Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»
Институт педагогики и психологии детства
Кафедра теории и методики обучения естествознанию, математике
и информатике в период детства

Нестандартные задачи как средство развития математических способностей младших школьников

Выпускная квалификационная работа

Квалификационная работа
допущена к защите
Зав. кафедрой Л.В. Воронина

дата подпись

Исполнитель:
Храмцова Валерия Сергеевна,
обучающийся БН-51Z группы

подпись

Научный руководитель:
Воробьева Галина Васильевна,
старший преподаватель

подпись

Екатеринбург 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Мир математики – мир количественных, функциональных, пространственных и прочих отношений, выраженных посредством числовой и другой знаковой символики – очень специфичен и своеобразен. Математик имеет дело с условными символическими обозначениями математических отношений, мыслит ими, оперирует, комбинирует. В этом, очень своеобразном мире, по мнению Э. Ж. Гингулис [14], в процессе весьма специфической математической деятельности общая способность так преобразуется, так трансформируется, что оставаясь общей по своей природе, выступает уже как специфическая способность.

В настоящее время становится актуальной проблема развития математических способностей школьников уже в начальной школе. Это следует из того факта, что способности предвосхищают новую деятельность, выходят за рамки уже сложившейся. Между способностями и деятельностью существует взаимозависимость.

Проблема развития математических способностей детей в современной жизни приобретает большое значение. Это объясняется, прежде всего, бурным развитием информационно-коммуникационных технологий и проникновением их в различные области знаний. В математике заложены огромные возможности для развития мышления детей, в процессе их обучения с самого раннего возраста. Формирование начальных математических знаний и умений у детей младшего школьного возраста должно осуществляться так, чтобы обучение давало не только непосредственный практический результат, но и широкий развивающий эффект.

В решении этой задачи особенно велика роль психологической науки. Особый интерес представляют исследования таких авторов, как Д. Б. Богоявленская [9], О. П. Котикова [29], Н. С. Лейтес [34], В. П. Пархоменко [44], Я. А. Пономарев [46], С. Л. Рубинштейн [48], Б. М.Теплов

[51], В. Д. Шадриков [61]. Анализ литературы выявил ряд авторов занимающихся проблемой развития математических способностей младших школьников в процессе их обучения и их позициями по интересующему нас вопросу. Это Г. С. Байтуреева [7], Е. А. Ведилина [11], Т. А. Каражигитова [26] и другие.

Кроме системы типовых задач, решать которые обязан уметь каждый ученик, в обучении все чаще стали встречаться и такие задачи, которые не укладываются в эту систему. Их в методической литературе называют нестандартными (нетиповыми).

Анализ опыта работы в школе показывает, что нестандартные задачи находят все более частое и широкое применение в обучении математике.

Цель: выявление и обоснование условий, способствующих развитию математических способностей младших школьников посредством обучения решению нестандартных задач.

Объект исследования: процесс развития математических способностей младших школьников при обучении решению нестандартных задач.

Предмет исследования: условия, способствующие развитию математических способностей младших школьников с помощью обучения решению нестандартных задач.

Задачи исследования:

1) изучить психолого-педагогическую и методическую литературу по изучаемой проблеме;

2) раскрыть содержание понятий «способности», «математические способности»;

3) разработать и провести опытно-поисковую работу по развитию математических способностей у младших школьников;

4) провести сравнительный анализ развития математических способностей у учащихся начальных классов.

Теоретическая основа исследования:

- теории развивающего обучения (Л. В. Занков, Д. Б. Эльконин);

- психолого-педагогические теории Б. Г. Ананьева, Ю. Д. Бабаевой, Л. С. Выготского, В. А. Крутецкого, Н. С. Лейтеса, А. А. Леонтьева, Р. С. Немова, С. Л. Рубинштейна, В. С. Юркевич о развитии математических способностей в процессе специальным образом организованной учебной деятельности.

Тема, цель, задачи исследования обусловили выбор **совокупности методов:**

- теоретический анализ психолого-педагогической и учебно-методической литературы;

- эмпирические, объединенные в рамках констатирующего и контрольного этапов исследования включали: наблюдение и тестирование;

- статистическая обработка данных: сравнительный, графический анализ.

Практическая значимость: материалы могут быть использованы как методические рекомендации по математике в начальной школе.

База исследования: МБОУ ПГО «СОШ №14» г. Полевской, 3 класс, программа «Начальная школа 21 века».

Структура исследования отражает логику исследования и состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложения.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

1.1. Способности, их классификация. Способности младших школьников

Способности − это персональные особенности индивида, опираясь на которые, личность добивается значительных успехов в определенном виде деятельности. Способности не имеют прямого отношения к умениям, знаниям и навыкам, а проявляют себя в скорости, глубине и основательности постижения способов и приемов деятельности. Они даны человеку, по мнению И. С. Якиманской [66], с рождения, потому уже в детстве проявляются склонности ребенка к тому или иному занятию.

Врожденные способности человека. Обычно их никто не замечает и не обращает на них внимания. Отчего со временем способность радоваться, быть в настоящем времени, общаться, играть, наслаждаться жизнью, откровенно проявлять эмоции, ощущать любовь, быть активным и счастливым утрачивается.

Скрытые возможности человека. Они, кстати, тоже бывают врожденными, но нередко проявляются в результате внезапных потрясений, критических ситуаций, в подавляющем большинстве негативного характера. Тогда человек вдруг «прозревает», становясь ясновидцем, ему подвластна телепатия, рентгеновское зрение и тому подобные феномены.

Таланты. Именно их чаще всего мы подразумеваем под словосочетанием «способности человека». Когда индивид реализуется в какой-либо деятельности, достигая значительных высот, налицо-талант. Музыкальный, художественный, литературный, спортивный и т. д. Если ребенку нравится чем-то заниматься, имеет смысл обратить на это занятие пристальное внимание и помочь юному дарованию ступить на путь развития своего таланта.

С точки зрения Э. Г. Юдина [65], способности человека можно развивать двумя способами.

1. Как упоминалось выше, это переживание критической ситуации, правда, не обязательно внезапной. Развитию способностей помогает ощущение безысходности, вынужденное положение дел, когда сама жизнь диктует условия. Например, у гражданского человека нет способностей выживания в экстремальных условиях. А случись война, он волей-неволей будет развивать новые навыки. Если человек с детства голоден и не одет, он либо разовьет криминальный талант, либо станет бизнесменом, либо и то и другое вместе. В то время как выросшие в тепле и уюте сверстники, скорее всего, станут просто грамотными специалистами какого-либо дела.

2. Сначала ответьте на вопрос о том, есть ли необходимость в развитии способностей игры в бильярд, если ты ни разу не брал кий в руки? Тогда как узнать, есть ли у вас эти способности? Вывод: найти свои таланты можно опытным путем. Главное, чтобы дело, которым вы будете заниматься, нравилось, а все остальное приложится.

Одна из важных и сложных тем в психологии-способности человека, их появление, становление и развитие. Следует отметить, что нет четкого определения данной категории. К примеру, Б. М. Теплов [51] говорит о том, что способности в психологии можно рассматривать как индивидуальные особенности, которые отличают одного человека от другого.

Если речь идет о способностях индивида, то, прежде всего, имеются в виду его возможности в определенном виде деятельности. Например, человек может быть хорошим плотником или столяром, с легкостью осваивать иностранные языки, понимать математические закономерности и без труда решать задачи. Все эти действия он выполняет с учетом того, что другие люди, обучающиеся вместе с ним, хуже владеют данными навыками, не так проявляют свои способности. В психологии этот термин можно определить как имеющийся у индивида некий потенциал, который он может развивать для достижения лучших результатов.

При разговоре родителей, обсуждающих возможности своих детей, часто звучат фразы о том, что их чадо проявляет те или иные способности. Как правило, когда речь идет о дошкольниках, то имеется в виду, что ребенок хорошо рисует или более развит по отношению к своим сверстникам в физическом плане, что позволяет достигать ему высоких результатов в спорте. Многие хвастаются успехами своих детей, гордятся ими.

Способности в психологии часто ассоциируют с такими терминами, как «талант» и «одаренность». Это сравнение оправдано, поскольку если помогать ребенку развивать свои умения, совершенствовать их, то через определенный промежуток времени вполне можно будет сказать о нем, что он является одаренным. К примеру, В. П. Эфроимсон [64] утверждает, что если дошкольник проявляет интерес к живописи или музыке, ему нравится этим заниматься, то следует подумать о том, чтобы определить его в какой-либо кружок, дабы развить способности.

В психологии достижения талантливого человека являются результатом слаженной работы его нервно-психических свойств и непосредственно самой деятельности. Именно поэтому такие люди несколько рассеянны, несобранны, постоянно отвлекаются. Зато, когда того требуют обстоятельства, они с легкостью мобилизуют все свои усилия для достижения высоких результатов именно в сфере собственной одаренности.

Рассмотрим, как обнаруживаются способности человека. Поскольку это те качества, благодаря которым индивид достаточно легко приобретает знания и успешен в какой-либо деятельности, можно говорить о неком врожденном их характере, о генетической предрасположенности. При этом без внимания не остается и сам процесс развития этих навыков. Не совсем верно говорить о способностях человека к живописи, если его не пытались пристрастить к рисованию, ведь только в процессе планомерного обучения этому виду деятельности можно выяснить правду об их наличии или отсутствии.

Развитие способностей психология объясняет достаточно просто: для этого нужны лишь небольшие задатки. Но у большинства людей, по мнению И. П. Шкуратовой [63] при рождении есть таковые, однако одни получаются более способными, нежели другие, поскольку, только совершенствуя то, что заложено природой, вы можете добиться высоких результатов.

Структура способностей.

Деятельность (трудовая, учебная и т.д.), которой овладевает человек, предъявляет высокие требования к его психологическим качествам (особенностям интеллекта, эмоционально-волевой сфере, сенсомоторики). Этим требованиям не может удовлетворить одно какое-либо качество, даже если оно достигло очень высокого уровня развития. Мнение, что отдельно взятое психическое свойство может обеспечить высокую продуктивность деятельности, выступить как эквивалент всех способностей, лишено научной достоверности. Способности представляют собой совокупность психических качеств имеющих сложную структуру.

Структура совокупности психических качеств, которая выступает как способность, в конечном счете, определяется требованиями конкретной деятельности и является различной для разных видов деятельности.

Способности человека к определенному виду деятельности имеют сложную структуру, представляющую собой совокупность особенностей психики. Так, например, в структуру музыкальных способностей включается: музыкальный слух, способность к слуховым представлениям, музыкально-ритмическое чувство. Литературные способности состоят из следующих компонентов: высокого уровня эстетического чувства, потребности к самовыражению, оригинального, совершенного языка, склонности к фантазированию, высокого уровня развития образной памяти.

Успешность выполнения той или иной деятельности зависит от сочетания способностей. При отсутствии задатков к развитию каких-либо способностей их дефицит можно восполнить за счет развития других способностей, либо через приобретение навыков, либо за счет формирования индивидуального стиля деятельности. Такого рода замещение, по мнению В. Д. Шадрикова [62], представляет собой компенсаторные возможности психики.

Любые задатки, прежде чем превратиться в способности, должны пройти большой путь развития. Так в период с рождения до 6−7 лет происходит совершенствование работы всех анализаторов, развитие и функциональная дифференциация отдельных участков коры головного мозга, связей между ними и органами движения, особенно, рук, что является условием для развития общих способностей. Младший и средний школьный возраст-время ускоренного развития специальных способностей. Необходимыми условиями их становления в этот период являются игра, творческая, мотивированная и разнообразная деятельность, которая должна находиться в «зоне потенциального развития» (Л. С. Выготский), т.е. на пределе возможностей ребенка. Кроме того, становление способностей осуществляется совместно с развитием волевой сферы человека, а также определяется качеством обучения и воспитания.

Случаи патологического снижения способностей определяются как олигофрения. Она имеет различную степень выраженности: легкая-дебильность; средняя-имбицильность; глубокая-идиотия, что определяет разработку специальных программ, подбор методики и коррекции во вспомогательных учебных заведениях.

Виды способностей.

По широте и направленности выделяют следующие виды способностей:

- общие способности − благоприятные возможности развития особенностей психики человека, одинаково важные для многих видов деятельности. К ним, например, относятся умственные способности, тонкость и точность ручных движений, развитая память и совершенная речь и пр.

- специальные способности − определяют успешность человека в специфических видах деятельности, для которой необходимы задатки особого рода. Это, например, математические, музыкальные, технические, лингвистические и пр.

В первые дни школы ребенок не воспринимает всю поступающую информацию. Это происходит из-за адаптации ребенка к новым условиям. У каждого школьника время на адаптацию свое. Кому-то хватает недели, а кто-то не может привыкнуть к новой среде целый месяц. Развитие способностей младших школьников начинается с простой игры. Через игру можно познакомить малыша с очень многим. Особое место уделяется развитию творческих способностей. Детские психологи утверждают, что через творческие способности младших школьников можно многое рассказать о том или ином ребенке, а именно об уровне его развития, о психологической готовности к школе и развитии других, не мало важных психологических процессов. Именно через творчество многие дети усваивают сложные задачи. Теперь в каждой школе особое внимание уделяется обстановки классов. Компьютерные столы и парты ставятся не как раньше друг за другом, а друг против друга. Таким образом, ребенку не надо привставать, чтобы что-то увидеть на доске. Даже такая, казалось бы мелочь, способствует правильному развитию ребенка. В наше время, отмечает Н. И. Чуприкова [60], благодаря психологическому подходу, в школах учитывают многие нюансы, на которые ранее не обращали внимание. Чтобы развитие творческих способностей младших школьников проходило полноценно, помимо уроков в классе, проводятся различные экскурсии в музеи и на выставки. Таким образом, дети не просто развиваются, им уже с детства прививают жизненные ценности и смысл.

1.2. Структура математических способностей

В структуре математических способностей школьника В. А. Крутецкий [30] выделил следующие шесть компонентов:

1) формализованное восприятие математического материал;

2) обобщение математического материала;

3) свернутость математического мышления – тенденция мыслить в процессе математической деятельности сокращёнными структурами;

4) гибкость мыслительного процесса;

5) стремление к своеобразной экономии умственных усилий - к «изяществу» решений;

6) математическая память.

Раскроем содержание каждого компонента.

1. Формализованное восприятие математического материала:

в «зародышевой» форме этот компонент начинает проявляться уже во 2–3 классах (к 8 годам). У более способных к математике учащихся под влиянием обучения формируется стремление разобраться в условии задачи, сопоставить её данные. Их начинает интересовать в задаче не просто отдельные величины, а именно отношения величин. Если менее способные ученики воспринимают отдельные, конкретные элементы задачи, как не связанные друг с другом, и сразу после чтения задачи, начинают производить различные операции со всеми данными числами (складывать, вычитать, в дальнейшем, умножать и делить), не задумываясь над смыслом задачи и не пытаясь вычленить основные отношения, то у более способных учеников появляется своеобразная потребность при восприятии условия задачи вскрывать эти отношения, связывать отдельные показатели и величины. Пока это процесс ещё более или менее «растянутый» во времени: быстро определить нужное отношение наблюдается лишь в совсем простых задачах у наиболее способных учеников.

Постепенно способные учащиеся начинают видеть в задаче отношения между определёнными величинами, поэтому они часто не придают большого значения тому, о каких конкретно предметах идёт речь в задаче, вплоть до того, что путают названия предметов / явлений, о которых говорят. Так решая задачу о яблонях: «В саду было 9 яблонь, одна из них погибла, и садовник посадил ещё 6 яблонь. Сколько стало яблонь в саду?» – такие ученики в ответе могут записать «Стало 14 деревьев».

Менее способные ученики придерживаются точного названия предметов, в задачах они видят не какие-то математические отношения, а лишь конкретные предметы, с которыми нужно что-то делать. В той же задаче про яблони, ученику нельзя переформулировать вопрос: «Сколько яблонь стало в саду?» на «Сколько деревьев стало в саду?», – поскольку этот вопрос для ученика имеет отношение к другой задаче. Если после решения задачи про яблони ученикам предложить похожую задачу про груши: «В саду росло 9 груш, одна из них погибла, и садовник посадил ещё 6 груш. Сколько стало в саду груш?» – они начнут решать её как совершенно новую задачу.

То же самое наблюдается и при конструировании задач учащимися. Менее способные начинают с предметного содержания («буду составлять задачу про яблоки»), потом с некоторым трудом вводят отношения («буду составлять задачу на «больше – меньше»), и лишь затем «опредмечивали» их («На моей яблоне – 20 яблок, а на Машиной – 18 яблок. На чьей яблоне яблок больше?»).

Вычленяя отношения, по мнению А. В. Белошистой [8], более способные и многие средние учащиеся уже во 2-3 классах начинают дифференцировать данные:

– выделять те, которые необходимы для решения;

– осознавать, каких величин недостаёт;

– отсеивать лишнюю, ненужную информацию (в том числе и числовые данные).

Постепенно процесс первичной ориентировки в условиях задачи начинает свёртываться. «Свёрнутый» характер восприятия отчётливо виден при решении элементарных задач, где меньше данных и поэтому облегчается восприятие всей системы отношений в целом. Тенденция к «свёрнутости» восприятия усиливается от 2 к 4 классу.

У более способных учеников наблюдается явно выраженная тенденция к своеобразному аналитико-синтетическому восприятию условия задачи: они воспринимают не только единичные элементы, а и своеобразные «смысловые математические структуры», комплексы взаимосвязанных математических величин и категорий. Разумеется, указанная особенность проявляется на сравнительно несложном арифметическом материале и, следовательно, на более или менее элементарном уровне. Дальнейшее развитие аналитико-синтетического восприятия условия задачи идёт по пути свёртывания (сокращения) этого процесса.

В среднем школьном возрасте процесс первичного анализа-синтеза данных условия не очень сложной задачи у весьма способных учащихся максимально «свёрнут», предельно ограничен во времени, так что практически сливается с моментом восприятия: не разбивается на этапы анализа и синтеза данных, не заметны элементы рассуждения.

Тенденция к формализации восприятия, выделению формальной структуры в среднем возрасте приобретает у более способных учащихся широкий характер.

В среднем школьном возрасте намечается, а в старшем школьном возрасте достигает значительного развития ещё одна способность восприятия школьниками математического материала: своеобразная многосторонность, многоплановость восприятия, когда одна и та же задача, одно и то же математическое выражение воспринимаются, оцениваются с разных точек зрения.

В. А Крутецкий [31] утверждал, что у школьников старшего школьного возраста под влиянием обучения формируется и развивается аксиомосообразное мышление, проявляющееся в тенденции исследовать задачу на достаточность (полноту) и на совместность (непротиворечивость данных условия); тенденции отделять постулируемое утверждение от выводимого.

Всё вышесказанное говорит о возникновении под влиянием школьного обучения тенденции к формализации математического материала в процессе его восприятия, способности усматривать в конкретном математическом выражении или задаче их формальную структуру. Ученик при этом отвлекается от конкретных данных и воспринимает, в первую очередь, лишь чистые отношения между величинами. Указанная тенденция возникает у способных учеников уже в конце младшего школьного возраста и заметно усиливается к старшему возрасту. При этом ученику требуется анализировать всё меньше и меньше однотипных выражений для усмотрения формальной структуры типа. В итоге возникает способность выделить формальную структуру типа в результате анализа лишь одного явления без сопоставления его с рядом других сходных явлений.

2. Обобщение математического материала: способность к обобщению математического материала как способность улавливать общее в различных задачах и примерах и соответственно видеть разное в общем начинает складываться раньше всех других компонентов.

Уже в 1 классе можно наблюдать проявления обобщения в элементарных формах. На этом этапе развития учащихся ещё рано говорить об этой способности как специфической способности к обобщению именно математического материала. Скорее, здесь можно говорить об общей способности к обобщению, как одном из проявлений свойств обучаемости.

На начальных ступенях школьного обучения математические обобщения обычно формируются постепенно и распространяются на сравнительно ограниченный круг явлений. С возрастом обобщение становится всё более широким, распространяется на больший круг однородных математических явлений.

В младшем школьном возрасте наблюдается относительно более простой вид обобщения – движение от частного к известному общему – умение увидеть в частном уже известное общее, иначе говоря, подвести частный случай под общее правило. Этот вид обобщения достигает большого развития в среднем школьном возрасте. Чем способнее ученик, тем успешнее справляется он с задачами на соответствующее обобщение. Как правило, только в начале среднего школьного возраста наблюдается обобщение индуктивного характера – от частного к неизвестному общему.

Развитие способности к обобщению идёт по линии постепенного количества специальных однотипных упражнений, являющихся предпосылкой такого обобщения. У наиболее способных учащихся среднего школьного возраста такое обобщение наступает сразу, путём анализа одного отдельно взятого явления в ряду сходных явлений, как способность усмотреть ещё неизвестное общее в единичном. Путь обобщения «от (многих) частных к неизвестному общему» постепенно трансформируется в качественно совершенно особый путь «от (одного) частного к неизвестному общему».

Эта способность тесно связана со способностью к формализованному восприятию математического материала, и по аналогии с «формализованным восприятием» можно говорить о «формализованном решении».

Для способных подростков вообще характерно обобщённое решение задач (тенденция решать каждую конкретную задачу в общем виде). В элементарной форме эта тенденция может быть отмечена и у младших школьников, которые свободно решают задачи следующего типа: «Магазин получил 8 мешков муки по 2 кг в каждом. В течение дня продано 3 мешка муки. Сколько килограммов муки осталось?»

Для способных к математике старших школьников характерно не только обобщение конкретного материала, но и перевод уже обобщённой информации в более общий план.

Если подросток, по мнению А. В. Белошистой [8], решая данную задачу в общем виде, решает тем самым все задачи данного вида, то старший школьник старается решить не только заданный тип задач, но и более общую задачу, частным случаем которой является решённая им задача.

Способные к математике старшеклассники поднимаются до уровня обобщения методов, принципов подхода к анализу и решению задач разных типов; эти методы отличаются разной степенью обобщённости.

Опишем мотивацию деятельности обобщения. В младшем школьном возрасте обобщение вызывается некоторым внешним стимулом: указание учителя, логика задачи или её требование, – потребности в обобщении здесь чаще всего нет. С развитием учащегося в процессе обучения наблюдается всё большая независимость обобщения от внешних стимулов, и уже в среднем школьном возрасте явно обнаруживается потребность в обобщении даже тогда, когда никакой внешней необходимости в этом нет. Особенного развития она достигается в старшем школьном возрасте у способных к математике учащихся. Таким образом, мотивацию деятельности обобщения движется от внешней необходимости к внутренней потребности.

3. Свёрнутость мышления:

свёрнутость, сокращенность рассуждения и системы соответствующих действий в процессе математической деятельности является, по мнению В. А. Крутецкого [31], специфической для способных к математике учащихся в основном старшего школьного возраста, хотя отчётливо усматривается и в среднем (подростковом) возрасте.

Этот компонент математических способностей в младшем школьном возрасте проявляется лишь в самой элементарной форме, при решении способными учениками лишь самых простых задач; как только задача усложняется, она учеником обдумывается и решается шаг за шагом, рассуждения развёрнутые и детализированные. Процесс свёртывания яснее выражен у способных учащихся после решения ими ряда однотипных задач и примеров. При этом чаще опускаются отдельные звенья рассуждения, действия же обычно сохраняются и воспроизводятся на бумаге последовательно. Например, при решении задачи: «Для школьной выставки ребята сделали 32 рисунка, 5 учеников третьего класса сделали по 4 рисунка, остальные рисунки сделали 6 учеников второго класса поровну. По сколько рисунков сделали для выставки ученики второго класса?» – такой ученик сразу же после первого прочтения задачи способен подвести итог: 12 : 6 = 2. рисунка сделал каждый ученик второго класса. Таким образом, два предшествующих этапа в решении задачи были проведены мысленно и очень быстро: $4 \times 5 = 20$, $32 - 20 = 12$ или $32 - 4 \times 5 = 12$.

Можно наметить два направления развития рассматриваемого компонента математических способностей от среднего к старшему возрасту. С одной стороны, многократность повторения однотипного рассуждения и системы соответствующих действий, являющаяся на ранних возрастных этапах необходимым условием начала процесса свёртывания, постепенно перестаёт быть таким необходимым условием. Рассуждение и система соответствующих действий начинают свёртываться сразу же при решении нового типа задач.

Второе направление развития касается осознания школьниками опущенных звеньев рассуждения.

На первых порах опущенные звенья осознаются: ученики не озвучивают и не визуализируют их, но они явно «присутствуют» при мышлении вслух и письменном воспроизведении соответствующих действий, в результате чего можно наблюдать паузы, приходящиеся как раз на те звенья, которые пропускаются.

В дальнейшем редуцированные звенья уже не осознаются в момент воспроизведения соответствующих действий: пауз в соответствующих местах не наблюдается; однако рассуждение легко может быть развёрнуто, то есть восстановлены все опущенные звенья, и это может быть сделано учеником в любой момент – при возникновении трудностей или по требованию учителя.

Наконец, на более поздних этапах развития, когда ученик мыслит свёрнутыми структурами, он испытывает трудности, если сталкивается с необходимостью развернуть процесс рассуждения с возможной полнотой. В отдельных случаях учащиеся явно затрудняются обосновать свой ход мысли, заявляя, что для них это очевидно, а они никогда не задумывались над тем, как объяснить очевидное. Например, если способный к математике старшеклассник решает задачу: «Найти зависимость между НОД и НОК двух чисел», – он сразу заключает: произведение НОД на НОК двух чисел равно произведению этих чисел. По требованию учителя, он поясняет (разворачивает рассуждения): НОД двух чисел – это их общие множители, НОК – это произведение самих чисел, в которые общая часть входит только один раз. Это рассуждение вряд ли будет понято большинством его одноклассников.

4. Гибкость мыслительного процесса:

в зачаточной форме этот компонент был обнаружен лишь у способных к математике младших школьников, у большинства не обнаружено явной тенденции искать несколько различных путей решения одной и той же задачи, переключаясь с одного хода мысли на другой (такой переход оказывается для них трудным). Более того, у младших школьников требование найти ещё один способ решения задачи вызывает недоумение: для многих из них неприемлема сама мысль о том, что задача может иметь несколько правильных решений. Но способные к математике учащиеся, уже к окончанию начальной школы демонстрируют известную гибкость мыслительных процессов в ходе поисков других решений. Однако следует отметить, что никогда это не происходит по их собственной инициативе, а всегда после наводящих вопросов учителя. Менее способные к математике учащиеся даже в более старших классах с трудом переключаются с одной умственной операции на другую (качественно иную), они обычно очень скованны первоначально найденным способом решения, склонны к шаблонным и трафаретным ходам мысли. Интересно, что в подобных случаях дело заключается не в том, что трудно переключиться с простого на более сложный способ решения; зачастую трудно переключиться и с более трудоёмкого на более лёгкий способ, если первый является привычным, а второй – новым и незнакомым. Один способ тормозится другим. Например, решая квадратное уравнение $(5 - x) \times (x + 7) = 0$, некоторые ученики, вместо того, чтобы сразу найти корни, пользуясь свойством равенства произведения нулю: $x = 5$, $x = -7$, – начинали приводить левую часть уравнения к стандартному виду для того, чтобы затем использовать формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения.

Развитие гибкости мышления идёт по пути всё более полного освобождения от сковывающего влияния предшествующего хода мысли. У более способных к математике подростков и старшеклассников, по мнению А. Анастази [2], ломка и перестройка сложившихся способов мышления совершаются быстро и без лишних проблем; они по собственной инициативе находят различные пути решения задач.

5. Стремление к экономии умственных усилий, рациональности:

тенденция к оценке ряда возможных способов решения и выбору из них наиболее ясного, простого и экономного, наиболее рационального решения в младшем школьном возрасте ещё не чётко выражена. Лишь наиболее способные оценивали различные решения как «более простое» и «более сложное», «лучшее» и «худшее», исходя при этом только из количества производимых операций. Указанная тенденция начинает заметно проявляться лишь в среднем школьном (подростковом) возрасте.

Если для учеников со средними способностями цель заключается в том, чтобы решить задачу, то для способных к математике она заключается в том, чтобы решить её наилучшим, наиболее экономным способом. Хотя подросткам и не всегда удаётся найти наиболее рациональное решение задачи, в большинстве случаев они избирают путь, который быстрее и легче приводит к цели.

Особенного развития рассматриваемый компонент математических способностей, по мнению А. Анастази [2], достигает в старшем школьном возрасте. Эта тенденция свойственна всем способным к математике старшеклассникам и проявляется при этом в очень яркой и выразительной форме: после решения задачи обычно начинаются творческие поиски, направленные на исследование и улучшение найденного способа с целью найти наиболее экономный и рациональный.

6. Математическая память:

проявлений собственно математической памяти в её развитых формах (когда помнились бы только обобщения и мыслительные схемы) в младшем школьном возрасте не наблюдается: все ученики (и способные к математике и другие) обычно одинаково запоминают и конкретные данные и отношения и обобщённые математические структуры (формулы, правила и пр.). В их памяти хранится общее и частное, существенное и несущественное, нужное и ненужное. Поскольку основным для младших школьников всё-таки постепенно становится отношение данных задачи, то если они что-то и забудут, то это вероятнее всего не математические отношения, а числа, конкретные данные.

1.3. Развитие математических способностей у учащихся начальных классов

Все способности делятся на разные группы в зависимости от времени их образования или их направленности. Психологи, в том числе и В. А. Крутецкий [30], выделяют природные и приобретенные способности. Основное их отличие в том, что в отношении первого вида ученые подтверждают, что все таланты появляются на основе задатков, а относительно второго - полностью опровергают эту теорию. Приобретенные – это те способности, которые формируются под непосредственным влиянием социума и окружающих условий.

Способность может быть:

- общей или специальной. Первый вид контролирует развитие умственной деятельности, а также память, внимание и мышление. Второй – регулирует успехи человека в разных сферах деятельности;

- теоретической или практической, в зависимости от типа мышления и доминирующего типа деятельности;

- учебной или творческой. Первая помогает получать знания, вторая создавать произведения искусства.

Понимая, что такое задатки и способности, каждый человек может влиять на свою успешность в разных сферах деятельности.

Для усовершенствования способностей необходимо учитывать такие особенности:

- без включения в деятельность развитие невозможно;

- формирование многогранных способностей возможно лишь при разнообразных по способу и содержанию действиях;

- чем раньше будут созданы все условия для усовершенствования, тем лучше будет результат.

При формировании способностей следует уделить особое внимание воспитанию характера человека и его отношению к окружающим.

Только при взаимодействии с окружающими можно раскрыть все задатки. Что такое угасание способностей, можно увидеть после чрезмерного «захваливания» человека.

Способности человека не бывают даны от рождения в готовом виде. Не подлежит сомнению, что все способности, в том числе и математические, развиваются в процессе взаимодействия ребенка с окружающим миром, под влиянием обучения и воспитания в самом широком значении этих слов. Несомненно, и то, что даже в относительно одинаковых условиях жизни и деятельности психические свойства детей неодинаковы и развиваются в разной степени. Известно, что способности детей развиваются по многим направлениям. Ребенок овладевает бытовыми навыками, речью, в дальнейшем знаниями основ наук, трудовыми умениями, то есть всем необходимым для жизни в обществе. При этом школьники, осваивая самые различные учебные предметы, обнаруживают не только те или иные специальные данные, но и широту своих возможностей.

Математические способности детей, как и другие стороны их личности, находятся в процессе становления и связаны с ходом возрастного развития. Возрастные особенности имеют самое непосредственное отношение к формированию способностей и индивидуальных различий по способностям. Очень важно именно в связи с вопросом о способностях не упускать из виду, что каждый детский возраст имеет свои особые, неповторимые достоинства. Именно в детские годы, по мнению В. А. Крутецкого [30], у каждого нормального ребенка наблюдается необыкновенная любознательность (так называемый возраст «почемучки»), свежесть и острота восприятия, способность удивляться, яркость воображения (выступающая, в частности, в творческих играх), некоторые черты ясности, конкретности мышления и так далее. В этом плане младший школьный возраст, начальные годы собственно учения − это период накопления, усвоения по преимуществу. Остановимся чуть подробнее на возрастных особенностях младших школьников и их развитии для развития способностей.

С точки зрения педагогов, младший школьный возраст − это самый послушный возраст в жизни человека. Такие психологические особенности, как вера в истинность всего, чему учат, доверчивая исполнительность, являются важной предпосылкой начального обучения в школе, представляют собой как бы залог обучаемости и воспитуемости. С этими особенностями связан процесс быстрого приобщения детей к культуре, к ее исходным элементам. Известны также свежесть, яркость детского восприятия и чрезвычайная отзывчивость детей на окружающее. Ученики начальных классов всем существом откликаются на отдельные моменты высказываний учительницы; они очень живо реагируют на то, что является сколько-нибудь новым для них, на каждую шутку, на какой-нибудь пример из жизни. По самому незначительному, казалось бы, поводу у них возникает состояние полной заинтересованности и умственной активности. Ни один эпизод урока не оставляет их безразличными. Импульсивность детей, их склонность сразу реагировать придают занятиям стремительность и напряжение, обусловливают их насыщенность. Чтобы ученики не скучали, необходимы частые переходы от одних занятий к другим; чтобы внимание их было напряжено, не следует затягивать паузы.

Младшие школьники особо активно реагируют на непосредственные впечатления, доставляемые органами чувств. Наглядные пособия, применяемые на занятиях, всегда вызывают жадное любопытство. Готовность к приему все новых впечатлений сочетается у детей данного возраста с быстрым привыканием к новому. У них иногда можно наблюдать удивительно быстрые переходы от изумленного и любопытствующего восприятия к спокойно-деловому отношению. Наглядные пособия, вызывающие общий интерес, занимают учащихся в основном только один урок или одну перемену − за это время ознакомление с ними уже закончено. По-видимому, такое быстрое привыкание (адаптация) и делает возможной чрезвычайную широту восприимчивости. Дети этого возраста необычайно легко осваиваются с непривычной обстановкой и новыми обстоятельствами.

Таким образом, острота, подвижность восприятия, наличие необходимых предпосылок словесного мышления, направленность умственной активности на то, чтобы повторить, внутренне принять, быстрота привыкания создают благоприятнейшие условия для обогащения и развития психики детей.

В младшем школьном возрасте дети удивительно легко осваивают очень сложные умственные навыки и формы поведения. Дети этого возраста на короткое время могут быть замечательными собеседниками взрослого, активными и отзывчивыми. Их рассудительность, способность к умозаключениям бывает поразительна. Но их возрастная наивность проявляется в том, что они не расположены задумываться о сложностях, находящихся за пределами их мирка, и не осознают ограниченности своих высказываний. Им чужда рефлексия. В их отношении к окружающему еще многое идет от веселой, беззаботной, в меру затрудняющей игры, как будто разыгрываемой кем-то составленным правилам. Неверно было бы думать, что детская наивность может быть преодолена более рациональным и быстрым обучением, элементы игрового отношения к познанию все же остаются определяющими.

Возрастные особенности во многом представляют собой предпосылки способностей. Они существеннейшим образом влияют на развитие, и сохранение таких особенностей в дальнейшем может быть очень ценным для личности.

Перейдем теперь к рассмотрению собственно выраженности компонентов математических способностей в младшем школьном возрасте. Это невозможно сделать без опоры на структуру математических способностей в школьном возрасте. Схему таковой мы можем найти у В. А. Крутецкого [30].

Выделяемые компоненты этой схемы, по мнению Н. Ф. Талызиной [50], тесно связаны, влияют друг на друга и образуют в своей совокупности единую систему, целостную структуру, математический склад ума.

Учителю, прежде чем относить ученика к числу способных или неспособных к математике, необходимо это учитывать. Не являются обязательными в структуре математической одаренности следующие компоненты:

- быстрота мыслительных процессов как временная характеристика. Индивидуальный темп работы не имеет решающего значения. Ученик может размышлять неторопливо, медленно, но обстоятельно и глубоко;

- способности к быстрым и точным вычислениям (в частности в уме). На самом деле вычислительные способности далеко не всегда связаны с формированием подлинно математических (творческих) способностей;

- память на цифры, числа, формулы;

- способность к пространственным представлениям;

- способность наглядно представить абстрактные математические отношения и зависимости.

Разумеется, конкретное содержание структуры способностей в немалой степени зависит от методов обучения, так как она складывается в процессе обучения. Но указанные выше компоненты обязательно должны входить в эту структуру, независимо от системы обучения.

Анализируя схему структуры математической деятельности школьника вообще и возрастные особенности младшего школьника, можем выявить выраженность компонентов математических способностей в младшем школьном возрасте.

Безусловно, к началу школьного обучения мы вряд ли можем говорить о сколько-нибудь выраженных математических способностях, исключая случаи особой одаренности. И это понятно, что по отношению к ребенку правильнее говорить не о самих способностях (больших или выдающихся), а об их предпосылках: далеко не у всех детей, привлекавших к себе внимание теми или иными признаками математической одаренности, сформируется подлинный талант, разовьются выдающиеся математические способности. Однако заметное развитие отдельных компонентов математических способностей в процессе школьного обучения и под влиянием его наблюдается от 2 к 4 классу.

Рассматривая возрастную динамику развития структуры математических способностей, В. А. Крутецкий так охарактеризовал этот возраст: «Понятие «математических способностей» в известной степени условно в применении к младшим школьникам, и при исследовании компонентов математических способностей в этом возрасте речь обычно может идти лишь об элементарных формах этих компонентов. Но отдельные компоненты математических способностей формируются уже и в начальных классах» [30, с.126]. Однако это формирование не должно быть пущено на самотек. Математические способности в младшем школьном возрасте должны формироваться в результате целенаправленной деятельности учителя.

Кроме того, индивидуальные особенности личности ученика также имеют большое значение при овладении математикой. Дети с сильным типом нервной системы могут достаточно долго и напряженно работать, у них, как правило, высокий эмоциональный тонус, устойчивое (в пределах возрастной нормы) внимание, хорошая способность ориентироваться в непривычных ситуациях. Они достаточно быстро переключаются на новый вид деятельности, у них высокий темп и интенсивность работы. Безусловно, таким детям математика в школе дается значительно легче, чем ученикам со слабым типом нервной системы. Такие дети вялы, замедлены во всех действиях, медленно включаются в работу, долго переключаются и восстанавливаются. Они быстро отвлекаются, не могут долго и интенсивно работать. Вообще же, темперамент, наряду со способностями и характером, образуют как бы цепь взаимосвязанных подструктур в структуре личности и индивидуальности, имеющих единую природную основу.

В соответствии с этими особенностями и теми, что были указаны в начале параграфа, необходимо учитывать при разработке занятий по развитию математических способностей, выделяемых А. В. Белошистой [8]:

- уделять больше внимания не словесному объяснению, а показу;

- использовать наглядные пособия, которые учителю необходимо как можно чаще обновлять;

- чередовать виды деятельности людей, не предлагать долго и интенсивно работать;

- не «глотать» окончания, четко произносить все звуки, быть точным в эмоциональной окраски, а главное, темп речи должен быть доступен и понятен детям;

- не следует затягивать паузы, чтобы внимание детей было постоянно напряжено;

- вовлекать детей в активную деятельность, особенно при объяснении нового материала;

- любую деятельность ребенка мотивировать;

- развивать кругозор детей, обогащать их запас знаний.

1.4. Нестандартные задачи: классификация, особенности применения в начальной школе

В настоящее время большое внимание развитию математических способностей уделяется в ФГОС НОО. В стандарте второго поколения говорится, что формирование математических способностей – это важная составная часть педагогического процесса. Помочь в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, самостоятельность, творческий потенциал – одна из основных задач современной школы. Успешная реализация этой задачи во многом зависит от сформированности у учащихся математических способностей. Все уроки из курса начальной школы в той или иной степени способствуют развитию способностей. Но именно математика является тем учебным предметом, где можно в большей степени реализовать все виды универсальных действий. Если учителя начальных классов хотят, чтобы их дети учились увлеченно, с интересом, на уроках математики научились не только считать, но и думать, то достичь этого можно путем включения нестандартных задач, которые выходят за рамки учебного материала.

Под нестандартными задачами подразумевают задачи на осуществление мыслительного процесса, связанное с использованием понятий, операций над ними, различных математических конструкций. Предлагая учащимся такие задачи, мы формируем у них способность выполнять математические операции и одновременно развиваем их.

Дадим определение нестандартной задачи и проведем их классификацию.

Многие исследователи дают определение нестандартным задачам, но более четко сформулированное определение дает Л. М. Фридман: «Нестандартные задачи – это такие, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения» [57, с.45]. Они рассчитаны на наличие исследовательского характера. Также под нестандартной понимается задача, при решении которой учащийся не знает ни способа ее решения, ни на какой учебный материал нужно опираться при ее решении.

На основе изученной литературы была выявлена общая и специфическая роль нестандартных задач.

Нестандартные задачи:

- учат находить новые, оригинальные способы решения задач;
- способствуют развитию смекалки, сообразительности учащихся;
- решение задач препятствует выработке шаблонов;
- обеспечивают прочность и глубину знаний учащихся;
- не должны иметь уже известных детям алгоритмов;
- должны быть понятны всем учащимся;
- должны быть интересными по содержанию;
- при решении таких задач у учащихся должно хватать знаний по усвоенной программе.

Классификаций нестандартных задач большое количество, но более удачной классификацией считается классификация, данная Е. Ю. Лавлинской [32], где она классифицирует нестандартные задачи по способу действия, выполняемого в процессе решения. Это такие задачи, как:

1) комбинаторные задачи;
2) задачи на активный перебор вариантов отношений;
3) задачи на упорядочивание элементов множества;
4) задачи на вливания и переливания;
5) задачи на взвешивания;
6) логические задачи;

7) задачи на определение функциональных, пространственных, временных отношений.

Также используются и другие классификации нестандартных задач, описанные в учебно-методической литературе:

1) по характеру требований (построение или преобразование процесса, нахождение искомого);

2) по содержанию мыслительных операций, задействованных в процессе решения (это задачи на: сравнение; анализ и синтез; обобщение; классификацию; аналогию; умозаключение);

3) по приемам, задействованным в процессе решения:

- построение блок-схем;

- построение графов;

- построение таблицы;

- словесное рассуждение.

К нестандартным задачам можно также отнести: магические квадраты, задачи в стихах, логические цепочки, головоломки, математические задачи, геометрические задачи со счетными палочками.

Нами были проанализированы три наиболее часто используемые общеобразовательные программы начальной школы по математике: «Начальная школа 21 века» под редакцией Н. Ф. Виноградовой [37], «Школа 2000» (автор Л. Г. Петерсон) [45] и «Школа России» (автор М. И. Моро) [39]. На основе проведенного анализа была выведена классификация нестандартных задач, изучаемых по данным программам. Виды нестандартных задач расположены в порядке их употребления, т.е. от часто используемых задач в данной программе к менее используемым. Итоги представлены в Таблица 1.

Таблица 1

Классификация нестандартных задач

№	«Начальная школа 21 века»	«Школа 2000»	«Школа России»
1	комбинаторные задачи	комбинаторные задачи	задачи на соответствие
2	теория вероятности	логические задачи	«магический квадрат»
3	задачи на соответствие	задачи на соответствие	головоломки
4	логические задачи	задачи со «спичками»	«занимательные рамки»
5	задачи на взвешивание	задачи на вместимость	комбинаторные задачи
6	задачи на вместимость	задачи на взвешивание	логические задачи
7	задачи со «спичками»	теория вероятности	задачи на вместимость
8			задачи на взвешивание
9			теория вероятности

Из данной таблицы видно, что две программы («Начальная школа 21века» [37] и «Школа 2000»[45]) делают упор на комбинаторные задачи, этот вид является наиболее доступным для восприятия детей, т.к. он менее абстрактный по отношению к другим нестандартным задачам. В программе «Школа России» делается упор на задачи на соответствие. В трех программах используются в основном одинаковые виды нестандартных задач, только в программе «Школа России» добавляются такие виды нестандартных задач, как: «магические квадраты», головоломки, «занимательные рамки», которые также способствуют развитию логического мышления.

Также на основе изученной методической литературы была рассмотрена методика обучения решению нестандартных задач. Так как нестандартные задачи – это такие задачи, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения, но даются общие рекомендации для решения нестандартных задач и описываются приемы, использованные при решении той или иной рекомендации, в этом и заключается методика обучения нестандартным задачам. Следуя данным рекомендациям, можно прийти к решению той или иной задачи.

Е. Е. Останина [43] рекомендует: начинать решать задачу с построения чертежа или рисунка; вводить вспомогательный элемент к задаче (если это необходимо); некоторые задачи можно начинать решать с метода подбора; также следует научить детей перефразировать содержание задачи, решать задачу с конца (анализ) или разбивать ее на части (синтез). Данные рекомендации не обязательно применять в такой последовательности, можно комбинировать их в разных сочетаниях. В этом и заключается творческий процесс решения нестандартных задач.

Можно продемонстрировать это детям, совместно решив несколько задач.

Рассмотрим некоторые рекомендации на конкретных примерах.

Например, задача: «Ленту длиной 12 м разрезали на 3 равные части. Сколько разрезов сделали?». Сначала ученики должны прочитать задачу, после этого учитель у них выясняет, решали ли они подобные задачи и известен ли им способ решения. Возможно, дети ошибочно будут считать, что задача решается так: «Надо 12 м разделить на 3 равные части». Учитель дает понять детям, что решение таким способ является неверным (разделив 12 на 3, мы узнали, что длина одной части равна 4 м. Но в задаче спрашивается не какова длина одной части, а сколько сделали разрезов. Следовательно, задача решена неправильно). Для того чтобы ученики уяснили способ решения данной задачи, нужно сделать чертеж. Ученики обозначают ленту отрезком длиной 12 клеточек, делят его вертикальными засечками на 3 равные части. Подсчитав число полученных засечек (разрезов), дети убеждаются, что их получилось 2, а не 4, как они считали раньше. Таким образом, эту задачу ученики решили, не выполняя арифметических действий, а ответ получили при помощи построения чертежа. И под ним же они записывают ответ задачи. Следуя из этого, учащиеся приходят к выводу, что при поиске решения неизвестной задачи полезно сделать чертеж или рисунок, так как работа с рисунком или чертежом может являться способом решения задачи.

Также подробно рассмотрим еще одну рекомендацию: «для того, чтобы решить нестандартную задачу, иногда полезно ее переформулировать, т.е. сделать ее более понятной и простой. Будет происходить перевод текста задачи на математический язык».

Например, Е. Е. Останина [43] пишет: «Число яблок в корзине двузначное. Эти яблоки можно раздать поровну 2, 3 или 5 детям, но нельзя раздать поровну 4 детям. Сколько яблок в корзине? (Укажите такое наименьшее двузначное число.)». Сначала ученики будут пытаться выполнить чертеж, но это у них вызовет затруднение, так как трудно показать схематически, что нельзя раздать яблоки поровну 4 детям, следовательно, как использовать чертеж, непонятно. Дальше ученики пытаются решить задачу способом подбора, но и этот способ является неэффективным. Тогда учитель предлагает попробовать переформулировать задачу, чтобы легче было выполнить перебор. Если можно разделить яблоки поровну на 2, 3 и 5 детей, следовательно, число яблок делится на 2, 3, 5. Если нельзя яблоки раздать 4 детям поровну, значит, число яблок не делится на 4. Значит, задачу можно переформулировать так: «Найти наименьшее двузначное число, которое делится на 2, 3, 5 и не делится на 4».

Далее решаем задачу, выполняя перебор. Проверим сначала наименьшее двузначное число 10. Оно делится на 2 и 5, но на 3 не делится, следовательно, число 10 не подходит. Можно не рассматривать все числа подряд, а взять только те числа, которые делятся на 5. Число 15 не подходит, так как не делится на 2. Так, перебирая числа, ученики приходят к выводу, что именно число 30 подходит для решения данной задачи, так как оно делится на 2, 3, 5 и не делится на 4. Значит, в корзине 30 яблок.

Также данную задачу можно было решить, выполняя чертеж: начертить луч и последовательно откладывая на нем отрезки длиной 2, 3, 5 клеточек, и так до тех пор, пока не найдется точка, в которой соединятся концы трех видов отрезков, и посчитать получившееся число клеточек. Следовало бы на чертеже проверить, что отрезки длиной 4 клеточки не укладываются целое число раз в большой отрезок длиной 30 клеточек. И только после всей этой проделанной работы можно назвать ответ. Данный способ является трудоемким, но для некоторых учеников он может оказаться легким в силу их индивидуальных особенностей.

Таким образом, при формировании умения решать нестандартные задачи необходимо идти от простой задачи к более сложной. Научить учащихся находить свой алгоритм решения. Также эффективный результат даст сочетание разных видов нестандартных задач.

Таким образом, в определении содержания математического развития мы исходили из того, что знания ребенка меняются качественно посредством его перехода с текущего познавательного уровня на следующий. Причем, при таком подходе предыдущий возрастной уровень, всегда будет вспомогательным к последующему.

Развитие обучающихся на уроках математики предполагает развитие у них математических способностей. Под математическими способностями понимаются индивидуально-психологические особенности, от которых зависит легкое и успешное овладение умениями и навыками в области математики.

Важнейшими компонентами структуры математических способностей являются:

– способность к формализованному восприятию математического материала, охватыванию формальной структуры задач;

– способность мыслить математическими символами;

– способность к быстрому и широкому обобщению математических объектов, отношений и действий;

– способность к свертыванию процесса математического рассуждения и системы соответствующих действий. Способность мыслить свернутыми структурами, то есть оперировать обобщенными моделями;

– стремление к ясности, простоте, экономичности и рациональности решений;

– обобщенная память на математические отношения, типовые характеристики, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним.

Таким образом, условиями развития математических способностей у младших школьников являются:

- формирование их в результате целенаправленной деятельности учителя;

- определение предметного содержания, приемов обучения и комплекс нестандартных задач, которые выходят за рамки учебного материала и направленные на развитие математических способностей у младших школьников.

ГЛАВА 2. ОПЫТНО-ПРАКТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

2.1. Изучение исходного уровня развития математических способностей учащихся начальных классов. Практика использования нестандартных задач в развитии математических способностей

Основная цель состоит в исследовании процесса развития математических способностей у младших школьников в ходе обучения решению нестандартных задач.

Задачи исследования.

1. Подобрать методику для исследования уровня развития математических способностей.

2. Выявить начальный уровень развития математических способностей у младших школьников.

3. Проверить эффективность условий развития математических способностей.

База исследования – МБОУ ПГО «СОШ №14» г. Полевской, 3 класс, программа «Начальная школа 21 века» [37]. Учитель – Балеевских Елена Михайловна.

Описание выборки исследования.

Количественный состав группы – 20 человек, из них 11 девочек и 9 мальчиков, обучающихся в 3А классе.

Для определения первоначального уровня развития математических способностей были определены показатели, критерии.

В качестве критериев развития математических способностей мы выбрали следующие компоненты математических способностей (компоненты математических способностей, выделенные В. А. Крутецким [31]):

1) способность к формализации математического материала;

2) способность к оперированию числовой и знаковой символикой;

3) гибкость мышления, способность сокращать процесс рассуждения (рациональность);

4) развитость образно–геометрического мышления и пространственных представлений.

С помощью описанных ниже заданий проверялись компоненты структуры математических способностей, представленные в Таблице 2.

Таблица 2

Критерии и задания для выявления уровней развития математических способностей

№	**Критерии**	Умения, необходимые для решения задачи	**Номер задания**
1	Способность к формализации математического материала.	Умение отличать задачу от других текстов.	1
2	Способность к оперированию числовой и знаковой символикой.	Умение записывать решение задачи, производить вычисления.	1, 2, 3, 4
3	Гибкость мышления, способность сокращать процесс рассуждения.	Умение записывать решение задачи выражением. Умение решать задачу разными способами.	2, 3
4	Развитость образно-геометрического мышления и пространственных представлений.	Умение выполнять построение геометрических фигур.	4

Мы определили шкалу оценивания каждого задания следующим образом:

– 1 балл – ученик не справился с заданием (допущено более 3 ошибок);

– 2 балла – ученик справился с заданием наполовину (допустил 2-3 ошибки);

– 3 балла – ученик справился с заданием (полностью выполнил задания или допустил 1 ошибку).

Затем нами было установлено бальное соотношение по уровням (максимальное количество баллов – 24, минимальное – 5):

- низкий уровень – от 5 до 8 баллов;

– средний уровень – от 9 до 14 баллов;
– высокий уровень – от 15 до 24 баллов.

К группе учащихся с высоким развития математических способностей отнесем учащихся с результатом 15 – 24 баллов (75 – 100% выполненных заданий); к среднему уровню отнесем учащихся с результатом 9 –14 баллов (55 – 74% выполненных заданий), а к низкому уровню сформированности умений отнесем учащихся с результатом 5 – 8 баллов (0 – 49% выполненных заданий).

Качество выполненной учащимися работы оценивалось в условных баллах, что позволило выделить три уровня.

– Низкий уровень. Математические способности проявляются в общей, всем присущей потребности. Ученик испытывает трудности при записывании решения задачи, при вычислениях. При этом он не может решить задачу несколькими способами. Ученик не может и не пытается предвидеть ход решения задачи. Не может строить геометрические фигуры.

– Средний уровень. Математические способности появляются в сходных условиях (по образцу). Ученик стремиться понять задачу, выделяет данные, и искомое, но способен при этом установить лишь отдельные связи между ними. Ученик может записать решение задачи, однако допускает ошибки при вычислениях. В некоторых случаях ученик способен решить задачу несколькими способами. Геометрические фигуры строит с погрешностями.

– Высокий уровень. Творческое проявление математических способностей в новых, неожиданных ситуациях. На основе полного всестороннего анализа задачи ученик выделяет целостную систему взаимосвязей между данными и искомыми. Ученик может записать решение задачи, не допускает ошибки при вычислениях. Ученик способен самостоятельно увидеть разные способы решения и выделить наиболее рациональный из возможных. У ученика наблюдается развитость образно–геометрического мышления и пространственных представлений.

Представим содержание диагностических заданий.

Составь из данных простых задач составные задачи.

Реши одну составную задачу разными способами, подчеркни рациональный способ решения.

1.1 Корова кота Матроскина в понедельник дала 12 литров молока. Молоко разлили в трёхлитровые банки. Сколько банок получилось у кота Матроскина?

1.2 Коля купил 3 ручки по 20 рублей каждая. Сколько денег он заплатил?

1.3 Коля купил 5 карандашей по цене 20 рублей. Сколько стоят карандаши?

Здесь две простые задачи в одном тексте. Или я что-то не понимаю.

1.4 Корова кота Матроскина во вторник дала 15 литров молока. Это молоко разлили в трёхлитровые банки. Сколько банок получилось у кота Матроскина?

2. Прочитай условие задачи. Прочитай вопросы и выражения. Соедини каждый вопрос с нужным выражением.

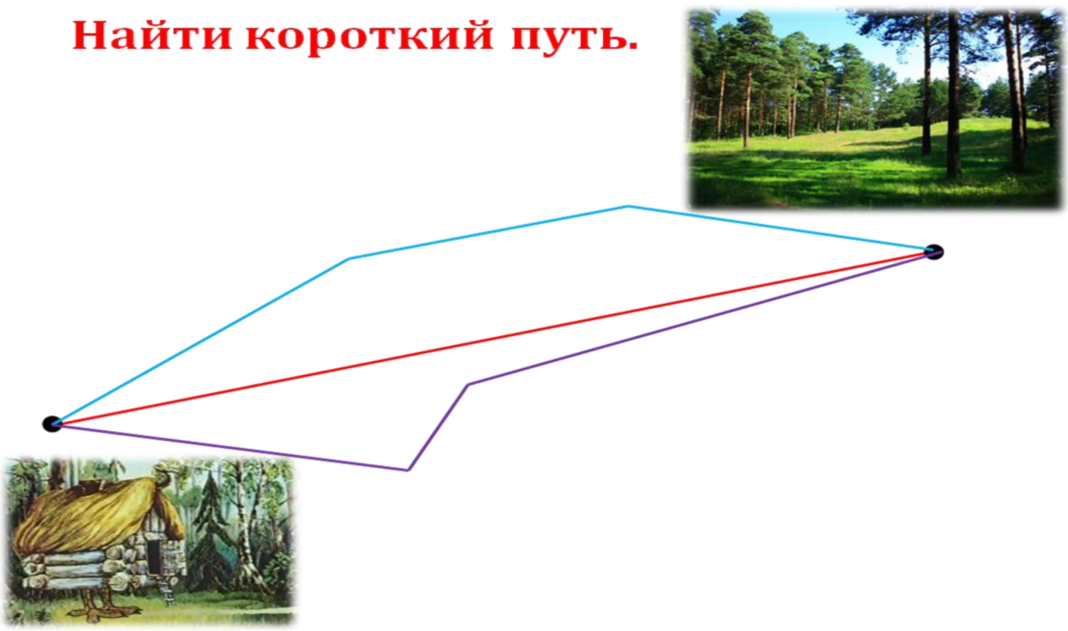
В классе 18 мальчиков и а девочек.

Сколько всего учеников в классе?	18 - а
На сколько мальчиков больше, чем девочек?	а - 18
На сколько девочек меньше, чем мальчиков?	18 + а

3. Реши задачу.

В своём письме родителям Дядя Фёдор написал, что его дом, дом почтальона Печкина и колодец находятся на одной стороне улицы. От дома Дяди Фёдора до дома почтальона Печкина 90 метров, а от колодца до дома Дяди Фёдора 20 метров. Какое расстояние от колодца до дома почтальона Печкина?

4. Найти короткий путь



На основании проведенной диагностики были определены уровни развития математических способностей в классе. Представим результаты диагностики на рис. 1 – 4 и в Таблице 1, см. ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

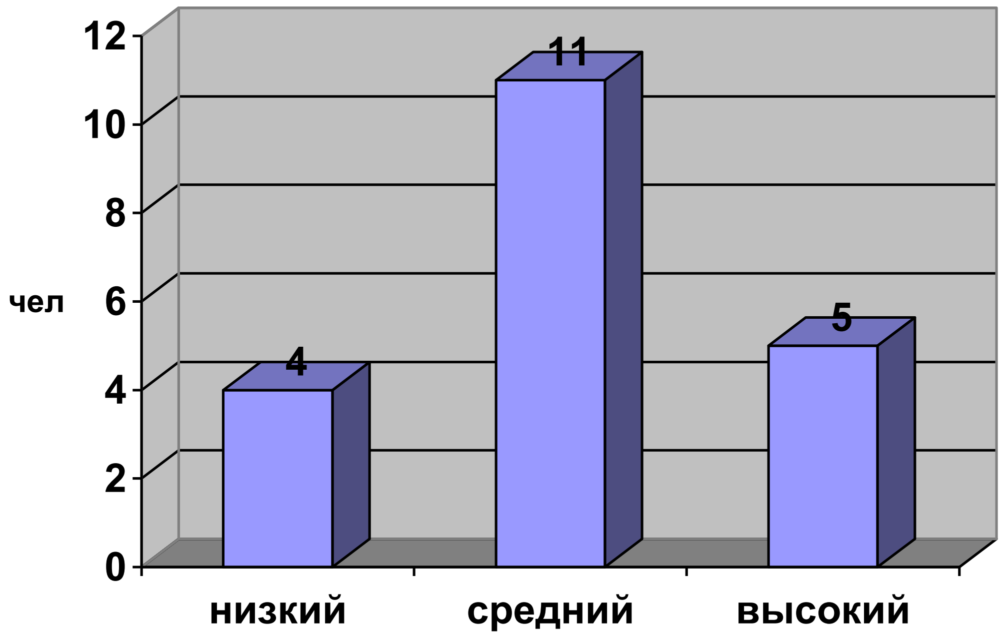


Рис. 1. Уровни развития способности к формализации математического материала

Установлено, что 20% детей (4 чел) имеют низкий уровень развития способности к формализации математического материала. Такие третьеклассники испытывают трудности при отличии задачи от других текстов. Средний уровень развития способности к формализации математического материала имеют 55% детей (11 чел). На высоком уровне развития способности к формализации математического материала было определено 25% обучающихся (5 чел). Такие дети отличают задачу от других текстов.

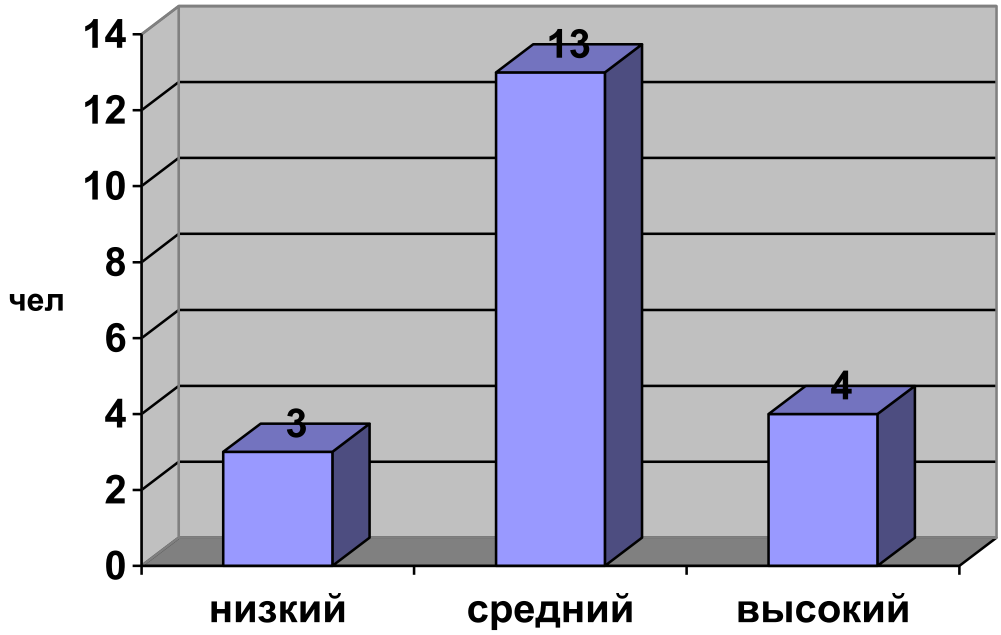


Рис. 2. Уровни развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой

Определено, что низкий уровень развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой имеют 15% обучающихся 3А класса (3 чел). У таких детей отсутствуют конкретные знания в решении задач (не могут определить, во сколько действий решается задача, допускают ошибки при производстве вычислений). Средний уровень развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой имеют 65% обучающихся 3А класса (13 чел). Высокий уровень развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой имеют 20% обучающихся 3А класса (4 чел). Такие ученики умеют записывать решение задачи, производить вычисления.

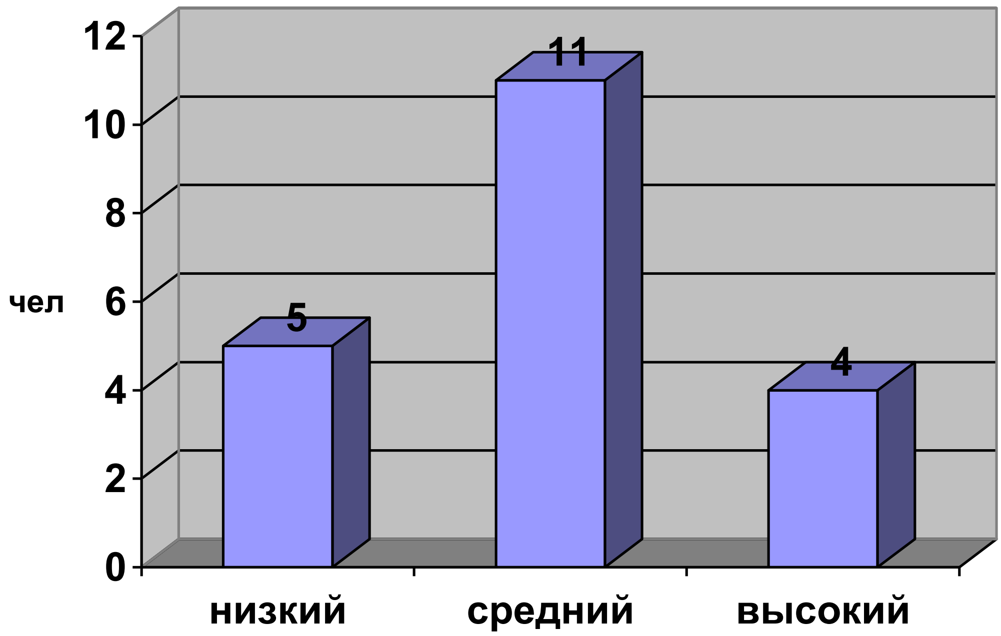


Рис. 3. Уровни развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения

Выявлено, что низкий уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения имеют 25% детей (5 чел). Такие обучающиеся не могут записывать решение задачи выражением, не способны решать задачу разными способами. Средний уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения имеют 55% детей (11 чел). Высокий уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения показали 20% детей (4 чел). Такие обучающиеся проявляют способность записывать решение задачи выражением, могут решать задачу разными способами.

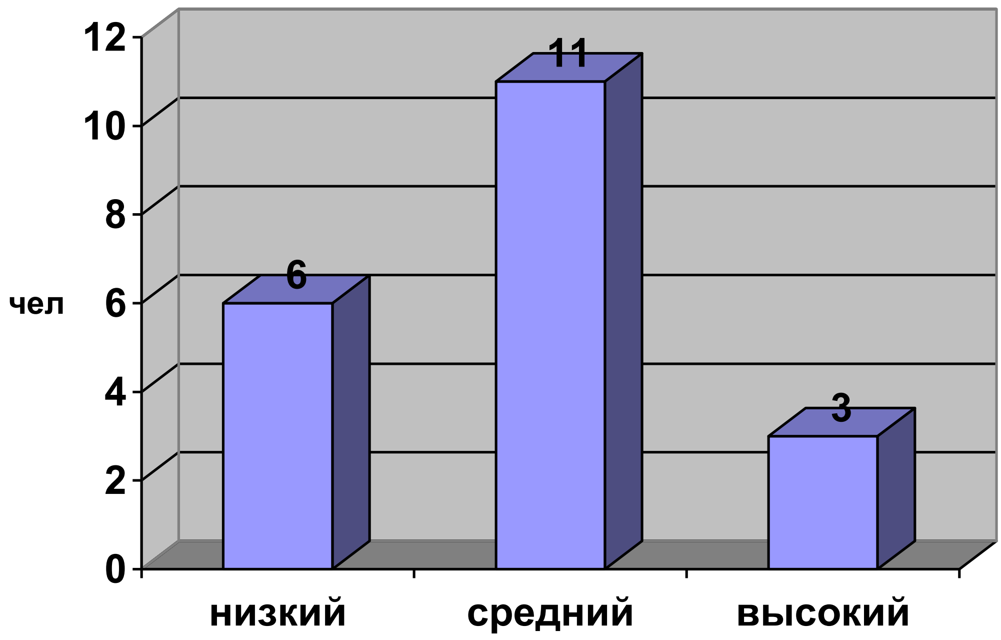


Рис. 4. Уровни развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений

Показано, что низкий уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений имеют 30% учеников (6 чел). Такие учащиеся не умеют выполнять построение геометрических фигур. Средний уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений имеют 55% учеников (11 чел). Высокий уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений имеют 15% учеников (3 чел). Такие учащиеся умеют выполнять построение геометрических фигур.

Далее сравним критерии между собой (Рис. 5).

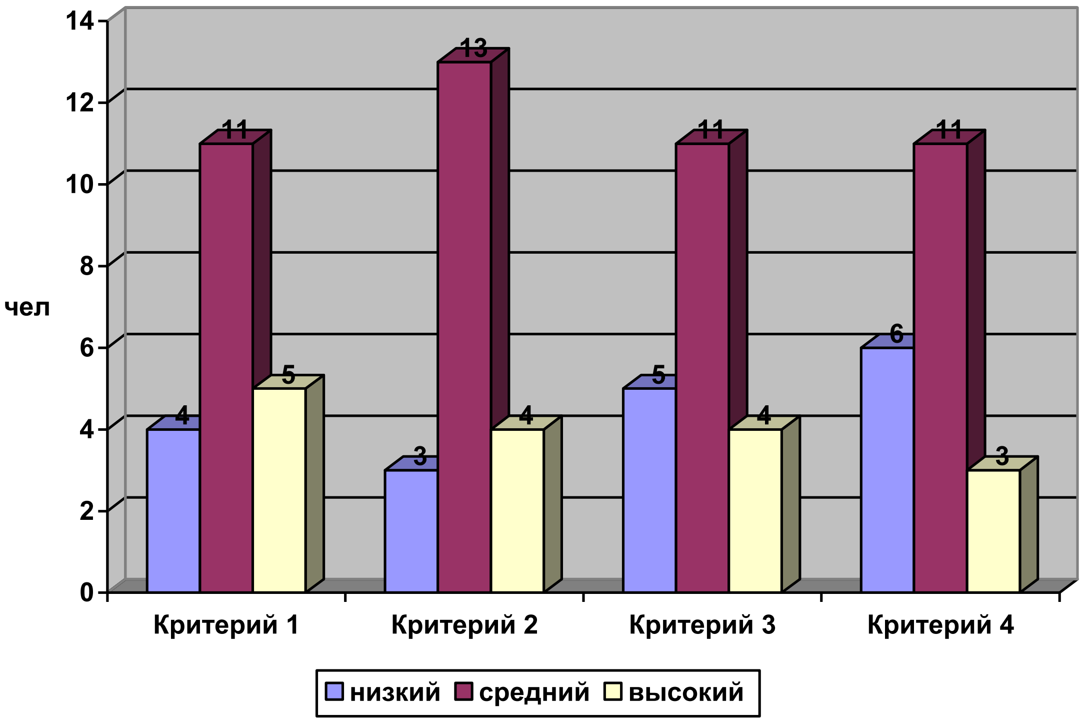


Рис. 5. Сравнительная диаграмма развития математических способностей на констатирующем этапе исследования

Сравнение критериев развития математических способностей на констатирующем этапе исследования показало, что для обучающихся 3А класса наиболее проблемным оказалось развитие образно-геометрического мышления и пространственных представлений (30% детей имеют низкий уровень развития) и развитие гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения (25% детей имеют низкий уровень развития). Наиболее развитым критерием развития математических способностей на констатирующем этапе исследования явилось способность к формализации математического материала (25% детей имеют высокий уровень развития).

Далее, на рис. 6 представим уровни развития математических способностей на констатирующем этапе исследования.

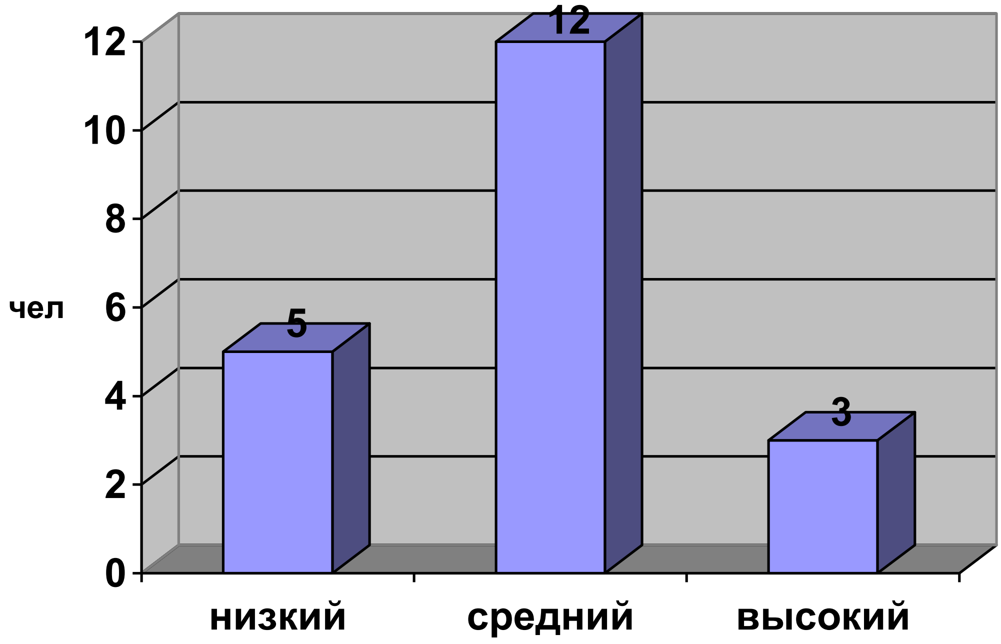


Рис. 6. Уровни развития математических способностей на констатирующем этапе исследования

Определено, что низкий уровень развития математических способностей имеют 25% обучающихся (5 чел). У таких учеников математические способности проявляются в общей, всем присущей потребности. Ученики испытывает трудности при записывании решения задачи, при вычислениях. При этом такие школьники не могут решить задачу несколькими способами. Они не могут и не пытаются предвидеть ход решения задачи. Не могут строить геометрические фигуры.

Средний уровень развития математических способностей имеют 60% обучающихся (12 чел). У таких учащихся математические способности появляются в сходных условиях (по образцу). Они стремятся понять задачу, выделяют данные, и искомое, но способны при этом установить лишь отдельные связи между ними. Ученики могут записать решение задачи, однако допускают ошибки при вычислениях. В некоторых случаях они способны решить задачу несколькими способами. Геометрические фигуры строят с погрешностями.

Высокий уровень развития математических способностей имеют 15% обучающихся (3 чел). Такие ученики проявляют творческое проявление математических способностей в новых, неожиданных ситуациях. Они демонстрируют относительно быстрое и успешное овладение математическими знаниями, умениями и навыками; проявляют способность к последовательному правильному логическому рассуждению; обладают гибкостью мышления, находчивостью и сообразительностью при изучении математики. Обучающиеся данной группы имеют способность к оперированию числовой и знаковой символикой; способность сокращать процесс рассуждения, мыслить свернутыми структурами; способность переходить с прямого на обратный ход мысли; имеют развитое образно–геометрическое мышление и пространственные представления.

Таким образом, можно констатировать, что математические способности обучающихся 3А классов имеет преимущественно средний уровень выраженности.

2.2 Практика использования нестандартных задач для развития математических способностей у младших школьников

Условиями развития математических способностей у младших школьников являются:

- формирование их в результате целенаправленной деятельности учителя**;**

- определение предметного содержания, приемов обучения и комплекс нестандартных задач, которые выходят за рамки учебного материала и направленные на развитие математических способностей у младших школьников.

Целенаправленная деятельность по развитию математических способностей была организована в форме математического кружка «Решение нестандартных задач».

Цель: развитие математических способностей, привитие интереса учащимися к математике, систематизация и углубление знаний по математике

Задачи:

- расширять кругозор учащихся в различных областях элементарной математики;

- развивать способность к формализации математического материала, к оперированию числовой и знаковой символикой;

-развивать гибкость мышления, способность сокращать процесс рассуждения;

-развивать образно-геометрическое мышление и пространственные представления.

Итоговая работа:

выпуск математических газет.

Условия организации занятий. Кружок создается из учащихся 3 класса, имеющих повышенный интерес к математике, на добровольной основе. Продолжительность одного занятия не более 40 минут. Занятия проводятся во внеучебное время, в течение учебного года по 1 раз в неделю, (всего 34 занятия).

Занятия кружка рассчитаны на групповую и индивидуальную работу. Они построены таким образом, что один вид деятельности сменяется другим. Это позволяет сделать работу динамичной, насыщенной и менее утомительной, при этом принимать во внимание способности каждого ученика в отдельности, включая его по мере возможности в групповую работу, моделировать и воспроизводить ситуации, трудные для ученика, но возможные в обыденной жизни; их анализ и проигрывание могут стать основой для позитивных сдвигов в развитии личности ребёнка.

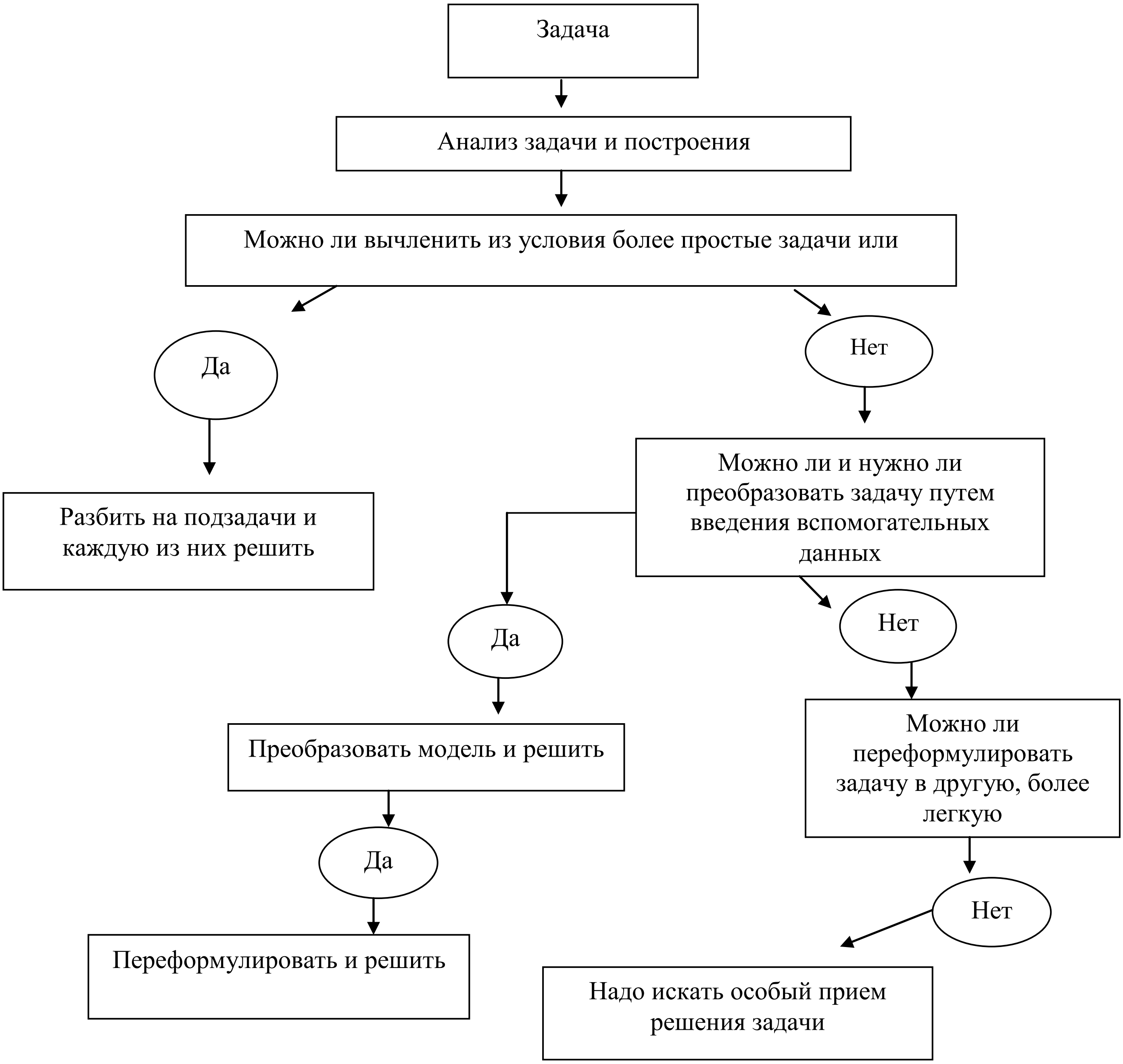
В ходе кружковой деятельности были использованы такие виды нестандартных задач, как задачи на уравнивание, логические и комбинаторные задачи, процессуальные задачи, задачи на деление и др.

Тематическое планирование использования нестандартных задач в развитии математических способностей представлено в Таблице 3, см. ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

В ходе обучения мы учили детей искать пути решения нестандартных задач.

Так, при отыскании пути решения нестандартной задачи мы использовали схему поиска решения нестандартной задачи, предложенную Л.М. Фридман [35].

Схема поиска решения нестандартной задачи



Вопросы методики использования нестандартных задач мы рассматривали в связи с определенным этапом формирования математических знаний и умений учащихся и соотносили это с теми или иными известными методами обучения.

Основным положением этой методики является тот факт, что нестандартные задачи должны быть направлены не на формальное усвоение готового алгоритма, а на формирование у учащихся простейших навыков самостоятельного построения алгоритмов, отыскания способов решения новых для них задач.

Итак, опишем данный алгоритм.

Первоначально необходимо определить, можно ли вычленить из условия более простые задачи? Если можно, то ее необходимо разбить на подзадачи и решить каждую из них.

Если задачу нельзя разбить на подзадачи, что надо определить, можно и нужно ли преобразовать задачу путем введения вспомогательных данных. В случае положительного ответа, необходимо преобразовать модель (переформулировать задачу) и решить ее. Если преобразовать задачу нельзя, то нужно определить, можно ли переформулировать задачу в другую, более легкую, которую потом необходимо решить. В случае невозможности преобразования задачи необходимо искать особый прием ее решения.

При обучении решению нестандартных задач мы использовали следующие особые приемы решения: прием уравнивания, метод подбора, метод перебора, решение задачи алгебраическим методом и др.

Представим их краткую характеристику.

Рассмотрим, несколько методов решения нестандартных задач:

Алгебраический метод решения задач развивает математические способности, способность к обобщению, формирует абстрактное мышление и обладает такими преимуществами, как краткость записи и рассуждений при составлении уравнений, экономит время.

Для того чтобы решить задачу алгебраическим методом необходимо:

- провести разбор задачи с целью выбора основного неизвестного и выявления зависимости между величинами, а также выражения этих зависимостей на математическом языке в форме двух алгебраических выражений;

- найти основание для соединения этих выражений знаком «=» и составить уравнение;

- найти решения полученного уравнения, организовать проверку решения уравнения.

Как выявление зависимостей между величинами, так и перевод этих зависимостей на математический язык требует напряжённой аналитико-синтетической мыслительной деятельности. Успех в этой деятельности зависит, в частности от того, знают ли учащиеся, в каких отношениях вообще могут находиться эти величины, и понимают ли они реальный смысл этих отношений (например, отношений, выраженных терминами «позже на…», «старше в…раз» и т.п.). Далее требуется понимание, каким именно математическим действием или, свойством действия или какой связью (зависимостью) между компонентами и результатом действия может быть описано то или иное конкретное отношение.

Арифметический метод решения также требует большого умственного напряжения, что положительно сказывается на развитии умственных способностей, математической интуиции, на формировании умения предвидеть реальную жизненную ситуацию.

В связи с тем, что современному человеку необходимо иметь представление об основных методах анализа данных и вероятностных закономерностях, играющих важную роль в науке, технике и экономике, в школьный курс математики вводят элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики, в которых удобно разбираться при помощи метода перебора.

Этот метод позволяет накапливать опыт практического решения комбинаторных задач, что служит основой для введения в дальнейшем комбинаторных принципов и формул. Кроме того, в жизни человеку приходится не только определять число возможных вариантов, но и непосредственно составлять все эти варианты, а, владея приёмами систематического перебора, это можно сделать более рационально.

Метод рассуждений можно использовать для решения математических софизмов. Ошибки, допущенные в софизме, обычно сводятся к следующим: выполнению «запрещённых» действий, использованию ошибочных чертежей, неверному словоупотреблению, неточности формулировок, «незаконным» обобщениям, неправильным применениям теорем.

Разбор софизмов, прежде всего, развивает логическое мышление, прививает навыки правильного мышления. Обнаружить ошибку в софизме - это, значит, осознать её, а осознание ошибки предупреждает от повторения её в других математических рассуждениях. Помимо критичности математического мышления этот вид нестандартных задач выявляет гибкость мышления. Сумеет ли ученик «вырваться из тисков» этого строго логичного на первый взгляд пути, разорвать цепь умозаключений в том самом звене, которое является ошибочным и делает ошибочным все дальнейшие рассуждения?

При решении логических задач активизируется логическое мышление, а это умение выводить следствия из посылок, которое крайне необходимо для успешного овладения математикой. Ребус − это загадка, но загадка не совсем обычная. Слова и числа в математических ребусах изображены при помощи рисунков, звездочек, цифр и различных знаков. Чтобы прочесть то, что зашифровано в ребусе, надо правильно назвать все изображенные предметы и понять, какой знак что изображает. Ребусами люди пользовались еще тогда, когда не умели писать. Магический (волшебный) квадрат − это квадрат, в котором сумма чисел по вертикали, горизонтали и диагонали получается одинаковой.

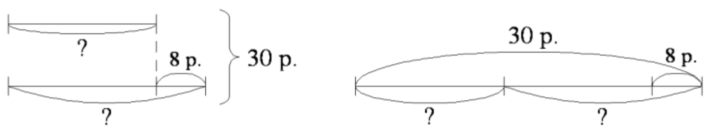
Практический метод можно рассмотреть для нестандартных задач на деление. При изучении нестандартных задач на деление надо понять: чтобы разрезать отрезок на Р частей, следует сделать (Р - 1) разрез. Этот факт нужно установить с детьми индуктивным путём, а затем использовать при решении задач.

Покажем некоторые методические приемы обучения решению нестандартных задач учащихся 3 класса на занятиях математического кружка.

Начнем с приема уравнивания. Он эффективен при решении задач, в которых речь идет о известном целом, состоящем из нескольких неравных частей и указывается «разница» между частями. Для создания условий самостоятельному «открытию» учениками приема преобразования модели и применения его в изменяющихся условиях важен подбор постепенно усложняющихся задач с таким сюжетом, который, будучи основанным на жизненном опыте детей, «подсказывал» бы им решение. Для примера возьмем задачу «на дележ денег».

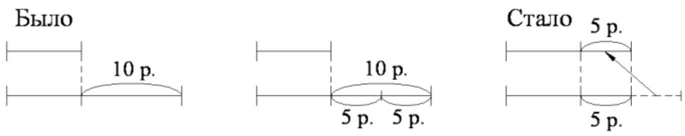
Задача 1. У брата и сестры вместе 30 рублей. Сколько денег у каждого, если у брата на 8 рублей больше, чем у сестры?

К таким задачам возможны два варианта модели. Обсудив с детьми преимущества и недостатки каждой из них для дальнейшей работы над такими задачами лучше выбрать первую модель-схему.



Чтобы подвести учеников к выбору более удобной для показа решения модели и помочь им «выйти» на один из возможных способов решения задачи о разделе денег между братом и сестрой, можно предложить вспомогательную задачу: «У тебя в двух карманах лежат деньги, причем, в одном из них – на 10 рублей больше, чем в другом. Что нужно сделать, чтобы денег в карманах стало поровну?».

– Покажите на схеме, как были разложены деньги. Как удобнее расположить отрезки? (Один под другим, тогда сразу видно, что денег не поровну, что на 10 рублей разница.)

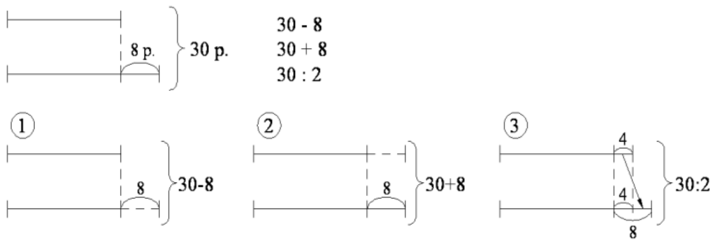


– Покажем на схеме, как можно сделать так, чтобы денег в карманах стало поровну? Как уравнять отрезки? (Надо 10 разделить на две равные части – монеты по 5 рублей. Одну монету в 5 рублей оставить, а вторую переложить в другой карман.)

Теперь можно вернуться к предыдущей задаче, чтобы сравнить две ее модели – схемы. В результате обсуждения выясняем, что на первой схеме хорошо видно разницу в 8 рублей, сумма 30 рублей показана фигурной скобкой. На второй схеме лучше показана сумма – целое 30 рублей, но одинаковые отрезки («столько же») на глаз трудно определить, надо проверять циркулем. Сравнив обе схемы со схемой к задаче об уравнивании денег приходим к мнению:

– будем работать с той моделью, на которой хорошо видно разницу и одинаковые части.

Учитель делает установку: надо найти три способа решения. При затруднении ученикам предлагаются для анализа выражения, которые нужно соотнести со схемой, преобразовать её в соответствии с каждым выражением и подумать: может ли данное выражение быть началом решения. В ходе обсуждения ученики трижды преобразовывают модель задачи и «выходят» на три способа ее решения.



Если бы брат отдал кому-нибудь 8 рублей, то у него стало бы денег столько же, сколько у сестры, а у них двоих стало бы на 8 рублей меньше: 30 – 8	Если бы сестре кто-нибудь дал еще 8 рублей, то у нее стало бы денег столько же, сколько и у брата, а у них двоих стало бы на 8 рублей больше: 30 + 8	Если бы брат с сестрой сначала разделили деньги поровну (30:2), тогда, чтобы у брата стало на 8 рублей больше, сестре надо отдать ему своих 4 рубля

После такой подготовительной работы ученики могут самостоятельно закончить решение. Уточняется:

– Зачем убирали из 30-ти 8 или добавляли 8 к 30? (Мы старались получить равные части.)

– Как мы получали равные части? (Убирали лишнее или добавляли недостающее и получали две равные части.)

– Опираясь на две первые схемы, постарайтесь решить задачу двумя способами. Дети находят и объясняют такие решения:

1 способ:	2 способ:
1) 30-8=22 (р.) – станет всего, 2) 33:2=11 (р.) – у сестры, 3) 11+8=19 (р.) – у брата.	1) 30+8=38 (р.) – станет всего, 2) 38:2=19 (р.) – у брата, 3) 19-8=11 (р.) – у сестры.

– Мы начали решать третьим способом так: 30 : 2 = 15 (р.). Что означает число 15? (По 15 рублей было бы у брата и у сестры, если бы деньги разделили поровну).

– Продолжите решение по третьей модели.

Ученики могут предложить еще 2 действия, не объяснив, откуда взялось число 4. В этом случае следует обратить внимание на то, что в условии задачи дано число 8, а не число 4 и что надо доказать, откуда «взяли» число 4.

8 : 2 = 4 (р.) – сестра отдаст брату, чтобы у него денег стало на 8 рублей больше.

15 – 4 = 11 (р.) – останется у сестры, когда она отдаст 4 рубля брату.

15 + 4 = 19 (р.) – станет у брата.

– Как проверить последнее решение? (Из 19 вычесть 11, получится разница 8 рублей. К 19 прибавить 11 получится 30 рублей всего. Ответы 11 и 19 соответствуют условию задачи.)

– Подытожим. Охарактеризуем каждый способ решения. Что в них общего?

– Мы старались уравнять в первом случае по меньшей части, для чего большую уменьшили на 8 и целое 30 уменьшили на столько же. Во втором случае уравнивали по большей части, увеличив меньшую часть и целое 30 на 8. В третьем случае сразу разделили целое 30 на две равные части, а потом сделали их неравными с разницей в 8 рублей.

Уточнив особенности каждого из трех приемов решения задачи о распределении целого на неравные части приемом предварительного их уравнивания, ученикам можно предложить задачу, усложненную по отношению к только что решенной, чтобы создать возможность применению «открытого» учениками приема в новой ситуации.

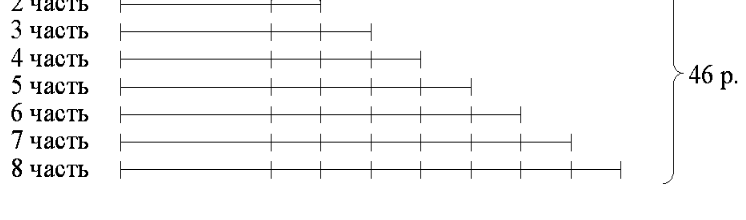
– Поработаем над старинной задачей. Она взята из книги, изданной ещё в XVIII веке. Её решают дети на протяжении двухсот лет. Давным-давно для решения пользовались только рассуждениями. Я надеюсь, что и вы тоже справитесь со старинной задачей. Облегчит поиск решения модель-схема.

Задача 2. Разделить 46 рублей на 8 частей так, чтобы каждая часть была больше предыдущей на полтинник.

– Что такое полтинник, половина чего?

– Это 50 копеек или половина рубля.

– Получается, что в старину рубль называли ещё и тинном. Постройте модель. Порассуждайте.



При обсуждении результатов самостоятельной работы выясняется закономерность: число полтинников увеличивается с каждой частью на 1, но по сравнению с номером части число «лишних» полтинников на 1 меньше. Можно не показывать на каждой части число полтинников, а по её номеру догадаться, на сколько полтинников она больше, чем первая часть. Ученики предлагают уравнять по 1-й части. По – разному подсчитывают число всех лишних полтинников и лишних денег в рублях, вычитают это из 46 рублей и узнают, сколько рублей приходится на 8 частей:

– По 50 копеек надо повторить 28 раз (нашел по модели пересчитыванием).

– А я считал сразу рубли, т.е. по 2 полтинника, получилось 14 рублей.

– Запишите выражение, показывающее число «лишних» полтинников. Подумайте, как легче найти его значение. Проверим, что у вас получилось. (1+2+3+4+5+6+7. Легче вычислять так: 1 и 7, 2 и 6, 3 и 5 – это 8, теперь надо по 8 взять 3 раза и прибавить к произведению 4, получится 28.)

– Зачем мы подсчитывали число полтинников? Как это поможет продолжить решение? (Можем узнать, сколько «лишних» денег в рублях: 28 разделили на 2, так как в каждом рубле содержится по 2 полтинника. Получается 14 рублей.)

– Зачем нам это число?

– Эти 14 рублей – лишние. Без них части станут равными.

– Продолжите решение сами с опорой на модель. (Учитель работает индивидуально, помогая догадаться затрудняющимся ученикам.)

– Проверяем. Объясните, как продолжили решение.

– Из 46 рублей надо вычесть 14 лишних рублей, остается 32. Эти 32 рубля надо разделить на 8 равных частей, получается 4 рубля. Это первая часть.

– Как определить остальные 7 частей?

– К 4 рублям надо прибавлять по 50 копеек.

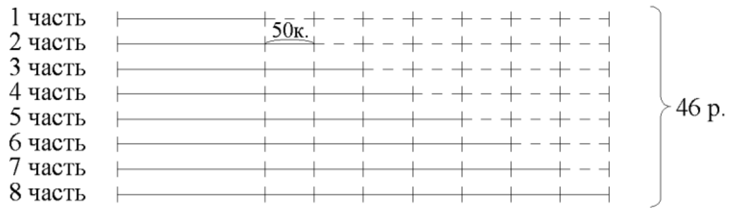
– Запишите через запятую все части, сделайте проверку.

– 4 р., 4 р.50 к., 5 р., 5 р.50 к., 6 р.,6 р.50 к., 7 р., 7 р.50 к. Надо сложить и проверить, получится ли 46 рублей.

– Как удобнее это сделать?

– Сначала сложить рубли, а потом копейки.

Обсуждаются и другие способы вычисления суммы. Затем учитель предлагает своё решение, а ученики объясняют идею этого решения (уравнивание по большей части) и смысл каждого действия.



Главное «увидеть» по модели, что для уравнивания по большей части недостает 28 полтинников. Только сумма будет записана наоборот: 7+6+5+4+3+2+1. Для получения ответа нужно из значения большей части 7р.50к. вычитать по 50к.

Для последующего усложнения в задачу можно ввести три взаимосвязанные величины: цена, количество и стоимость. Сюжетом задачи будет покупка товара с неодинаковой ценой. Ключ к её решению – уравнивание цены.

Пример решения других задач (ПРИЛОЖЕНИЕ 2).

На примере задач рассмотрим другие различные приемы решения.

1. У фермера имеются куры и кролики. Всего у этих кур и кроликов 5 голов и 14 ног. Сколько кур и кроликов имеет фермер?

Способы решения этой задачи. Есть 4 способа решения этой задачи:

1 способ: метод подбора:

2 кролика, 3 курицы.

2 способ: перебор вариантов

Решение таким методом лучше оформить в виде таблицы:

Количество голов		Количество ног		Всего	
кролики	куры	кролики	куры	голов	ног
1	4	4	8	5	12
2	3	8	6	5	14
3	2	12	4	5	16
4	1	16	2	5	18

Ответ: 2 кролика и 3 курицы.

3 способ: Арифметический.

Метод предположения:

а) метод предположения по избытку.

Предположим, что в клетке только кролики, тогда у них 4х5=20 (ног), т.е. 6 ног «лишние». Эти ноги принадлежат курам. Так как у курицы 2 ноги,

то 6 : 2 = 3 (курицы)

5 – 3 = 2 (кролики)

б) метод предположения по недостатку:

предположим, что в клетке были только куры:

5 х 2 = 10, т.е. не достает 4 ноги. Они принадлежат кроликам: 4 : 2 = 2 (кролика)

5 – 2 = 3 (куры)

Ответ: 2 кролика и 3 курицы.

4 способ: Алгебраический

а) составление уравнения:

х – кролики   5 – х – куры

$4x + 2(5 - x) = 14$

$4x + 10 - 2x = 14$

$4x - 2x = 14 - 10$

$2x = 4$

$x=4:2$

$x=2$ (кролики) $5 - 2 = 3$ (курицы)

б)   х – кролики   у – куры

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 – y \\ 4(5 - y) + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 – y \\ 20 – 4y + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 – y \\ 20 – 2y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x =5 – y \\ 2y= 20 -14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 – y \\ 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y =3 \quad \text{(куры)} \end{cases}$$

$x = 5 – 3$

$x = 2$ (кролики)

В работе рассмотрена задача, решаемая разными способами.

Решение задач различными способами способствует углублению знаний, логического мышления, расширяет кругозор. Учащиеся начальных классов такие задачи в основном решают методом перебора. Лишь немалая часть решает алгебраическим способом с помощью составления уравнения.

2. Летела стая гусей, а навстречу им летит один гусь и говорит: «Здравствуйте, сто гусей!». «Нас не сто гусей, – отвечает ему вожак стаи, – если бы нас было столько, сколько теперь, да еще столько, да полстолька, да еще четвертьстолька, да еще ты, гусь, с нами, так тогда нас было бы сто гусей». Сколько в стае гусей?

Решение задачи:

1 способ: метод перебора

Рассуждают, что гусей больше 30, но меньше 40, причем число гусей должно делиться на 2 и на 4. Итак, проверяют числа 32,34,36,38 , одновременно на 2 и на 4 делятся 32 и 36.

Проверка: 32 + 32+32:2+32:4+1=89, 89 < 100, то 32 не подходит.

36+36+36:2+36:4+1=100, 100=100, то 36 подходит. Значит, гусей 36

2 способ: алгебраический метод:

х – количество гусей, то получим уравнение:

х+х+х:2+х:4+1=100

общий знаменатель: 4

4х+4х+2х+х+4=400

11х=400-4

11х=396

х= 396:11

х=36

проверка: 36+36+36:2+36:4+1=100

ответ: 100 гусей.

3. Два крестьянина расположились у лесной опушки закусить. В это время к ним подошел путник и попросил поделиться завтраком, и пообещав уплатить, что следует. Те согласились и достали скудный завтрак: у одного крестьянина было 2 хлебца, а у другого такой же один. Все втроем закусили, причем ели поровну. Уходя, путник уплатил за свою долю 5 копеек. Как крестьяне должны разделить эти деньги между собой?

Ответ: Трое съели 3 хлебца. Следовательно, каждый съел по 1 хлебцу. Поэтому тот крестьянин, был один хлебец не получает ничего, а все 5 копеек должны остаться крестьянину, у которого было 2 хлебца.

Эта задача на сообразительность и поэтому решения не имеет, только логически рассуждая можно дать правильный ответ на вопрос задачи.

Аналогичная задача на сообразительность, не требующая решения:

Летело стая гусей: один гусь впереди, а два позади; один позади и два впереди; один между двумя и три в ряд. Сколько всего было гусей?

Ответ: 3 гуся.

4. По три собаки привязано в трех местах. Сколько у них когтей?

Эта задача решается только арифметическим способом.

1 способ:

4х4х3х3=144 (когтей) у девяти собак

2 способ:

3х3=9 (собак) всего

4х4=16 (когтей) у одной собаки, так как якуты убирают у собак верхний пятый коготь.

9х16=144 (когтей) у девяти собак

Ответ: 144 когтя.

Некоторые приемы решения нестандартных задач представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 2.

На заключительном этапе работы кружка были выпущены газеты. Перечислите темы выпущенных газет.

2.3 Анализ эффективности развития математических способностей у младших школьников

На контрольном этапе исследования для определения уровня развития математических способностей была использовании диагностика констатирующего этапа исследования. Задания контрольного этапа представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 1.

Представим результаты повторной диагностики на рис. 7 – 10 и в Таблице 2 (ПРИЛОЖЕНИЕ 3).

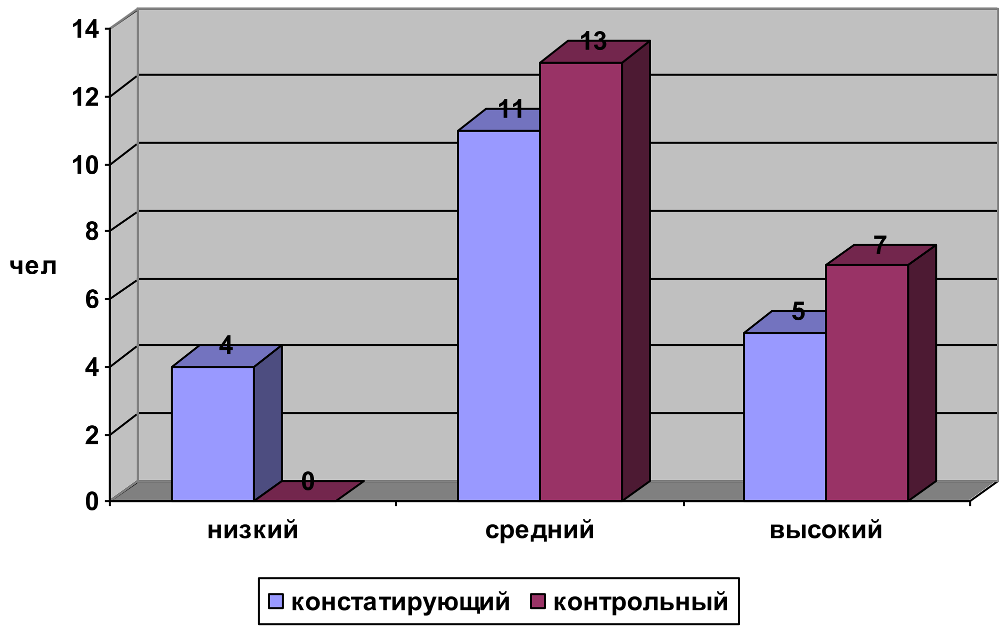


Рис. 7. Сравнительная диаграмма уровней развития способности к формализации математического материала

Установлено, что на контрольном этапе в классе не обнаружено детей имеющих низкий уровень развития способности к формализации математического материала (снижение показателя на 20%). Средний уровень развития способности к формализации математического материала стали иметь 65% детей (13 чел) (повышение показателя на 10%). На высоком уровне развития способности к формализации математического материала стали демонстрировать 35% обучающихся (7 чел). Такие дети отличают задачу от других текстов (повышение показателя на 10%).

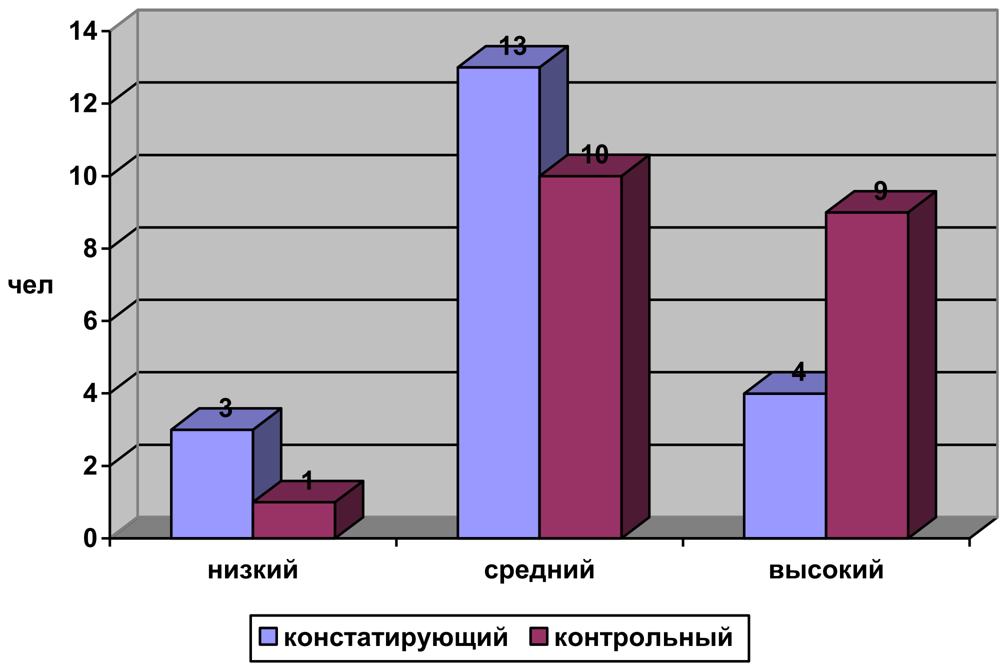


Рис. 8. Сравнительная диаграмма уровней развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой

Определено, что на контрольном этапе исследования низкий уровень развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой имеют 5% обучающихся 3А класса (1 чел). У таких детей отсутствуют конкретных знаний в решении задач (снижение показателя на 10%). Средний уровень развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой стали иметь 50% обучающихся 3А класса (10 чел) (снижение показателя на 15%). Высокий уровень развития способности к оперированию числовой и знаковой символикой имеют 45% обучающихся 3А класса (9 чел). Такие ученики умеют записывать решение задачи, производить вычисления (повышение показателя на 25%).

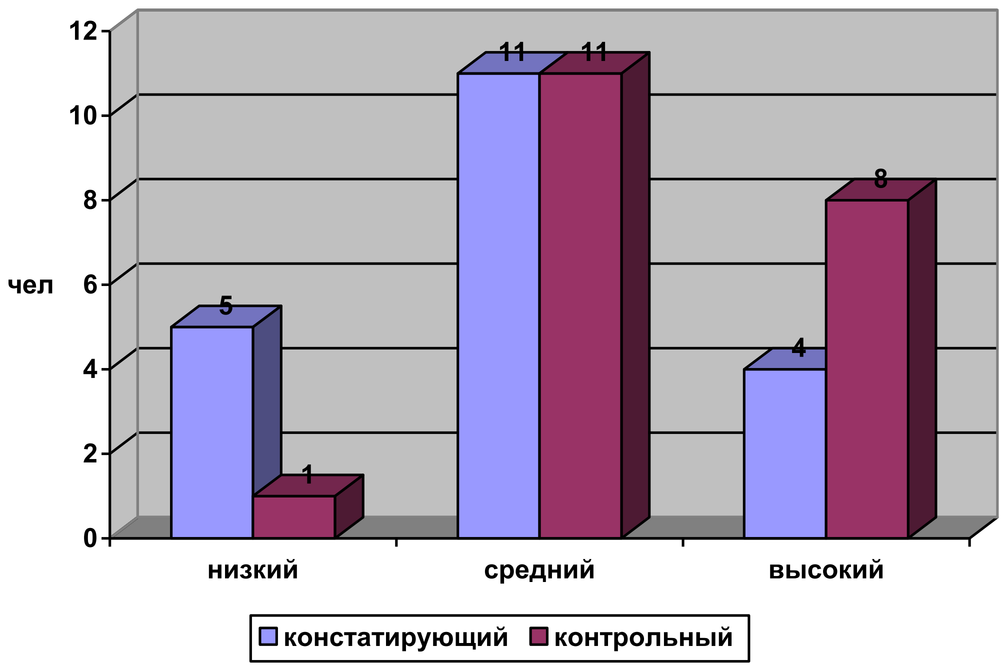


Рис. 9. Сравнительная диаграмма уровней развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения

Выявлено, что на контрольном этапе низкий уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения имеют 5% детей (1 чел). Такие обучающиеся не могут записывать решение задачи выражением, не способны решать задачу разными способами (снижение показателя на 20%). Средний уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения имеют 55% детей (11 чел). Высокий уровень развития гибкости мышления, способности сокращать процесс рассуждения стали показывать 40% детей (4 чел). Такие обучающиеся проявляют способность записывать решение задачи выражением, могут решать задачу разными способами (повышение показателя на 20%).

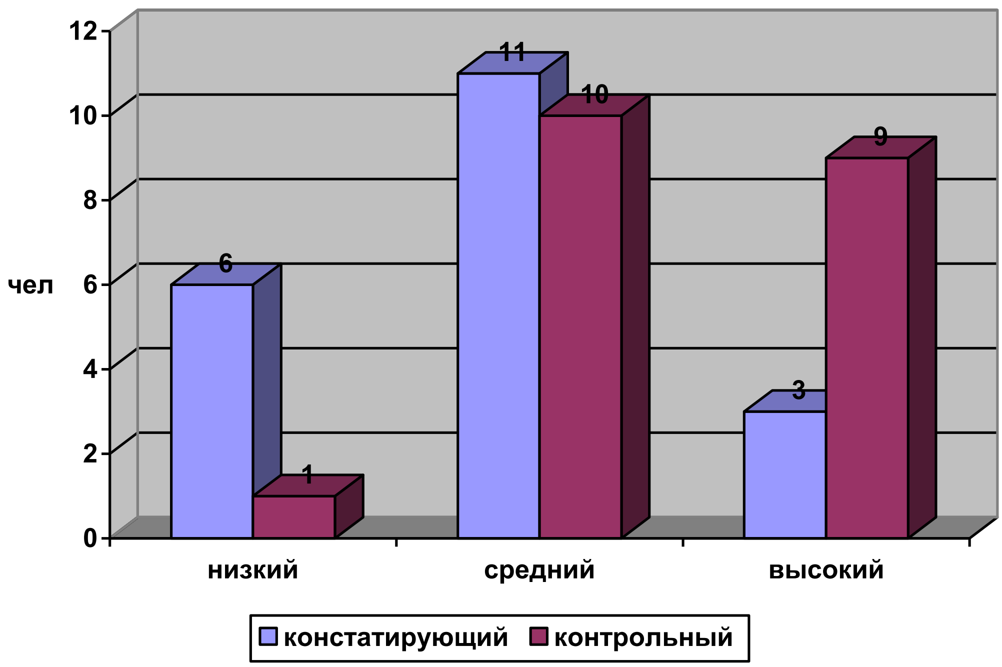


Рис. 10. Сравнительная диаграмма уровней развития образно − геометрического мышления и пространственных представлений

Показано, что на контрольном этапе исследования низкий уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений имеют 5% учеников (1 чел) (снижение показателя на 25%). Такие учащиеся не умеют выполнять построение геометрических фигур. Средний уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений имеют 50% учеников (10 чел) (снижение показателя на 5%). Высокий уровень развития образно-геометрического мышления и пространственных представлений имеют 45% учеников (9 чел) (повышение показателя на 30%). Такие учащиеся умеют выполнять построение геометрических фигур.

Далее сравним критерии между собой (Рис. 11).

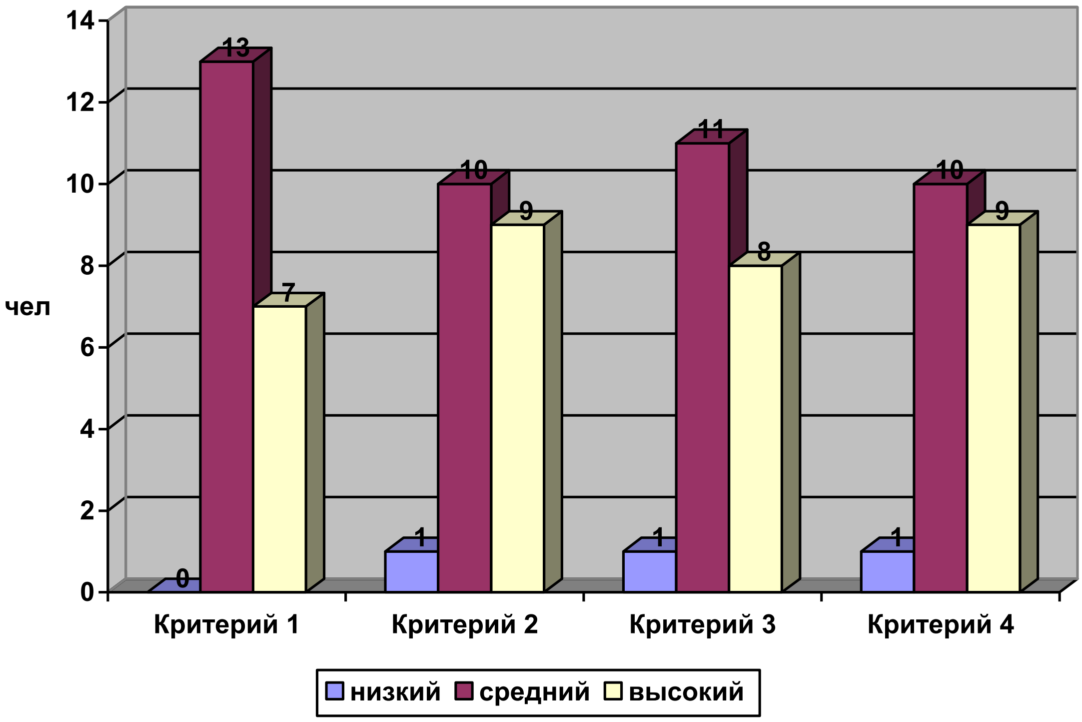


Рис. 11. Сравнительная диаграмма критериев развития математических способностей на контрольном этапе исследования

Сравнение критериев развития математических способностей на контрольном этапе исследования показало, что лишь для 5% обучающихся 3А класса (1 чел) проблемным оказались развитие способности к оперированию числовой и знаковой символикой, развитие гибкости мышления, развитость образно-геометрического мышления и пространственных представлений. Наиболее развитым критерием развития математических способностей на контрольном этапе исследования явилось способность к оперированию числовой и знаковой символикой и развитость образно-геометрического мышления и пространственных представлений.

Далее, на рис. 12 представим уровни развития математических способностей на контрольном этапе исследования.

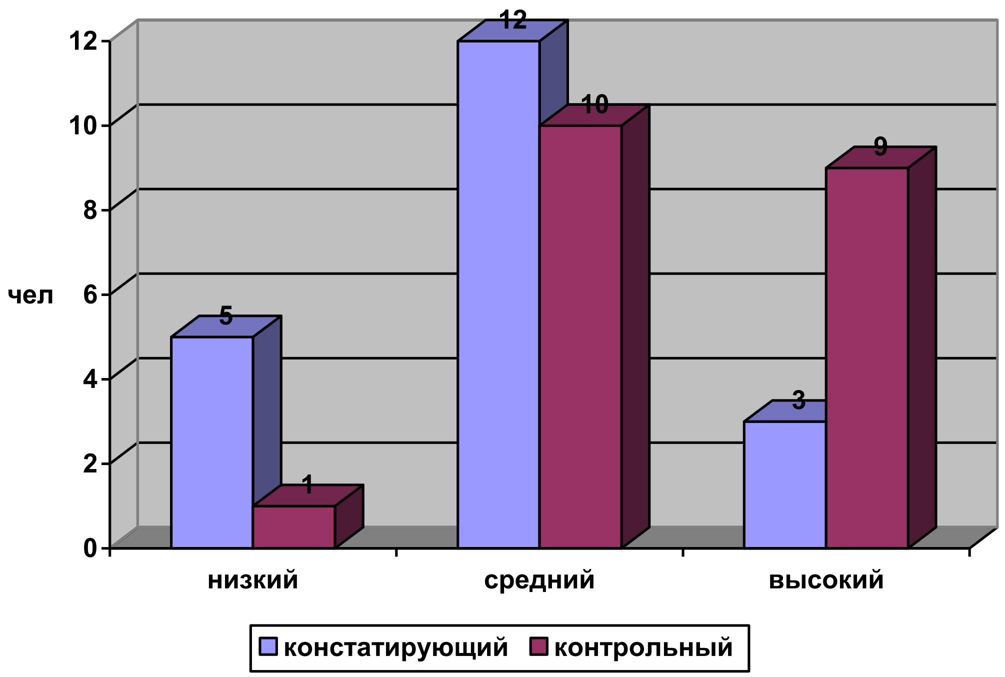


Рис. 12. Сравнительная диаграмма уровней развития математических способностей на контрольном этапе исследования

Определено, что низкий уровень развития математических способностей имеют 5% обучающихся (1 чел). Средний уровень развития математических способностей имеют 50% обучающихся (10 чел). Высокий уровень развития математических способностей имеют 45% обучающихся (9 чел).

Сравнение результатов контрольных работ, качества обучения по математике позволяют сделать вывод о том, что с повышением уровня математических способностей возрастает успешность в овладении математикой.

Итак, в результате исследования нами установлено, что после проведения опытно – поисковой работы, направленной на развитие математических способностей в ходе решения нестандартных задач третьеклассники показали значимые различные результаты при исследовании математического развития.

В ходе реализации опытно – поисковой работы нами были отобраны и реализованы на уроках математики нестандартные задачи с целью развития математических способностей.

После проведения опытно − поисковой работы, направленной на развитие математических способностей в ходе решения нестандартных задач третьеклассники экспериментальной группы стали демонстрировать более высокий уровень развития математических способностей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В условиях современного образования среди многих проблем совершенствования обучения математике в начальной школе большое значение имеет проблема развития у учащихся математических способностей. Эффективность и качество обучения математике определяются не только глубиной и прочностью овладения школьниками системой математических знаний, умений и навыков, предусмотренных программой, но и уровнем их математического развития, степенью подготовки к самостоятельному овладению знаниями. У школьников должны быть сформированы определенные качества мышления, твердые навыки рационального учебного труда, развиты познавательный интерес и культура мышления.

Математические способности − сложное структурное психическое образование, своеобразный синтез свойств, качество ума, охватывающее разнообразные его стороны и развивающееся в процессе математической деятельности.

Развитие математических способностей младших школьников предполагает развитие их творческого воображения. Проблема развития воображения детей актуальна тем, что этот психический процесс является неотъемлемым компонентом любой формы творческой деятельности человека, его поведения в целом. В последние годы на страницах психолого-педагогической литературы все чаще ставится вопрос о роли математических способностей ребенка в его умственном развитии.

Решая задачи, представленные в продуманной математической системе, учащиеся не только активно овладевают содержанием курса математики, но и приобретают умения мыслить творчески. Учащиеся должны уметь решать не только стандартные задачи, но требующие известной независимости мышления, оригинальности, изобретательности. Поэтому во многих современных учебниках для начальной школы рассматриваются способы решения некоторых занимательных и нестандартных задач (задач на сообразительность, задач − шуток, математических фокусов, ребусов, числовых головоломок, дидактических игр, арифметических ребусов и лабиринтов, загадок, комбинаторных задач, задач − сказок и др.)

Решение нестандартных задач требует от учащихся включения в активную деятельность, которая в большей степени направлена на формирование общих умений решать задачи, чем работа над типовыми задачами. Решение нестандартных задач позволяет учащимся накапливать опыт в сопоставлении, наблюдении, выявлять несложные математические закономерности, высказывать догадки, нуждающиеся в доказательстве. Тем самым создаются условия для выработки у учеников потребности в дедуктивных рассуждениях.

При решении нестандартных задач применяются те же способы решения, что и для стандартных: алгебраический, арифметический, графический практический, метод предположения, метод подбора и перебора. Так же реализуются приемы уравнивания, построение иной модели задачи, чем та, которая была использована при решении задачи одним методом или способом; использование другого способа разбора задачи при составлении плана решения; дополнение условия задачи сведениями, не влияющими на результат решения; представление практического разрешения ситуации, описанной в задаче; замена данной задачи другой, по результату решения которой можно найти ответ на вопрос данной задачи; явное выделение всех зависимостей в задаче

В ходе реализации опытно − поисковой работы был подготовлен практический материал, направленный на определение уровня развития математических способностей учащихся начальных классов. С помощью диагностики оценивалось:

1) способность к формализации математического материала;

2) способность к оперированию числовой и знаковой символикой;

3) гибкость мышления, способность сокращать процесс рассуждения (рациональность);

4) развитость образно – геометрического мышления и пространственных представлений.

Далее нами были отобраны и реализованы на уроках математики нестандартные задачи с целью развития математических способностей.

После проведения опытно − поисковой работы, направленной на развитие математических способностей в ходе решения нестандартных задач третьеклассники стали демонстрировать высокий уровень способностей к логическому обобщению и степени развития этих способностей. Третьеклассники стали демонстрировать умение абстрагирования, способностей к классификации, сравнению и упорядочиванию развитого понятийного мышления.

Третьеклассники стали проявлять высокий уровень проявления вербальных понятий и умения определять понятия, высокий уровень перцептивных способностей, высокий уровень проявления аналитико-синтетических способностей, интеллектуальных потенций, способность анализировать целое через составляющие его части, пространственным воображением.

В завершение можно сказать, что при решении нестандартных задач, проходящих на уроке или в ходе внеурочной деятельности, несомненно, наблюдается развитие интереса к математике и общая тенденция к активизации познавательной деятельности учащихся и повышению уровня развития математических способностей школьников, овладению ими основными способами решения нестандартных задач разных видов. Перспективы развития темы видится в разработке программы внеурочной деятельности, направленной на развитие математических способностей при решении нестандартных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абашин, Э. А. Весёлые задачки: Арифметика для малышей [Текст] / Э. А. Абашин Ч.1-3. – М. : Дрофа, Наталис, 2008 – 16 с.

2. Анастази, А. Психологическое тестирование. Кн. 1,2. [Текст] / А. Анастази - М., 2012. – 682 с.

3. Асмолов, А. Г. Личность как предмет психологического исследования. [Текст] / А. Г. Асмолов - М. : Изд − во Московского ун − та, 2014. 104 с.

4. Атаханов, Р. Уровни развития математического мышления: опыт экспериментального психологического исследования [Текст] / Р. Атаханов ; под науч. ред. академика В. В. Давыдова. – Душанбе, гос.ун., 1993 – 175 с.

5. Баврин, И. Л. Занимательные задачки по математике [Текст] / И. И. Баврин, Е. А Фрибус. - М. : ВЛАДОС, 1999. – 128 с.

6. Байрамукова, П. У. Методика обучения математике в начальных классах: курс лекций [Текст] / П. У. Байрамукова, А. У. Уртенова. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2009. – 299 с.

7. Байтуреева, Г. С. Методические основы развития математических способностей основной школы деятельности. [Текст] : автореф. дис. … канд. пед. наук. / Г. С. Байтуреева. – Алматы, 1999. – 30 с.

8. Белошистая, А. В. Методика обучения математики в начальной школе. [Текст] / А. В. Белошистая - М. : ВЛАДОС, 2005 – 425 с.

9. Богоявленская, Д. Б. Одаренность: природа и диагностика. / Д. Б. Богоявленская, М. Е. Богоявленская. — М. : АНО «ЦНПРО», 2013. — 208 с.

10. Бурбаки, Н. Архитектура математики. Очерки по истории математики [Текст] / Н. Бурбаки ; под ред. К. А. Рыбникова ; перевод И. Г. Башмаковой. – М. : ИЛ, 1963.

11. Ведилина, Е. А. Развитие математических мышления и способностей на уроках математики начальной школы [Текст] / Е. А. Ведилина, М. А. Кененбаева. // Начальная школа. –2005. –№ 6. – С. 4-7.

12. Герасимова, Н. А. Занимательная математика [Текст] / Н. А. Герасимова, Е.С. Новгородова. — М. : Высшая школа, 1973.

13. Гершензон, М. А. Головоломки профессора Головоломки. Сборник затей, фокусов, самоделок, занимательных задач [Текст] / М. А. Гершензон. − М. : Детская литература, 1982.

14. Гингулис, Э. Ж. Развитие математических способностей учащихся [Текст] / Э. Ж. Гингулис // Математика в школе. - 1990. — № 1.

15. Гороховская, Г. Г. Решение нестандартных задач — средство развития логического мышления младших школьников [Текст] / Г. Г. Гороховская // Начальная школа. – 2009. – №7. – С. 113-115.

16. Дорофеев, Г. В. Математика и интеллектуальное развитие школьников [Текст] / Г. В. Дорофеев // Мир образования в мире. – 2008. - №1. – С. 68 – 78.

17. Дрозина, В. В. Особенности обучения младших школьников решению нестандартных (олимпиадных) задач [Текст] / В. В. Дрозина // Начальная школа плюс до и после. – 2010. – №11. – С. 34-37.

18. Дружинин, В. Психология общих способностей. [Текст] / В. Дружинин − СПб. : Речь, 1999.

19. Дубровина, И. В. Рабочая книга школьного психолога [Текст] / И. В. Дубровина, Акимова М. К., Борисова Е. М. и др.; под ред. И. В. Дубровиной. – М. : Просвещение, 2011. – 303 с.

20. Зайцева, С. А. Активация математической деятельности младших школьников [Текст] / С. А. Зайцева // Начальное образование. – 2009. - №1.- С. 12 – 19.

21. Зайцева, С. А. Методика обучения математике в начальной школе [Текст] / С. А. Зайцева, И. Б. Румянцева, И. И. Целищева. – М. : Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2008. – 192 с.

22. Зак, А. З. Развитие интеллектуальных способностей у детей 8 – 9 лет [Текст] / А. З. Зак. – М. : Новая школа, 1996. – 278 с.

23. Зеленский, А. С. Подходы школьников к решению нестандартных дач [Текст] / А. С. Зеленский // Математика в школе. – 2010. – №4. – С. 44− 48.

24. Зубова, С. П. Математические олимпиады в современных условиях [Текст] / С. П. Зубова, Л. В. Лысогорова // Самарский научный вестник. – 2013. – №3 (4). – С. 61–63.

25. Истомина, Н. В. Методика обучения математике в начальных классах [Текст] / Н. В. Истомина. – М. : Академия, 2002. – 288 с.

26. Каражигитова, Т. А. Развитие личностных качеств учащихся на уроках математики / Т. А. Каражигитова // Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 8 (часть 3) – С. 22-26.

27. Керова, Г. В. Нестандартные задачи по математике. 1− 4 классы [Текст] / Г. В. Керова. - М.: ВАКО, 2006.

28. Кордемский, Б. А. Увлечь школьников математикой [Текст] / Б. А. Кордемский. — М. : Просвещение, 1981. – 112 с.

29. Котикова, О. Педагогическая психология. Курс лекций / О.П. Котикова: Минский ин − т управления. – Мн. : Изд-во МИУ, 2005. – 132 с.

30. Крутецкий, В. А. Основы педагогической психологии. [Текст] / В. А. Крутецкий − М., 2000. – 412 с.

31. Крутецкий, В. А. Психология [Текст] : учебник для учащихся педагогических училищ. / В. А. Крутецкий – М. : Просвещение, 2003. – 442 с.

32. Лавлинская, Е. Ю. Методика работы с задачами повышенной трудности в начальной школе [Текст] / Е. Ю. Лавлинская, - Волгоград : Перемена, Волгоградский государственный педагогический университет, 2010. – 162с.

33. Лавренко, Т. А. Как научить детей решать задачи [Текст] : методические рекомендации для учителей нач. кл. / Т. А. Лавренко – Саратов : Лицей, 2000. – 64 с.

34. Лейтес, Н. С. Способности и одаренность в детские годы [Текст] / Н. С. Лейтес.- М. : Знание, 1984., - 80 с.

35. Леман, И. А. Увлекательная математика [Текст] / И. А. Леман. - М. : Знание, 1985. – 272 с.

36. Лысогорова, Л. В. Педагогические условия развития математических способностей младших школьников [Текст] / Л. В. Лысогорова // Сибирский педагогический журнал. – 2007. – №9. – С. 228–233.

37. Математика. 1–4 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений [Текст] / Н. Ф. Виноградова, В. Н. Рудницкая, Т. В. Юдачева ; под ред. Н. Ф. Виноградовой. – 2-е изд., перераб. – М. : Вентана-Граф, 2009. – ил. – (программа: «Начальная школа 21 века»). – 160 с.

38. Математика. Учеб.для 1–4 кл. нач. шк. [Текст] / М. И. Моро, М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова и др. – 2-е изд. – М. : Просвещение, 2004. – ил. (программа: «Школа России»).

39. Моро, М. И. Методика обучения математике в 1- 3 классах [Текст] / М. И. Моро, А. М. Пышкало. - М. : Просвещение, 1978. – 334 с.

40. Мышление: процесс, деятельность, общение. [Текст] / под ред. А. В. Брушлинского. – М., 2009. с.258.

41. Николаенко, В. М. Психология и педагогика [Текст] : учебное пособие / В. М. Николаенк, Залесов Г. М., Андрюшина Т. В. - М. : ИНФРА-М; Новосибирск: НГАЭиУ, 2013. – 175 с.

42. Обухова, Л. Ф. Этапы развития детского мышления, [Текст] / Л. Ф. Обухова - М., 2012. с.169.

43. Останина, Е. Е. Обучение младших школьников решению нестандартных арифметических задач [Текст] / Е. Е. Останина // Обучение младших школьников решению текстовых задач: Сборник статей / Сост. Н. Б. Истомина, Г. Г. Шмырева. – Смоленск : Изд-во «Ассоциация 21 век», 2005. – 272 с.

44. Пархоменко, В. П. Основы технического творчества. Учебное пособие. [Текст] / В.П. Пархоменко - Мн. : Ред. журн. «Адукацыя і выхаванне», 2000. − 148 с.: ил.

45. Петерсон, Л. Г. Математика. 1–4 класс. [Текст] / Л. Г. Петерсон – М. : Издательство «Ювента», 2005. – ил. (программа: «Школа 2000»).

46. Пономарев, Я. А. Фазы творческого процесса // Исследование проблем психологии и творчества [Текст]. – М. : Наука, 2013. – №1. – С. 3–25.

47. Потанина, В. А. Методы и приёмы решения нестандартных задач в начальных классах [Текст] : монография. / В. А. Потанина – Новый Уренгой, 2016. – 58 с.

48. Рубинштейн, С. Л. Основы общей психологии [Текст]. – М. : Педагогика, 2009. – 786 с.

49. Селькина, Л. В. Нестандартные задачи как фактор гуманитаризации начального математического образования. [Текст] / Л. В. Селькина, Ю. Ф. Фоминых / Методические аспекты реализации гуманитарного потенциала математического образования. - СПб. : РГНУ, 2000. – С. 137-138.

50. Талызина, Н. Ф. Педагогическая психология: психодиагностика интеллекта. [Текст] / Н. Ф. Талызина, Карпов Ю. В.- М., 2013. – С. 254.

51. Теплов, Б. М. Способности и одаренность. II Хрестоматия по возрастной и педагогической психологии. [Текст] / Б. М. Теплов - М. : Педагогика, 1981.

52. Терентьева, Л. П. Решение нестандартных задач [Текст]: учеб. пособие / Л. П. Терентьева. – Чебоксары : Изд-во ЧГПУ, 2002. – 35 с.

53. Тихомиров, О. К. «Искусственный интеллект» и психология. [Текст] / О. К. Тихомиров - М., 2012. с.128.

54. Узнадзе, Д. Психологические исследования. [Текст] / Д. Узнадзе - М., 2013. – С. 171.

55. Фаустова, Н. П. К вопросу о математическом образовании в начальной школе. [Текст] / Н. П. Фаустова // Начальная школа. – 2006. –№7. – С. 70-72.

56. Фридман, Л. М. Как научиться решать задачи [Текст] / Л. М. Фридман, Е.Н. Турецкий. - М. : Просвещение, 1984. - 175 с.

57. Хабибулин, К. Я. Решение нестандартных задач – основа творческой деятельности учащихся. [Текст] / К. Я. Хабибулин // Школьные технологии. –2010. – №2. – С. 9-11.

58. Холодная, М. А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования. [Текст] / М. А. Холодная - СПб., 2012. – 272 с.

59. Чуприкова, Н. И. Психология умственного развития: Принцип дифференциации. [Текст] / Н. И. Чуприкова - М., 2007. – С. 157.

60. Шадриков, В. Д. Диагностика способностей и личностных черт учащихся в учебной деятельности. [Текст] / В. Д. Шадриков - Саратов, 2007. – С. 114.

61. Шадриков, В. Д. Способности человека. [Текст] / В. Д. Шадриков – Воронеж, 1997.

62. Шкуратова, И. П. Когнитивный стиль и общение. [Текст] / И. П. Шкуратова − Ростов – на − Дону, 2014. – С. 147.

63. Эфроимсон, В. П. Загадка гениальности. [Текст] / В. П. Эфроимсон - М. : Знание, 2011. – С. 124.

64. Юдин, Э. Г. Системный поход и принцип деятельности: методологические проблемы современной науки. [Текст] / Э. Г. Юдин - М., 2013. – С. 136.

65. Якиманская, И. С. Личностно − ориентированное обучение в современной школе. [Текст] / И. С. Якиманская - М., 2014. – С. 158.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица 3

Результаты определения проявления математических способностей

Констатирующий этап

№ п/п	Критерий 1	Критерий 2	Критерий 3	Критерий 4
1	2	2	2	2
2	2	1	1	1
3	2	2	2	2
4	1	1	1	1
5	2	3	2	2
6	2	2	1	2
7	3	3	3	3
8	3	2	2	2
9	2	2	3	2
10	1	2	1	1
11	2	2	2	2
12	2	2	2	2
13	3	3	3	3
14	3	2	2	2
15	2	2	2	2
16	1	1	2	1
17	2	2	2	1
18	3	3	3	3
19	2	2	2	2
20	1	2	1	1

Таблица 4

Результаты определения проявления математических способностей

Контрольный этап

№ п/п	Критерий 1	Критерий 2	Критерий 3	Критерий 4
1	2	2	2	2
2	2	2	2	2
3	2	2	2	3
4	2	1	1	1
5	3	3	3	3
6	2	3	2	3
7	3	3	3	3
8	3	3	2	3
9	2	2	3	3
10	2	3	2	2
11	3	2	2	2
12	2	2	3	2
13	3	3	3	3
14	3	2	3	2
15	2	2	3	3
16	2	3	2	2
17	2	2	2	2
18	3	3	3	3
19	2	2	2	2
20	2	3	2	2

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица 5

Тематическое планирование математического кружка

Раздел программы	Количество часов		
	Общее кол-во	Теория	Практика
Вводное занятие	1	1	-
Игры с числами	2	-	2
Магические квадраты	4	-	4
Решение уравнений	5	-	5
Логические и комбинаторные задачи	7	-	7
Задачи на уравнивание	6	-	6
Нестандартные задачи	9	-	9
Итого	34	1	33

Каждое занятие включает теоретическую и практическую часть, практическая часть составляет 80 % занятия.

Таблица 6

Темы занятий математического кружка

№	Тема занятия
1	Вводное занятие
2	Числовые головоломки. Восстановление примеров.
3	Заполнение числовых кроссвордов. Решение и составление ребусов.
4	Упражнение в заполнении магических квадратов
5	«Удивительный квадрат»: составление магических квадратов
6-7	Задачи на уравнивание
8	Составление модели к задаче на уравнивание
9	Решение старинных задач на уравнивание
10	Реализация нескольких способов решения
11	Задачи на уравнивание «Цена, количество и стоимость»
12	Основные приёмы решения уравнений.
13	Применение алгоритма решения уравнений.
14	Решение уравнений
15-16	Составление уравнений при решении задач.
17-18	Формирование умения правильно строить предположения и логические связки.
19	Решение логических задач разными способами: с помощью схем
20	Решение логических задач разными способами: с помощью таблиц
21	Решение логических задач разными способами: методом перебора
22	Логически-поисковые задания.
23	Решение олимпиадных заданий
24	Олимпиада по математике
25	Наглядная математика
26-27	Овладение поисковыми навыками возможных вариантов решения.

Продолжение таблицы 6

28	Выстраивание гипотезы решения задачи.
29	Решение задач на установление причинно-следственных связей
30	Задачи с многовариантными решениями.
31	Решение нестандартных задач. Составление аналогичных заданий
32-33	Работа в группах: подготовка к выпуску математических газет
34	Итоговое занятие: конкурс математических стенгазет

Содержание программы

Большое внимание уделяется овладению элементарными навыками исследовательской деятельности, развитию у детей умения анализировать и решать нестандартные задачи повышенной трудности.

Игры с числами (2ч)

Числовые головоломки. Восстановление примеров. Заполнение числовых кроссвордов. Решение и составление ребусов.

Магические квадраты (4)

Осуществление вариативного поиска данных необходимых для решения. Магический квадрат умножения. Магический квадрат деления. Составление аналогичных заданий.

Задачи на уравнивание (6ч)

Ориентирование в тексте задачи. Поиск необходимых данных для решения. Составление аналогичных заданий. Знакомство с оригинальными путями рассуждений. Определение стратегии решения: анализ ситуации, сопоставление данных. Выдвижение гипотез и обоснование доказательств решения задачи. Задачи на разрешение противоречий. Составление аналогичных заданий. Выполнение проекта.

Решение уравнений (5ч)

Основные приёмы решения уравнений. Применение алгоритма решения уравнений. Составление уравнений при решении задач.

Логические и комбинаторные задачи (7ч)

Формирование умения правильно строить предположения и логические связки. Решение логических задач разными способами: с помощью схем, таблиц, методом перебора. Логически-поисковые задания. Наглядная математика (работа в группах: инсценирование)

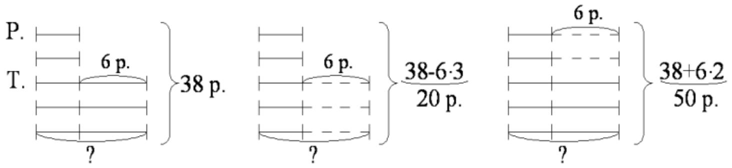
Нестандартные задачи (9ч)

Овладение поисковыми навыками возможных вариантов решения. Выстраивание гипотезы решения задачи. Решение задач на установление причинно-следственных связей. Задачи с многовариантными решениями.

Примеры задач

Задача 3. За 2 ручки и 3 тетради заплатили 38 рублей. Какова цена тетради, если она дороже ручки на 6 рублей?

Модель к задаче строим по аналогии с задачей о распределении денег между братом и сестрой. Ученики находят два способа уравнивания неравных частей.



Труднее определить то, как изменится стоимость при уравнивании цены товара. Рассуждения детей:

– Если уравнивать по цене ручки – по меньшей части, то на схеме надо 3 раза убрать по 6 рублей. Значит стоимость (38 рублей) уменьшится на 6 рублей три раза.

– Если уравнивать по цене тетради – по большей части, то на схеме нужно 2 раза дорисовать отрезок, соответствующий 6-ти рублям. Поэтому стоимость (38 рублей) увеличится на 6 рублей два раза.

– Выявленные изменения стоимости записываем выражением, и находим новое значение стоимости.

Ученики продолжают самостоятельно решение по схемам и составляют такие выражения:

$(38 - 6 \cdot 3) : 5$, $(38 - 6 \cdot 3) : 5 + 6$, $(38 + 6 \cdot 2) : 5$.

– Сравниваем выражения, проверяем, найден ли ответ на вопрос задачи. Находим значение искомого и выделяем рациональный способ решения.

– Почему в каждом случае вы делите на 5, хотя предметов только два вида: ручки и тетради? Может быть, как и в предыдущей задаче тоже надо разделить на 2?

– Надо делить на 5 потому, что при уравнивании хоть по большей, хоть по меньшей части получается 5 равных частей. Предметов всего 5: две ручки и три тетради.

– Все ли предложенные вами решения верны? (Первое выражение не дает ответ на вопрос задачи, так как, выполнив действия с числами, найдем меньшую часть – цену ручки, а не тетради. Второе и третье выражения дают ответ на вопрос задачи, вычислив, их значения получим 10 рублей.)

– Какое решение рациональнее? (Конечно же, последнее. Спрашивается про цену тетради. Разделив на 5, находим искомое. По второму выражению после деления на 5 находим цену ручки, а чтобы найти цену тетради, надо ещё прибавить 6.)

– Поработаем над следующей задачей. Прочитайте её, сравните с только что решенной, постройте к ней схему. (Задачи даны как на доске, так и на индивидуальных листах).

Задача 4. За ручку, три тетради, фломастеры и 2 набора красок нужно заплатить 60 рублей. Какова цена каждого из них, если ручка на 6 рублей дешевле тетради. Известно, что тетрадь на 3 рубля дороже красок, но на 2 рубля дешевле фломастеров.

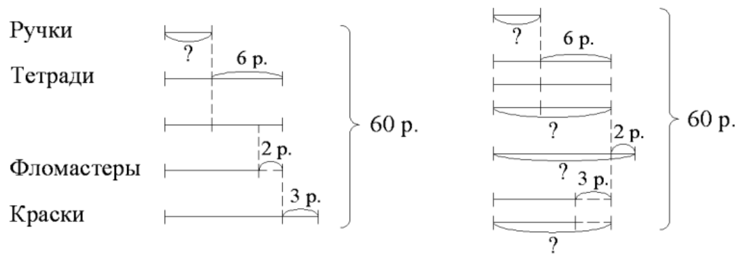
– В данной задаче начало такое же, как и в предыдущей. Только ручка – одна, а не две. Хотя и сказано, что ручка дешевле тетради на 6 рублей, но это означает, то, же самое, что и «тетрадь дороже ручки на 6 рублей».

– Помогут ли ваши рассуждения построить модель задачи?

– Да, начать надо так же, как и раньше, а потом построить отрезок для цены фломастеров и два отрезка для цены красок. Всего 60 рублей.

– Выполните построение, проверяя отношения: больше или меньше и на сколько.

Во время самостоятельной работы учитель оказывает индивидуальную помощь. Для проверки и корректировки он на доске строит модель с ошибками. В результате обсуждения и исправления ошибок учителя получается соответствующая задаче схема.



– Для решения надо выбрать ту часть, или цену того предмета, по которой будем уравнивать цены остальных предметов.

– Лучше уравнять по цене тетради, так как цены ручки, фломастеров и красок даны в сравнении с ценой тетради.

– А может уравнять по меньшей части – по цене ручки?

– Можно, но ручка одна, а тетради три. Быстрее уравнять по цене тетради.

– Хорошо, остановимся на этом. Обсудим то, как изменится целое при уравнивании. (К цене ручки надо добавить 6 рублей, 60 увеличить на 6. Цену фломастеров надо уменьшить на 2, значит из суммы 60 и 6 надо вычесть 2. Цену красок увеличим на 3. Купили 2 набора, прибавлю по 3 рубля 2 раза.)

– Что получили в процессе и результате уравнивания? Сколько равных частей, каким выражением надо записать измененное целое – стоимость всех предметов? (Подсчитаю части: 1 да 3, да 1, да 2 – всего 7 частей, равных цене тетради.)

– Запишите выражение для целого: $60 + 6 - 2 + 3 \cdot 2$. (Получается 70 рублей.)

– Подумайте, что теперь можно узнать? Продолжите решение. Найдите цену каждого из предметов.

Ученики решают самостоятельно. Для проверки учитель вызывает тех, кто решил раньше. Решения обсуждаются фронтально. Находят рациональное. Делают проверку.

1) 70 : 7 = 10 (р.) – цена тетради.

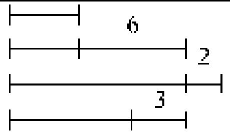
2) 10 – 6 = 4 (р.) – цена ручки.

3) 10 + 2 = 12 (р.) – цена фломастеров.

4) 10 – 3 = 7 (р.) – цена красок.

Проверка: 4 + 10 · 3 + 12 + 7 · 2 = 60 (р.) – всего.

Подводя итог, учитель обращает внимание детей на то, что в последних двух задачах «работают» три взаимосвязанных величины: цена, количество и стоимость, и предлагает составить модель задачи в форме таблицы, в которой в графе «цена» данные числа и отношения между значениями этой величины лучше показать графически, т.е. моделью-схемой.

Предметы	Цена (руб.)	Количество (шт.)	Стоимость (руб.)
Ручка Тетради Фломастеры Краски		1 3 1 2	? ? } 60 ? ?

– Такая модель поможет вам решить задачу, в которой речь идет не о нескольких предметах, а даже о десятках и сотнях. Тогда как изображать каждый предмет отрезком затруднительно, да в этом и нет необходимости.

Рассмотрим задачу: «Три брата купили вместе 9 тетрадей. Младший брат взял на одну тетрадь меньше, чем средний, а старший – на одну тетрадь больше, чем средний. Сколько тетрадей взял каждый брат?»

Смоделируем задачу:

Решение:

1) 9 : 3 = 3 (т.) – взял средний брат;
2) 3 – 1 = 2 (т.) – взял младший брат;
3) 3 + 1 = 4 (т.) – взял старший брат.

Ответ: Старший брат взял 4 тетради, средний – 3, а младший – две тетради.

Заметим, что грамотно выполненная схема подсказывает решение.

В других случаях для успешного решения нестандартной задачи достаточно, чтобы ученик хорошо умел анализировать ее и устанавливать связи между величинами: данными задачи, данными и искомыми. Пример: «Груша дороже яблока в 2 раза. Что дороже: 4 яблока или 2 груши?»

Рассуждение: Если груша дороже яблока в 2 раза, то это значит, что одна груша стоит столько, сколько стоят 2 яблока. Значит, две груши стоят столько, сколько стоят 4 яблока.

Ответ: Стоимость четырех яблок равно стоимости двух груш.

При решении некоторых нестандартных задач применим также *метод исследования*. Ученики учатся думать, рассуждать, искать новые оригинальные пути решения возникающих проблем, так как задачи – богатейший материал, сопутствующий развитию логического мышления и исследовательских навыков. Задачи на исследование приближают школьника к условиям, в которых практическую проблему выдвигает жизнь. Здесь осуществляется связь обучения с практикой.

Рассмотрим задачу: «Для поздравления с 8 марта Миша купил в киоске 7 одинаковых открыток. Цену он не знал, но ему было известно, что стоимость одной открытки не превышает 10 рублей. Получив со 100 рублей сдачу 55 рублей, он заметил продавцу, что тот ошибся. Поблагодарив мальчика, продавец сразу же исправил ошибку. Как рассуждал Миша?»

Решение: За 7 открыток продавец взял 45 рублей (100 – 55 = 45 р.).

Но 45 не делится на 7 без остатка, значит продавец неверно дал сдачу(45 : 7 = 6 (ост. 3)).

Задачи

Задача 1. Теплоход в течение двух дней был в пути 17 ч. В первый день он прошел 250 км, во второй – 175 км. В какой день теплоход был дольше в пути и, на сколько часов, если он все время шел с одинаковой скоростью?

Задача 2. Расстояние от города до дачного поселка велосипедист проехал за 3 часа со скоростью 14 км/ч. Возвращаясь обратно, он то же расстояние проехал за 6 часов. Как изменилась скорость велосипедиста?

Задача 3. Расстояние между городом и селом 150 км. Из города в село выехал мотоциклист со скоростью 60 км/ч. В то же время навстречу ему из села по той же дороге выехал велосипедист со скоростью в 4 раза меньшей, чем у мотоциклиста. На каком расстоянии от села, он встретил мотоциклиста?

Задача 4. Два пловца поплыли одновременно по реке в противоположных направлениях, первый плыл со скоростью 80 м/мин, второй плыл в 2 раза медленнее. Сколько метров проплывет второй пловец, когда первый проплывет 240 м? На каком расстоянии друг от друга они будут в это время?

Задача 5. Туристы на велосипеде за два дня, двигаясь с постоянной скоростью, удалились от города на 120 км. В первый день они были в пути 4 часа, а во второй – на 2 часа дольше. На сколько путь, пройденный туристами в первый день, короче, чем во второй?

Задача 6. На швейной фабрике из одного тюка ткани сшили 12 одинаковых платьев, а из другого тюка таких же платьев вышло в 3 раза меньше. Сколько метров ткани было в каждом тюке, если в одном из них было на 16 метров больше ткани, чем в другом?

Задача 7. Одна бригада рабочих может построить 18 км шоссейной дороги за 30 дней, а другая будет строить эту дорогу в 2 раза дольше. За сколько дней смогут построить эту дорогу обе бригады, работая вместе?

Задача 8. Для отправки в магазины было заготовлено 4500 кг огурцов. Причем 2/6 этих огурцов разложили в ящики по 15 кг в каждый, а остальные в ящики, вмещающие в 2 раза больше огурцов. Сколько всего ящиков понадобилось для укладки огурцов?

Задача 9. С одного участка собрано 480 кг винограда, а с другого – в 3 раза больше. Весь виноград был разложен в ящики по 12 кг в каждый.

Четвертую часть собранного винограда отправили в магазин, а шестую часть остатка – в детские сады. Сколько ящиков с виноградом отправили в детские сады и сколько ящиков осталось?

Задача 10. На склад привезли 4560 кг муки в мешках, по 80 кг в каждом, и 3840 кг крупы в мешках, по 60 кг в каждом. На сколько больше привезли мешков с крупой, чем с мукой? Как изменится решение задачи при условии, что: 1) мешки были одинаковые – по 80 кг; 2) что муки и крупы было поровну – по 4560 кг?

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Задания контрольного этапа исследования

1. Реши составную задачу разными способами, подчеркни рациональный.

За 1 час самолет преодолевает расстояние в 1000 км, а автомобиль – в 10 раз меньше, чем самолет, поезд – на 50 км меньше, чем автомобиль. Во сколько раз меньше расстояние за 1 час преодолевает поезд, чем самолет?

2. Прочитай задачу. Прочитай вопросы и выражения. Соедини каждый вопрос с нужным выражением.

В классе 12 мальчиков и Х девочек.

Сколько всего учеников в классе?
На сколько мальчиков больше, чем девочек?
На сколько девочек меньше, чем мальчиков?
Во сколько раз девочек меньше, чем мальчиков?
Во сколько раз мальчиков больше, чем девочек?

12 – х
12* Х
х – 12
12 : х
12 + х

3. Прочитай задачу. Напиши краткие пояснения к данным ниже выражениям.

В саду 54 яблони, груш в 6 раз меньше, чем яблонь, а слив на 20 деревьев больше, чем груш. Сколько всего деревьев в саду?

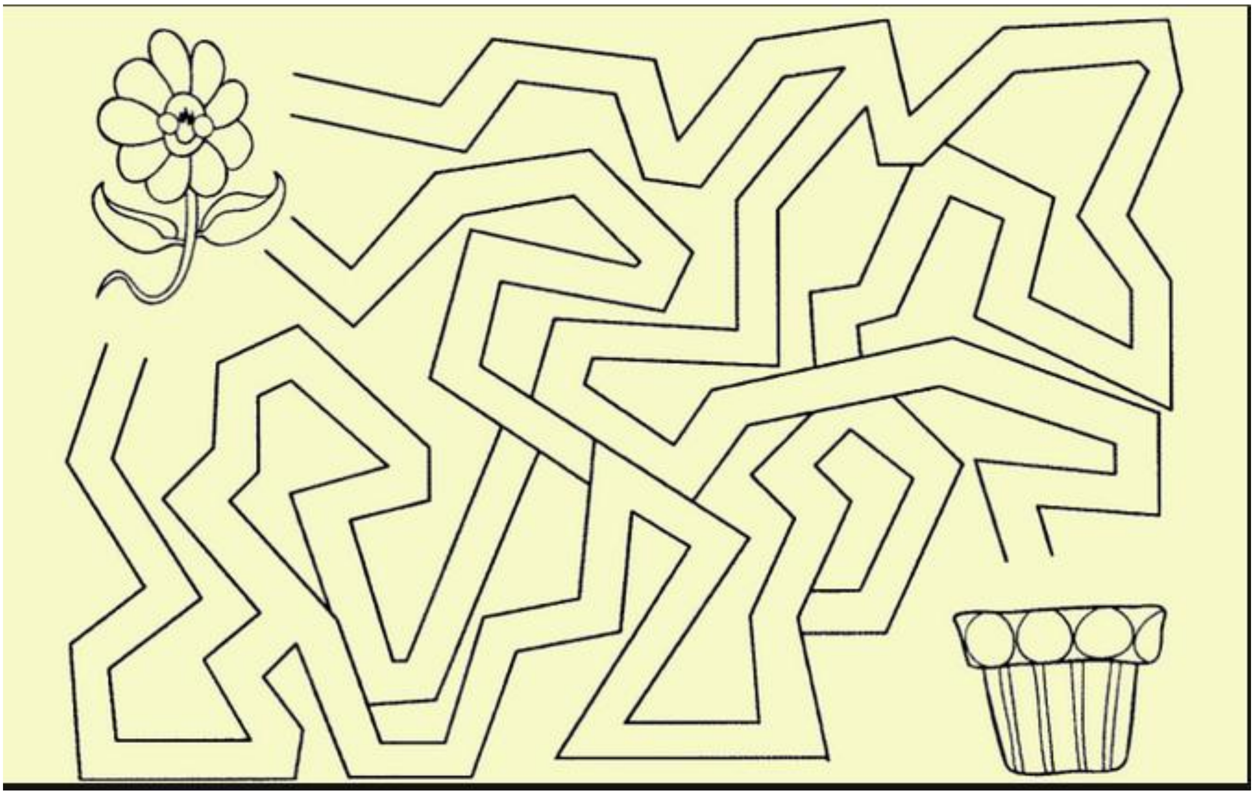
9 + 20 = 29 - ____

54 : 6 = 9 - ____

54 +29 = 83- ____

83 +9 = 92 - ____

4. Показать путь цветочка к горшочку



НОРМОКОНТРОЛЬ

ФИО Храмцова В.С.

Кафедра ТиМОФТИ

результаты проверки Нормоконтроль пройден

Дата 6.12.17

Ответственный нормоконтролер ____________ Каменева Г.П.

(подпись) (ФИО)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

о результатах проверки ВКР системой «Антиплагиат».

На основании контракта с ЗАО «Анти-Плагиат» № 3/5-17 от 09.03.2017 года «Обеспечение доступа к информации системы автоматизированной проверки текстов «Антиплагиат» проверена работа студента УрГПУ

ФИО Храмцова Валерия Сергеевна

института/факультета ИПиПД получены следующие результаты:

Оригинальный текст составляет 61,93

Дата 07.12.17

Ответственный подразделения Т.В. Никулина подпись

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный педагогический университет»
Институт педагогики и психологии детства

ОТЗЫВ
руководителя выпускной квалификационной работы

Тема ВКР «Нестандартные задачи как средство развития математических способностей младших школьников»
Студента Храмцовой Валерии Сергеевны
Обучающегося по ОПОП «Начальное образование»
Заочной формы обучения

Валерия Сергеевна при подготовке выпускной квалификационной работы проявила готовность корректно формулировать и ставить задачи своей деятельности; готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

В процессе написания ВРК В.С. Храмцова проявила такие личностные качества, как самостоятельность, ответственность, добросовестность, аккуратность.

Валерия Сергеевна проявила умение рационально планировать время выполнения работы. При написании ВКР студента соблюдала график написания ВКР, обоснованно использовала в профессиональной деятельности методы научного исследования, консультировалась с руководителем, учитывала замечания и рекомендации. Показала достаточный уровень работоспособности, прилежания.

Содержание ВКР систематизировано: логика соответствует теме работы, имеются выводы.

Автор продемонстрировал умения делать самостоятельные обоснованные и достоверные выводы из проделанной работы, пользоваться научной литературой профессиональной направленности.

Заключение соотнесено с задачами исследования, отражает основные выводы.

ОБЩЕЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выпускная квалификационная работа студента Храмцовой Валерии Сергеевны соответствует требованиям, предъявляемым к квалификационной работе выпускника Института педагогики и психологии детства УрГПУ, и рекомендуется к защите.

Ф.И.О. руководителя ВКР Воробьёва Галина Васильевна
Должность старший преподаватель
Кафедра Теории и методики обучения естествознанию, математике и информатике в период детства

Подпись ____________________ Дата 11.12. 2017