаи, которые необходимо рассмотреть. Луч CC_1 проходит внутри угла $A_1B_1C_1$, луч CC_1 совпадает с одной из сторон этого угла, луч CC_1 проходит вне этого угла. Выполняют работу.</p>	

Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
	<p>Просит продемонстрировать трех учащихся все три варианта на доске.</p> <p>Что общего во всех трех рассматриваемых случаях?</p> <p>В чем различие?</p>	<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: flex-start;"> <div style="margin-bottom: 20px;">  <p>а)</p> </div> <div style="margin-bottom: 20px;">  <p>б)</p> </div> <div>  <p>в)</p> </div> </div> <p> $CA=AC_1 \Rightarrow \angle 1=\angle 2.$ $CB=BC_1 \Rightarrow \angle 3=\angle 4.$ Значит $\angle ACB=\angle AC_1B.$ $\triangle ACB=\triangle AC_1B$ по двум сторонам и углу между ними. </p> <p> $CA=AC_1 \Rightarrow \angle C=\angle C_1.$ $CB=BC_1.$ Значит $\triangle ACB=\triangle AC_1B$ по двум сторонам и углу между ними. </p> <p> $C_1B=CB \Rightarrow$ $\angle C_1CB=\angle CC_1B.$ $C_1A=CA \Rightarrow$ $\angle C_1CA=\angle CC_1A.$ $\angle ACB=\angle AC_1B.$ Значит $\triangle ACB=\triangle AC_1B$ по двум сторонам и углу между ними. </p> <p> Во всех трех случаях необходимо было доказать, что треугольники равны. Доказательство во всех случаях свелось к первому признаку равенства треугольников. Различие в расположении луча CC_1 </p>	

Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
Выражение решения	Организует этап выражения решения, предлагая учащимся следующее задание. Придумайте и запишите себе в тетрадь план доказательства признака, при этом вы можете пользоваться учебником.	Выполняют задание.	Представление решения проблемы в виде плана доказательства искомого признака
Реализация продукта	Просит одного из учащегося представить свой план.		
Первичное закрепление	Организует первичное закрепления знаний обучающихся, предлагая следующее задание. По предложенным готовым чертежам классифицировать (т.е. распределить) рисунки задач по применению соответствующего признака равенства треугольников.	Распределяют рисунки по группам, объясняя свой выбор.	

Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
	<p>1 </p> <p>2 </p> <p>3 </p> <p>4 </p> <p>5 </p> <p>6 </p> <p>7 </p> <p>8 </p> <p>9 <i>Дано: AD = BF</i> </p> <p>10 <i>Дано: AC = BC.</i> </p> <p>11 </p> <p>12 </p>		
Самостоятельная работа	Организует самостоятельную работу обучающихся. Выберите любые три рисунка на все три признака параллельности прямой и решите их.	Выполняют задание.	
Включение в систему знаний и умения	Задаёт обучающимся вопрос, позволяющий осуществить включение в систему знаний и умений нового знания и умения. Итак, какие три способа проверки равенства треугольников мы знаем?	Отвечают на вопрос учителя. С помощью наложения, по определению равных фигур, с помощью первого признака равенства треугольников, с помощью второго признака равенства треугольников, с	

Этапы	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Примечание
		помощью третьего признака равенства треугольников.	
Рефлексия	Осуществляет рефлексию с помощью следующих вопросов. Что сегодня на уроке было не понятным для вас? Каким образом можно устранить данный «пробел»?	Отвечают на вопрос. Предлагают варианты	

Для достижения такой цели урока, как формирование умения сравнивать обучающимся предлагалось задание: найти признаки сходства, найти отличительные признаки; для формирования умения классифицировать предлагалось задание распределить объекты по трем группам; для формирования умения выделять главное в тексте, находить конкретную информацию (поисковое чтение) организовывалась работа обучающихся с учебником; для формирования умения выстраивать последовательность описываемых событий было дано задание составить план.

Вывод по II главе

Во второй главе был проведен анализ содержания учебного материала по теме «Треугольники», выделяемого Л.С. Атанасяном в учебнике геометрия 7-9. Были определены знания и умения, которые должны быть сформированы у обучающихся в результате овладения темы. Анализ содержания учебного материала позволил определить основные понятия, теоремы и свойства, изучаемые в каждом параграфе темы «Треугольники».

На основе данного анализа и особенностей организации каждого этапа проблемного урока, выделенных в 1.2. (стр. 37-41), были выдвинуты требования к организации проблемного урока, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе изучения темы «Треугольники».

Данные требования позволили разработать совокупность конспектов урока по теме «Треугольники», целью которых являлось формирование отдельных компонентов познавательных универсальных учебных действий.

Заключение

В настоящем исследовании рассматривается формирование познавательных универсальных учебных действий в процессе реализации проблемного обучения на уроках математики.

Цель данного исследования заключалась в разработке совокупности конспектов урока, проблемной направленности, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе изучения темы «Треугольники».

Для достижения этой цели была проанализирована методическая, психолого-педагогическая литература по проблеме исследования, проведен контент-анализ определения познавательных универсальных учебных действий, рассмотрены различные подходы к определению классификации действий познавательной направленности. В данной работе остановились на классификации, выделяемой А.Г. Асмоловым.

Была отмечена взаимосвязь познавательных универсальных учебных действий и проблемного обучения, что позволило говорить о проблемном обучении как о средстве формирования познавательных универсальных учебных действий. В связи с этим проведен анализ основных характеристик проблемного обучения и выделены особенности организации каждого этапа проблемного урока в процессе обучения математике.

Был проведен анализ содержания учебного материала по теме «Треугольники», на основе которого выделены требования к организации проблемного урока, направленного на формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе изучения темы «Треугольники».

На основе теоретических положений, выдвигаемых в работе, была разработана совокупность конспектов урока, направленных на формирование

познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе изучения темы «Треугольники».

На основании результатов можно заключить, что задачи, поставленные в работе, выполнены, цель достигнута.

Список литературы

1. Асмолов А.Г, Бурменская Г.В., Володарская И.А., Карабанова О.А., Салмина Н.Г., Молчанов С.В. Формирование универсальных учебных действий в основной школе : от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя. М.: Просвещение, 2010. 159 с.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия: Учеб. для 7-9 кл. общеобразоват. Учреждений. 9 изд. М.: Просвещение. 2010. 384 с.
3. Бобылева О.А. Идея целеполагания в дидактической концепции М.И. Махмутова // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. 2008. №82-1. С. 66-73.
4. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 205 с.
5. Ведерникова, Л.В., Поворознюк О.А., Бырдина О.Г. Формирование социальной позиции педагога как механизма профилактики виктимности воспитанников // Педагогическое образование и наука. 2014. № 3. С. 52-55.
6. Воровщиков С. Г., Орлова Е. В. Развитие универсальных учебных действий: внутри школьная система учебно-методического и управленческого сопровождения: Монография. М.: МПГУ, 2012. 210 с.
7. Глоссарий ФГОС // Городской методический центр URL: <http://mosmetod.ru/metodicheskoe-prostranstvo/srednyaya-i-starshaya-shkola/russkij-yazyk/fgos/glossarij-fgos.html> (дата обращения: 11.03.17).
8. Горев П.М., Утёмов В.В. Развитие универсальных учебных действий учащихся основной школы в условиях реализации стандартов нового поколения (ФГОС): учебно-методическое пособие. Киров: МЦИТО, 2015. 275 с.

9. Горленко Н.М., Запятая О.В., Лебединцев В.Б., Ушева Т.Ф. Структура универсальных учебных действий и условия их формирования // Народное образование. 2012. №4. С.153-160.
10. Далингер В.А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике: Учебное пособие. Омск: ОмГПУ, 2005. 456 с.
11. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Кн. для учителя. М.: Просвещение. 2003. 223с.
12. Жданова И.И. Проблемное обучение на уроках математики // Психодидактика высшего и среднего образования материалы девятой международной научно-практической конференции.. Барнаул: Алтайский государственный педагогический университет, 2012. С.44-46.
13. Карелина Т. М. Методы проблемного обучения // Математика в школе. 2000. № 5. С.31-32.
14. Козлов В.В., Кондаков А.М. Фундаментальное ядро содержания общего образования. М.: Просвещение, 2009. 48 с.
15. Крутецкий, В. А. Основы педагогической психологии. М.: Просвещение. 255с.
16. Кудрявцев В.Т. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы. М.: Знание, 1991. 79с.
17. Кучумова Р.Г, Чечулина Л. С. Проблемная ситуация как фактор развития всех видов модальности восприятия // Педагогическое образование в России. 2013. №6. С.225-228.
18. Лернер И.Я. Основы методов обучения. М: Педагогика, 1981. 101 с.
19. Лушников И.Д., Ногтева Е.Ю. Формирование познавательных универсальных учебных действий в технологиях проектной и учебно-исследовательской деятельности обучающихся: пособие для учителя. Вологда: ВИРО, 2013. 176 с.

20. Людмилов Д.С., Дышинский Е.А., Лурье А.М. Некоторые вопросы проблемного обучения математике: Пособие для учителей. Пермь, 1975. 116 с.
21. Маеренкова В. В. Технологии проблемного обучения как средство формирования и развития универсальных учебных действий учащихся на уроках математики в условиях реализации ФГОС // Школьная педагогика. 2016. №1. С.53-55.
22. Малова И.Е. Математическое доказательство как объект изучения // Ученые записки Орловского государственного университета. 2015. №4. С.52-55.
23. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. М.: Педагогика, 1972. 197 с.
24. Махотин Д.А. Методические основы формирования УУД // Педагогическая мастерская. Все для учителя. 2014. №4. С.4-8.
25. Мельникова Е.Л. Технология проблемного обучения // Школа 2100. Образовательная программа и пути ее реализации. 1999. Вып.3. С.85-94.
26. Мельникова Е.Л. Проблемный урок или как открывать знания с учениками: Пособие для учителей. М.: АПКИПРО, 2002. 166 с.
27. Оконь В. Основы проблемного обучения. М.: Просвещение, 1968. 208с.
28. Попова Т.Г. Основы развития комбинаторного мышления старшеклассников // Наука и школа. 2010. №6. С.101-104.
29. Примерные программы по учебным предметам. Математика 5-9 классы: проект. 3 изд., перераб. М.: Просвещение, 2011. 64с
30. Проблемное обучение прошлое, настоящее, будущее: Коллективная монография: Кн.1. / Под. ред. Е.В. Ковалевской. Нижневартовск. Нижневарт. гуманит. ун-та. 2010. 300с.

31. Рогожина А.В. К вопросу о содержании познавательных универсальных учебных действий // Вестник социально-гуманитарного образования и науки. 2012. №2. С.57-65.
32. Романкова А. А., Титова Е. И. Противоречивые задачи в школьном курсе математики // Молодой ученый. 2015. №7. С.854-856.
33. Середа Т.Ю. Формирование познавательных универсальных учебных действий на уроках математики // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2013. №4. С.43-51.
34. Ситаров В.А. Проблемное обучение как одно из направлений современных технологий обучения // Знание. Понимание. Умение. 2009. №3. С.148-157.
35. Тестов В.А. О некоторых видах метапредметных результатов обучения математике // Образование и наука. 2016. №1. С.4-20.
36. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] // Федеральные государственные образовательные стандарты. М.: Институт стратегических исследований в образовании РАО. URL: минобрнауки.рф/документы/543 (Дата обращения 10.05.2017г).
37. Чуланова Н.А., Черняева Т.Н. Нормативный контекст определения «Познавательные универсальные учебные действия» // Научное обозрение. Педагогические науки. 2015. № 3. С.179.