

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Уральский государственный педагогический университет»  
Институт математики, физики, информатики и технологий  
Кафедра высшей математики и методики обучения математике

**ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ  
У ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6-х КЛАССОВ  
В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ**

Выпускная квалификационная работа  
Направление подготовки «44.03.01 – Педагогическое образование.  
Профиль: «математика»»

Квалификационная работа  
допущена к защите  
Зав. кафедрой д.физ.мат.н.,  
доцент Бодряков В.Ю.

\_\_\_\_\_

дата

\_\_\_\_\_

подпись

Исполнитель:  
Сулковская Ксения Владимировна  
обучающаяся группы БМ – 51Z

\_\_\_\_\_

подпись

Научный руководитель:  
к.п.н., доцент  
Блинова Т.Л.

\_\_\_\_\_

подпись

Екатеринбург 2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

ГЛАВА 1. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ 5

1.1. Понятия «исследовательская деятельность», «исследовательские умения» 5

1.2. Требования к формированию исследовательских умений у обучающихся в процессе обучения математике 14

1.3. Сюжетные задачи как одно из средств формирования исследовательских умений у обучающихся 24

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1 30

ГЛАВА 2. ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6-х КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ 31

2.1. Психолого-педагогические особенности обучающихся 5-6-х классов 31

2.2. Требования к отбору и конструированию комплекса сюжетных задач, направленных на формирование исследовательских умений у обучающихся 5–6-х классов 35

2.3. Комплекс сюжетных задач, направленных на формирование умений исследовательской деятельности для обучающихся 5-6-х классов 58

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2 63

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 64

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 66

## ВВЕДЕНИЕ

Согласно требованиям Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, необходимо свести школьное образование к уровню, отвечающему потребностям времени, появляющимся в современном обществе, которое постоянно изменяется, характеризуется многообразными существующими в нем связями, широким внедрением информационных технологий. В связи с этим в портрете ученика обосновывается необходимость сформированности мотивации к обучению и познанию, способность обучающихся к саморазвитию и самообразованию.

Таким образом, одной из важнейших задач образования в настоящее время становится формирование исследовательских умений, которые ориентированы на исследовательскую деятельность обучающихся, основной целью которой является формирование у обучающихся поисковой активности, позволяющая осуществлять поиск и анализ информации, формулировать задачи и находить вариативные способы решения проблемных ситуаций, выдвигать гипотезы и проверять их самостоятельно.

В связи с этим целесообразно найти такие средства, которые способствуют развитию выше перечисленных умений. Одним из них являются сюжетные задачи, так как процесс решения этого вида задач ставит ученика в ситуацию поиска различных способов разрешения проблемных ситуаций и выбора из них единственно правильного, что требует обдуманного и логически правильного подхода.

Вышесказанное определило выбор темы работы «Формирование исследовательских умений у обучающихся 5-6 классов в процессе решения сюжетных задач».

**Объект** исследования – процесс обучения математике в общеобразовательной школе.

**Предмет** – формирование исследовательских умений у обучающихся 5-6 классов в процессе решения сюжетных задач.

**Цель** – разработка комплекса сюжетных задач, направленных на

формирование исследовательских умений.

Для достижения поставленной цели обозначены следующие *задачи*:

1. Проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу по данной теме с целью раскрыть сущность и структуру исследовательской деятельности обучающихся.
2. Рассмотреть требования к формированию исследовательских умений в процессе обучения математике.
3. Определить особенности сюжетных задач как одно из средств формирования умений исследовательской деятельности у обучающихся.
4. Выявить психолого-педагогические особенности младшего подросткового возраста.
5. Сформулировать требования к отбору и составлению комплекса задач, направленных на формирование исследовательских умений.
6. Раскрыть приемы работы по формированию исследовательских умений на отдельных этапах решения сюжетных задач.

# **ГЛАВА 1. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

## **1.1. Понятия «исследовательская деятельность», «исследовательские умения»**

Для раскрытия понятия исследовательская деятельность были изучены такие понятия, как «деятельность» и «исследование». Личность человека формируется в процессе непрерывной деятельности, причём формирование характера личности нуждается в различных видах деятельности, в том числе общение, труд, познание. Несмотря на это сама категория деятельности исследована не в полной мере. Конкретного, универсального определения понятия деятельности на сегодняшний день не установлено. Исследователями этот термин употребляется в самых различных значениях. Анализируя психолого-педагогическую литературу, можно рассмотреть различные подходы к определению понятия деятельности.

Деятельность — процесс (процессы) тесного взаимодействия субъекта с миром, во время которого субъект удовлетворяет какие-либо свои потребности. Деятельностью можно назвать любую инициативность человека, которой он сам придает некоторый смысл [16].

По определению А.Г.Асмолова, деятельность представляет собой динамическую саморазвертывающуюся иерархическую систему взаимодействий субъекта с миром, в процессе которых происходит порождение психического образа, воплощение его в объекте, осуществление и преобразование опосредованных психическим образом отношений субъекта в предметной действительности [3].

А.С. Каган, разделяя деятельность на три структурных элемента, определяет её как активность субъекта, направленную на объект или других субъектов [14].

Н. Ф. Талызина говорит о том что деятельность - это процесс взаимодействия человека с окружающим миром, процесс решения жизненно важных задач [34].

А.Н. Леонтьев называет деятельностью некоторую более или менее сложную совокупность или систему процессов, которые осуществляют некоторые определённые жизненные отношения индивида [18].

Итак, исходя из вышесказанных определений, деятельность можно определить как особый вид активности человека, направленный на познание и творческое преобразование окружающего мира, включая самого себя и условия своего существования.

Исследование, в отличие от интуитивных форм познания окружающего мира, основано на норме деятельности – научном методе. Его осуществление предполагает осмысление и установление цели исследования, средств исследования (методологию, подходы, методы, методики), направленность исследования на отображаемость результата. В логическом словаре справочнике Н.И. Кондакова понятие "исследование" определяется следующим образом: "Исследование - процесс научного изучения какого-либо объекта (предмета, явления) в целях выявления его закономерностей возникновения, развития и преобразования его в интересах общества".

Цель исследовательской деятельности - это получение нового знания о нашем мире, в чем и заключается принципиальное отличие от деятельности учебной, просветительско-познавательной. Исследование всегда предполагает обнаружение некой проблемы, некоего расхождения, которые нуждаются в изучении и объяснении, поэтому она начинается с познавательного интереса, мотивации поиска. Новое знание может иметь как индивидуальный, так и обобщающий характер. Это либо закономерность, либо знание о детали, о ее месте в той или иной закономерности [36].

Исходя из вышесказанного, существуют различные подходы к определению учебно-исследовательской деятельности.

Для психолога А. С. Обухова исследовательская деятельность

учащихся представляет собой творческий процесс совместной деятельности двух субъектов (двух личностей) по поиску решения неизвестного, в ходе которого осуществляется трансляция между ними культурных ценностей, результатом которой является формирование мировоззрения [24]. Он отмечает, что: во-первых, учитель в данном случае выступает именно как носитель опыта организации деятельности, а не как источник знаний. Во-вторых, т.к. обе стороны являются субъектами, т.е. активными деятелями, то позиция того, кого ведет учитель, не позиция ведомого, а позиция самостоятельно «идущего за ведущим». В исследовании происходит не пассивное восприятие сведений, а активное взаимодействие, благодаря взятию на себя конкретно функциональных обязанностей каждого из сторон.

Б. А. Викал определяет исследовательскую деятельность учащихся, как всякую деятельность, которая направлена на получение нового знания и осуществляется не по строгому предписанию (алгоритму), а на основе самоорганизации, понимая под последней способность рационально планировать свою деятельность, осуществлять самоконтроль, регулирование, перестройку своих действий, способность пересмотреть и изменить свои представления об объектах, включенных в деятельность [6].

Н. Г. Алексеев [1] понимает под учебной исследовательской деятельностью - деятельность учащихся, связанную с поиском ответа на творческую, исследовательскую задачу с заранее неизвестным решением и предполагающая наличие основных этапов, характерных для исследования в научной сфере: постановку проблемы, изучение теории, посвященной данной проблематике, подбор методик исследований и практическое овладение ими, сбор собственного материала, его анализ и обобщение, собственные выводы .

В. А. Далингер под учебной исследовательской деятельностью понимает учебную деятельность по приобретению практических и теоретических знаний с преимущественно самостоятельным применением научных методов познания, он считает что учебно-исследовательская деятельность - это процесс решения поставленной проблемы на основе

самостоятельного поиска теоретических знаний; предвидение и прогнозирование, как результатов решения, так и способов и процессов деятельности. Предназначение же исследовательской деятельности состоит в том, что, будучи формой активности индивида, она является условием и средством его психического развития [10].

А. В. Леонтович понимает исследовательскую деятельность школьников как образовательную технологию, с помощью которой формируется научное мышление. Для исследовательской деятельности учащихся специфичны функциональные связи участников образовательного процесса, определяемые как «коллега-коллега» и «духовный наставник-младший товарищ» [20].

М. Н. Емельянова пишет в своей диссертации что исследовательская деятельность по освоению окружающего мира - это вид активности ребёнка, направленный на поиск объективной информации об устройстве окружающего мира путём личного практического экспериментирования с объектом исследования [12].

А.И. Савенков рассматривает исследовательскую деятельность как целостное образование личности в совокупности процессов: интеллектуальных, эмоциональных, волевых, творческих [30].

Важным аспектом процесса обучения школьников началам исследовательской деятельности является поэтапное, целенаправленное формирование всех компонентов их исследовательской деятельности:

- мыслительных умений и навыков (анализ и выделение главного; сравнение; обобщение и систематизация; доказательство и опровержение; определение и объяснение понятий);

- умений и навыков работы с книгой и другими источниками информации;

- умений и навыков, связанных с культурой устной и письменной речи;

- специальных исследовательских умений и навыков (в старших классах) [52] .



Как отмечают И.А. Зимняя и Е.А. Шашенкова [13], продуктом

исследовательской деятельности является новое знание, полученное в соответствии с поставленной целью и в соответствии с объективными законами и наличными обстоятельствами, определяющими реальность и достижимость цели. Определение конкретных способов и средств действий, через постановку проблемы, вычленение объекта исследования, проведение эксперимента, описание и объяснения фактов, полученных в эксперименте, создание гипотезы (теории), предсказание и проверка полученного знания, определяют специфику и сущность этой деятельности.

Проанализировав и обобщив ряд исследований [24,6,15,10], можно установить, что сутью исследовательской деятельности обучающихся является активная познавательная позиция, которая основана на внутреннем поиске решения творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным решением и предполагающая наличие основных этапов: постановку проблемы, изучение теории, посвященной данной проблематике, подбор метода исследования, сбор собственного материала, его анализ и обобщение, собственные выводы.

Именно в процессе исследовательской (поисковой) деятельности :

- Ø активизируются мыслительные процессы и реализуется творческий потенциал ребенка;
- Ø развивается способность к начальным формам обобщения, умозаключения;
- Ø чем разнообразнее и интенсивнее поисковая деятельность, тем больше новой информации получает ребёнок, тем быстрее и полноценнее развивается его речь;
- Ø в процессе исследовательской деятельности идёт обогащение памяти ребёнка.

Рассмотрев суть исследовательской деятельности, а также учитывая собственные наблюдения, можно прийти к выводу, что организовывая в учебном процессе исследовательскую деятельность у учащихся формируются исследовательские умения.

Понятие «исследовательские умения» разными авторами трактуется по-разному. Например, Е. В. Амахина определяет исследовательские умения как сознательное владение совокупностью операций, являющихся способами осуществления умственных и практических действий (в том числе творческих исследовательских действий), составляющих исследовательскую деятельность, успешность формирования и выполнения которых зависит от ранее приобретенных умений [2].

А.Ю. Фадеев пишет [38], что исследовательские умения определяют следующие действия: работа с различными источниками информации, наблюдение естественно-научных процессов и явлений и работа с их предметными и информационными моделями, постановка задачи по разрешению проблемной ситуации, формулировка гипотезы, моделирование методики опытно-экспериментальной деятельности, обоснование результатов деятельности. В.А. Гусев помимо перечисленных компонентов действий применительно к математике относит и такие, как выделение элементов задачи, нахождение фигур и выделение связей между фигурами, попадающие под данный элемент задачи, оценивание полноты и непротиворечивости связей [9].

М.Н. Поволяева [26] понимает под исследовательскими умениями систему интеллектуальных, практических знаний, умений, навыков, необходимых для самостоятельного проведения исследования или его частей.

А.И.Савенков под общими исследовательскими умениями понимает

умения видеть проблемы, задавать вопросы, давать определения понятиям, выдвигать различные гипотезы, классифицировать, проводить эксперименты и наблюдения, делать умозаключения и выводы, работать с текстом, структурировать материал, защищать и доказывать свои идеи [29].

С учетом действий, входящих в состав умений, современные исследователи [22, 23, 25, 28] классифицируют исследовательские умения на группы, указанные в таблице 1:

*Таблица 1*

«Классификация исследовательских умений»

Уровни исследовательских умений	Исследовательские умения
1.Операционные (интеллектуальные) исследовательские умения	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умения выдвигать и доказывать гипотезы;</li> <li>• умения устанавливать причинно-следственные связи;</li> <li>• умения анализировать условия заданной ситуации;</li> <li>• умения обобщать результаты, формулировать выводы и новые проблемы.</li> </ul>
2.Организационные исследовательские умения	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умение поставить цель;</li> <li>• умение проводить самоанализ, самоконтроль;</li> <li>• умение планировать свою работу;</li> <li>• умение управлять своими действиями в процессе исследовательской деятельности.</li> </ul>
3.Исследовательские умения сотрудничества (коммуникативные)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умение работать в группе (коллективе);</li> <li>• умение производить взаимопомощь, взаимоконтроль и обсуждения результатов, распределять обязанности;</li> <li>• умение решать практические задачи, используя при необходимости справочники и технические средства.</li> </ul>
4.Рефлексивные исследовательские умения	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умения рефлексивно осмысливать свои действия;</li> <li>• умения оценивать свою деятельность;</li> <li>• умения осуществлять самоконтроль в ходе работы;</li> <li>• умения оценивать промежуточные результаты и корректировать свои действия.</li> </ul>

Как показал анализ психолого-педагогической и методической литературы, формирование исследовательских умений у учащихся является пропедевтикой к научно-исследовательской деятельности.

Таким образом, говоря о сущности исследовательской деятельности школьника, целесообразно придерживаться мнения Н. А. Семеновой [38], которая понимает под этим специально организованную, познавательную творческую деятельность учащихся, по своей структуре соответствующей научной деятельности, характеризующейся целенаправленностью, активностью, предметностью, мотивированностью и сознательностью. Результатом этой деятельности является формирование познавательных мотивов и исследовательских умений, субъективно новых для учащегося знаний и способов деятельности, личностное развитие ученика. Именно это определение в большей степени отражает требования к современным результатам обучения (рис. 1).

Учитывая все вышесказанное, можно прийти к выводу, что формирование исследовательских умений заключается в умениях видеть проблемы, задавать вопросы, давать определения понятиям, способность выделять различные гипотезы, классифицировать, проводить эксперименты и наблюдения, делать умозаключения и выводы, работать с текстом, структурировать материал, защищать и доказывать свои идеи.



## **1.2. Требования к формированию исследовательских умений у обучающихся в процессе обучения математике**

Согласно требованиям ФГОС, основным подходом в современном образовании является деятельностный подход. А всесторонне реализовать данный подход позволяет исследовательская деятельность. В то же время через исследовательскую деятельность формируются многие универсальные учебные действия прописанные в ФГОС.

Одной из основных задач школы является формирование и развитие у учащихся исследовательских умений, которые позволяют им активно включаться в творческую, исследовательскую деятельность. Поэтому задача учителя заключается в том, чтобы помочь ученику стать свободной, творческой и ответственной личностью.

Исследовательский подход дает новые возможности для решения этой задачи, поскольку этот метод характеризуется высокой степенью самостоятельности, формирует умения работы с информацией, помогает выстроить структуру своей деятельности, учит обобщать и делать выводы. А самое главное помогает учиться не только ученику, но и учителю.

Каждый ребенок склонен к познанию и исследованию окружающего его мира. Правильно поставленное обучение должно совершенствовать эту склонность, способствовать развитию соответствующих умений и навыков. Как правило, одного желания недостаточно для эффективности исследовательской деятельности. Нужны еще увлеченность ученика этой деятельностью и умение ее выполнять. Таким образом, нужно прививать школьникам интерес к исследованию, вооружать их методами научно-исследовательской деятельности.

Так как в задачу учителя входит создание условий, при которых ученик

мог бы применять новые знания в незнакомой нестандартной ситуации, то можно рассмотреть следующее организационное требование к формированию исследовательских умений у обучающихся:

Необходимо так организовать учебную работу детей, чтобы они смогли усвоить процедуру исследования, последовательно проходя все его основные пункты:

- мотивация исследовательской деятельности;
- постановка проблемы;
- сбор фактического материала;
- систематизация и анализ полученного материала;
- выдвижение гипотез;
- проверка гипотез;
- доказательство или опровержение гипотез [10] .

Рассмотрим организацию деятельности на каждом из названных этапов.

1. Мотивация исследовательской деятельности осуществляется различными способами: можно сделать упор на значимости ожидаемых результатов, предложить своеобразное или внезапно сформулированное учебное задание и т.п. При исследовании мотивирующая (исходная) задача должна мысленно направить учащихся на решение более общей проблемы, чем та, которая отражена в условии задачи.

2. Постановка проблемы также может осуществляться различными методами. Сформулировать ее должен сам ученик в результате решения мотивирующей задачи. Однако, как показывает практика, такое случается далеко не всегда: многие школьники затрудняются самостоятельно определить проблему; выдвигаемые ими формулировки могут оказаться неверными или не совсем точными. А потому на первых порах необходим контроль со стороны учителя.

3. Сбор фактического материала может осуществляться при

исследовании специальной учебной литературы или посредством проведения испытаний, всевозможных проб, попыток решения частных проблем, варьирования числовыми данными, фигурирующих в исходной задаче. Пробы (испытания) не должны быть беспорядочными, лишенными какой-либо логики. Для этого необходимо задать их направление посредством указаний, чертежей, пояснений и т.п. Число испытаний не следует строго регламентировать, оно должно быть достаточным для получения требуемого материала.

4. Систематизацию и анализ полученного материала лучше выполнять с помощью таблиц, диаграмм, схем, графиков и т.п. Они позволят наглядно определить необходимые свойства, связи, соотношения, закономерности. Для начала способ систематизации фактического материала может быть указан, в дальнейшем он должен определяться самим учеником. Предварительно нужно ознакомить учащихся с разнообразием таких способов.

5. Выдвижение гипотез может происходить как в процессе проведения испытаний или при систематизации фактического материала, так и в ходе выявления особенностей уже систематизированного фактического материала. Учащихся нужно приучать к стремлению фиксировать гипотезы на математическом языке, благодаря чему высказывания будут точными и краткими. Изначально не нужно ограничивать число возможных гипотез.

6. Проверка гипотез позволяет удостовериться или усомниться в истинности предположений, а может внести изменения в их формулировки. Проверку гипотез разумно осуществлять методом проведения еще одного испытания. Результат новой пробы нужно сравнить с ранее полученным результатом. И если результаты совпадают, то гипотеза подтверждается и вероятность ее истинности возрастает. Расхождение же результатов служит основанием для отклонения гипотезы или уточнения условий ее справедливости.

7. На последнем этапе происходит доказательство истинности гипотез,



получивших ранее подтверждение или уточнение; ложность же их может быть определена с помощью контрпримеров.

На первых порах самостоятельный поиск необходимых доказательств для многих учеников представляет большую трудность. Поэтому учителю важно предусмотреть всевозможные подсказки: это может быть схематическое изображение проблемной ситуации, чертеж с особыми пометками, подсказывающими идею доказательства, и т.п. Идея доказательства может зародиться в процессе выполнения испытаний, может возникнуть и при анализе систематизированного фактического материала, и на ней следует обострить внимание учащихся. Наконец, важно отметить также, что в ряде случаев бывает проще установить равносильность двух или более гипотез и доказать одну из них, нежели искать доказательства для каждой гипотезы в отдельности.

Таким образом, исследовательская деятельность обосновывается как образовательная технология, средство комплексного решения задач воспитания, образования и развития личности в современном социуме. Что касается самого процесса исследования, то он представляет собой свободный научный поиск, который не связан с заранее определенной логикой исследования и может дать (или не дать) самые парадоксальные результаты, к каковым относились все ранее сделанные научные открытия.

Учителю математики предоставляется уникальная возможность – пробудить интерес учащихся к исследованию, предлагая им задачи, соразмерные их знаниям, выполняя основные требования при организации исследовательской деятельности в школе.

В качестве примера можно рассмотреть следующее задание (**постановка проблемы**): «Площадь прямоугольника равна  $a^2$ . Найти наименьшее значение периметра этого прямоугольника» [15].

### **Выдвижение гипотезы**

Для решения данной задачи обозначим периметр  $P$ , стороны

прямоугольника буквами x и y. Рассмотрим некоторые случаи и для каждого случая найдем возможные значения периметра по формуле:  $P=2(a+b)$ .

$$S=25$$

x	1	2	5	0,2	0,5	10	20	200	0,02	0,05
y	25	12,5	5	125	50	2,5	1,25	0,125	1250	500
P	52	29	<b>20</b>	250,4	101	25	42,5	400,25	2500,04	1000,1

$$S=36$$

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,9	1	2	4	6
y	360	180	120	90	72	40	36	18	9	6
P	720,2	360,4	240,6	180,8	145	81,8	74	40	26	<b>24</b>

$$S=169$$

x	0,1	0,2	0,5	1	1300	13	0,01	0,02	0,05	130
y	1690	845	338	169	0,0013	13	16900	8450	3380	0,013
P	3380,2	1690,4	677	340	2600,0026	<b>52</b>	33800,02	16900,04	6760,1	260,026

$$S=144$$

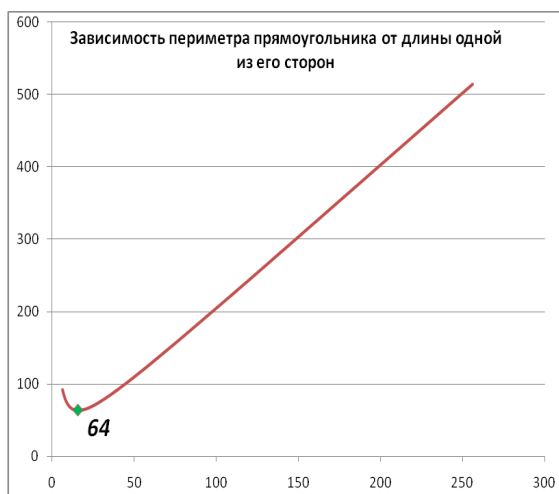
x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	4	1	2	12
y	1440	720	432	360	288	240	36	144	72	12
P	2880,2	1440,4	864,6	720,8	577	481,2	80	290	144	<b>48</b>

$$S=256$$

x	1	2	4	0,5	8	16	0,1	0,2	0,01	0,02
y	256	128	64	512	32	16	2560	1330	25600	13300
P	514	260	136	1025	80	<b>64</b>	5120,2	2660,4	51200,02	26600,04

Реализуем подобные расчеты в Microsoft Office Excel.

Кроме того, построим график зависимости периметра прямоугольника длины одной из его сторон.



По графику видно, что наименьшее значение периметр достигает в выделенной точке; это значение составляет 64 условных единиц.

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>S</i>	<i>P</i>
0,5	512	256	1025
1	256	256	514
1,5	170,6667	256	344,3333
2	128	256	260

2,5	102,4	256	209,8
3	85,33333	256	176,6667
3,5	73,14286	256	153,2857
4	64	256	136
4,5	56,88889	256	122,7778
5	51,2	256	112,4
5,5	46,54545	256	104,0909
6	42,66667	256	97,33333
6,5	39,38462	256	91,76923
7	36,57143	256	87,14286
7,5	34,13333	256	83,26667
8	32	256	80
8,5	30,11765	256	77,23529
9	28,44444	256	74,88889
9,5	26,94737	256	72,89474
10	25,6	256	71,2
10,5	24,38095	256	69,7619

11	23,27273	256	68,54545
11,5	22,26087	256	67,52174
12	21,33333	256	66,66667
12,5	20,48	256	65,96
13	19,69231	256	65,38462
13,5	18,96296	256	64,92593
14	18,28571	256	64,57143
14,5	17,65517	256	64,31034
15	17,06667	256	64,13333
15,5	16,51613	256	64,03226
<b>16</b>	<b>16</b>	<b>256</b>	<b>64</b>
16,5	15,51515	256	64,0303
17	15,05882	256	64,11765
17,5	14,62857	256	64,25714
18	14,22222	256	64,44444
18,5	13,83784	256	64,67568
19	13,47368	256	64,94737

19,5	13,12821	256	65,25641
20	12,8	256	65,6
20,5	12,4878	256	65,97561

Из таблицы расчетов следует, что значения длины и ширины прямоугольника совпадают и равны 16.

На основе полученных результатов сформулируем гипотезу исследования.

**Гипотеза:** Периметр прямоугольника будет наименьшим, если значения переменных, выражающих длины сторон, совпадают, то есть  $x = y$ .

### Проверка гипотезы

Осуществим доказательство высказанного предположения четырьмя способами.

#### Способ 1

Обозначим длины сторон через  $x$  и  $y$ , полупериметр через  $p$ . Тогда  $p = x + y$ .

Запишем формулировку задачи

символически:  $xy = a^2 \Rightarrow x + y = p - \text{наименьшее, } p - ?$

Рассмотрим выражение:

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 = 4xy$$

По условию  $xy = a^2$ . Тогда  $p^2 - (x - y)^2 = 4a^2$ . Более того  $(x - y)^2 \geq 0$

$$(x - y)^2 \geq 0$$

Из полученных соотношений следует, что значение  $p^2 - P^2$  (значит и  $p$ )  $P$  будет наименьшим, если  $(x - y)^2 = 0$ . Отсюда следует, что  $x = y$   $x = y$ .

Таким образом,  $p^2 = 4a^2 \Rightarrow p = 2a$   $p^2 = 4a^2 \Rightarrow p = 2a$ .

Наименьшее значение  $p = 2a$  достигается при  $x = y$ .

#### Способ 2

Пусть  $x$  – одна из сторон прямоугольника,  $p$  – полупериметр. Тогда длина второй стороны  $y = p - x$ . Получим:  $x(p - x) = a^2$ ,  $xp - x^2 = a^2$ ,  $a^2 + x^2 - xp = 0$

Выделим полный квадрат разности:

$$(a^2 - 2ax + x^2) + 2ax - xp = 0, \quad (a - x)^2 + 2ax - xp = 0.$$

Вынесем за скобки общий множитель:  $(x - a)^2 + x(2a - p) = 0$ .

Так как  $x > 0$ ,  $(x - a)^2 \geq 0$ , то из последнего равенства следует, что  $2a - p \leq 0$ , то есть  $p \geq 2a$ .

Получаем, что наименьшее значение  $p = 2a$ .

### Способ 3

Рассмотрим квадрат со стороной  $a$ . Тогда площадь равна  $a^2$ , полупериметр  $p = 2a$ . Если мы уменьшим длину стороны квадрата на  $m$  ( $m \geq 0$ ,  $ma$ ), тогда другую сторону нужно увеличить на  $n$  ( $n \geq 0$ ).

$$S = a^2 \Rightarrow (a - m)(a + n) = a^2 \Rightarrow a^2 - am + an - mn - a^2 = 0 \\ \Rightarrow an - am = mn \Rightarrow a(n - m) = mn$$

Так как  $m \geq 0$ ,  $n \geq 0$ , то  $mn \geq 0$ . По условию  $a > 0$ .

Тогда из последнего равенства следует, что  $n - m \geq 0$  (\*).

Запишем формулу для вычисления полупериметра прямоугольника:

$$p = (a - m) + (a + n) = 2a + (n - m).$$

Из этого равенства с учетом неравенства (\*) вытекает, что наименьшее значение полупериметра  $p$  составляет  $2a$ .

### Способ 4

Введем обозначения

$$\begin{cases} x + y = p \\ x - y = q \end{cases}$$

Где  $p$  – полупериметр,  $q$  – некоторое число

Сложим эти равенства:

$$2x = p + q$$

$$x = \frac{p + q}{2}$$

Вычтем из первого равенства второе:

$$2y = p - q$$

$$y = \frac{p - q}{2}$$

Найдем формулу для вычисления площади прямоугольника:

$$S = xy = \frac{p + q}{2} \cdot \frac{p - q}{2}$$

Преобразуем равенство:

$$\frac{p^2 - q^2}{4} = a^2 \Rightarrow p^2 - q^2 = 4a^2 \Rightarrow p^2 = 4a^2 + q^2$$

Учитывая неравенства  $4a^2 \geq 0, q^2 \geq 0$ , получим, что наименьшее значение  $p^2$  составляет  $4a^2$ . Следовательно, наименьшее значение полупериметра  $p$  равняется  $2a$ .

### Вывод

Таким образом, доказана **теорема**: Сумма двух положительных переменных, произведение которых постоянно, принимает наименьшее значение, когда переменные равны.

В 5-6 классах на уроках математики учащиеся выполняют совсем небольшие исследования, которые занимают лишь небольшую часть урока. Учащиеся учатся закономерности, выдвигать гипотезы, проверять их на практике. Для организации такого рода деятельности удобна групповая или парная работа.

При изучении темы «Координатная плоскость» учащиеся 6 класса разделены на группы. Каждая группа получила карточки, на которых были записаны точки с координатами.

1. А(2;3); В(-3;4); С(3;-4); Д(0; -5); Е(5;0); М(-2;-6)

2. А(-4;7); В(0;4); С(6;5); Д(-5;-7); Е(3;0); М(5;-3)

3. А(0;-6); В(4;3); С(-2;-4); Д(3;0); Е(-3;5); М(4;-7)

Во время работы в группе учащиеся должны были ответить на следующие вопросы:

- Какие из этих точек расположены: а) выше оси абсцисс; б) правее оси



ординат; в) левее оси ординат; г) ниже оси абсцисс; д) на оси абсцисс; е) на оси ординат?

- Сформулируйте зависимость между значениями координат и расположением точек в координатной плоскости.

После выступления групп и обсуждения класс делает выводы о зависимости расположения точки  $A(x;y)$  на координатной плоскости от значения ее координат. Выводы оформляются в виде таблицы:

$x = 0, y \neq 0$	ось ординат
$x > 0, y > 0$	I четверть
$x < 0, y > 0$	II четверть
$x < 0, y < 0$	III четверть
$x > 0, y < 0$	IV четверть
$x \neq 0, y = 0$	ось абсцисс

Также для формирования исследовательских умений у обучающихся можно разработать такую систему заданий на применение конкретного знания в незнакомой ситуации, которую можно выразить в виде алгоритма.

1. Ситуация успеха. Называется конкретное знание (формула, идея, алгоритм). Ученикам предлагается задание на применение этой формулы, которое он решает без затруднений.

2. Ситуация затруднения (ощущения проблемы). Ученикам предлагается задача, похожая на предыдущие, но решить до конца они ее не могут, так как не имеют необходимых знаний.

3. Постановку учебной проблемы. Учащиеся, осознав проблему, проговаривают ее и говорят, каких им знаний не хватает, для того, чтобы решить задачу, выдвигают гипотезы о возможных путях решения задачи.

4. В незнакомой, нестандартной ситуации.

Исследовательский метод можно применить в ходе решения сложной задачи, анализа информации из первоисточников, разрешения поставленной учителем проблемы. Причем формы задания при исследовательском методе обучения должны быть разнообразными. Это или задания, поддающиеся

быстрому решению в классе, дома, или задания, требующие целого урока, домашние задания на определенный срок.

Таким образом, можно сказать, что учебно-исследовательская деятельность учащихся является творческим процессом совместной деятельности учащихся и учителя по поиску решения неизвестного, в ходе которого осуществляется передача между ними культурных ценностей, способствует повышению мотивации учебной работы, предусматривает влияние на выбор дальнейшей профессиональной деятельности, формирует научное мировоззрение.

Можно выделить следующие требования к формированию исследовательских умений у обучающихся:

1. Необходимо так организовать учебную работу детей, чтобы они смогли усвоить процедуру исследования, последовательно проходя все его основные пункты;
2. Разработать такую систему заданий на применение конкретного знания в незнакомой ситуации, которую можно выразить в виде алгоритма.

### **1.3. Сюжетные задачи как одно из средств формирования исследовательских умений у обучающихся**

Каждому человеку в своей жизни приходится решать какие-то жизненные проблемы, реализовывать поставленные цели. Для этого необходимо уметь грамотно поставить задачу, уметь ее решать, видеть перспективу дальнейших действий и анализировать сложившуюся ситуацию. Все это и является мыслительной деятельностью человека: индукция и дедукция, анализ и синтез, обобщение и конкретизация, абстрагирование и аналогия, классификация и систематизация. И математика, как ни одна другая наука, развивает эти умения у человека.

В методической литературе [11, 31, 32] рекомендуется такие умения начинать формировать начиная с 5-6-х классов.

В качестве эффективного средства формирования исследовательских умений являются математические задачи. Математические задачи, в которых есть хотя бы один объект, являющийся реальным, принято называть текстовыми (сюжетными, практическими, арифметическими и т. д.) [37]. Перечисленные названия берут начало от способа записи (задача представлена в виде текста), сюжета (описываются реальные объекты, явления, события), характера математических выкладок (устанавливаются количественные отношения между значениями некоторых величин, связанные чаще всего с вычислениями). Остановимся на термине «сюжетная задача».

Существует ряд различных подходов к определению понятия сюжетной задачи. Приведем некоторые из них:

1. Сюжетные – это задачи, описывающие реальную или приближенную к реальной ситуацию на языке стандартных моделей предметной области (в основе которых лежит сюжет реальный или приближенный к реальному) [35] .
2. Сюжетная задача – это задача, в которой описывается количественная сторона каких-то явлений, событий [42] .
3. Сюжетные задачи – это задачи, в которых описан некоторый жизненный сюжет (явление, событие, процесс), с целью нахождения определенных количественных характеристик или значений [40] .

Среди различных определений, имеющих в литературе, остановимся на определении сюжетной задачи, которое дал Фридман: под сюжетной задачей он понимает требование найти (установить, определить) какие-нибудь характеристики некоторого объекта по известным другим его характеристикам [40] .

Сюжетные задачи занимают особое место в процессе обучения математике, так как они более приближены к практической деятельности. Работа с сюжетными задачами оказывает определенное воздействие на

развитие мышления и речи учащихся, развивающую их смекалку и сообразительность, показывающую связь изучаемого с практикой.

Целью использования сюжетных задач в школьном курсе математики является научить учащихся анализировать, рассуждать, обосновывать, логически мыслить и грамотно говорить. В связи с чем мы будем рассматривать сюжетную задачу, как одно из средств формирования исследовательских умений.

Всякий мыслительный процесс по своему внутреннему строению направлен на разрешение определенной задачи. Задача эта включает в себе цель для мыслительной деятельности индивида, соотношенную с условиями, которыми она задана. На решение определенной задачи всякий реальный мыслительный акт субъекта исходит из тех или иных мотивов. Проблемная ситуация обычно является началом мыслительного процесса личности. Такое начало предполагает и определенный конец. Разрешение задачи является естественным завершением мыслительного процесса. Весь процесс мышления является сознательно регулируемой операцией.

В ходе анализа методической литературы нами были выделены четыре основных этапа процесса решения сюжетной задачи:

- осмысление текста задачи и анализ её содержания;
- осуществление поиска решения и составление плана решения;
- реализация плана решения;
- анализ найденного решения, поиск других способов решения.

При работе с сюжетной задачей на первом этапе предполагается первоначальная работа с целью понимания сюжета, выявление величин, которыми описывается ситуация, установление различных зависимостей между этими величинами, определение отношений, заданных условием задачи. Результаты такого предварительного анализа часто бывает удобно зафиксировать в схематической записи (иногда говорят краткой модели) текста задачи.

Под поиском решения задачи Гурова Л.Л. [8] понимает отыскание

принципа построения логики решения, в соответствии с чем выполняются те или иные действия, о которых нельзя заранее сказать, приведут ли они к требуемому результату или нет.

Второй этап работы над задачей является самым трудным для учащихся. Его результатом должна являться математическая модель ситуации, причем в качестве такой модели может служить чертеж, уравнение, схема, таблица, график, символический рисунок, формула и т. п. Перевод текста в форму модели позволяет установить отношение между данными условия и вопросом задачи, при анализе которого определяются способы решения задачи, выстраивается последовательность конкретных действий – план решения. Особое значение имеет составление плана решения для сложных, составных задач. При этом устанавливается достаточность, недостаточность или избыточность данных.

Третий этап работы с задачей предполагает исследование построенной математической модели, которое включает в себя выполнение действий и запись решения.

На четвертом этапе обучающиеся формулируют и записывают ответ задачи, а также проводят рефлексию. На данном этапе можно предложить другие варианты решения.

Рефлексия в образовании, по определению Хуторского А.В. [43] , - это мыследеятельностный или чувственно-переживаемый процесс осознания субъектом образования своей деятельности. Рефлексия подразумевает оценку осуществленной деятельности с целью фиксации ее результатов и повышения ее эффективности в дальнейшем.

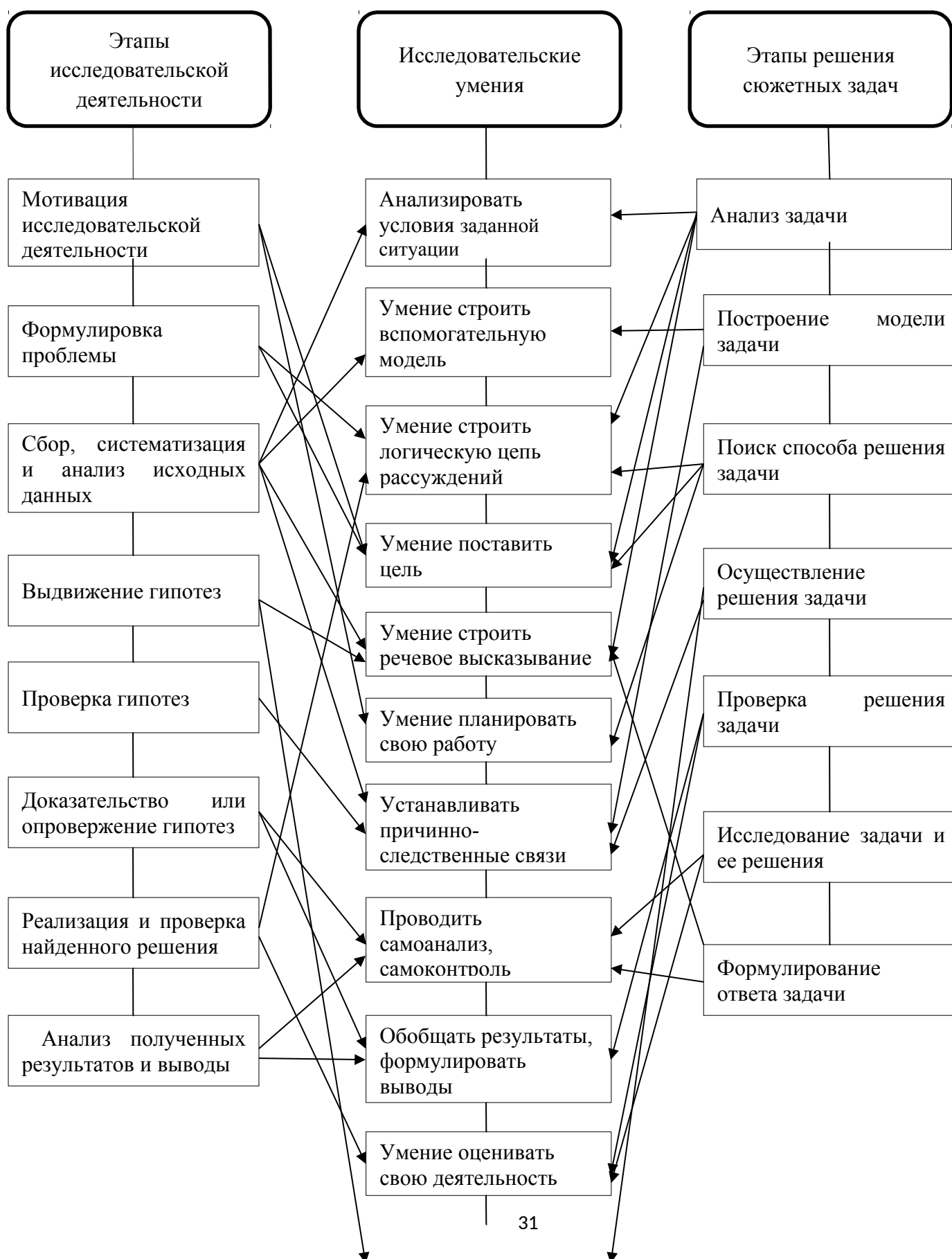
Все этапы решения задачи обучающийся должен сопровождать объяснениями, рассуждениями, обсуждением в паре, у доски, индивидуально учителю.

Использование сюжетных задач на уроках математики заставляет учащихся находиться в состоянии поиска, что способствует творческому развитию школьника.

Можно увидеть, что сюжетные задачи есть первый класс задач, на которых раскрывается идея моделирования реальных процессов. Суть метода моделирования заключается в том, что для исследования какого-либо явления или объекта выбирают или строят другой объект, в каком-то отношении подобный исследуемому. Построенный или выбранный объект изучается, и с его помощью решают исследовательские задачи, а затем результаты решения этих задач переносят на первоначальное явление или объект [41].

Можно сделать вывод, что моделирование включает в себя: 1) построение модели, 2) исследование модели, 3) анализ полученных результатов и перенос их на объект изучения. Процесс решения сюжетной задачи – это теоретическое исследование, представляющее собой процесс математического моделирования.

Исходя из вышесказанного, можно увидеть, что на всех этапах исследовательской деятельности и на этапах решения сюжетных задач формируются исследовательские умения (рис. 2)



Выдвигать и доказывать гипотезы
------------------------------------

Рис. 2

## **ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1**

Проведя анализ психолого-педагогической литературы, можно сделать вывод, что исследовательские умения - это умения видеть проблемы, задавать вопросы, давать определения понятиям, выдвигать различные гипотезы, классифицировать, проводить эксперименты и наблюдения, делать умозаключения и выводы, работать с текстом, структурировать материал, защищать и доказывать свои идеи.

Рассмотрев требования к формированию исследовательских умений у обучающихся в процессе обучения математике, мы пришли к следующему выводу, что организационно-педагогические условия, реализуясь в учебном процессе, позволяют решить задачи развития исследовательских умений школьников и овладеть новыми способами добывания знаний.

Также можно выделить, что использование сюжетных задач на уроках математики заставляет учащихся находиться в состоянии поиска, что способствует творческому развитию школьника и влияет на формирование умений исследовательской деятельности обучающихся.



## **ГЛАВА 2. ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6-х КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ**

### **2.1. Психолого-педагогические особенности обучающихся 5-6-х классов**

Умения исследовательской деятельности могут уже формироваться у учащихся 5-6-х классов. Этому учебному периоду соответствует возраст с 11 по 13 лет. В это время происходит множество изменений в формировании личности подростка - это рост интеллектуальных и моральных сил и возможностей, становление характера. А.С. Белкин относит этот возраст к подростковому детству [5].

Главная особенность младшего подросткового возраста – широкий круг познавательных интересов, в этом периоде можно заложить основу широких универсальных знаний. «Чувство взрослости», неподкрепленное еще реальной ответственностью - вот особая форма самосознания, возникающая в этот переходный период и определяющая основные отношения младших подростков с миром. «Чувство взрослости» появляется в потребности равноправия, уважения и самостоятельности, в требовании серьезного, доверительного отношения со стороны взрослых.

Появление желания экспериментировать, используя свои ресурсы, является одной из выделяющихся характеристик младших подростков. Этот период также характеризуется взлетом фантазии, перестройкой эмоциональной сферы, что ведет к кардинальной перемене восприятия окружающего мира.

Также этот возраст характерен новыми аргументами учения, которые связаны с осознанием жизненной перспективы, своего места в будущем, профессиональных намерений, идеала. Поэтому особую ценность в жизни

подростка представляют знания. Они являются преимуществом, обеспечивающим подростку раскрытие собственного сознания и значимое место среди сверстников.

Обучение в школе занимает большое место в жизни подростка. Именно в этом возрасте применяются особые усилия для расширения житейских, художественных и научных знаний.

В учебной деятельности подростка имеются не только сложности и разногласия, но и свои достоинства, на которые может и должен опираться педагог. Также его привлекают самостоятельные формы организации занятий на уроке, сложный учебный материал, возможность самому строить свою познавательную деятельность за пределами школы. Беда же младшего подростка состоит в том, что эту готовность он еще не умеет реализовать, так как не владеет способами выполнения новых форм учебной деятельности. Нередко у подростков снижается и общий интерес к учению, к школе, происходит внутренний отход от нее [19]. Этот отход выражается в том, что школа перестает быть для ученика центром его духовной жизни. Как показывают психологические исследования, основная причина такого отхода от школы заключается в несформированности учебной деятельности, что не дает возможности удовлетворить актуальную потребность возраста потребность в самоутверждении. Побуждение основными мотивами самого учения, самостоятельное определение учебных задач, выбор рациональных приемов и способов их решения, контроль и оценка своей работы, все это считается сформированной учебной деятельностью обучающихся. Одним из ресурсов повышения эффективности обучения подростков является целенаправленное формирование мотивов учения.

Формирование мотивов учения непосредственно связано с удовлетворением главных потребностей данного возраста. Одной из таких потребностей подростка является познавательная. При ее удовлетворении у него формируются прочные познавательные интересы, которые определяют его положительные отношения к учебным предметам. Для подростков

появляется возможность расширить, обогатить свои знания, проникнуть в сущность изучаемых явлений, установить причинно-следственные связи. При этом они переживают эмоциональное удовлетворение от исследовательской деятельности. Им нравится делать самостоятельные открытия. В одинаковой степени для подростков имеет значение, как содержание, так и процесс, способы, приемы овладения знаниями.

У школьников в подростковом возрасте на высший уровень выходят восприятие, память, мышление, воображение, внимание, интересы.

Восприятие подростка становится более совершенным по сравнению с младшим школьником. Подросток способен не только целенаправленному восприятию учебной информации, но одновременно с этим к размышлению над ней. Важная для него информация может быть извлечена только при активном восприятии, когда выделяются определённые связи и зависимости. Педагогу в этой связи необходимо развивать у подростка установку на размышление при работе с любым материалом, а также при выполнении практических занятий любого рода.

Память в подростковом возрасте приобретает своё дальнейшее развитие. Подростки не просто механически заучивают материал, а стараются его понять и осмыслить. Всё более осозанным и намеренным становится применение различных приёмов запоминания. С возрастом произвольности все более развивается преднамеренная память. К полноценному пониманию усложняющегося материала приводит произвольное запоминание.

Своё дальнейшее развитие в подростковом возрасте получает и воображение. Основная часть учебного материала, сообщаемого подростку имеет форму словесных описаний, схем. При создании новых образов подросток подключает воссоздающее воображение. В нестандартных проблемных учебных ситуациях, когда нет чётких исходных данных, и возникает потребность в проявлении индивидуальности, своеобразности и креативности подростками используется творческое воображение.

Необходимым условием успешности любой деятельности является внимание. Произвольное внимание подростков начинает приобретать устойчивый характер. Увеличивается объём внимания, улучшается его концентрация, распределение, переключение.

Также качественное изменение у детей подросткового возраста приобретает мышление. Появляется тяготение в новых способах знаний, направленное на развитие теоретического, формального, рефлексивного мышления. У подростка устанавливается способность размышлять логически об абстрактных, отвлечённых проблемах, возникает интерес проверить точность своих мыслей, мысленно учитывать и соотносить одновременно несколько признаков и характеристик объекта, что необходимо при анализе текста. Рождается, так называемая «обратимость» мышления, то есть умение менять направление мысли, возвращаясь к исходному состоянию того или иного объекта. Также важнейшим достижением подростка в анализе действительности является умение оперировать гипотезами в решении интеллектуальных задач. Более того, в отличие от младших школьников подростки приступают к решению интеллектуальных задач, не опираясь на усвоенный ранее образец, а выдвигая гипотезу о возможных путях её решения [7]. Подросток приобретает опыт пользоваться не только такими мыслительными операциями как анализ, синтез, обобщение, но и абстрагирование и систематизация. Речь подростка становится контролируемой и управляемой.

Далеко за рамки учёбы выходит общение. Оно становится гораздо содержательнее, сложнее, разумнее, чем у младших школьников. Общение со сверстниками становится более значительным, чем с родителями, близкими.

На основании всего вышесказанного можно сделать вывод, что подросток вполне самостоятельно может организовать свое внимание, память, воображение, мышление. Подросток становится способным к умственным экспериментам, к мысленному решению задач, в этом возрасте создается умение размышлять логически об абстрактных проблемах,

мысленно рассматривать и сопоставлять одновременно несколько признаков и характеристик объекта на основе каких-то предположений. Также важной особенностью сознания школьников этого возраста является потребность в доказательствах. Поэтому можно сказать, что подростки психологически готовы к исследовательской деятельности.

## **2.2. Требования к отбору и конструированию комплекса сюжетных задач, направленных на формирование исследовательских умений у обучающихся 5–6-х классов**

На основе результатов анализа возрастных особенностей обучающихся 5-6-х классов сформулируем требования к отбору и конструированию комплекса сюжетных задач, направленных на формирование исследовательских умений.

Так как школьник 5-6-х классов обладает достаточным уровнем развития восприятия, т.е. они могут анализировать группы фигур, упорядочивать предметы по различным признакам, проводить классификацию фигур по одному или двум свойствам этих фигур, то:

- задачи должны быть направлены на формирование умения извлекать необходимую информацию;
- необходимо использовать задачи, условие которых содержит недостающие или излишние данные.

В этом возрасте память перестраивается, переходя от доминирования механического запоминания к смысловому, поэтому:

- задачи необходимо подбирать таким образом, чтобы при ее решении ученик сам анализировал объекты с целью установления связей между ними;
- задачи должны решаться разными способами.

У школьников 5-6-х классов воображение может превратиться

в самостоятельную внутреннюю деятельность. Они могут проигрывать в уме мыслительные задачи с математическими знаками, оперировать значениями и смыслами языка, таким образом:

- задачи должны содержать наглядный материал;
- задачи должны содержать нестандартный характер.

Учитель должен не только грамотно подобрать комплекс задач, но и использовать приемы в процессе организации деятельности учащихся над решением задач.

Процесс решения задачи - процесс выполнения действий или мыслительных операций, направленный на достижение цели, заданной в рамках проблемной ситуации — задачи. Решение задачи является не одномоментным действием, а сложной многоплановой работой учащегося.

В параграфе 1.3. были выделены четыре основных этапа процесса решения сюжетной задачи:

- осмысление текста задачи и анализ её содержания;
- осуществление поиска решения и составление плана решения;
- реализация плана решения;
- анализ найденного решения, поиск других способов решения.

Как показывает практика, в процессе решения задачи названные этапы не имеют конкретных границ и не всегда выполняются одинаково полно. Все зависит от высоты знаний и умений решающего. Например, если после прочтения задачи вы увидели, что она известного вам характера и вы знаете, как ее решать, то поиск плана может не выделяться в отдельный этап. Однако полное, логически завершённое решение обязательно содержит все указанные этапы, а знание приемов их выполнения делает процесс решения любой задачи понятным и целенаправленным, а значит, и более успешным.

Рассмотрим приемы работы по формированию умений исследовательской деятельности на каждом из этапов.

#### *1. Осмысление текста задачи и анализ её содержания.*

Важная особенность этого этапа - понять в целом ситуацию, описанную в задаче; выявить условия и требования: назвать известные и искомые объекты, зафиксировать все отношения (зависимости) между ними. Выполняя анализ задачи, выделяя ее условия, мы должны сопоставить этот анализ с требованиями задачи. Другими словами, *анализ задачи всегда направлен на ее требования.*

Для обучения поиску решения сюжетных задач можно выделить следующие приемы осмысления текста сюжетной задачи и анализа ее содержания:

Первый прием – *Правильное прочтение слов, предложений; правильная расстановка логических ударений.* Правильное слушание задачи тоже играет важную роль в процессе обучения учащихся решению задач.

Данный прием позволяет сформировать у обучающихся такие умения исследовательской деятельности, как смысловое чтение и извлечение необходимой информации из прослушанного. Качественное выполнение данных действий значительно влияет на уровень понимания задачи, а, следовательно, и на эффективность дальнейших действий по ее решению.

Как отмечает Царева С.Е. [44], особенно важна правильная расстановка логического ударения в вопросе задачи, так как выделение в нем различных слов по разному характеризует ситуацию, предшествующую данному вопросу. А это либо помогает понять задачу, либо препятствует ее пониманию.

Например: Поставленный вопрос в задаче: «Сколько килограммов капусты было отправлено в магазин?», можно прочитать двумя различными способами постановки логического ударения:

- Сколько килограммов капусты было отправлено в магазин? Выделение слова «капусты» говорит о том, что в задаче говорится не только о капусте, но и еще о каких-то продуктах.
- Сколько килограммов капусты было отправлено в магазин? Выделение логическим ударением «в магазин» предполагает, что капуста была

отправлена не только в магазин, но и куда-то в другое место. При этом количество отправленной капусты в магазин находится в каком-то отношении с количеством капусты вне магазина.

Из того, что прочтение вопроса соответствует характеристике ситуации, следует, что оно способствует лучшему осознанию задачи, в противном случае, может только внести неясность в рассуждение ученика при решении задачи.

Второй прием – *Представление жизненной ситуации учащимися, которая описана в задаче.* Фактически оно осуществляется при чтении или слушании задачи. Однако на этом этапе уделяется особое внимание вычленению основных количественных и качественных характеристик задачной ситуации.

По тексту задачи представить все, о чем говорится, создать зрительный или слуховой образ. Описать, что представил (нарисовать словесную картинку). Описание формирует умение осознанно строить речевое высказывание в устной форме. Сравнивая «картинки», определяют, насколько они точны и какая лучше передает содержание задачи, и, следовательно, лучше помогает понять задачу, что и является оценкой процесса и результата деятельности.

Например, решая такую задачу, как «Оля и Катя наряжали елку игрушками. Оля повесила на елку 10 шариков, а Катя – 7. Сколько всего шариков повесили девочки на елку?», можно представить следующие картинки:

1 «картинка»: Две девочки наряжают живую елку. На елке шарики и гирлянды. У всех праздничное настроение.

2 «картинка»: На елке висят 10 красных шариков и 7 синих.

Какая «картинка» способствует решению задачи?

После выполнения подобных заданий дети начинают понимать, что не всякое представление способствует решению задачи и отделению несущественных признаков элементов от основных.



Третий прием - Постановка специальных вопросов по содержанию и поиск ответов на них. Это поможет разобраться в содержании задачи, вычленив условия и требования.

Цель данного приема - научиться задавать себе аналогичные вопросы и отвечать на них самостоятельно, научиться осознанно пользоваться ими при анализе содержания задачи. Вопросы соответственно нужно использовать после того, как обучающиеся подготовлены к поиску решения задачи и их нужно только немного направить до завершения их мысли.

Вопросы могут быть следующие:

1. О чем задача, т.е. о каком процессе (явлении, ситуации) идет речь в задаче, какими величинами характеризуется этот процесс?
2. Что требуется найти в задаче?
3. Что обозначают те или иные слова в тексте задачи:
4. Что в задаче известно о названных величинах?
5. Что неизвестно?
6. Что является искомым?

Рассмотрим, например, задачу: « Из двух пунктов А и В навстречу друг другу вышли два велосипедиста, один со скоростью 10 км/ч, а другой – 15 км/ч. чему равно расстояние между А и В, если велосипедисты встретились через 3 ч?»

Школьникам могут быть предложены следующие вопросы:

1. О чем задача? – Задача о движении двух велосипедистов. Оно характеризуется для каждого из участников движения скоростью, временем и пройденным расстоянием.
2. Что требуется найти в задаче? – В задаче требуется найти расстояние между пунктами А и В.
3. Что в задаче известно о движении каждого из его участников? – В задаче известно, что: а) велосипедисты движутся навстречу друг другу; б) скорость одного велосипедиста 10 км/ч; в) скорость другого – 15 км/ч; г) время, через которое встретились велосипедисты – 3 ч.

4.Что в задаче неизвестно? – Неизвестны пройденные расстояния каждого из участников движения. И неизвестно расстояние между пунктами, это требуется узнать в задаче.

5.Что является искомым: число, значение величины, вид некоторого отношения? – Искомым является значение величины расстояния между пунктами А и В.

Кульбякина Л.Я. [17] выделяет следующие требования к задаваемым вопросам:

они должны:

- быть краткими и точными;
- задаваться последовательно с постепенным возрастанием сложности;
- идти от общего к частному;
- быть достаточно емкими для целостного восприятия;
- развивать мышление ученика, заставлять его задумываться.

Вопросы, отвечающие всем перечисленным выше требованиям, помогают сформировать у обучающихся следующие умения исследовательской деятельности:

- умение строить речевое высказывание,
- построение логической цепи рассуждения,
- извлечение необходимой информации из прослушанных текстов.

Работая с сюжетной задачей на первом этапе, планируется прежде всего работа с целью понимания сюжета, установление величин, которыми описывается ситуация, раскрытие различных зависимостей между этими величинами, выявление отношений, заданных условием задачи. Результаты такого первоначального анализа часто бывает удобно закрепить в виде схематической записи (иногда говорят краткой модели) текста задачи.

Поэтому следующим приемом анализа содержания сюжетной задачи является построение вспомогательной модели задачи.

Четвертый прием - *Построение вспомогательной модели задачи.*

Моделью называется материальный или мысленно представленный

объект, который в процессе познания замещает объект-оригинал, сохраняя некоторые важные для данного исследования типичные его черты.

Горстко А.Б. [7], Фридман Л.М. [40] выделяют следующие виды моделей, которые возможно использовать для изучения и решения сюжетных задач:

1. Материальные модели – это модели, при которых реальному объекту сопоставляется его увеличенная или уменьшенная копия, допускающая исследование с помощью последующего перенесения свойств изучаемых процессов и явлений с модели на объект.

2. Вербальные модели (от латинского «verbalis» - устный) - это модели, полученные в результате раздумий, умозаключений и представленные в мысленной или разговорной форме.

3. Знаковые модели – это модели, выраженные специальными знаками, т.е. средствами любого формального языка: схемы, графики, чертежи, формулы, наборы символов и т.д., а также включающие совокупность знаков, по которым можно оперировать с выбранными знаковыми образованиями и их элементами.

Благодаря вспомогательной модели в процессе решения сюжетной задачи удастся: 1) свести изучение сложного к простому, т. е. сделать ее понятной для тщательного и всестороннего изучения; 2) зафиксировать результат анализа сюжетной задачи, т. е. для организации данного анализа. Процесс построения модели и изучения строения оригинала с помощью построенной модели называется моделированием. Чтобы обнаружить в тексте свойства и отношения, которые часто трудно выявить при чтении текста, нужно перевести текст в форму модели.

В качестве вспомогательной модели задачи выступают: рисунок или схематический рисунок; чертеж или схематический чертеж; таблица. Чаще всего используют схематический чертеж или таблицу. Выполняя чертеж (рисунок) по тексту задачи позволит определить ход рассуждений при ее решении, что и будет способствовать установлению общих подходов к

решению задач. Поэтому к выполнению чертежей нужно выдвигать требования: они должны быть наглядными, четкими, соответствовать тексту задачи; на них должны быть изображены по возможности все данные, входящие в условие задачи; выделенные на них данные и искомые должны отвечать условию задачи и общепринятым обозначениям.

Формирование умения выполнять чертеж задачи будет успешным, если учащиеся будут уметь читать соответствующий чертеж.

Пример. Построим вспомогательную модель задачи: «Из города в одном и том же направлении отправились одновременно два автомобиля, скорости которых 75 км/ч и 63 км/ч. На сколько километров отстанет один автомобилист от другого за 3 ч?»

В данной задаче вспомогательной моделью целесообразно выбрать таблицу.

Участники движения	Скорость	Время	Расстояние
I автомоб.	75км/ч	3 ч	? км
II автомоб.	63км/ч	3 ч	? км На ?< км 1-го

#### Пятый прием – Перефразировка текста задачи.

Этот прием играет большую помощь в осмыслении задачи. Он сводится к замене данного в задаче описания некоторой ситуации другим, сохраняющим все отношения, связи, качественные характеристики, но более явно их выражающим. Это достигается в результате отклонения несущественной, излишней информации, замены описания некоторых понятий соответствующими терминами и, наоборот, замены некоторых терминов описанием содержания соответствующих понятий; преобразование текста задачи в форму, удобную для поиска плана решения. Использование данного приема является особенно эффективным в сочетании с разбиением текста на смысловые части.

Результатом перефразировки должно быть выделение особенно важных

ситуаций. Так как в задаче, рассмотренной выше, речь идет о движении, ее можно перефразировать следующим образом:

Первая часть: «скорость одного автомобиля 75 км/ч, а скорость второго автомобиля 63 км/ч»

Вторая часть: «время движения каждого из автомобилей одинаковое - 3 ч»

Требование: «определить расстояние, на которое отстанет один автомобилист от другого за 3 ч?»

Перефразированный текст часто бывает полезно записать с помощью таблицы.

## *2. Осуществление поиска решения и составление плана решения.*

Назначение этого этапа: установить связь между данными и искомыми объектами, наметить последовательность действий. Под поиском решения задачи Гурова Л.Л. [8] понимает отыскание принципа построения логики решения, в соответствии с чем выполняются те или иные действия, о которых нельзя заранее сказать, приведут ли они к требуемому результату или нет.

Довольно часто поиск способа решения приходится производить не один раз, когда в процессе осуществления найденного способа решения мы обнаруживаем, что он является ошибочным или сложным. В случае неудачи поиска решения необходимо возвратиться к анализу условия задачи. Поэтому поиск способа решения может занимать по времени самое большое место в общем процессе решения. Можно сделать вывод, что второй этап работы над задачей является самым трудным для учащихся.

### Первый прием – *Разбор задачи по тексту.*

В процессе поиска решения задачи очень часто используют одновременно и анализ и синтез, то есть аналитико-синтетический метод.

Несмотря на то, что при разборе любой задачи обучающиеся мыслят аналитико-синтетически, в данном процессе в зависимости от возрастных особенностей психики детей и сложности задачи может преобладать одна из его сторон, то есть разбор задачи приобретает определенную направленность.

Анализ способа решения удобно начинать с вопроса к задаче и производить его по схеме: чтобы узнать – надо знать... Такой метод является аналитическим. Иногда поиск решения осуществляется синтетическим путём. Исходя из данных условия, составляют первую простую задачу. Полученный при её решении результат и одна из величин основной задачи позволяют составить новую простую задачу; так поступают до тех пор, пока ответ на последнюю простую задачу не будет ответом на вопрос основной задачи.

Разбор составной задачи аналитическим методом состоит в том, что к главному вопросу задачи берут такие данные из условия, по которым можно на него ответить. Если в условии задачи нет нужных данных или одного из них, то ставят новые вопросы, как его найти. И так до тех пор, пока не дойдут до вопроса, для решения которого уже известны все данные в условии задачи. Потом составляется план. Рассуждения при этом проводятся в обратном порядке.

Пример. Решим задачу, используя данный прием: «На автобусе, скорость которого 60км/ч, турист проехал 7ч. После этого ему осталось проехать в 4 раза больше, чем проехал. Каков весь путь туриста?»

Разбор текста задачи от вопроса к данным:

1. Какой вопрос задачи? – Каков весь путь туриста?
2. Какие нужно знать данные, чтобы ответить на данный вопрос? -

Сколько километров турист проехал, и сколько километров ему осталось проехать.

3. Известны ли нам эти данные? – Нет
4. Можем ли их найти? – Чтобы найти пройденный путь, достаточно

знать время и скорость, с которой ехал турист – это в задаче известно.

5. Можно ли узнать путь, который турист проехал? – Да. Надо скорость умножить на время ( $60 * 7 = 420$ ). Получим: 420 км турист проехал.

6. Можно ли теперь узнать оставшийся путь? – Да. Нужно увеличить пройденный путь в 4 раза ( $420 * 4 = 1680$ ).

Таким образом, вначале можно узнать пройденный путь, затем оставшийся, после чего сложением найти весь путь туриста.

Название этого метода разбора составной задачи происходит от греческого слова «анализ», что в переводе означает разложение (расчленение) объекта на составные части, поэтому его иногда рассматривают как процесс составления простых задач, который начинается с главного вопроса составной задачи и оканчивается ее данными.

Известный американский педагог и математик Д. Пойа [27, с. 155] в своей книге, посвященной проблемам обучения решению задач, говорил о том, что: «В этом методе есть нечто незаурядное, есть и известная психологическая трудность: приходится стать спиной к цели, уйти от желаемого, а не идти к нему прямой дорогой, приходится работать от конца к началу. После того как мы раскрыли правильную последовательность действий, наши мысли должны следовать в порядке, противоположном действительному решению».

При разборе задачи синтетическим методом выделяют в тексте задачи два данных и на основе знания связи между ними определяют, какое неизвестное может быть найдено по этим данным. По вновь полученным числовым значениям и другим известным в задаче данным вновь ищут ответ на вопрос: что можно узнать по этим значениям. И так до ответа на вопрос составной задачи. Потом составляется план.

Разбор текста задачи от данных к вопросу:

Пример. Решим задачу, описанную в предыдущем примере, используя данный прием.

1. Что известно в задаче? - Что 7ч турист проехал на автобусе, который

шел со скоростью 60км/ч.

2. Сможем ли мы узнать расстояние, которое проехал турист за 7ч?- Да. Для этого нужно скорость умножить на время ( $60*7=420$ ).

3. Сможем ли мы узнать оставшийся путь? – Да. Зная пройденную часть расстояния и то, что оставшееся расстояние в 4 раза больше, можно найти, чему оно равно ( $420*4=1680$ )

4. Можем найти весь путь? – Зная, сколько километров турист проехал, и сколько ему осталось ехать, мы сможем найти весь путь, выполнив сложение найденных расстояний ( $420+1680=2100$ ).

Итак, первым действием будем находить расстояние, которое турист проехал на автобусе, вторым действием – расстояние, которое ему осталось проехать и третьим – весь путь туриста.

Название этого метода разбора задачи происходит от греческого слова «синтез», что в переводе означает соединение (разрозненных частей в одно целое). Разбор составной задачи синтетическим методом есть процесс составления простых задач, который начинается с данных составной задачи и оканчивается главным ее вопросом.

Второй прием – *По вспомогательной модели задачи, выполненной при анализе задачи.*

Приём заключается в выделении элемента, моделирующего искомое, в определении последовательности операций с другими элементами модели или соответствующей последовательности арифметических действий над данными и неизвестными для получения искомого или для составления уравнения.

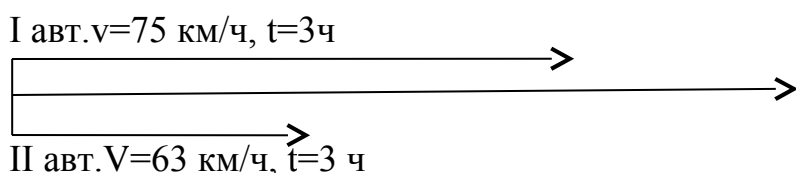
Пример. Покажем, как можно осуществить поиск плана решения задачи о движении двух автомобилей (см. выше) по вспомогательной модели (таблице).

Из таблицы видно, что для того, чтобы найти расстояние, на которое один автомобилист отстанет от другого, достаточно знать скорость сближения и время движения. Время движения известно, а скорость



сближения автомобилей можно найти, так как скорость каждого известна. Скорость сближения автомобилей найдем разностью, так как они двигаются в одном направлении ( $75-63=12$ ). И наконец, мы можем узнать расстояние, на которое один автомобиль отстал от другого за это время, для этого скорость сближения умножим на время движения ( $12*3=36$ ). Итак, вначале найдем скорость сближения, а, затем, на сколько километров отстанет один автомобиль от другого за 3 ч.

Можно заметить, что поиск плана решения данной задачи по схематическому чертежу может быть проведен иным способом, в результате чего мы получим различные арифметические способы ее решения.



Из чертежа видно, что для того, чтобы найти расстояние, на которое один автомобилист отстанет от другого, нужно знать расстояния каждого автомобиля. Чтобы найти их расстояния, нужно знать их скорости и время движения, что нам известно. Расстояние первого автомобиля можем узнать, умножив его скорость движения на время движения ( $75*3=225$ ), а расстояние второго автомобиля – умножим его скорость движения на время его движения ( $63*3=189$ ). И теперь можем узнать расстояние, на которое один автомобиль отстал от другого, т.е. вычитанием из большего расстояния меньшее расстояние ( $225-189=36$ ). Итак, сначала найдем расстояния, пройденные обоими автомобилями, а потом на сколько километров один автомобиль отстанет от другого за 3 ч.

Третий прием - *Разбиение текста задачи на смысловые части.*

Использование данного приёма, по мнению Царевой С.Е. [44], обеспечивает порционное усвоение учащимися содержания задачи. А это способствует как его пониманию, так и запоминанию.

Разбиение текста зависит от этапа обучения и от содержания конкретной задачи: для простых задач возможны два случая разбиения на части:

1. а) начало события; б) действие, которое произошло с некоторыми объектами; в) конечный момент события.

Пример: На школьном участке росли три березы. Потом посадили еще четыре. Сколько всего берез растет на школьном участке?

а) начало события: на школьном участке росли три березы; б) действие, которое произошло с некоторыми объектами: посадили еще четыре березы; в) конечный момент события: количество берез, растущих на школьном участке, которое требуется найти.

2. Выделяются описания двух связанных определенным отношением сочетание предметов, двух значений величины и требование задачи.

Пример: Один рассказ занимает 50 страниц, а второй в три раза больше. Сколько страниц занимает второй рассказ?

а) часть текста, определяющая первое значение величины: первый рассказ занимает 50 страниц; б) часть текста, определяющая второе значение величины: второй рассказ занимает в три раза больше страниц, чем первый; в) требование задачи: сколько страниц занимает второй рассказ.

Для составной задачи разбиение текста может быть основой вычленения простых задач, последовательное решение которых и составляет решение данной составной. Данный прием заключается в том, чтобы научить обучающихся различать в данной сложной задаче отдельные, менее сложные задачи, последовательное решение которых позволяет получить ответ на требование данной.

Пример: Детскому саду для пошива карнавальных костюмов, представляемых на конкурс, необходимо было закупить нитки, шелк и кружево. Если собрать по 80 рублей, то на покупку необходимого не хватит 740 р. А если по 100 р., то не хватит 500 р. Недостающие 500 рублей были выделены из внебюджетных средств детского сада. После того как была

собрана необходимая сумма, закупили нитки, шелк и кружева. Причем за нитки было уплачено на 200 рублей меньше, чем за шелк, а за кружево - в 4 раз больше, чем за нитки и шелк вместе. Сколько заплатили за кружево?

Определим в данной задаче подзадачи, последовательное решение которых позволит получить ответ.

1. Детскому саду для пошива карнавальных костюмов, представляемых на конкурс, необходимо было закупить нитки, шелк и кружево. Если собрать по 80 рублей, то им на покупку необходимого не хватит 740 р. А если по 100 р., то не хватит 500 р. Найдите количество собравших деньги.

2. Если собрать по 100 р., то на покупку ниток, шелка и кружева не хватит 500 р. Недостающие 500 рублей были выделены из внебюджетных средств детского сада. Сколько стоит вся покупка?

3. За нитки было уплачено на 200 рублей меньше, чем за шелк. А за кружево в 4 раз больше, чем за нитки и шелк вместе. Зная сумму всей покупки, определите, сколько заплатили за кружево.

Пример: За 8 дней токарь изготавливает 72 детали. Сколько он изготовит таких же деталей за 15 дней?

1. За 8 дней токарь изготавливает 72 детали. Сколько деталей он изготовит за один день?

2. Токарь за один день изготавливает  $x$  деталей. Сколько он изготовит таких же деталей за 15 дней?

3. *Реализация плана решения.*

Смысл данного этапа заключается в нахождении ответа на требование задачи, выполнив все действия в соответствии с планом. Запись найденного решения может отличаться методом и способом решения.

Г.А. Балл [4] определяет способ решения задачи как систему операций, выполнение которых обеспечивает (или может обеспечить) решение задачи. Если эта система операций находится в распоряжении решающего, то она относится к числу средств решения задачи.

По мнению Царевой С.Е. [44], задача считается решенной различным способом, если ее решения отличаются отношениями (связями) между данными, данными и неизвестными, данными и искомыми, заложенными в основу решения или условиями использования этих отношений, что проявляется через содержание и различие в последовательности операций, выполнение которых приводит к получению ответа на вопрос (к выполнению ее требования). При этом Царева С.Е. отмечает, что различия в способах решения одной и той же задачи обусловлены различиями в планах решения, что предполагает различия в способах выполнения первых двух этапов.

Различные типы задач требуют использования разных методов и приемов решения. Решение задач в 5-6 классах осуществляется в основном тремя способами [46]:

- арифметическим, состоящим в нахождении значений неизвестной величины посредством составления числового выражения (числовой формулы) и подсчета результата;
- алгебраическим, при котором составляется уравнение (система уравнений), решение которого основано на свойствах уравнений;
- комбинированным, который включает как арифметический, так и алгебраический способы решения.

Для сюжетных задач, решаемых арифметическим способом, используются следующие приемы:

- запись по действиям (с пояснением, без пояснения, с вопросами);
- запись в виде выражения.

Пример: «В овощехранилище привезли яблоки в ящиках и контейнерах. В одном ящике 6 кг яблок, что в 7 раз меньше, чем в одном контейнере. Сколько килограммов яблок привезли в 120 ящиках и 80 контейнерах?»

*Запись решения по действиям с пояснением к каждому выполненному действию.*

$$1) 6 \cdot 7 = 42 \text{ (кг)} - \text{яблоко в одном контейнере}$$

- 2)  $120 \cdot 6 = 720$  (кг) – яблoк в 120 ящиках
- 3)  $80 \cdot 42 = 3360$  (кг) – яблoк в 80 контейнерах
- 4)  $720 + 3360 = 4080$  (кг) – яблoк всего привезли в овощехранилище.

Если пояснения даются в устной форме (или совсем не даются), то запись будет следующей:

- 1)  $6 \cdot 7 = 42$  (кг)
- 2)  $120 \cdot 6 = 720$  (кг)
- 3)  $80 \cdot 42 = 3360$  (кг)
- 4)  $720 + 3360 = 4080$  (кг)

*Запись решения по действиям с вопросами:*

1) Сколько килограммов яблoк в одном контейнере?

$$6 \cdot 7 = 42 \text{ (кг)}$$

2) Сколько килограммов яблoк в 120 ящиках?

$$120 \cdot 6 = 720 \text{ (кг)}$$

3) Сколько килограммов яблoк в 80 контейнерах?

$$80 \cdot 42 = 3360 \text{ (кг)}$$

4) Сколько килограммов яблoк всего привезли в овощехранилище?

$$720 + 3360 = 4080 \text{ (кг)}$$

*Запись решения в виде числового выражения.*

Запись решения в данной форме осуществляется поэтапно:

а) записываются отдельные шаги, приводящие в итоге к числовому выражению;

$$6 \cdot 7 = 42 \text{ (кг)} \text{ – яблoк в одном контейнере}$$

$$120 \cdot 6 = 720 \text{ (кг)} \text{ – яблoк в 120 ящиках}$$

$$80 \cdot 42 = 3360 \text{ (кг)} \text{ – яблoк в 80 контейнерах}$$

$$720 + 3360 = 4080 \text{ (кг)} \text{ – яблoк всего привезли в овощехранилище.}$$

Пояснения к действиям можно не записывать, а давать их в устной форме.

б) находится значение выражения, и запись приобретает вид равенства,

в левой части которого - выражение, составленное по условию задачи, а в правой – его значение, которое позволяет сделать вывод о выполнении требования задачи.

$$6 \cdot 7 \cdot 80 + 120 \cdot 6 = 4080 \text{ (кг)}$$

Ответ: 4080 кг

При решении задачи арифметическим методом у обучающихся формируются такие умения исследовательской деятельности, как: умение выбирать наиболее эффективный способ решения задачи, умение контролировать и оценивать процесс, умение построить логическую цепь рассуждения.

Решить задачу алгебраическим методом - значит найти ответ на требование задачи, составив и решив одну из алгебраических структур [45].

Пример: В двух пакетах 3,3 кг муки. Сколько муки было в каждом пакете, если в одном из них было в 2 раза больше муки, чем в другом? Данную задачу можно решить, составив уравнение с одной переменной, обозначив за  $x$  кг муки в одном пакете, а во втором тогда будет  $2x$  кг муки. Данный метод работает на развитие умений оформлять словесную запись при помощи математических символов.

При решении сюжетной задачи часто используют сочетание арифметического и алгебраического способов решения. В силу этого форма записи решения каждой части будет разной.

#### *4. Анализ найденного решения, поиск других способов решения.*

Назначение данного этапа – установить правильность или ошибочность выполненного решения, предложить другие варианты решения. Известно несколько приемов, помогающих установить, верно ли решена задача. Рассмотрим основные.

- Установление соответствия между результатом и условиями задачи.

Для этого полученный результат вводится в текст задачи и на основании рассуждений устанавливается, не возникает ли при этом противоречия. Ценность данного приема, по мнению Царевой С.Е. [44], определяется его

неформальностью. Это обусловлено тем, что с одной стороны рассуждение всегда ведется по тексту задачи и, следовательно, для различных задач он будет различным, с другой - подобные рассуждения доступны детям, ибо предполагают знания, не превосходящие решаемой задачи, то есть контролирующий характер рассуждения понятен решающим.

Проверим, используя данный прием, правильность решения задачи о яблоках, привезенных в овощехранилище.

Нами было установлено, что всего в овощехранилище было привезено 4080 кг яблок. Далее, как известно, что в 120 ящиках привезли 720 кг яблок ( $120 \cdot 6 = 720$ ), значит в контейнерах привезли  $4080 - 720 = 3360$  кг яблок. Всего контейнеров было 80 штук. Отсюда следует, что в одном контейнере было 42 кг яблок ( $3360 : 80 = 42$ ). Согласно условию задачи в одном ящике яблок было в 7 раз меньше, чем в одном контейнере. Проверим это, разделив 42 на 7. Действительно,  $42 : 7 = 6$ . Следовательно, если найденный результат поставить в условие задачи, то противоречий с другими данными, а именно отношением «быть меньше в 7 раз», не будет. Значит задача решена верно.

Можно заметить, что при использовании данного приема проверяются все отношения, которые имеются в задаче, и если устанавливается, что противоречия не возникает, то делают вывод, что задача решена верно.

- Решение задачи другим методом.

Пусть при решении каким-то способом получен некоторый результат. Если решение задачи другим методом приводит к тому же результату, то можно сделать вывод о том, что задача решена верно. Например, если задача решена арифметическим методом, то правильность ее решения можно проверить, решив задачу алгебраическим методом.

Приведем пример: «Два жирафа бежали навстречу друг другу. Один бежал со скоростью 12 м/с, скорость другого 15 м/с. Через сколько секунд они встретятся, если расстояние между ними было 135 метров?»

Арифметически эту задачу можно решить так:

- 1)  $12 + 15 = 27$  (м/с) – скорость сближения жирафов.

2)  $135 : 27 = 5$  (с) – через такое время встретятся жирафы

Ответ: жирафы встретятся через 5 секунд.

Рассмотрим предыдущую задачу. Её решим алгебраически, но двумя способами:

В данной задаче рассматриваются три физические величины:  $v$  - скорость движения,  $t$  – время движения,  $S$ – расстояние, зависимость между которыми выражается формулой  $S = vt$ .

#### 1 способ

Примем за  $x$  с время, через которое встретятся жирафы, тогда, учитывая, что они двигались навстречу друг к другу с одинаковой скоростями 12м/с и 15м/с и пробежали вместе 135 м, можно составить уравнение:  $(12+15)x=135$ , где  $(12+15)$  м/с – скорость сближения.

$$(12+15)x=135$$

$$27x = 135$$

$$x = 135 : 27$$

$$x = 5(\text{с})$$

Ответ: жирафы встретятся через 5 секунд

#### 2 способ

Примем за  $x$  с время, через которое они встретятся. Тогда первый до встречи пробежит  $12x$  (м), а второй тоже  $15x$  (м). Так как вместе они пробежали 135 м, то можно составить уравнение:  $12x + 15x = 135$ .

$$12x + 15x = 135$$

$$27x = 135$$

$$x = 135 : 27$$

$$x = 5(\text{с})$$

Ответ: жирафы встретятся через 5 секунд

Не следует думать, что без проверки нет решения сюжетной задачи. Верность решения обеспечивается прежде всего четкими и логичными рассуждениями на всех других этапах работы над задачей.

Итак, в процессе решения задачи, как было уже отмечено, названные



этапы не имеют конкретных границ и не всегда выполняются одинаково полно. Вместе с тем, будущему учителю необходимо понимать, что решение каждой отдельно взятой задачи обязательно должно содержать все указанные этапы, приемы выполнения которых делают процесс решения любой задачи понятным и целенаправленным, а значит, и более успешным. Полнота использования приемов организации выполнения каждого из этапов зависит от уровня математических знаний (соответствующим им умениям и навыкам), опыта и мыслительных умений, проявляющихся в процессе решения.

Все перечисленные приемы работы по формированию умений исследовательской деятельности в процессе поиска решения сюжетных задач представлены в таблице 2.

Таблица 2:

« Приемы работы по формированию умений исследовательской деятельности на отдельных этапах поиска решения сюжетной задачи».

Этап	Прием	Формирование умений исследовательской деятельности
Осмысление текста задачи и анализ её содержания	Внимательное чтение и слушание задачи	Смысловое чтение, извлечение необходимой информации из прослушанных текстов
	Представление жизненной ситуации учащимися, которая описана в задаче	Вычленение основных количественных и качественных характеристик задачной ситуации, умение произвольно строить речевое высказывание в устной форме, оценка процесса и результатов деятельности
	Постановка специальных вопросов по содержанию и поиск ответов на них.	Анализ с целью выделения признаков, умение строить речевое высказывание, логическую цепь рассуждений, умение извлекать необходимую информацию из прослушанных текстов.
	Построение вспомогательной модели задачи	Умение строить модель наиболее адекватную оригиналу, переносить результат исследования на оригинал, умение определять проблемы и ставить задачи, прогнозировать результаты исследования, проводить разумные оценки: выделять главные и второстепенные факторы для построения моделей
	Перефразировка текста задачи	Умение отбрасывать несущественную информацию и преобразовать прочитанный текст, умение строить речевое высказывание
Осуществление	Разбор задачи по тексту.	Анализ, синтез, Умение извлекать необходимую информацию, умение строить логическую

поиска решения и составление плана решения	По вспомогательной модели задачи, выполненной при анализе задачи.	цепь рассуждений Анализ текста задачи, перевод текста на знаково-символический язык, построение модели, работа с моделью, соотнесение результатов, полученных на модели, с реальностью (с текстом).
	Разбиение текста задачи на смысловые части	Анализ, синтез, умение извлекать необходимую информацию, отделять существенную информацию от несущественной, умение строить логическую цепь рассуждений.
Реализация плана решения	Арифметический метод решения задач	Умение работать с моделью, выбор наиболее эффективных способов решения, контроль и оценка процесса.
	Алгебраический метод решения задач	Умение работать с моделью, выбор наиболее эффективных способов решения, контроль и оценка процесса, построение логической цепи рассуждений.
Анализ найденного решения, поиск других способов решения	Установление соответствия между результатом и условиями задачи	Умение соотносить результаты, полученные на модели, с реальностью (текстом), а также проверять рациональность выбранного способа
	Решение задачи другим методом	

### **2.3. Комплекс сюжетных задач, направленных на формирование умений исследовательской деятельности для обучающихся 5-6-х классов**

В данном параграфе нами предложен комплекс сюжетных задач, при поиске решения которых формируются различные умения исследовательской деятельности. Данный комплекс разработан в соответствии с вышеизложенными требованиями и адресован для работы с обучающимися 5-6 классов.

*Задачи, направленные на формирование смыслового чтения и умения извлекать необходимую информацию из текстов различных жанров*

1. В классе мальчиков в 3 раза больше, чем девочек. Сколько мальчиков в классе? Каких данных не хватает в условии для решения задачи ?

2. На одной полке 15 книг, на второй в 2 раза больше, чем на первой, а на третьей в 3 раза меньше, чем на первой и второй полках вместе. Сколько книг на второй полке? Какие данные здесь лишние?

3. Команда школьников в соревнованиях по футболу выиграла на ... состязаний..., чем проиграла. Число проигранных состязаний в ... числа состязаний, проведенных вничью. Сколько проведено состязаний, если ничьих было на ..., чем проигрышей?

*Задание.* Используя справочный материал, заполните пропуски в тексте задачи.

*Справочный материал:* команда школьников выиграла 16 состязаний, проиграла 6 и свела вничью 2.

4. Бригаде было дано задание собрать 280 ц картофеля за 28 дней. Но фактически бригада перевыполняла норму на 20ц в день и за 20 дней работы не только выполнила предусмотренное планом задание, но и собрала сверх плана 60 ц картофеля. Сколько центнеров картофеля в день должна была собрать бригада по плану?

За сколько дней бригада должна выполнить заказ по плану?

За сколько дней бригада фактически выполнила заказ?

Почему бригада выполнила заказ раньше намеченного срока?

Сколько центнеров картофеля собрала бригада сверх плана?

Какие величины содержатся в задаче?

Как связаны между собой производительность труда, время и объем выполненной работы?

Сколько различных ситуаций можно выделить в задаче?

Какие величины, входящие в условие и вопрос задачи, неизвестны?

Какая величина в задаче является искомой?

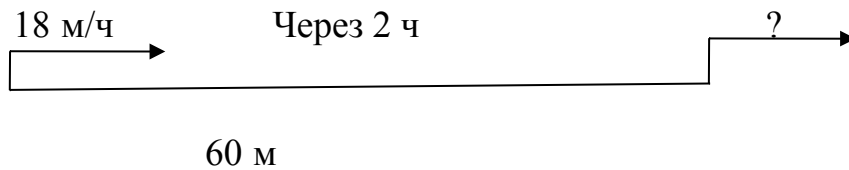
Решалась ли раньше задача, похожая на эту?

5. Ослица и мул тащили мешки. В ответ на жалобы ослицы, что ей тяжело, мул ответил: «Если бы я взял у тебя один мешок, у меня их стало бы в 2 раза больше, чем у тебя, а если бы ты взяла у меня один мешок, у нас их стало бы поровну». Сколько мешков тащил мул и сколько ослица?

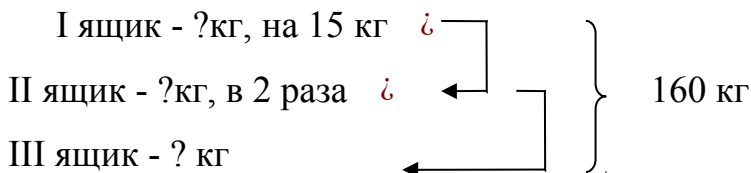
*Задачи, направленные на формирование умения работать с моделями.*

1. Два велосипедиста, расстояние между которыми равно 9 км, выехали навстречу друг к другу одновременно. Скорость одного велосипедиста 10 км/ч. Найдите скорость другого велосипедиста, если они встретились через 0,4 ч.

2. Составьте и решите задачу по чертежу.



3. Составьте задачу по краткой записи.



4. В классе 30 человек. 5 учеников написали контрольную работу на пять, 15 человек получили четыре, 8 учеников – три и 2 ученика – два. Учителю нужно сделать анализ контрольной работы. По результатам работы нужно построить диаграмму.

5. В трех ящиках было 76 кг вишни. Во втором было в 2 раза больше, чем в первом, а в третьем – на 8 кг больше вишни, чем в первом. Сколько килограммов вишни было в каждом ящике?

6. Расстояние между двумя причалами А и В 350 км. Сколько понадобится времени, чтобы теплоход прошел расстояние от пристани А до пристани В и вернулся обратно, если собственная скорость теплохода 45 км/ч, а скорость реки 3 км/ч?

7. Составьте сюжетную задачу о продаже обуви двух видов, решение которой соответствовало бы числовому выражению  $(15 + 25) \cdot 14$ .

8. На первую автомашину погрузили на 0,6 т зерна больше, чем на вторую. Если бы на первую автомашину погрузили в 1,2 раза больше, а на вторую в 1,4 раза больше, то груза на обеих автомашинах было бы поровну. Установите, к решению каких из приведенных ниже уравнений сводится решение предложенной задачи:

а)  $(x + 0,6) + 1,2 = 1,4x$ ;      в)  $(x + 0,6) \cdot 1,2 = 1,4x$  ;  
б)  $0,6x + 1,2 = 1,4 + x$ ;      г)  $(x + 0,6) \cdot 1,2 = 1,4 + x$  .

*Задачи, направленные на формирование умений соотносить информацию, представленную в различной форме.*

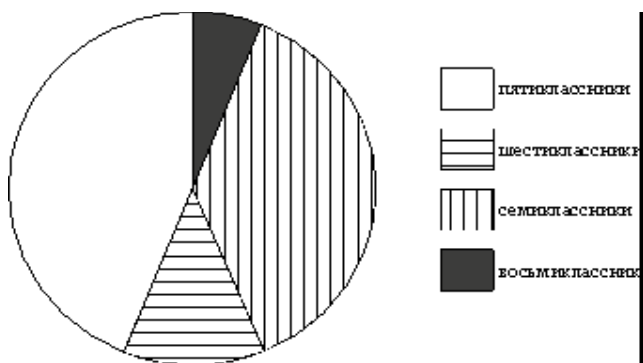
1. В таблице представлены цены (в рублях) на некоторые товары в трёх магазинах

Магазин	Орехи (за кг.)	Шоколад (за плитку)	Зефир (за кг.)
«Машенька»	600	45	144
«Лидия»	585	65	116
«Камея»	660	53	225

Ольга Ивановна хочет купить 0,4 кг орехов, 5 плиток шоколада и 1,5 кг зефира. В каком магазине стоимость такой покупки будет наименьшей?

2. В математический кружок ходят школьники 5–8 классов. Данные о количестве школьников, посещающих кружок, представлены на круговой диаграмме. Какое утверждение относительно участников кружка верно, если всего его посещают 60 школьников?

- 1) Больше трети школьников восьмиклассники.
- 2) Пятиклассников меньше, чем семиклассников.
- 3) Семиклассников больше 7 человек.
- 4) Шестиклассников больше 50% всех школьников.

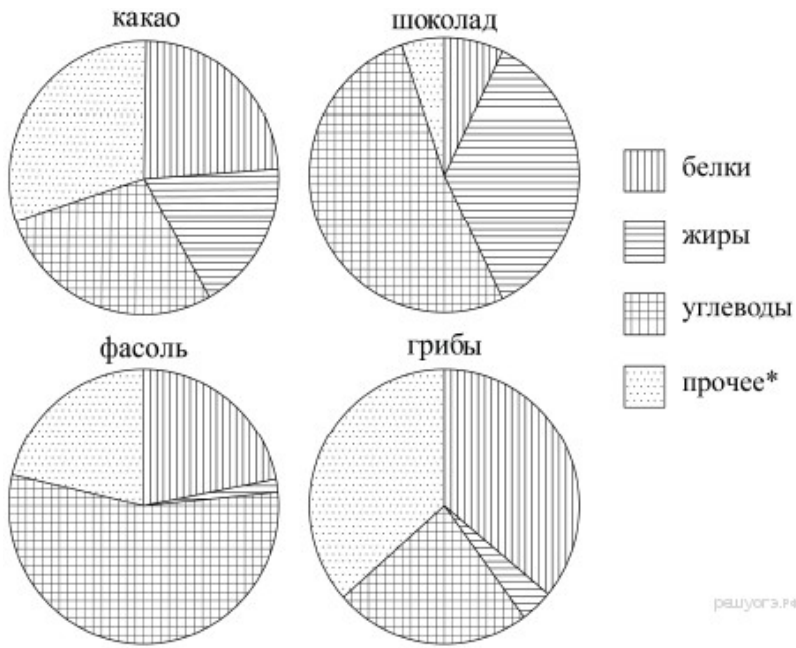


3. Результаты выполнения контрольной работы учащимися 6 класса по математике представлены в таблице.

Оценки	«5»	«4»	«3»	«2»
Число учащихся	8	12	8	2

Постройте столбчатую диаграмму, отражающую эти результаты.

4. На диаграмме показано содержание питательных веществ в какао, молочном шоколаде, фасоли и сушёных белых грибах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание белков превышает  $\frac{1}{3}$ .



\*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) какао 2) шоколад 3) фасоль 4) грибы



## **ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2**

Анализ литературы помог нам раскрыть психолого-педагогические особенности обучающихся 5-6-х классов и сформулировать следующий вывод: что подростки психологически готовы к исследовательской деятельности.

Выделены требования по отбору и конструированию комплекса сюжетных задач, направленных на формирование исследовательских умений.

Раскрыты приемы работы на отдельных этапах решения сюжетной задачи, которые непосредственно направлены на формирование умений исследовательской деятельности обучающихся 5–6-х классов.

Предложен комплекс сюжетных задач, при поиске решения которых формируются различные исследовательские умения, который адресован для работы с обучающимися 5-6-х классов.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

При написании дипломной работы была проанализирована различная психолого-педагогическая литература по проблеме исследования. Проанализированы цели и сущность современного образования. Выявлено, что в современном образовании акцент ставится на самостоятельную познавательную деятельность учащихся, усиление внимания к их коммуникативным умениям, приобщение школьников к творческой деятельности, таким образом, была выявлена роль исследовательской деятельности в современном образовании.

Как показал анализ психолого-педагогической и методической литературы, формирование исследовательских умений у учащихся является пропедевтикой к научно-исследовательской деятельности.

Таким образом, в ходе исследования, говоря о сущности исследовательской деятельности школьника, будем понимать специально организованную, познавательную творческую деятельность учащихся, по своей структуре соответствующей научной деятельности, характеризующейся целенаправленностью, активностью, предметностью, мотивированностью и сознательностью. Результатом этой деятельности является формирование познавательных мотивов и исследовательских умений, субъективно новых для учащегося знаний и способов деятельности, личностное развитие ученика.

Исследовательскими умениями, характерными для учащихся 5-6-х классов, мы выделяем такие как: умения организовывать свою деятельность, работать с информацией, осуществлять учебное исследование, оформлять и представлять результат исследования, анализировать и оценивать исследовательскую деятельность.

Рассмотрены требования к формированию исследовательских умений обучающихся в процессе обучения математике.

Определены особенности сюжетных задач как одного из средств формирования умений исследовательской деятельности у обучающихся.

Выявлены психолого-педагогические особенности младшего подросткового возраста (дети стремления к познанию, возраст бурной активности, инициативности). Индивидуальные особенности внимания, памяти, мышления и т.д. Для формирования исследовательских умений необходимы следующие условия:

- систематичность;
- мотивированность;
- психологический комфорт;
- учет возрастных особенностей.

Раскрыты приемы работы на отдельных этапах решения сюжетной задачи, которые непосредственно направлены на формирование умений исследовательской деятельности обучающихся 5–6-х классов.

На основании анализа возрастных особенностей учащихся 5-6 классов был предложен комплекс сюжетных задач, при поиске решения которых формируются различные умения исследовательской деятельности. Данный комплекс разработан в соответствии с требованиями, выдвинутыми в параграфе 2.2. и адресован для работы с обучающимися 5-6-х классов.

Таким образом, все задачи работы были решены, цель исследования достигнута.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев Н.Г., Леонтьевич А.В., Обухов А.С. Концепция развития исследовательской деятельности учащихся // Исследовательская работа школьников. - 2002. - №1. - С. 24-33.
2. Амахина Е.В. Структурно-динамическая модель исследовательских способностей и умений // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И.Герцена. Аспирантские тетради.– СПб., 2007. - № 13(36). – С. 161-168.
3. Асмолов А.Г. Психология личности. М., 1990. Зимняя И. А. Педагогическая психология: Учебник для вузов - М.: Логос, 2002. - 384 с.
4. Балл Г.А. О психологическом содержании понятия «задача» //Вопросы психологии. - 1970. – № 6. – С. 17-22.
5. Белкин А. С. Основы возрастной педагогики: Учебное пособие для студентов высших учеб. заведений. – М.: Академия, 2000. – 192 с.
6. Викола Б. А. Формирование элементов исследовательской деятельности при углубленном изучении математики : автореф. дис. канд. пед. наук. / Б.А. Викола. - М., 1977 - 16 с.
7. Горстко А.Б. Познакомьтесь с математическим моделированием. – М.: Знание, 1991. – 112 с.
8. Гурова Л.Л. Психологический анализ решения задач. – Воронеж: Издательство Воронеж.ун-та, 1976. – 329 с.
9. Гусев В.А. Система исследовательских умений учащихся при решении школьных геометрических задач как основа функционирования ЕГЭ. Проблемы математического образования// Тез.докл. IV Междунар. конф., посв. 90-летию со дня рождения члена-корр.РАН, академика Европейской академии наук Л.Д.Кудрявцева. – М.: РУДН, 2013. – С. 518-522.
10. Далингер В. А. Учебно-исследовательская деятельность учащихся в процессе изучения математики // Электронный научный журнал "Вестник Омского государственного педагогического университета" - выпуск 2007

[Электронный ресурс]. - Режим доступа <http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-195.pdf> (15.10.2017)

11. Демидова Т.Е., Тонких И.С. Теория и практика решения текстовых задач. – М.: Просвещение, 2002. – 348 с.

12. Емельянова М. Н. Развитие лидерского потенциала детей дошкольного возраста в процессе исследовательской деятельности: дис... канд. пед. наук: 13.00.07. Урал.гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2001. -181с.

13. Зимняя И.А., Шашенкова Е.А. Исследовательская работа как специфический вид человеческой деятельности. – Ижевск: УГУ; М.: Исслед. центр проблем качества подгот. специалистов , 2001. – 103 с.

14. Каган, М. С. Человеческая деятельность. - М.: Политиздат, 1974. - 328с.

15. Колягин Ю. М., Оганесян В. А. Учись решать задачи: Пособие для учащихся VII - VIII классов.– М.: Просвещение, 1980. – 96 с.

16.Краткий психологический словарь / Под общей редакцией Н.В. Петровского, М.Г. Ярошевского. - М.: Политиздат, 1985. - С.13.

17.Кульбякина Л.Я. Работа над простой задачей на этапе ее решения // Начальная школа. – 2002. – № 10. – С. 57 – 60.

18. Леонтьев А. Н. Избр. психол. произв: В 2-х т. Т 1– М.: Педагогика, 1983. – 320 с.

19. Леонтьев А.Н. Психологические основы развития ребенка и обучения.– М.: Смысл, 2009. - 423 с.

20.Леонтович А. В. Учебно-исследовательская деятельность школьников как модель педагогической технологии // Народное образование. - 1999. - №10. - С. 152 - 159.

21.Лященко Е.И. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учеб. Пособие для студентов физ. - мат. спец. пед. ин-тов. - М.: Просвещение, 1988. - 223 с.

22. Менькова С. В. Исследовательские работы школьников в области

математики // Педагогические технологии математического творчества: сборник статей участников международной научно-практической конференции. – Арзамас: АГПИ, 2011. – С. 146–150.

23. Миронов А.Н. Как построить урок в соответствии с ФГОС: Пособие для учителя / А.Н. Миронов. - Волгоград: Учитель, 2015. - 147 с.

24. Обухов А. С. Исследовательская деятельность как способ формирования мировоззрения // Народное образование. - 1999. - №10. - С. 158-161.

25. Панкратова Л. В. О формировании исследовательской компетентности школьников в условиях современного математического образования // Вестник Вят. ГГУ. Педагогика и психология. – 2011. – № 4 (3). – С. 84–90.

26. Поголяева М.Н. Развитие научного знания в содержании школьного и дополнительного образования детей // Внешкольник. – 2004. - № 3. – С.13.

27. Пойа, Д. Математическое открытие: Пособие для учителя: пер. с англ. – М.: Наука, 1976. – 448 с.

28. Сабирова Ф.М. О механизме реализации практико-ориентированного подхода в преподавании дисциплин математического и естественно-научного цикла в педагогических вузах России. Инновации в современном мире // Сборник статей Международной научно-практической конференции. – М.: Европейский Фонд Инновационного Развития. - 2015. - С. 74-77.

29. Савенков А.И. Противодействие исследовательскому поведению ребенка в современном образовании // Высшее образование в России. – 2012. - №8-9. - С. 67-73.

30. Савенков, А.И. Психологические основы исследовательского подхода к обучению. – М.: Ось-89, 2006. – 164 с.

31. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие. – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.

32. Сафонова Л.А. Обучение учащихся 1 – 8 кл. решению текстовых задач в условиях преемственности изучения математики: дис...канд.пед.наук : 13.00.02– Саранск, 2000. – 202 с.

33. Семенова Н. А. Анализ проблем организации исследовательской деятельности детей: журнал// Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2011. - №10. – С. 115-118
34. Талызина Н. Ф. Педагогическая психология: Учеб. пособие для студ. сред.пед. учеб. заведений. - М.: Академия, 1998. – 288 с.
35. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Книга для учителя. - М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
36. Тысько Л.А. Исследовательская деятельность учащихся в общеобразовательной школе // Преподавание истории и обществознания в школе. - 2006. - №4. – С. 14-22.
37. Ульянова И.В. Задачи в обучении математике. История, теория, методика: Учеб. пособие. – Саранск, 2006. – 65 с.
38. Фадеев А.Ю. Формирование исследовательского умения учащихся посредством компьютерных технологий в процессе изучения пропедевтического курса физики : дис... канд. пед. наук: 13.00.02. – Челябинск, 2002. – 188 с. Научная библиотека диссертаций и авторефератов disserCat <http://www.dissercat.com/content/formirovanie-issledovatel'skogo-umeniya-uchashchikhsya-posredstvom-kompyuternykh-tekhnologii#ixzz4tg5y0p2H> (10.10.2017)
39. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (Электронный ресурс) <http://window.edu.ru/768/72768>
40. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика : учебное пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей. – М.: Школьная пресса, 2002. – 208 с.
41. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи : Кн. для уч-ся старших классов средней школы. – 3-е изд., доработанное. М.: Просвещение, 1989. -192 с.
42. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / НИИ общ.и пед. психологии АПН СССР. – М.: Педагогика, 1997. – 207 с.

43. Хуторской А.В. Современная дидактика: учеб. для вузов. - СПб.: Питер, 2001. – 544 с.
44. Царева С.Е. Обучение решению текстовых задач, ориентированное на формирование учебной деятельности младших школьников. – Новосибирск: НГПУ, 1998. – 136 с.
45. Шелехов Л.В. Сюжетные задачи по математике : Учебно методическое пособие. – Майкоп: АГУ, 2007. – 174 с.
46. Эльконин Д.Б. Введение в психологию развития (в традиции культурно – исторической теории Л.С. Выготского). – М.: Тривола, 1994. – 168 с.